

۱* تعداد تابعی که می‌توان از $A = \{1, 2\}$ بر $B = \{a, b, c\}$ ساخت را بیابید.

۲- اگر دو مجموعه‌ی $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ و $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ باشند و $f: A \rightarrow B$ ، آن‌گاه:

(الف) به طور کلی چند تابع f موجود است؟

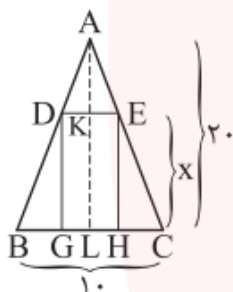
(ب) چند تابع f موجود است که در آن‌ها $f(a_1) = b_1$ باشد؟

(پ) چند تابع ثابت موجود است؟

(ت) چند تابع موجود است که $f(a_1) \neq b_1$ باشد؟

۳- مجموع دو عدد غیرصفر برابر ۲۰ می‌باشد. مجموع معکوس‌های این دو عدد را به عنوان تابعی از عدد

کوچک‌تر بیان کنید.



۴- مطابق شکل مقابل مستطیلی در درون مثلث متساوی‌الساقینی به

ارتفاع ۲۰ و قاعده‌ی ۱۰ واحد قرار گرفته است. اگر طول مستطیل x

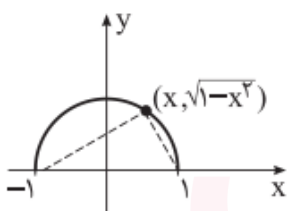
باشد، تابعی بنویسید که مساحت مستطیل را برحسب x بیان کند.

۵- قطر مستطیلی $2\sqrt{2}$ است. مساحت آن را به صورت تابعی برحسب یک ضلع مستطیل بنویسید.

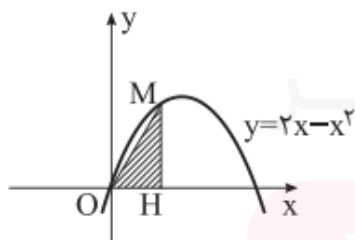
۶* تابع $y = 2x - 1$ را در نظر بگیرید. فاصله‌ی نقاط این تابع از نقطه‌ی $A \left| \frac{1}{2} \right.$ را برحسب تابعی از x بیابید.

۷- با توجه به شکل مقابل رأس سوم مثلث روی دایره حرکت می‌کند.

تابعی بنویسید که مساحت مثلث را برحسب x به دست آورد.



۸* در شکل زیر اگر M روی منحنی حرکت کند، مساحت مثلث OMH را به صورت تابعی از x بیابید.



۹* مجموع دو عدد حقیقی برابر ۴ است. بیش‌ترین مقدار حاصل ضرب آن‌ها را بیابید.

۱۰- بیش‌ترین مقدار $f(x) = (K+2)x^2 - 4x + K$ برابر صفر است. K را بیابید.

۱۱- در هر یک از مسائل زیر مشخص کنید که آیا y تابعی از x هست یا خیر؟

* الف) $x^2 + y^2 = 3$

ب) $|x| + |y^2 - 1| = 0$

پ) $|x + y| = 3$

* ت) $xy = 0$

ث) $x = \sin y + 1$

ج) $|y| = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{x^2 - 1}$

* چ) $\log y = 1 + \log x$

ح) $10^x + 10^y = 10$

* خ) $f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 2\}$

د) $f(x) = \begin{cases} 3x + 5 & x > 0 \\ x - 2 & x < 1 \end{cases}$

۱۲- معادله $\cos 2y - 5x = 1$ در اعداد حقیقی یک تابع بر حسب x یا y را معین می‌کند. چرا؟ دامنه و برد تابع را بیابید.

۱۳- اگر $f(x) = \begin{cases} 2x + \frac{x-1}{|x|+1} & x \leq 0 \\ b + 2x - 3 & x \geq 0 \end{cases}$ نمایش یک تابع باشد، مقدار b را بیابید.

