

معذرت ...

معذرت می‌خواهم فشاغورس ... چرا که مادر من سخت‌ترین معاذلات است!

معذرت می‌خواهم نیوتن ... چرا که مادر من راز جاذبه است!

معذرت می‌خواهم ارسون ... چرا که مادر من اولین چراغ زندگی من است!

معذرت می‌خواهم افلاطون ... چرا که این مادر من است که شهر فاضله قلب من است!

معذرت می‌خواهم رومیو ... چرا که همه راه ها به عشق مادر من ختم می‌شود!

معذرت می‌خواهم ثولیت ... چرا که مادر من عشق من است!

ریاضیات یا ریاضی (در قدیم هم‌چنین: اینگارش یا مَزداهییک) را بیش‌تر دانش بررسی کمیته‌ها و ساختارها و فضا و دگرگونی (تغییر) تعریف می‌کنند. دیدگاه دیگری ریاضی را دانشی می‌داند که در آن با استدلال منطقی از اصول و تعریف‌ها به نتایج دقیق و جدیدی می‌رسیم (دیدگاه‌های دیگری نیز در فلسفه ریاضیات بیان شده‌است). با اینکه ریاضیات از علوم طبیعی به شمار نمی‌رود، ولی ساختارهای ویژه‌ای که ریاضی‌دانان می‌پژوهند بیشتر از دانش‌های طبیعی به‌ویژه فیزیک سرچشمه می‌گیرند و در فضایی جدا از طبیعت و محض‌گونه گسترش پیدا می‌کنند، به‌طوری که علوم طبیعی برای حل مسائل خود به ریاضی بازمی‌گردند تا جوابشان را با آن مقایسه و بررسی کنند.

علوم طبیعی، مهندسی، اقتصاد و پزشکی بسیار به ریاضیات تکیه دارد ولی ریاضی‌دانان گاه به دلایل صرفاً ریاضی (و نه کاربردی) به تعریف و بررسی برخی ساختارها می‌پردازند. در اینجا لازم می‌دانم از خواهر گرانقدرم که در تهیه ی این جزوات من را بسیار یاری نمودند، کمال تشکر را داشته باشم.

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱ فصل اول : منطق و استدلال ریاضی

۱- کدام یک از جملات یا عبارات های زیر ، گزاره هستند؟ ارزش هر گزاره را تعیین کنید :

الف (امروز به سینما نرو .

ب (10^4 عدد بسیار بزرگی است.

ج (میانه داده های $1, 3, 4, 8, 17, 20, 31, 54$ عدد $12/5$ است.

د (از نمودار حبابی برای نمایش همزمان ۲ متغیر استفاده می شود.

ت (عدد طبیعی a زوج است.

ث (عدد $(-3)^{n+1}$ ، عددی منفی است. ($n \in \mathbb{N}$)

ج (بزرگترین عدد اول دو رقمی ، برابر ۸۹ نیست.

چ (عبارت $\frac{|x|}{3x^2 + 5x}$ یک عبارت گویا نیست.

خ (رابطه $f = \{(4,5), (2,1), (10,20)\}$ یک تابع است.

م (تعداد هلی کوپترهای ارتش های کشورهای مختلف متغیر کمی با مقیاس نسبیتی است.

ز (علی پسر خوبی است.

ذ (واریانس ، جذر انحراف معیار است .

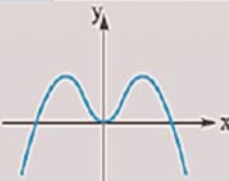
ن (دامنه سهمی $y = x^2$ برابر کل اعداد حقیقی است .

و (انسان ماندن سخت تر از انسان بودن است .

ه (انسان راستگو سعادتمند است .

www.my-dars.ir

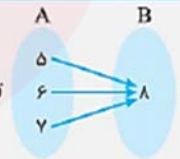
۲- جدول زیر را که بر اساس ارزش گزاره ها هستند تکمیل نمایید.

ارزش $\sim P$	گزاره $\sim P$	ارزش P	گزاره P
			$10^2 + 10^4 = 10^7$
			مربع هر عدد حقیقی منفی، عددی مثبت است.
			$-8 \geq -10$
			 نمودار تابع است.
			مجموع اعداد سطر پنجم مثلث خیام برابر با 2^4 است.
			طول رأس سهمی $y = x^2 - 8x + 5$ برابر با $x = 3$ است. (مفروض علاقه‌مندان)
			در تجزیه عبارت $4x^2 - 8x - 21$ عامل $(2x + 3)$ وجود ندارد. (مفروض علاقه‌مندان)
			در داده‌های ۱۲۰۰۰، ۴۲۰۰، ۲۸۰۰ و ۵ شاخص میانه بهتر از شاخص میانگین، برای نمایش محل تمرکز داده‌ها است.
			مجموع هر دو عدد فرد طبیعی، عددی زوج است.
			قرینه هر عدد حقیقی منفی، کوچک‌تر از خود آن عدد است.
			معکوس هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱، از خود آن عدد کوچک‌تر است.
			مجموع دو عدد $1 - \sqrt{3}$ و $1 + \sqrt{3}$ عددی گنگ است.

۳ - در جدول زیر ، روبه روی گزاره های داده شده ، ارزش آنها را با علامت تیک مشخص کرده و نیز با توجه به ارزش داده شده با یک یا دو گزاره ساده ، گزاره مرکب را کامل کنید :

ردیف	گزاره مرکب	درست	نادرست
۱	۷۵ عددی اول است و $(-3)^4$ عددی منفی نیست.		
۲	 و رنگ چشم افراد، متغیر کیفی اسمی است.	✓	
۳	مقسوم علیه های (شمارنده های) طبیعی عدد ۱۲ عبارت اند از: ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲ و	✓	
۴	۱۲۱ مضرب ۱۱ است و $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$		
۵	 و	✓	
۶	همه سوره های قرآن با بسم الله شروع می شوند و سوره بقره طولانی ترین سوره قرآن است.		
۷	مجموعه $\{\emptyset\}$ تهی است و $\{0, 1, 2, 3\} \subseteq \mathbb{N}$		
۸	$\sqrt{9+100} = 3+10$ و $(\frac{-2}{3})^{-2} \times 3^{-2} = \frac{1}{8}$		
۹	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ و $(a-b)^2 = a^2 - 3a^2b + 3ab^2 - b^2$		
۱۰	(شیب هر خط موازی محور عرض هافتر است) $\wedge$ (یکی از معایب سرشماری، عدم امکان استفاده در بررسی های مخرب است). (مفهوم علاقه مندان)		
۱۱	$(-5 \neq -\sqrt{(-5)^2}) \wedge ((\frac{2}{3})^0 = 1)$		
۱۲	عدد ۲ زوج و اول است.		
۱۳	نمودار خط $x = 3$ از ناحیه اول و چهارم می گذرد. (مفهوم علاقه مندان)		

۴ - در جدول زیر ، روبه روی گزاره های داده شده ، ارزش آنها را با علامت تیک مشخص کرده و نیز با توجه به ارزش داده شده با یک یا دو گزاره ساده ، گزاره مرکب را کامل کنید :

ردیف	گزاره مرکب	درست	نادرست
۱	کسر $\frac{\sqrt{x}}{x+1}$ عبارتی گویا است یا ۹۱ عددی مرکب است.		
۲	قرآن ۱۱۸ سوره دارد یا	✓	
۳	ارسطو نویسنده کتاب ارغنون نیست یا		✓
۴	 یا معادله $x^2 + x + 3 = 0$ دو ریشه دارد.	✓	
۵	افلاطون، شاگرد سقراط بود یا هفته هفت روز دارد.		
۶	اعداد سطر سوم مثلث خیام (۱ ۲ ۱) هستند یا سهمی $f(x) = x^2 + 1$ ماکزیمم دارد. (مفروض علاقه مندان)		
۷	در تابع $f(t) = \sqrt{t+1}$ متغیر مستقل برابر $f(t)$ است یا وزن افراد، متغیر کتی فاصله ای است.		
۸	تابع است یا نمودار میله ای، یک نمودار تک متغیره است. 		
۹	$(\frac{1}{2} \in \mathbb{Z}) \vee (\mathbb{R} \not\subset \mathbb{Q})$		
۱۰	$(\frac{2^3 \times 3^{-2}}{2^{-5} \times 3^4} \times \frac{6^7}{8^5} = 2) \vee (\sqrt{x^2} = x)$ (مفروض علاقه مندان)		
۱۱	عدد ۱۹ زوج یا مربع کامل است.		
۱۲	عدد ۲۴ بر ۳ یا ۵ بخش پذیر است.		

۵ - با استفاده از جدول ارزش گذاری ، درستی یا نادرستی هر یک از هم ارزی های زیر را بررسی کنید :

الف) $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

ب) $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

پ) $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

ت) $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

ث) $p \vee (p \wedge q) \equiv q$

ج) $p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$

چ) $(p \vee \sim p) \equiv T$

ح) $(p \wedge \sim p) \equiv F$

خ) $(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q) \equiv p$

د) $p \wedge \sim (p \vee q) \equiv F$

ذ) $p \wedge \sim (p \vee q) \equiv T$

۶- اگر $p \wedge q$ گزاره ای درست باشد ارزش گزاره $p \vee (q \wedge r)$ را تعیین کنید .