* ۱۴- کدام یک از روابط زیر یک تابع از x بر روی y را بیان می‌کند؟

۱) $\{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, x + y^2 = 10\}$

۲) $\{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}, x + y^2 = 10\}$

۳) $\{(x, y) | x, y \in \mathbb{O}, x + y^2 = 10\}$

۴) $\{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}^+, x + y^2 = 10\}$

* ۱۵- کدام رابطه، ضابطه‌ی یک تابع نیست؟

۱) $|y - 1| + (x - 1)^2 = 0$

۲) $|x - 1| + (y - 1)^2 = 0$

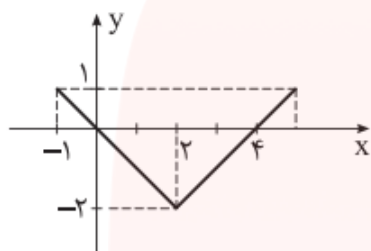
۳) $|y^2 - 1| + |x| = 0$

۴) $|x^2 - 1| + |y| = 0$

۱۶- تابع $f(x) = 2|x+1| - |x|$ را به صورت یک تابع چند ضابطه‌ای بنویسید و نمودار آن را رسم کنید و از روی نمودار، دامنه و برد آن را تعیین کنید.

* ۱۷- تابع $f(x) = |x-1| + |x+2|$ را به صورت یک تابع چند ضابطه‌ای بنویسید و نمودار آن را رسم کنید و از روی نمودار، دامنه و برد آن را تعیین کنید.

* ۱۸- ضابطه‌ی نمودار مقابل را تعیین کنید.



۱۹- دامنه‌ی توابع زیر را بیابید.

* الف) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}+1}$

* ب) $f(x) = \sqrt{4-\sqrt{1-2x}}$

* پ) $f(x) = \sqrt{-|x+2|}$

* ت) $f(x) = \sqrt{5-\frac{x}{x+2}}$

ث) $f(x) = \sqrt{x-2\sqrt{x+1}}$

ج) $f(x) = \sqrt{\frac{-1}{x-|x|}}$

چ) $f(x) = \cos\sqrt{x-|x|}$

ح) $f(x) = \sqrt{\sin x}$

خ) $f(x) = \sqrt{2\sin x - 1}$

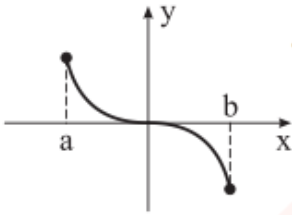
* ۲۰- حدود m را طوری بیابید که دامنه‌ی توابع زیر برابر \mathbb{R} گردد.

الف) $f(x) = \frac{x}{x^2+mx+1}$

ب) $f(x) = \sqrt{x^2+m^2-1}$

۲۱- حدود m را طوری تعیین کند که دامنه‌ی $f(x) = \sqrt{mx^2+4x+1}$ برابر \mathbb{R} گردد.

* ۲۲- نمودار تابع f شکل مقابل است. دامنه‌ی تابع $f(x) = \log(x^2 \cdot f(x))$ را بیابید.



* ۲۳- کدام یک از زوج تابع‌های زیر مساویند؟

الف)
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2} \\ g(x) = x \end{cases}$$

* ب)
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x|x|}{x} \\ g(x) = |x| \end{cases}$$

* ب)
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sin x \cdot \cos x}{\sin x} \\ g(x) = \cos x \end{cases}$$

ت)
$$\begin{cases} f(x) = \log x^2 \\ g(x) = 2 \log x \end{cases}$$

ث)
$$\begin{cases} f(x) = \tan x \cdot \cot x \\ g(x) = \sin^2 x + \cos^2 x \end{cases}$$

* ج)
$$\begin{cases} f(x) = |x| \\ g(x) = a^{\log_a |x|} \quad (a > 0, a \neq 1) \end{cases}$$

چ)
$$\begin{cases} f(x) = \sin x \\ g(x) = \sqrt{1 - \cos^2 x} \end{cases}$$

* ح)
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+2}} \\ g(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+2}} \end{cases}$$

* خ)
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 - x} \\ g(x) = \sqrt{x} \sqrt{x-1} \end{cases}$$

مای دارس
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

$$د) \begin{cases} f(x) = (x-1)\sqrt{1-x} \\ g(x) = \sqrt{(1-x)^3} \end{cases}$$

$$ذ) \begin{cases} f(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{-x} \\ g(x) = \sqrt{-x^2} \end{cases}$$

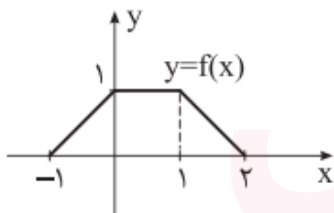
$$* ر) \begin{cases} f(x) = \sin^2 \sqrt{x} + \cos^2 \sqrt{x} \\ g(x) = 1 \end{cases}$$

۲۴- اگر $f(x) = 2x - 1$ و $g(x) = \begin{cases} \frac{4x^2 - 1}{2x + 1} & x \neq -\frac{1}{2} \\ 1 - K & x = -\frac{1}{2} \end{cases}$ را طوری بیابید که $f(x) = g(x)$ گردد.

* ۲۵- اگر دو تابع $f = \{(5, 3), (-3, 5)\}$ و $g = \{(b, c), (\delta, a), (b, \delta)\}$ مساوی باشند، $\frac{a+b}{c}$ را بیابید.

۲۶- اگر دو تابع $f(x) = \frac{1}{3x + \sqrt{9x^2 + 1}}$ و $g(x) = \sqrt{ax^2 + 1} - bx^2$ مساوی باشند، a و b را تعیین کنید.

۲۷- اگر نمودار $y = f(x)$ به صورت مقابل باشد، نمودار تابع‌های زیر را رسم کنید.



الف) $y = f(x-1) + 2$

* ب) $y = 2f(x)$

* پ) $y = f(2x)$

ت) $y = -2f(x)$

ث) $y = f(-2x)$

* ج) $y = -\frac{1}{2}f(x) + 1$

* چ) $y = f(-\frac{1}{2}x) + 1$

ح) $y = f(2x-1)$

* خ) $y = -f(-x+1)$

* د) $y = f(|x|)$

ذ) $y = f(|x-1|) + 1$

ر) $|y| = f(x)$

ز) $|y| = f(|x|)$

۲۸- اگر دامنه‌ی $f(x)$ برابر با $D_f: (-3, 6]$ و برد آن $(-1, 5)$ باشد، دامنه و برد توابع زیر را بیابید.

* الف) $y = f(2x)$

* ب) $y = f\left(\frac{2x-3}{3}\right) + 1$

پ) $y = f(|x-1|+3)$ (فقط دامنه)

ت) $y = 2|f(x-1)| - 5$

۲۹- اگر در تابع f مقدار $D_f: (2, 8)$ و $R_f: [3, 4]$ ، دامنه و برد تابع $y = 2f\left(\frac{x-1}{2}\right) - 1$ را بیابید.

* ۳۰- اگر برد تابع $y = f(x)$ در بازه‌ی $[a, b]$ برابر $[c, d]$ باشد، در مورد دامنه و برد تابع $y = f(Kx)$ و $y = f(|x|)$ بحث کنید.

* ۳۱- اگر دامنه تابع $y = f(x)$ برابر (a, b) باشد، راجع به دامنه‌ی تابع $y = f(x^2)$ بحث کنید.

* ۳۲- با توجه به نمودار $y = \sqrt{x}$ نمودارهای زیر را رسم کنید.