۷- اگر $p \wedge q \equiv F$ باشد ثابت کنید که : $(\sim p \vee q) \wedge p \equiv F$

۸ - اگر گزاره $p \vee \sim (p \wedge \sim q)$ نادرست باشد ارزش گزاره های زیر چیست؟

الف) $(q \vee r) \vee p$

ب) $\sim (p \wedge q) \wedge \sim r$

www.my-dars.ir

۹ - جدول زیر را کامل کنید :

ردیف	گزاره مرکب	درست	نادرست
۱	اگر $(5^2 + 1)$ زوج است؛ آن گاه 100 مربع کامل است.		
۲	اگر؛ آن گاه 96 اول است.	✓	
۳	اگر 50 مضرب 10 است؛ آن گاه	✓	
۴	اگر x عددی اول باشد؛ آن گاه x^2 هم عددی اول است.		
۵	اگر $\sqrt{16}$ مربع کامل است؛ آن گاه $3^2 > 3^3$.	✓	
۶	اگر 25 مربع کامل آن گاه $\sqrt{3}$ عددی گنگ		
۷	اگر a عدد صحیح زوج یا فرد باشد؛ آن گاه عدد 1 اول است.		
۸	اگر k عددی فرد باشد؛ آن گاه k^2 نیز فرد است.		
۹	زوج بودن عدد 10 نتیجه می‌دهد زوج بودن مربع هر عدد فرد را.		
۱۰	$(\sqrt{3})^4 \times (\sqrt{3})^{-2} = 3 \Rightarrow (\sqrt{2-\sqrt{5}})^2 = 2-\sqrt{5}$ (مفهوم علاقه‌مندان)		
۱۱	$\frac{4}{3}\pi R^2 = \text{حجم کره} \Rightarrow (3^{-10} < 3^{-1})$ (مفهوم علاقه‌مندان)		
۱۲	اگر مُد داده‌های $1, 1, 2, 3, 4$ برابر 1 باشد آن گاه حاصل $\frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{(x^2 + x)(x^2 - 4)}$ برابر با $\frac{1}{x+2}$ است. (مفهوم علاقه‌مندان)		
۱۳	اگر عدد 5 اول و عدد 10 طبیعی باشد؛ آن گاه عدد $1/8$ گنگ است.		
۱۴	جمعه‌ها بانک‌ها تعطیل هستند. $\Rightarrow [(-20 \geq -12) \wedge ((-5)^3 = -125)]$		
۱۵	دمای هوای شهرها متغیر کمی نسبتی است. $\Rightarrow [(\text{میانۀ نقطهٔ وسط داده‌های مرتب شده است}) \vee (2^{-5} = -32)]$		
۱۶	$\left[\begin{array}{l} \text{در نقاط سربه سر، سود} \\ \text{کارخانه صفر است} \end{array} \right] \wedge (\text{خط } y = 3 \text{ افقی است}) \Rightarrow \left(\begin{array}{l} \text{مقدار پارامتر همیشه با} \\ \text{مقدار آماره برابر است} \end{array} \right)$ (مفهوم علاقه‌مندان)		
۱۷	$\sim (2^3 = 18) \Rightarrow \sim (4 \notin \mathbb{N})$		
۱۸	$\sim [(\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}) \wedge (\text{IQR} = Q_3 - Q_1)] \Rightarrow$ (۲ فرد است) (مفهوم علاقه‌مندان) دامنه میان چارکی		
۱۹	در یک سری از داده‌ها، اگر دادهٔ دورافتاده داشته باشیم؛ آن گاه شاخص مرکزی میانه بهتر از میانگین است.		
۲۰	اگر در معادلهٔ $x^2 + 3kx - 2k = 0$ حاصل ضرب ریشه‌ها برابر 4 باشد، آن گاه مقدار k برابر 2 است. (مفهوم علاقه‌مندان)		

۱۰- جدول زیر را کامل کنید :

ردیف	گذراره مرکب	درست	نادرست
۱	اگر عبارت $\frac{2x}{x-1}$ گویا باشد؛ آن گاه $\sqrt{3}$ گنگ است و برعکس.		
۲	اگر x عددی فرد باشد، $(x+1)$ عددی زوج است و برعکس.		
۳	اول بودن عدد ۳۷ شرط لازم و کافی است برای مرکب بودن عدد ۱۷.		
۴	گویا بودن عدد $1/6$ شرط لازم و کافی است برای	✓	
۵	اگر آن گاه تقریباً ۲۵ درصد داده های آماری، کوچکتر از چارک اول هستند و برعکس.	✓	
۶	اگر ۱۲۱ مضرب ۳ آن گاه فردوسی، ریاضی دان و برعکس.	✓	
۷	اگر واریانس داده ها صفر باشد، آن گاه داده ها با هم برابرند و برعکس.		
۸	اگر دو عدد فرد باشند، آن گاه مجموع آن ها زوج است و برعکس.		
۹	$f = \{(5, x-y), (1, 2), (5, 4), (1, x+y)\}$ تابع است. $\Leftrightarrow [(x=3) \wedge (y=-1)]$		
۱۰	(در منحنی نرمال ۹۶٪ داده ها در بازه $(\bar{x}-2\sigma, \bar{x}+2\sigma)$ قرار دارند.) $\Leftrightarrow$ (مجموع ریشه های معادله $x^2 - x - 2 = 0$ برابر ۱ است.) (مفروضه علاقه مندان)		
۱۱	(نمودار خط $y = -2x - 1$ از ناحیه سوم نمی گذرد) $\Leftrightarrow$ (در نمودار جعبه ای، میانه همیشه وسط جعبه قرار دارد) (مفروضه علاقه مندان)		
۱۲	حاصل $\frac{a^2+2a}{a^2-4} + \frac{4-a}{2-a}$ برابر ۲ است) $\Leftrightarrow$ (در تجزیه شده (x^5-81x) عامل $(x-3)$ وجود ندارد) (مفروضه علاقه مندان)		
۱۳	$(a \times b = 0) \Leftrightarrow [(a = 0) \wedge (b = 0)]$		

۱۱- با استفاده از جدول ارزش گذاری ، درستی یا نادرستی هر یک از هم ارزی های زیر را بررسی کنید :

الف) $(p \Rightarrow p) \equiv T$

ب) $(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$

پ) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee \sim p) \equiv F$

$$[(p \vee q) \wedge \sim p] \Rightarrow q \equiv F \text{ (ت)}$$

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q \equiv T \text{ (ث)}$$

$$p \Leftrightarrow q \equiv \sim p \Leftrightarrow q \text{ (ج)}$$

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)] \Leftrightarrow \sim p \equiv T \text{ (چ)}$$

۱۲- اگر p, q, r سه گزاره دلخواه باشند، جدول ارزش گذاری گزاره های زیر را رسم کنید:

$$p \Rightarrow (q \Leftrightarrow r) \text{ (الف)}$$

$$[p \wedge (q \Rightarrow r)] \Leftrightarrow [q \wedge (p \Rightarrow r)] \text{ (ب)}$$

۱۳- اگر p گزاره ای درست، q گزاره ای نادرست و r گزاره ای دلخواه باشد. ارزش گزاره های زیر را بدون رسم جدول، تعیین کنید. (جواب هم ارزی ها را بنویسید)

$$(q \Leftrightarrow p) \vee r \equiv ? \text{ (الف)}$$

$$(\sim p \Leftrightarrow q) \wedge r \equiv ? \text{ (ب)}$$

$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p) \equiv ? \text{ (پ)}$$

$$\sim (p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \equiv ? \text{ (ت)}$$

$$(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge \sim q) \equiv ? \text{ (ث)}$$

$$(p \vee q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \equiv ? \text{ (ج)}$$

$$(q \vee \sim r) \Rightarrow p \equiv ? \text{ (چ)}$$

$$\sim (\sim q \vee \sim r) \Rightarrow r \equiv ? \text{ (ح)}$$

$$(\sim q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow p) \equiv ? \text{ (خ)}$$

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p) \equiv ? \text{ (د)}$$

$$\sim (\sim q \wedge \sim r) \Rightarrow (r \Rightarrow p) \equiv ? \text{ (ذ)}$$

$$(\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge \sim r \equiv ? \quad (ر)$$

۱۴- اگر گزاره $p \Rightarrow (p \wedge q)$ نادرست باشد ارزش گزاره $p \wedge \sim q$ را تعیین کنید .

۱۵- اگر گزاره $p \Rightarrow (q \vee r)$ نادرست باشد ارزش گزاره $(p \wedge s)$ را تعیین کنید .

۱۶- اگر گزاره $p \Rightarrow q$ نادرست و $\sim s \Rightarrow \sim r$ نیز نادرست باشد ، ارزش گزاره های زیر را تعیین کنید .

$$(s \Rightarrow r) \vee (r \Rightarrow p) \quad (الف)$$

$$q \Rightarrow (p \vee \sim s) \quad (ب)$$

۱۷- اگر $T \equiv (p \wedge q)$ ارزش گزاره $(p \Rightarrow q) \vee \sim (q \Rightarrow p)$ را تعیین کنید.

۱۸- گزاره های فارسی زیر را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید:

(الف) سه برابر جذر عددی برابر مجذور همان عدد است.

(ب) مکعب یک عدد، کوچک تر یا مساوی پنج برابر آن عدد، به علاوه نه است.

(پ) مجموع معکوس های دو عدد طبیعی، بزرگ تر یا مساوی مکعب مجموع آن دو عدد است.

(ت) مجموع مکعبات دو عدد حقیقی، بزرگ تر یا مساوی مکعب مجموع آن دو عدد است.

(ث) هر عدد نا صفری، بزرگ تر یا مساوی معکوس خود است.

(ج) مربع مجموع دو عدد گویا، کوچک تر یا مساوی مجموع مربعات آن دو عدد است.

(چ) حاصل ضرب عددی صحیح در عدد صحیح بعد از خود، برابر است با حاصل ضرب آن عدد صحیح در عدد صحیح قبل از آن.

۱۹- در هر قسمت، نام استدلال به کار رفته چیست؟ روش استدلال به کار رفته در هر قسمت درست است یا نادرست؟

(الف) مقدمه ۱: اگر امشب شب چهاردهم ماه باشد، آن گاه ماه کامل است.

مقدمه ۲: امشب ماه کامل است. نتیجه: امشب شب چهاردهم ماه است.

(ب) مقدمه ۱: اگر امشب شب چهاردهم ماه باشد، آن گاه ماه کامل است.

مقدمه ۲: امشب شب چهاردهم ماه است. نتیجه: امشب ماه کامل است.

n زوج است : $n^2 \Rightarrow q$ زوج است : p (پ)

p : $(4)^2$ زوج است

$\therefore q$: زوج است 4

مجموع این دو عدد، زوج است q : $\Rightarrow$ دو عدد فرد باشند p (ت)

حاصل $x + y$ زوج است q :

x و y فرد هستند q :

۲۰- با استفاده از جدول ارزش ها، درستی قاعده قیاس استثنایی یعنی $q \Rightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$ را نشان دهید.

۲۱- در هر قسمت، با توجه به استدلال های استثنایی و مغالطه، جاهای خالی را پر کنید: سپس بگویید روش هر استدلال، درست است یا خیر؟

الف) $x < 0 \Rightarrow x^2 > 0$: مقدمه ۱

$0 < (-8)$: مقدمه ۲

$\therefore$

ب) $x > 0 \Rightarrow x^2 < 0$: مقدمه ۱

$0 < (-3)^2$: مقدمه ۲

$\therefore$

هیچ گاه یکدیگر را قطع نمی کنند q : $\Rightarrow$ اگر دو خط موازی باشند p (پ)

.....

خطوط L_1 و L_2 هیچ گاه یکدیگر را قطع نمی کنند $\therefore$

www.my-dars.ir

واریانس داده ها صفر است: $q \Rightarrow$ اگر همه داده ها با هم برابر باشند: p (ت)

واریانس داده های b, a و c صفر است

$\therefore \dots \dots \dots$

$p: a > b \Rightarrow \dots \dots \dots$ (ث)

$$p: \frac{1}{p} > \frac{1}{p}$$

$$\therefore \left(\frac{1}{p}\right)^5 > \left(\frac{1}{p}\right)^5$$

آن عدد بر ۲ هم بخش پذیر است $\Rightarrow \dots \dots \dots$ (ج)

۵۰ بر ۱۰ بخش پذیر است

۵۰ بر ۲ هم بخش پذیر است $\therefore$

۲۲- اگر $m = \frac{m-n}{p-n}$ آن گاه مطلوب است محاسبه n بر حسب متغیرهای دیگر (با فرض $m \neq 1$ و $m \neq 0$).

دانش آموزان مختلف، چند استدلال مختلف را برای یافتن n به کار برده اند. درستی یا نادرستی هر استدلال را بررسی کنید:

اگر $m = \frac{m-n}{p-n}$ آن گاه مطلوب است محاسبه n بر حسب متغیرهای دیگر (با فرض $m \neq 1$ و $m \neq 0$).

دانش آموزان مختلف، چند استدلال مختلف را برای یافتن n به کار برده اند. درستی یا نادرستی هر استدلال را بررسی کنید:

الف) دانش آموز اول: $m = \frac{m-n}{p-n} \xrightarrow{\text{مرحله ۱: خط زدن } m} 1 = \frac{-n}{p-n} \xrightarrow{\text{مرحله ۲: فقط صورت کسر می تواند صفر باشد}} -n = 0 \xrightarrow{\text{مرحله ۳: یافتن } n} n = 0$

ب) دانش آموز دوم: $m = \frac{m-n}{p-n} \xrightarrow{\text{مرحله ۱: طرفین وسطین}} mp - mn = m - n \xrightarrow{\text{مرحله ۲: } n \text{ ها را جدا می کنیم}} n - mn = m - mp$

$\xrightarrow{\text{مرحله ۳: فاکتورگیری}} n(1-m) = m(1-p) \xrightarrow{\text{مرحله ۴: تقسیم دو طرف بر } 1-m} n = \frac{m(1-p)}{1-m}$

پ) دانش آموز سوم: $m = \frac{m-n}{p-n} \xrightarrow{\text{مرحله ۱: طرفین وسطین}} mp - mn = m - n \xrightarrow{\text{مرحله ۲: } n \text{ ها را جدا می کنیم}} mp - m = mn - n$

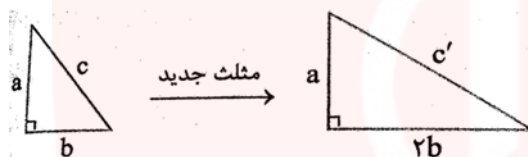
$\xrightarrow{\text{مرحله ۳: فاکتورگیری}} m(p-1) = n(m-1) \xrightarrow{\text{مرحله ۴: تقسیم دو طرف بر } (m-1)} \frac{m(p-1)}{m-1} = n \xrightarrow{\text{مرحله ۵: خط زدن } m} \frac{p-1}{-1} = n$

۶- در هر مورد، گزاره ای همراه با یک استدلال نادرست برای آن آورده شده است. دلیل درستی یا نادرستی استدلال را بیان کرده و سپس آن گزاره و استدلال را اصلاح کنید.

الف) اگر طول و عرض مستطیل را ۴ برابر کنیم، آن گاه مساحت مستطیل هم ۴ برابر می شود.

$$\text{استدلال: } \begin{cases} S = x \cdot y \text{ مساحت اولیه} \Rightarrow (y = \text{عرض اولیه}, x = \text{طول اولیه}) \\ S' = 4xy = 4S \text{ مساحت جدید} \end{cases}$$

ب) در یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائمه a و b وتر c مانند شکل زیر، اگر ضلع b را ۲ برابر کنیم، آن گاه وتر مثلث جدید، ۲ برابر وتر مثلث اولیه می شود.



$$\text{استدلال: } \begin{cases} c^2 = a^2 + b^2 \text{ : فیثاغورس در مثلث اولیه} \\ c'^2 = a^2 + (2b)^2 = a^2 + 4b^2 = \end{cases} \xrightarrow{\text{فاکتور ۴}} c'^2 = 4c^2 \rightarrow c' = 2c$$

پس وتر، دو برابر شده است.

پ) تساوی $\sqrt{\frac{11 \times 5 + 25 \times 3}{15}}$ برقرار است.

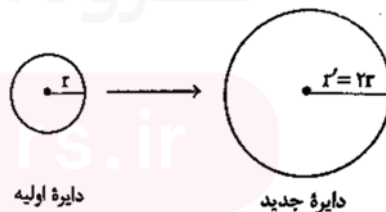
$$\text{استدلال: } \sqrt{\frac{11 \times 5 + 25 \times 3}{15}} = \sqrt{\frac{11 + 25 \times 3}{3}} = \sqrt{11 + 25} = \sqrt{36} = 6$$

ت) معادله $(x-1)(x-5) = (x-1)$ فقط دارای جواب $x = 6$ است.

$$\text{استدلال: } (x-1)(x-5) = x-1 \Rightarrow x-5 = 1 \Rightarrow x = 6$$

ث) اگر شعاع دایره ای ۲ برابر شود، مساحت دایره هم ۲ برابر می شود.

$$\text{استدلال: } \begin{cases} S = \pi r^2 \text{ اولیه} \\ S' = \pi r'^2 = 2\pi r^2 = 2S \text{ جدید} \end{cases}$$



دایره اولیه

دایره جدید

۲ فصل دوم : تابع

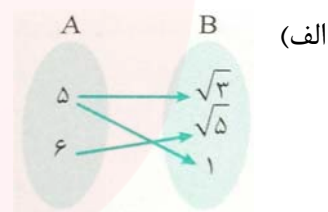
۱- کدام یک از گزاره های زیر درست است؟ چرا؟ برای گزاره های نادرست یک مثال نقض بزنید که نادرستی آن را نشان دهد.

(الف) اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند، آن تابع، قطعاً تابع همانی است.

(ب) اگر دامنه یک تابع همانی، مجموعه R باشد، آن گاه حاصل $f(x) + f(-x)$ همواره برابر صفر است.

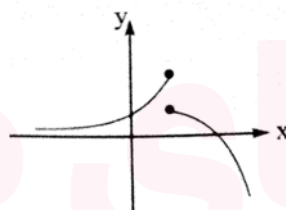
(پ) اگر f یک تابع ثابت و k عدد حقیقی باشد، آن گاه $f(kx) = kf(x)$.