الف) $y = \sqrt{x} + 1$

ب) $y = 1 - \sqrt{x}$

پ) $y = 2\sqrt{-x}$

ت) $y = \sqrt{-x+2}$

ث) $y = \sqrt{2x+3} - 1$

ج) $y = \sqrt{|x|}$

چ) $|y| = \sqrt{|x-1|}$

ح) $y = 2\sqrt{x} - 2$

۳۳- نمودار تابع $y = x^2$ را نسبت به محور x ها قرینه نموده و سپس همهی لایه‌های آن را نصف می‌کنیم و پس از آن منحنی را ۲ واحد در جهت چپ و یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم. ضابطه‌ی تابع آخر را بنویسید.

۲- الف) برای آن که بدانیم تعداد توابع f چندتا است، باید بدانیم برای هر یک از $f(a_1), f(a_2), \dots, f(a_m)$ چند حالت موجود است: $f(a_1)$ می‌تواند هر کدام از اعداد b_1, b_2, \dots, b_m باشد. پس برای $f(a_1)$ حالت موجود است. $f(a_2)$ نیز می‌تواند به هر یک از b_1, b_2, \dots, b_m نظیر شود. پس آن هم m حالت دارد و ... و $f(a_m)$ نیز m حالت دارد. پس طبق اصل ضرب $\underbrace{m \times m \times \dots \times m}_{n \text{ تا}} = m^n$ تابع موجود است.

ب) $f(a_1)$ یک حالت دارد. چون فقط می‌تواند b_1 باشد. ولی $f(a_2), \dots, f(a_n)$ محدود نیستند و هر کدام m

$$\text{حالت دارند. پس: } \underbrace{m \times m \times \dots \times m}_{n-1 \text{ حالت}} = m^{n-1}$$

پ) توابع ثابت عبارتند از: $f(x) = b_1$ و $f(x) = b_2, \dots, f(x) = b_m$. پس m تا هستند.

ت) $f(a_1) \neq b_1$ پس $f(a_1)$ حالت $m-1$ دارد و بقیه‌ی $f(a_2), \dots, f(a_n)$ هر کدام m حالت دارند. پس:

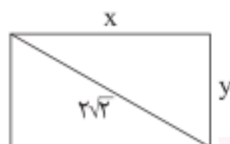
$$(m-1)(m)(m)\dots(m) = m^{n-1} \times (m-1) = m^n - m^{n-1}$$

$$x + y = 20 \Rightarrow y = 20 - x$$

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \xrightarrow{\text{با فرض } x < y} f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{20-x}$$

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AK}{AL} \Rightarrow \frac{y}{10} = \frac{20-x}{20} \Rightarrow y = \frac{20-x}{2}$$

$$S(x) = xy = x \left(\frac{20-x}{2} \right) = \frac{20x - x^2}{2}$$



$$x^2 + y^2 = (2\sqrt{2})^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 8 \Rightarrow y^2 = 8 - x^2$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{8 - x^2}$$

$$S = xy = x\sqrt{8 - x^2}$$

$$S = \frac{1}{2} (\text{ارتفاع}) (\text{قاعده}) = \frac{1}{2} (y)(x) = \frac{1}{2} \sqrt{1-x^2} \times 2 = \sqrt{1-x^2}$$

$$f(x) = (K+3)x^2 - 4x + K \rightarrow 2 \text{ طول رأس تابع درجه‌ی } 2: x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2(K+3)} = \frac{2}{K+3} \quad -10$$

$$\begin{aligned} \text{عرض رأس: } y &= (K+3)\left(\frac{2}{K+3}\right)^2 - 4\left(\frac{2}{K+3}\right) + K = 0 \Rightarrow \frac{4}{K+3} - \frac{8}{K+3} + K = 0 \\ &\Rightarrow \frac{-4}{K+3} + K = 0 \Rightarrow \frac{-4 + K^2 + 3K}{K+3} = 0 \\ &\Rightarrow K^2 + 3K - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} K = 1 \\ K = -4 \end{cases} \end{aligned}$$

به ازای $K = 1$ ضریب x^2 مثبت بوده و تابع دارای \min (کمینه) می‌گردد و به ازای $K = -4$ ضریب x^2 منفی گشته و \max (بیشینه) پیدا می‌کند. پس فقط $K = -4$ قابل قبول است.