۲- تابع بودن یا نبودن هر یک از روابط، نمودارها و جدول های زیر را بررسی کنید.



(ب) $f = \{(4^\circ, 2), (2, 5^{-2}), (1, 2), (2, \frac{1}{\sqrt{5}})\}$

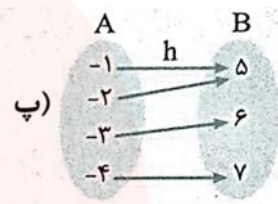
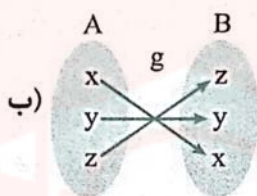
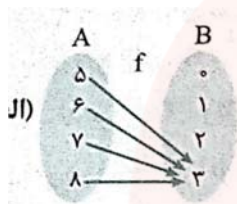
(پ)



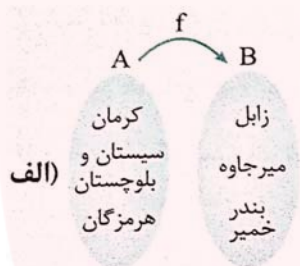
x	۱	۲	۳	۴	۵
y	۲	۳	۴	۵	۶

(ت)

۳- کدام یک از توابع زیر، ثابت و کدام یک همانی است؟



۴- ابتدا نمودارهای ون (پیکانی) زیر را با رسم فلش های مناسب کامل کنید؛ سپس هر رابطه ای که نمایش دهنده یک تابع است را به شکل زوج مرتبی و هندسی نیز نمایش دهید.



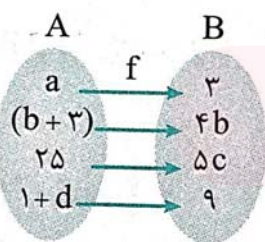
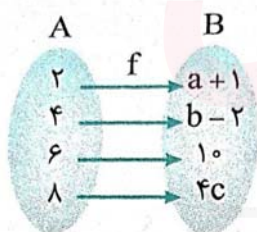
۵- اگر رابطه f تابع باشد، مقادیر m و n را به دست آورید:

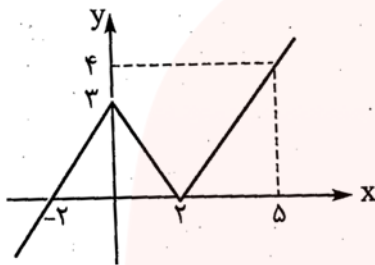
$$f = \{(3, m+2), (3, -4), (m, n+7), (-6, 4)\}$$

۶- با فرض آن که $f: A \rightarrow R$ و $f(x) = 2x^2 + 3$ باشد، برد تابع f را به دست آورید.

۷- دامنه توابع زیر را به دست آورید.

الف) $y = \frac{x+5}{x^2-4x+4}$ ب) $y = x^3 - 7x^2 + 8$ پ) $y = \frac{1}{x^2-25x}$ ت) $y = \frac{x-3}{x^2-36}$





۱۰- برای نمودار مقابل، یک ضابطه مناسب بنویسید. دامنه و برد این تابع چیست؟

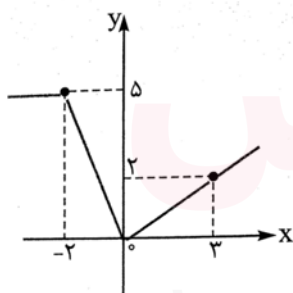
۱۱- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x-1 & x < 0 \\ 2-x^2 & x \geq 0 \end{cases}$ را رسم کرده، سپس مقدار $f(\sqrt{3})$ ، $f(-\frac{1}{5})$ و $f(1+\sqrt{2})$ را به دست آورید.

۱۲- هزینه بازی در یک شهر بازی بر اساس مدت زمان بازی (بر حسب ساعت) به شکل زیر به دست می آید:
نمودار تابع هزینه (بر حسب تومان) را با توجه به زمان بازی (بر حسب ساعت) رسم کنید. (هر واحد روی محور y را معادل ۱۰۰۰ تومان فرض کنید.) اگر شخصی سه ساعت بازی کند، چه هزینه ای باید بپردازد؟

$$C(x) = \begin{cases} 3 & 0 \leq x < 1 \\ 2x + 4 & 1 \leq x < 4 \\ x^2 - 4x & 4 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

۱۳- در تابع $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x < -2 \\ |x^2-3| & -2 \leq x < 4 \\ 1 & x \geq 4 \end{cases}$ حاصل مقادیر زیر را به دست آورید.

الف) $f(-2) \times f(4)$ ب) $f(\sqrt{2}) - f(-\sqrt{3})$



۱۴- ضابطه تابع مقابل را مشخص کنید.

۱۵- مقدار n را طوری بیابید که نقطه $A(n^2 + n, 5n^2 + n - 4)$ روی خط نیمساز ربع اول و سوم واقع باشد.

۱۶- در تابع ثابت $f(x) = k$:

الف) مقادیر $f(a)$ ، $f(b)$ و $f(a+b)$ را تعیین کنید.

ب) اگر در این تابع $f(a+b) = f(a) \times f(b)$ باشد، k چه مقادیری را انتخاب می کند؟ (a ، b و k اعداد حقیقی هستند.)

۱۷- اگر $f = \{(8, x - y), (2, 4), (10, 4y)\}$ تابعی ثابت باشد، میانگین، میانه و واریانس اعضای دامنه و برد را به دست آورید.

۱۸- اگر $f = \{(4, a), (b, 8), (10, 2a - b)\}$ تابعی ثابت باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.

۱۹- برای هر تابع زیر، یک ضابطه مناسب نوشته و نمودار آن را رسم کنید. سپس مشخص کنید که کدام یک از آن ثابت، همانی یا چند ضابطه ای است.

الف) هزینه یک لیتر بنزین معمولی در هر ساعت شبانه روز ۱۰۰۰ تومان است.

ب) برای هر یک متر مربع نقاشی یک ساختمان، ۱ قوطی رنگ کوچک لازم است.

پ) بلیط یک سینما در ۴ سانس اول ۳۰۰۰ تومان و در سانس آخر ۸۰۰۰ تومان است.

ت) موتور سواری با سرعت ثابت از نقطه A شروع به حرکت کرده و پس از ۱۰ دقیقه به نقطه B به فاصله ۱۰۰ متری A می رسد. سپس با سرعت کم تری پس از ۳۰ دقیقه از شروع حرکت به نقطه A بر می گردد. (نمودار به صورت تقریبی رسم شود.)

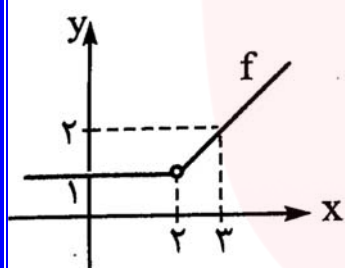
۲۰- تابع f به هر عضو از دامنه خود، عکس و قرینه اش را نشان می دهد. اگر $D_f = \{-2, \frac{3}{5}, \frac{-1}{3}\}$ باشد، برد این تابع را به دست آورده و نمودار آن را رسم کنید.

www.my-dars.ir

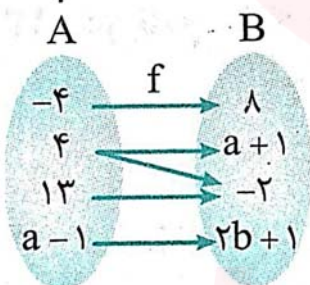
۲۱- برای نمودار زیر، یک داستان مناسب بنویسید. (مقایسه قدر مطلق شیب خط ها به صورت $۵ > ۱ > ۳ > ۲ > ۴$ می باشد).



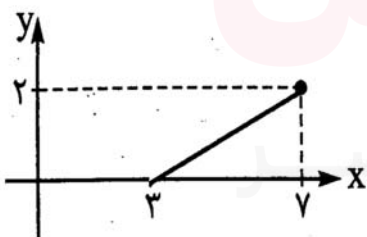
۲۲- f تابعی خطی است که در آن $D_f = \{-۴, ۰, ۲\}$ و $R_f = \{۱۶, ۰, ۸\}$ می باشد. ضابطه این تابع را نوشته و نمودار آن را رسم کنید.



۲۳- ضابطه، دامنه و برد تابع مقابل را تعیین کنید.



۲۴- اگر نمودار ون مقابل، بیانگر یک تابع باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.



۲۵- ضابطه تابع f و نمودار آن را کامل کنید.

$$f(x) = \begin{cases} ۱ - ۴x & -۲ \leq x \leq ۳ \\ \dots & ۳ \leq x \leq ۷ \end{cases}$$

۲۶- حاصل عبارت $A = [۰/۵۹] + [-۰/۰۸] + [۴/۹۵] - [-۳/۸]$ را به دست آورید.

۲۷- تابع $y = |۳x - ۶|$ را به کمک مفهوم قدر مطلق، دو ضابطه ای کرده و نمودار آن را رسم کنید. دامنه و برد این تابع را تعیین کنید.

۲۸- نمودار توابع $y = |x - 5|$ و $y = |x| - 5$ را به کمک انتقال نمودار تابع $y = |x|$ رسم کنید. دامنه و برد آن ها را نیز مشخص کنید.

۲۹- نمودار توابع $y = -|x| + 6$ و $y = -|x + 6|$ را به کمک انتقال نمودار تابع $y = -|x|$ رسم کرده، دامنه و برد آن ها را نیز تعیین کنید.

۳۰- نمودار توابع $y = |x - 1| - 1$ و $y = -|x + 4| + 2$ را به کمک انتقال نمودار تابع $y = |x|$ و $y = -|x|$ رسم کرده، دامنه و بردشان را تعیین کنید.

۳۱- توابع زیر را دو ضابطه ای کرده، نمودارشان را رسم کنید:

الف) $y = |2x - 6|$

ب) $y = |3x - 1|$

۳۲- با توجه به تعریف تابع جزء صحیح، جدول زیر را کامل کنید:

ضابطه تابع	مقدار x	مقدار $f(x)$
$f(x) = [x]$	$x = -8/1$ $x = \pi$ $x = 9$	
$f(x) = [-x] + 1$	$x = 0/75$ $x = 2/8$	
$f(x) = [-x] + [x]$	$x = 2$ $x = 0/5$ $x = 3/6$ $x = -7$	
$f(x) = [2x]$	$x = 2$ $x = 0/3$	

۳۳- تابع چند ضابطه ای مقابل را به یک تابع ۲ ضابطه ای تبدیل کرده و نمودار آن را رسم کنید.

$f(n)$ هزینه پارکینگ و n شماره ماه سال است.

www.my-dars.ir

$$f(n) = \begin{cases} 0 & 1 \leq n \leq 7 \\ 200 & n = 8 \\ 300 & n = 9 \\ 400 & n = 10 \\ 500 & n = 11 \\ 600 & n = 12 \end{cases}$$

۳۴- برای جدول زیر یک ضابطه مناسب بنویسید و سپس نمودار آن را رسم کرده و بگویید نام این نوع تابع چیست؟ دامنه و برد آن را تعیین کنید.

بسته ۲۴۰ کیلویی که وارد گمرک می شود، چه هزینه ای باید بپردازد؟ اگر فردی برای یک بسته ۳۰۰۰ تومان پرداخت کرده باشد، وزن بسته او در چه محدوده ای است؟

تأهزنه های ورودی به گمرک در هر ساعت (کیلوگرم)	لاهنزنه دریافتی از هر بسته (تومان)
۰ - ۱۰۰	رایگان
۱۰۰ - ۲۰۰	۱۰۰۰ تومان
۲۰۰ - ۳۰۰	۲۰۰۰ تومان
۳۰۰ - ۴۰۰	۳۰۰۰ تومان

۳۵- طبق جدول مالیاتی زیر:

پله های دریافتی های ماهانه (تومان)	میزان مالیات بر دریافتی (درصد)
دریافتی تا ۲۰۰۰۰۰۰ تومان	معاف از مالیات
مازاد بر ۲۰۰۰۰۰۰ تا ۲۵۰۰۰۰۰ تومان	٪۱۰
مازاد بر ۲۵۰۰۰۰۰ تا ۳۰۰۰۰۰۰ تومان	٪۲۰
مازاد بر ۳۰۰۰۰۰۰	٪۳۰

الف) فردی که درآمدش ۱۸۰۰۰۰۰ تومان است چه قدر مالیات می دهد؟

ب) فردی که درآمدش ۲۴۰۰۰۰۰ تومان است چه میزان مالیات می دهد؟

پ) فردی که درآمدش ۴۰۰۰۰۰۰ تومان است چه میزان مالیات می دهد؟

۳۶- اگر $f = \{(2, 9), (8, -3), (1, 7), (3, 6)\}$ و $g = \{(-1, 2), (8, 2), (5, 1), (3, 16)\}$ باشند، حاصل $(f+g)(8)$ ، $(g-f)(3)$ ، $(f \cdot g)(8)$ و $\left(\frac{g}{f}\right)(3)$ را به دست آورید.

۳۷- اگر $f(x) = x^2 - x + 1$ و $g(x) = \text{sign}(x)$ باشند، مطلوب است محاسبه :

الف) مقدار تابع $(f+g)$ به ازای $x = 0$ ب) مقدار تابع $(f-g)$ به ازای $x = 2$

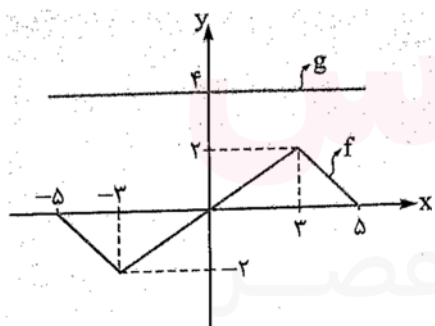
پ) مقدار تابع $\left(\frac{f}{g}\right)$ به ازای $x = -2$ ت) مقدار تابع $(g \cdot f)$ به ازای $x = 1$

ث) مقدار تابع $(f \cdot f)$ به ازای $x = 3$ ج) مقدار تابع $(g+g)$ به ازای $x = -5$

۳۸- اگر $f(x) = x^2 - 4x$ و $g = \{(1, 2), (5, 6), (8, 10)\}$ باشند، حاصل

$(f+g)(1)$ ، $(g-f)(8)$ و $\left(\frac{f}{g}\right)(5)$ را به دست آورید.

۳۹- با توجه به نمودارهای f و g ، حاصل قسمت های خواسته شده را به دست آورید:



الف) مقدار تابع $(f+g)$ به ازای $x = 3$

ب) مقدار تابع $(f-g)$ به ازای $x = 5$

پ) مقدار تابع $\left(\frac{g}{f}\right)$ به ازای $x = -3$

ت) مقدار تابع $(f \times g)$ به ازای $x = -5$

۴۰- توابع $f(x) = x + 5$ و $g(x) = \frac{4x}{x^2 - 7x}$ داده شده اند:

الف) دامنه تابع $\frac{g}{f}$ را به دست آورید. ب) حاصل $(f \cdot g)(1)$ را محاسبه کنید.

۴۱- اگر $f(x) = |x^2 - 3x - 1|$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ باشند، حاصل $(\frac{g}{f})(2) - (f + g)(1)$ را به دست آورید.

۴۲- اگر $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1 & x \leq -2 \\ \sqrt{x+2} & x > -2 \end{cases}$ و $g(x) = \frac{1-3x}{1-2x}$ باشند، مقدارهای $(f \cdot g)(-3)$ و $(\frac{f}{g})(2)$ را به دست آورید.

۴۳- اگر $f(x) = x^2 - 4x$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ باشند، دامنه و ضابطه توابع $(f + g)$ ، $(f - g)$ ، $\frac{f}{g}$ و $\frac{g}{f}$ را به دست آورید.

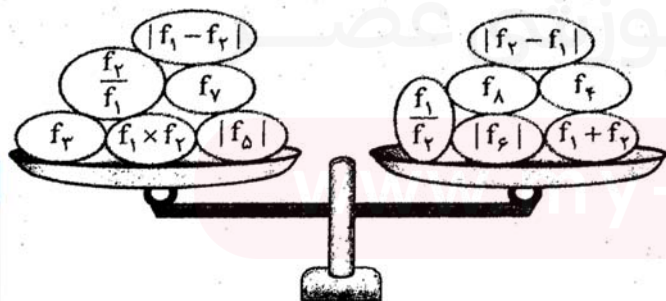
۴۴- اگر $f = \{(1, 4), (2, -1), (5, 0), (9, 10)\}$ و $g = \{(2, 8), (5, 3), (1, 20), (7, 8)\}$ باشند، توابع زیر را به دست آورید

- | | | |
|--------------|-----------------|-----------------------|
| الف) $f + g$ | ب) $f \times g$ | پ) $\frac{g}{f}$ |
| ت) $f - g$ | ث) $f \times f$ | ج) $(f + g) \times g$ |

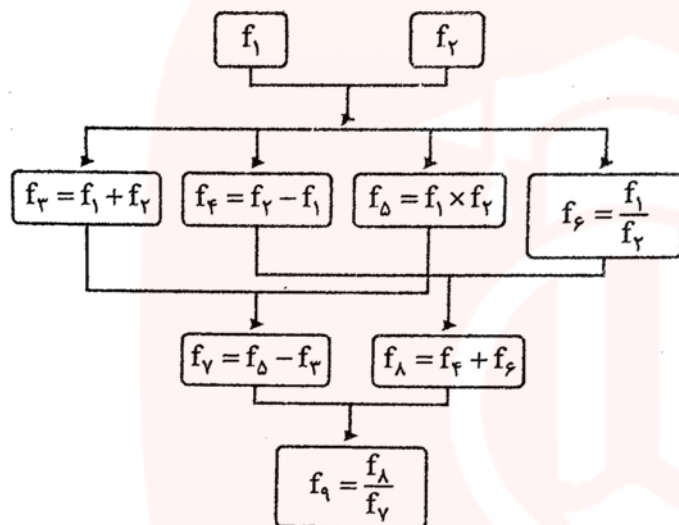
۴۵- اگر $f_1 = \frac{x}{y} - 1$ و $f_2 = 2x$ باشند و داشته باشیم:

$$f_3 = f_1 + f_2, f_4 = f_1 \times f_2, f_5 = f_1 - f_2, f_6 = f_2 - f_1, f_7 = \frac{f_1}{f_2}, f_8 = \frac{f_2}{f_1}$$

حال اگر مقادیر تابع های f_1 تا f_8 به ازای $x = 4$ نمادهایی از وزن های روبه رو باشد، کفه کدام سمت ترازو سنگین تر است؟



۴۶- با توجه به ضابطه $f_1 = |x - 3|$ و $f_2 = x + 4$ درخت رو به رو را به ازای $x = 1$ کامل کنید.