-11

$$\text{ب) } |x| + |y^2 - 1| = 0 \xrightarrow{\text{جمع دو مقدار نامنفی صفر شده است}} \begin{cases} |x| = 0 \Rightarrow x = 0 \\ |y^2 - 1| = 0 \end{cases} \Rightarrow \{(0, 1), (0, -1)\}$$

به ازای یک مقدار x ، دو تا y داریم. پس رابطه تابع نیست.

$$\text{پ) } |x + y| = 3 \Rightarrow x + y = \pm 3 \Rightarrow \begin{cases} y = -x + 3 \\ y = -x - 3 \end{cases} \text{ پس تابع نیست.}$$

$$\text{ث) } x = \sin y + 1 \xrightarrow{\text{به طور مثال } x=0} 0 = \sin y + 1 \Rightarrow \sin y = -1 \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{3\pi}{2} \\ y = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

به ازای یک مقدار x ، چند y داریم. پس رابطه تابع نیست.

$$\text{ج) } |y| = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{x^2-1}$$

باتوجه به دامنه‌ی رابطه که $x = \pm 1$ می‌باشد، برد تابع فقط صفر است. یعنی $f: \{(1, 0), (-1, 0)\}$ پس رابطه متعلق به یک تابع می‌باشد.

$$\text{ح) } 10^x + 10^y = 10 \Rightarrow 10^y = 10 - 10^x \Rightarrow y = \log(10 - 10^x)$$

برای اثبات تابع بودن رابطه داریم:

$$\begin{aligned} x_1 = x_2 &\Rightarrow 10^{x_1} = 10^{x_2} \Rightarrow -10^{x_1} = -10^{x_2} \Rightarrow 10 - 10^{x_1} = 10 - 10^{x_2} \\ &\Rightarrow \log(10 - 10^{x_1}) = \log(10 - 10^{x_2}) \Rightarrow y_1 = y_2 \end{aligned}$$

$$\text{د) } f(x) = \begin{cases} 3x + 5 & x > 0 \\ x - 2 & x < 1 \end{cases}$$

شرط $x > 0$ و $x < 1$ با هم اشتراکی برابر $0 < x < 1$ دارند. پس عبارت تابع نمی‌باشد.

$$\cos 2y - \Delta x = 1 \Rightarrow x = \frac{\cos 2y - 1}{\Delta} \quad -12$$

در نتیجه این رابطه یک تابع از y به x (برحسب y) را مشخص می‌کند. یعنی به ازای هر مقداری که به y می‌دهیم فقط یک مقدار x پیدا می‌شود.

دامنه‌ی این تابع برابر \mathbb{R} است و برای برد آن داریم:

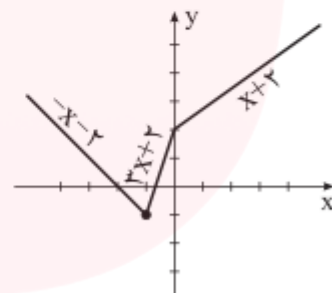
$$-1 \leq \cos 2y \leq 1 \Rightarrow -2 \leq \cos 2y - 1 \leq 0 \Rightarrow -\frac{2}{\Delta} \leq \frac{\cos 2y - 1}{\Delta} \leq 0 \Rightarrow \text{برد} \in \left[-\frac{2}{\Delta}, 0\right]$$

-13 برای این که این رابطه تابع گردد، باید شرطها با هم اشتراک نداشته باشند و اگر در یک نقطه اشتراک داشته باشند y های آن‌ها با هم برابر گردد.