۴۷- با توجه به ضابطه های $f(x) = x^2 - 3x$ و $g(x) = x - 3$ ضابطه توابع زیر را به همراه دامنه آن ها به دست آورید:

الف) $h(x) = f(x) + g(x)$ ب) $k(x) = g(x) - f(x)$ پ) $i(x) = f(x) \times g(x)$

ت) $j(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ ث) $l(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ ج) $m(x) = \frac{f(x)}{f(x)}$

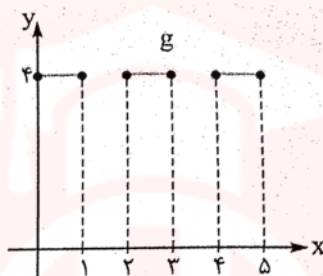
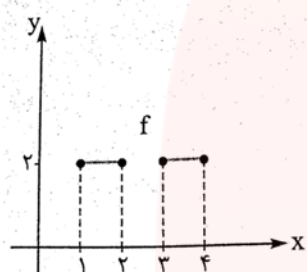
۴۸- با توجه به تعریف اعمال روی توابع و تعیین دامنه آن ها، جدول مقابل را کامل کنید:

	$f(x)$	$g(x)$	$(f + g)(x)$	$(f - g)(x)$	$(f \times g)(x)$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x)$
ضابطه تابع						
دامنه تابع						

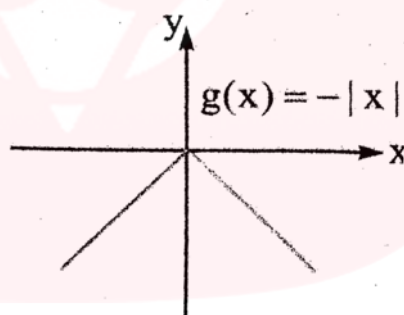
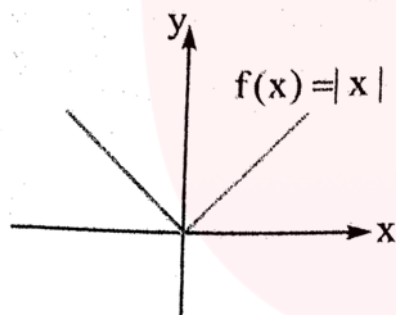
۴۹- در هر یک از حالت های زیر، ابتدا ضابطه و دامنهٔ توابع مطلوب را به دست آورید و سپس نمودار مورد نظر را

رسم کنید:

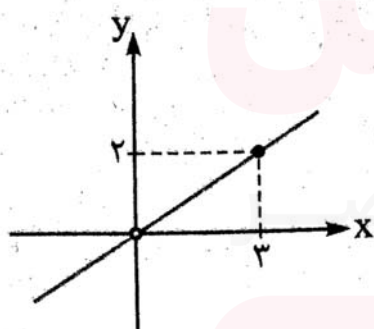
الف) مجهول: $f + g$ و $f - g$



ب) مجهول: توابع $f \cdot g$ و $\frac{f}{g}$ (راهنمایی: $|x| \times |x| = x^2$)



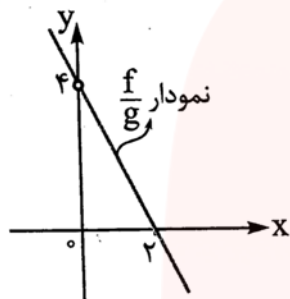
۵۰- اگر $g(x) = 3x^2$ و نمودار تابع $(\frac{g}{f})(x)$ به شکل مقابل باشد، ضابطهٔ تابع $f(x)$ را به دست آورید.



www.my-dars.ir

۵۱- اگر $f(x) = -2x^2 + 4x$ و نمودار تابع $(\frac{f}{g})(x)$ به شکل مقابل باشد، ضابطه تابع $g(x)$ را به دست

آورید:



۵۲- اگر $f(x) = |x - 5|$ و $g(x) = \sqrt{2x - 1}$ باشند، حاصل عبارات زیر را به دست آورید:

الف) مقدار $(f + g)(x)$ به ازای $x = 4$ ب) مقدار $(f \cdot g)(x)$ به ازای $x = 1$

ت) $(f - g)(5)$

پ) $(\frac{f}{g})(2)$

۵۳- یک شرکت هولدینگ، دارای دو کارخانه A و B است. اگر توابع درآمد و هزینه برای تولید x تن کالا در کارخانه A به ترتیب $10x - x^2$ و $4x + 2$ و در کارخانه B به ترتیب $8x - 2x^2$ و $2x - 30$ واحد باشد، (هر واحد معادل یک میلیون تومان است.)

الف) تابع سود شرکت هولدینگ را به دست آورید.

ب) این شرکت چه مقدار کالا تولید کند تا سودش ماکزیمم (حداکثر) شود؟

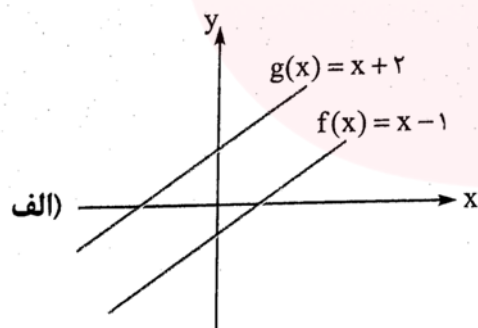
پ) بیشترین مقدار سود شرکت را به دست آورید.

www.my-dars.ir

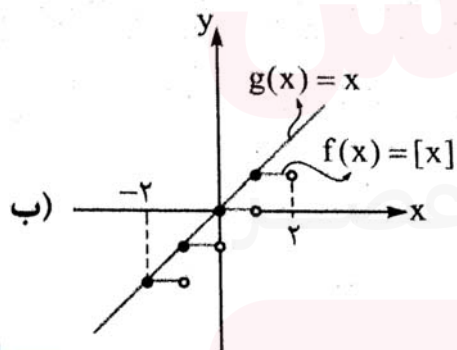
۵۴- اگر $f(x) = [x]$ با دامنه $0 \leq x \leq 2$ و $g(x) = x$ با دامنه $1 \leq x < 2$ و $h(x) = x^2 + 4$ با دامنه $-1 \leq x \leq 1$ باشند، جدول زیر را کامل کنید:

نمودار تابع	دامنه تابع	ضابطه تابع	تابع مجهول
			$s(x) = f(x) - g(x)$
			$k(x) = \frac{f}{g}(x)$
			$i(x) = g(x) \times h(x)$

۵۵- با توجه به نمودارهای f و g در هر قسمت، ابتدا ضابطه و دامنه تابع خواسته شده را به دست آورید، سپس نمودار خواسته شده را رسم کنید:

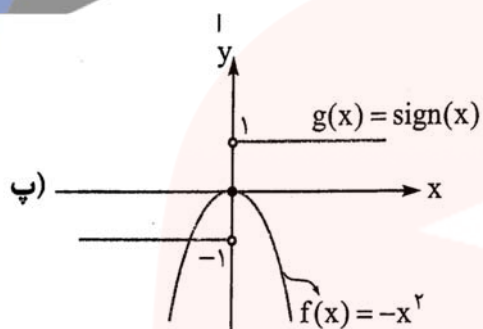


مجهول: $y = f + g$

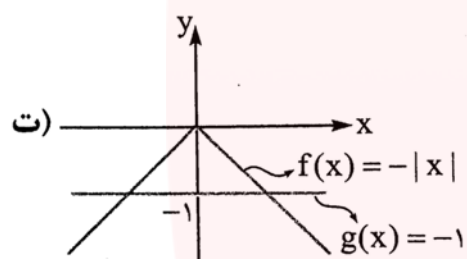


مجهول: $y = f - g$

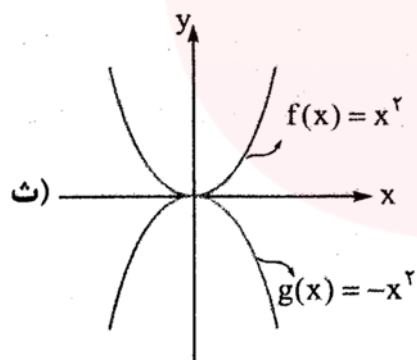
www.my-dars.ir



مجهول : $y = f \cdot g$



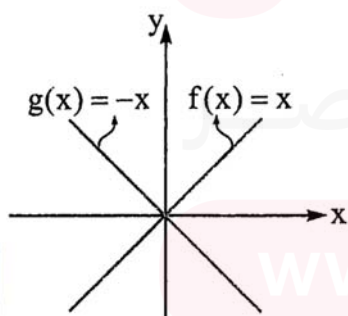
مجهول : $y = \frac{f}{g}$



مجهولات $\begin{cases} y = (f + g) \\ y = (f - g) \end{cases}$

۵۶- با توجه به نمودار توابع f و g ، ابتدا ضابطه و دامنه تابع های $(f \cdot g)(x)$ ، $(f - g)(x)$ ، $(f + g)(x)$ و

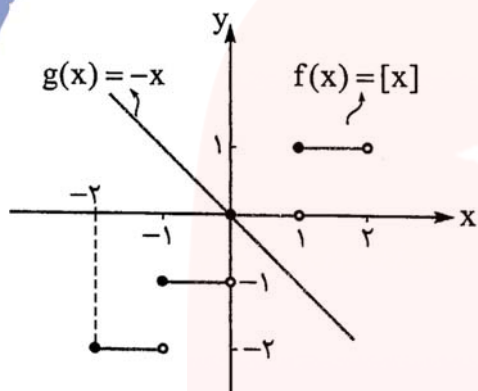
$(\frac{f}{g})(x)$ را به دست آورید، سپس نمودار هر یک را رسم کنید.



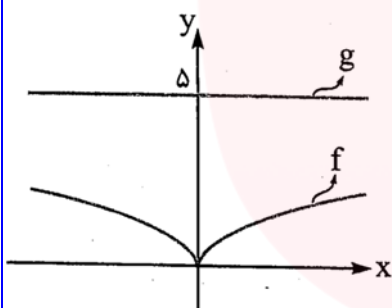
www.my-dars.ir

۵۷- با توجه به نمودارهای f و g که داده شده اند، ابتدا ضابطه و دامنه تابع $(f - g)$ را تعیین کنید، سپس

نمودار آن را رسم کنید:



۵۸- با توجه به نمودارهای f و g نمودارهای $(f + g)$ و $(f - g)$ را رسم کنید.



۵۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 0 \\ 2 & x \geq 0 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} 5 & x < 0 \\ x-2 & x \geq 0 \end{cases}$ باشند، ابتدا ضابطه توابع

$(f + g)$ و $(f - g)$ را به دست آورده، سپس نمودار آن ها را رسم کنید. هم چنین مقادیر $(f \cdot g)(2)$ و

$(\frac{f}{g})(-1)$ را بدون تشکیل ضابطه آن ها محاسبه کنید.

مای درس
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۳ فصل سوم : تحلیل داده ها

- ۱- خط فقر بین المللی به ازای هر یک نفر در روز چه قدر است؟ خط فقر داخلی چطور؟
- ۲- دو روش برای محاسبه خط فقر را نام ببرید. اگر حقوق بعضی از افراد جامعه، بسیار بیش تر از بقیه باشد، بهتر است از کدام روش استفاده کنیم؟
- ۳- مزیت استفاده از خط فقر بین المللی چیست؟ عیب آن کجا است؟
- ۴- شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی را تعیین کنید. اگر این شاخص افزایش یابد، قدرت خرید مردم کم می شود یا زیاد؟
- ۵- با توجه به نمودار شاخص بهای کالاها و خدمات، جاهای خالی را پر کنید: (قسمت های «و»، «ه» ارتباطی با نمودار شاخص بهای کالا ندارند.)
 - الف) محور طول ها نشان دهنده و محور عرض ها نشان دهنده است.
 - ب) این شاخص به واحد اندازه گیری بستگی تا بتوان مقایسه ای بین انجام داد.
 - پ) با افزایش این شاخص، هزینه اقلام خوراکی و خدماتی می یابد. (کاهش - افزایش)
 - ت) این شاخص، بر اساس تعداد متغیر محاسبه می شود. (کمی - زیادی)
 - ث) افزایش قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را می نامند.

ج) شاخص نرخ بیکاری برای همه رشته های تحصیلی یکسان (است - نیست).

چ) شاخص بهای کالا و خدمات، قیمت مصرف کننده یک سال مشخص را با سال های مقایسه می کند. (قبل - بعد)

ح) شاخص پایه آموزش از دو آماره مربوط به دو متغیر تشکیل شده که عبارتند از: ۱- ۲-

۶- با توجه به داشبورد خودرو، عقربه ها و چراغ های اخطار دهنده آن بگویید که کدام یک از شاخص های زیر، از نوع کمی فاصله ای است؟

۱) شاخص سرعت خودرو (۲) شاخص میزان باد لاستیک ها (۳) شاخص مقدار بنزین (۴) شاخص دمای آب رادیاتور

۷- خانواده ای در یکی از کشورهای در حال توسعه، ۴ نفره است. با توجه به تعریف خط فقر بین المللی، درآمد ماهانه این خانواده در یک ماه (۳۰ روز) چند تومان باشد تا این خانواده زیر خط فقر نباشد؟

۸- در یک کتاب، هر جمله آن به طور میانگین دارای ۱۰ کلمه است و ضمناً ۲۰ درصد لغات هر جمله، دشوار هستند. شاخص پایه آموزش را محاسبه کنید.

۹- در کشوری، جمعیت بیکار ۴۰ میلیون نفر و نرخ بیکاری ۵ درصد است. جمعیت فعال این کشور چند میلیون نفر هستند؟

۱۰- در کشوری، جمعیت بیکاران ۲ میلیون نفر و تعداد افراد شاغل، ۱۸ میلیون نفر است. شاخص نرخ بیکاری چند درصد است؟

www.my-dars.ir

۱۱- مقدار شاخص توده بدنی فردی برابر ۲۵ است. اگر قد او ۲ متر باشد وزنش چند کیلوگرم است؟

۱۲- طبق فرمول $BMI = \frac{\text{وزن (کیلوگرم)}}{\text{مربع قد (متر)}}$ ، مقدار BMI فردی ۲۰ ساله را به دست آورید که وزنش ۸۰ کیلوگرم و قدش ۱۸۰ سانتی متر است. سپس با توجه به جدولی که در درس نامه ارائه کردیم، بگویید این فرد اضافه وزن دارد یا کمبود وزن؟

۱۳- در یک کشور، شاخص نرخ بیکاری ۱۵ درصد است. اگر جمعیت فعال این کشور ۲۰ میلیون نفر باشند، تعداد بیکاران را به دست آورید. سپس بگویید تعداد شاغلین چند نفر است؟

۱۴- اگر در کشوری، شاخص پایه آموزش ۱۶ باشد و میانگین تعداد کلمات در هر جمله ۱۰ باشد، چند درصد کلمات هر جمله، دشوار هستند؟

۱۵- خط فقر بین المللی ۴۰۰۰ تومان در روز به ازای هر نفر می باشد، فرض کنید فردی که خانواده اش ۴ عضوی است، درآمدش ۶۰۰ هزار تومان در ماه است (فقط او شاغل است). آیا اعضای این خانواده زیر خط فقر بین المللی اند یا خیر؟ اگر جواب مثبت است چه قدر باید یارانه بگیرند تا به خط فقر برسند؟ (یک ماه را ۳۰ روز فرض کنید.)

گروه آموزشی عصر

۱۶- یک نمونه ی تصادفی از افراد جامعه ای را انتخاب کرده ایم و هم چنین تعداد اعضای خانواده آن ها در جدول زیر آمده است. خط فقر را به دو روش نصف میانه و نصف میانگین به دست آورید. در هر دو روش بگویید به کدام ردیف باید یارانه تعلق بگیرد و چه قدر؟ (در محاسبات از قسمت های اعشاری صرف نظر کنید.)

ردیف	درآمد ماهانه شخص (هزار تومان)	تعداد اعضای خانوار	متوسط سهم هر عضو خانواده از درآمد سرپرست خانواده
۱	۸۰۰	۲	
۲	۳۰۰	۱	
۳	۶۵۰	۵	
۴	۷۰۰۰	۷	
۵	۹۰۰	۳	

۱۷- با توجه به نمودار شاخص بهای کالاها و خدمات که در درس نامه آمده است، جدول زیر را کامل کنید:

	آبان ۱۳۹۱	(سال پایه) ۱۳۹۰	
هزینه پوشاک و کفش (هزار تومان)		۳۰۰	
هزینه مسکن ، آب ، برق و... (هزار تومان)		۷۵۰	

۱۸- فرض کنید میانگین درآمد خانوارهای کشور ۳,۰۰۰,۰۰۰ تومان باشد (خانوارها ۴ نفره فرض شده اند). فردی با یک خانواده ۶ عضوی و درآمد ماهانه ۲,۱۰۰,۰۰۰ تومان را در نظر بگیرید. هر یک از اعضای خانواده او، زیر خط فقرند یا بالای آن؟ چرا؟ اگر زیر خط فقرند حقوق آن فرد چه قدر زیاد شود تا خانواده اش به خط فقر برسند؟

۱۹- در یک شهر ۱۸۰۰ نفر از افراد بالای ۱۶ سال، شاغل هستند. در این منطقه، ۴۰۰ نفر بالای ۱۶ سال، جویای کار هستند:

www.my-dars.ir

الف) نرخ بیکاری در این شهر چه قدر است؟

(ب) حداقل چند شغل باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری در این شهر، کم تر از ۱ درصد باشد؟

۲۰- اگر شاخص بهای خودرو در سال ۹۵ برابر ۱۰۰ و در سال ۹۰ (سال پایه) برابر ۶۰ باشد، مقدار تورم در سال ۹۵ نسبت به سال ۹۰ چند درصد است؟

۲۱- اگر شاخص بهای نان در سال ۹۶ برابر ۱۴۰ باشد و مقدار تورم در سال ۹۶ به سال ۹۰ (سال پایه) برابر ۱۰ درصد باشد، شاخص بهای نان در سال ۹۰ چه قدر است؟

۲۲- قیمت برنج و مرغ در سال پایه برابر ۸۰۰۰ و ۹۰۰۰ تومان می باشد و در سال ۹۶ برابر ۱۰۰۰۰ و ۱۲۰۰۰ تومان است. با فرض آن که مقدار مصرف برنج و مرغ در سال به ترتیب ۲۰۰ کیلو گرم و ۱۲۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای برنج و مرغ چه قدر است؟

۲۳- کدام درست و کدام نادرست است؟

(الف) اگر نمودار سری زمانی به شکل منحنی باشد، درون یابی و برون یابی، هیچ خطایی نخواهد داشت.