$$\left\{ \begin{array}{l} x=0 \Rightarrow 2x + \frac{x-1}{|x|+1} = 0 + \frac{-1}{0+1} = -1 \\ x=0 \Rightarrow b + 2x - 3 = b + 0 - 3 = b - 3 \end{array} \right\} \Rightarrow b - 3 = -1 \Rightarrow b = 2$$

$$f(x) = 2|x+1| - |x| \quad -16$$

		-1	0	
x	-	-	o	+
$x+1$	-	o	+	+
	$-2(x+1)+x$	$2(x+1)+x$	$2(x+1)-x$	
	$y=-x-2$	$y=3x+2$	$y=x+2$	



$$f(x) = \begin{cases} -x-2 & x < -1 \\ 3x+2 & -1 \leq x \leq 0 \\ x+2 & x \geq 0 \end{cases}$$

دامنه‌ی این تابع \mathbb{R} و برد آن $y \geq -1$ می‌باشد.

مای دارس
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

$$\text{ث) } f(x) = \sqrt{x - 2\sqrt{x+1}} \Rightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \\ x - 2\sqrt{x+1} \geq 0 \Rightarrow x \geq 2\sqrt{x+1} \Rightarrow x^2 \geq 4(x+1) \\ \Rightarrow x^2 \geq 4x + 4 \end{cases}$$

$$x^2 - 4x - 4 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 - 2\sqrt{2} \\ x_2 = 2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

	2-2√2		2+2√2		
x ² -4x-4	+	o	-	o	+
	ج		ج		

یعنی نتیجه $x^2 - 4x - 4 \geq 0$ برابر است با $(-\infty, 2 - 2\sqrt{2}) \cup (2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$ ولی با توجه به نامعادله $x \geq 2\sqrt{x+1}$ و با توجه به این که جواب رادیکال مثبت است، پس x که از آن بزرگتر است حتماً مثبت است و به طور خلاصه می توان گفت:

$$D_f : \{x \geq -1\} \cap (\{x \leq 2 - 2\sqrt{2}\} \cup \{x \geq 2 + 2\sqrt{2}\}) \cap \{x \geq 0\} \iff \{x \geq 2 + 2\sqrt{2}\}$$

$$\text{ج) } f(x) = \sqrt{\frac{-1}{x-|x|}} \Rightarrow \frac{-1}{x-|x|} \geq 0 \Rightarrow x - |x| < 0 \Rightarrow |x| > x \Rightarrow x \in \mathbb{R}^-$$

$$\text{ج) } f(x) = \cos \sqrt{x-|x|} \Rightarrow x - |x| \geq 0 \Rightarrow x \geq |x| \Rightarrow \begin{cases} x > |x| \Rightarrow \emptyset \\ x = |x| \Rightarrow x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow D_f : \{x \geq 0\}$$

$$\text{ح) } f(x) = \sqrt{\sin x} \Rightarrow \sin x \geq 0 \Rightarrow \text{طبق قاعده‌ی هستک}$$

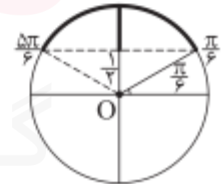


یعنی در هر ربع، حرف اول تابع‌های مثبت را نوشتیم

$$\Rightarrow \sin x \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq \pi \Rightarrow 2k\pi \leq x \leq 2k\pi + \pi$$

$$\text{خ) } f(x) = \sqrt{2 \sin x - 1} \Rightarrow 2 \sin x - 1 \geq 0 \Rightarrow 2 \sin x \geq 1 \Rightarrow \sin x \geq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6} \Rightarrow 2k\pi + \frac{\pi}{6} \leq x \leq 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$$



$$mx^2 + 4x + 1 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \Rightarrow (4)^2 - 4(m) \leq 0 \Rightarrow 16 - 4m \leq 0 \Rightarrow m \geq 4 \\ m > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \{m \geq 4\} \cap \{m > 0\} = \{m \geq 4\}$$

الف) $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^r} \\ g(x) = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D_f : \mathbb{R} \\ D_g : \mathbb{R} \end{cases}, \sqrt{x^r} = x \neq x \Rightarrow f \neq g$

ت) $\begin{cases} f(x) = \log x^r \\ g(x) = r \log x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^r > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - \{0\} \Rightarrow D_f : \mathbb{R} - \{0\} \\ x > 0 \Rightarrow x \in (0, +\infty) \Rightarrow D_g : (0, +\infty) \end{cases} \Rightarrow$ دو تابع مساوی نیستند.

ث) $\begin{cases} f(x) = \tan x \cdot \cot x \\ g(x) = \sin^r x + \cos^r x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D_f = \mathbb{R} - \{\frac{k\pi}{r}\} \\ D_g = \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow$ دو تابع مساوی نیستند.

ج) $\begin{cases} f(x) = \sin x \\ g(x) = \sqrt{1 - \cos^r x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D_f = \mathbb{R} \\ D_g = \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{1 - \cos^r x} = \sqrt{\sin^r x} = \sin x \Rightarrow f = g$

د) $\begin{cases} f(x) = (x-1)\sqrt{1-x} \\ g(x) = \sqrt{(1-x)^r} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D_f : x \leq 1 \\ D_g : x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{(1-x)^r} = \sqrt{(1-x)^r (1-x)}$
 $= |1-x| \sqrt{1-x} = (1-x)\sqrt{1-x} \Rightarrow f = g$

ذ) $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{-x} \\ g(x) = \sqrt{-x^r} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D_f : \begin{cases} x \geq 0 \\ -x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow x = 0 \\ D_g : -x^r \geq 0 \Rightarrow x^r \leq 0 \Rightarrow x = 0 \end{cases} \Rightarrow$ با توجه به این که برد تابع نیز فقط $y = 0$ است پس دو تابع مساوی‌اند.

$$g(x) = \begin{cases} \frac{4x^r - 1}{2x + 1} & x \neq -\frac{1}{2} \\ 1 - K & x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow g(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x \neq -\frac{1}{2} \\ 1 - K & x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

اگر در این سوال $f(x) = g(x)$ است، پس باید در $x = -\frac{1}{2}$ نیز این دو تابع با هم مساوی باشند. یعنی:

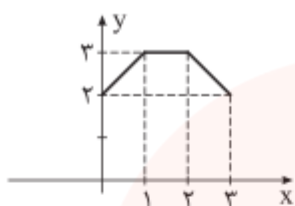
$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = g\left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 2\left(-\frac{1}{2}\right) - 1 = 1 - K \Rightarrow -2 = 1 - K \Rightarrow K = 3$$

$$g(x) = f(x) \Rightarrow \sqrt{ax^r + 1} - bx^r = \frac{1}{2x + \sqrt{9x^r + 1}} \Rightarrow \sqrt{ax^r + 1} - bx^r$$

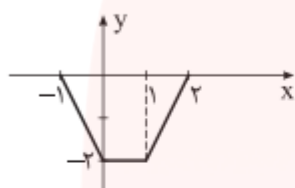
$$= \frac{1}{2x + \sqrt{9x^r + 1}} \times \frac{2x - \sqrt{9x^r + 1}}{2x - \sqrt{9x^r + 1}} = \frac{2x - \sqrt{9x^r + 1}}{9x^r - 9x^r - 1} = \sqrt{9x^r + 1} - 2x$$

$$\Rightarrow \sqrt{ax^r + 1} - bx^r = \sqrt{9x^r + 1} - 2x \Rightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = 2 \end{cases}$$

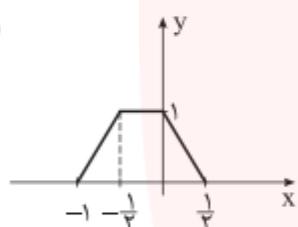
الف)