(ب) اگر نمودار سری زمانی متناوب باشد، می تواند اطلاعات نسبتاً دقیقی در مورد آینده و گذشته بدهد.

(پ) خطای درون یابی یا برون یابی عبارت است از مجموع مقدار واقعی و مقدار تخمین زده شده.

(ت) رابطه بین سن افراد و حافظه کوتاه مدتشان را می توان به کمک سری زمانی، به طور دقیق برون یابی کرد.

۲۴- واریانس و انحراف معیار داده های مقابل را به دست آورید. ۲,۴,۵,۶,۸

۲۵- به کمک جدول زیر، واریانس و انحراف معیار داده های زیر را به دست آورید.

داده ها	انحراف داده ها از میانگین	مربع انحراف داده ها از میانگین
۳		
۴		
۵		
۶		
۷		

۲۶- میانگین داده های $2a, a, 1, 2a + 1$ برابر ۱۲ است. واریانس و انحراف معیار این داده ها را محاسبه کنید.

۲۷- تعداد زلزله های بالای ۶ ریشتر در جهان در ۱۰ سال اخیر به صورت زیر است :

سال	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم	هفتم	هشتم	نهم	دهم
تعداد زلزله ای بالای ۶ ریشتر	۱۲	۱۸	۱۴	۳	۱۱	۱۶	۹	۲۵	۳۵	۳۰

الف) نمودار سری زمانی آن را رسم کنید.

ب) معادله خطی که نقطه $(10, 30)$ را به نقطه ای با مختصات میانگین سال و میانگین زلزله ها وصل می کند به دست آورید و به کمک آن تعداد زلزله های بالای ۶ ریشتر در سال یازدهم را برون یابی کنید. (می توانید از ماشین حساب استفاده کنید).

پ) اگر بدانیم در سال یازدهم دقیقا ۴۰ زلزله بالای ۶ ریشتر رخ داده، خطای برون یابی چقدر است؟

۲۸- میانگین درآمد سالانه مدیران بانکی در یک شهر به صورت زیر است:

سابقه (سال)	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰
درآمد (میلیون تومان)	۴	۶	۷	۹	۱۲	۱۴

الف) نمودار سری زمانی را رسم کنید.

ب) به کمک معادله یک خط، میانگین درآمد مدیران با سابقه کاری ۲۱ و ۲۴ سال را به دست آورید.

www.my-dars.ir

۲۹- در یک پیتزا فروشی، تعداد پیتزاهای فروخته شده به صورت جدول زیر است:

روز	یک شنبه	سه شنبه	پنج شنبه	شنبه	دوشنبه	چهارشنبه	جمعه	یک شنبه
تعداد پیتزاها	۶	۴	۱۰	۱۲	۲	۱۴	۱۶	۸
	هفته اول			هفته دوم				هفته سوم

الف) نمودار سری زمانی آن را رسم کنید.

ب) تعداد پیتزاهای فروخته شده در روز دوشنبه از هفته اول را تخمین بزنید. (درون یابی کنید).

پ) تعداد پیتزاهایی که در روز سه شنبه از هفته سوم به فروش خواهد رفت را برون یابی کنید.

ت) اگر تعداد واقعی پیتزاهای فروخته شده در روز دوشنبه از هفته اول ۱۰ باشد، مقدار خطا را در قسمت (ب) به دست آورید.

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۳۰- در یک مسابقه، رابطه بین سن افراد و امتیاز آن ها به صورت زیر است :

سن افراد	۱۸	۲۰	۲۲	۲۴	۲۶
امتیاز	۲۱	۲۴	۳۵	۴۰	۲۸

الف) نمودار سری زمانی جدول بالا را رسم کنید.

ب) انحراف معیار و واریانس امتیازات را به دست آورید. (می توانید از ماشین حساب استفاده کنید).

۳۱- به کمک سری زمانی، کدام یک را می توان دقیق تر برون یابی کرد؟

الف) صرف زمان مطالعه یک دانش آموز، میزان موفقیت در کنکور

ب) صرف زمان یک تاجر برای بازار یابی کالاهایش، تعداد مشتریان

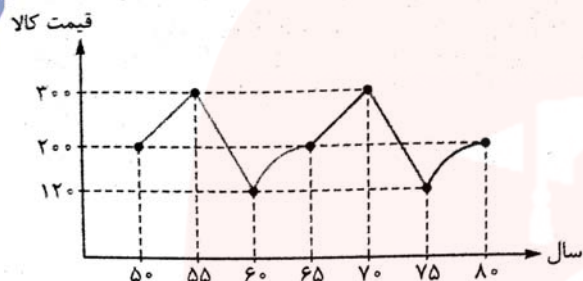
پ) صرف زمان حرکت روی تردمیل (تعداد دقیقه ها)، مقدار کالری ای که می سوزانید. (سرعت را ثابت فرض کنید).

ت) زمانی که (تعداد سال هایی که) دانشمندان صرف می کنند، تعداد داروهای کشف شده.

www.my-dars.ir

۳۲- با توجه به نمودار سری زمانی رو به رو که هر یک از قسمت های آن به صورت متناوب تکرار می شوند، به

سوالات زیر پاسخ دهید:



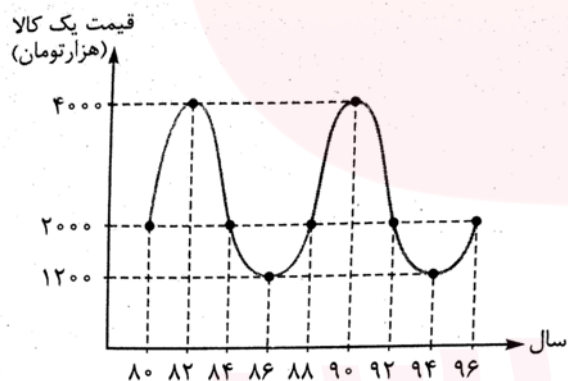
الف) بیشترین و کم ترین قیمت مربوط به کدام سال ها است؟

ب) دوره تناوب این نمودار چند سال است؟

پ) قیمت کالا را در سال های ۱۳۴۰ و ۱۳۹۰ تخمین بزنید.

۳۳- با توجه به نمودار سری زمانی رو به رو که به صورت متناوب هر ۸ سال تکرار می شود.

به سوالات زیر پاسخ دهید:



الف) اختلاف ماکزیمم و مینیمم قیمت کالا چه قدر است؟

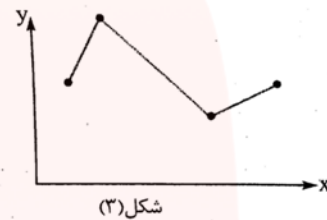
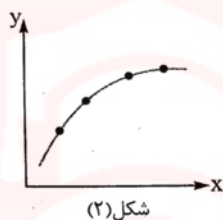
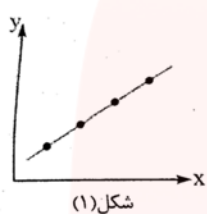
ب) قیمت کالا در سال ۱۳۷۲ چه قدر بوده است؟

پ) قیمت کالا در سال ۱۳۹۸ چه قدر خواهد بود؟

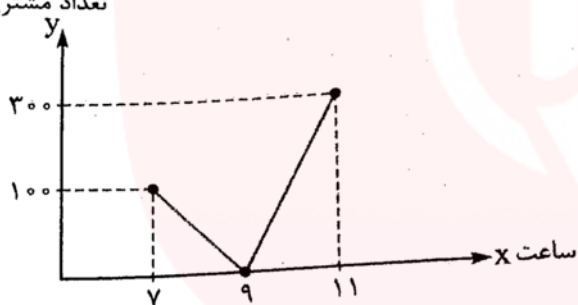
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۳۴- در کدام یک از نمودارهای سری زمانی زیر، بهتر می‌توانیم درون یابی یا برون یابی انجام دهیم؟ در کدام یک، درون یابی و برون یابی دارای خطا می‌باشد؟



۳۵- با توجه به نمودار روبه رو، تعداد مشتریان را در ساعت ۱۰ صبح درون یابی کنید. اگر تعداد دقیق مشتریان در ساعت ۱۰ برابر ۲۵۰ باشد، خطای درون یابی را به دست آورید.



۳۶- در شکل روبه رو، خط های رنگی، تعداد واقعی مشتریان را نسبت به زمان (ساعت) نشان می‌دهند و خط های طوسی، تعداد مشتریان هستند که درون یابی شده اند. خطای درون یابی را در ساعت های ۱۴، ۱۰ و ۱۸ به دست آورید.