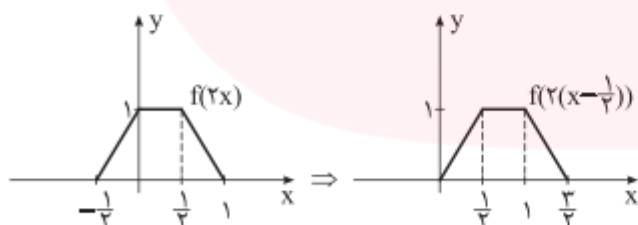
ت)



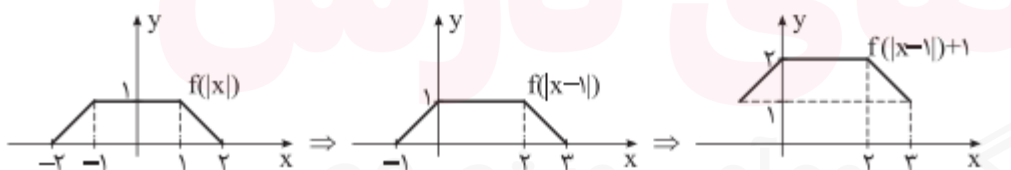
ث)



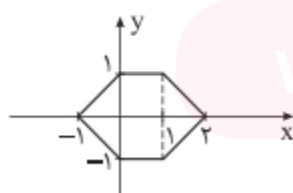
ج) $y = f(2x - 1) \Rightarrow y = f(2(x - \frac{1}{2}))$



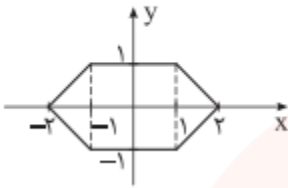
د)



ه) $y = f(x)$



ج) $|y| = f(|x|)$



-۲۸

پ) $y = f(|x-1|+3) \Rightarrow \underbrace{-3 < |x-1|+3 \leq 6}_{\text{بدیهی}} \Rightarrow |x-1|+3 \leq 6 \Rightarrow |x-1| \leq 3$
 $\Rightarrow -2 \leq x \leq 4 \Rightarrow D_y : [-2, 4]$

ت) $y = 2|f(x-1)| - 5$

دامنه : $-3 < x-1 \leq 6 \Rightarrow -2 < x \leq 7 \Rightarrow D_y : (-2, 7]$

برد : $-1 < f(x-1) < 5 \Rightarrow 0 \leq |f(x-1)| < 5 \Rightarrow 0 \leq 2|f(x-1)| < 10$
 $\Rightarrow -5 \leq 2|f(x-1)| - 5 < 5 \Rightarrow -5 \leq y < 5$

$y = 2f\left(\frac{x-1}{2}\right) - 1 \Rightarrow 2 < \frac{x-1}{2} < 8 \Rightarrow 4 < x-1 < 16 \Rightarrow 5 < x < 17 \Rightarrow D_f : (5, 17)$
 $\Rightarrow 3 \leq f \leq 4 \Rightarrow 6 \leq 2f \leq 8 \Rightarrow 5 \leq 2f - 1 \leq 7 \Rightarrow R_f = [5, 7]$

-۲۹

$f(x) = x^2 \xrightarrow[\text{محور } x \text{ ها}]{\text{قرینه نسبت به}} f(x) = -x^2 \xrightarrow[\text{ها}]{\text{نصف کردن}} f(x) = \frac{-x^2}{2} \xrightarrow[\text{به چپ}]{\text{انتقال دو واحد}} f(x) = -\frac{(x+2)^2}{2}$
 $\xrightarrow[\text{به بالا}]{\text{انتقال یک واحد}} f(x) = \frac{-(x+2)^2}{2} + 1$

-۳۳

مای دارس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir