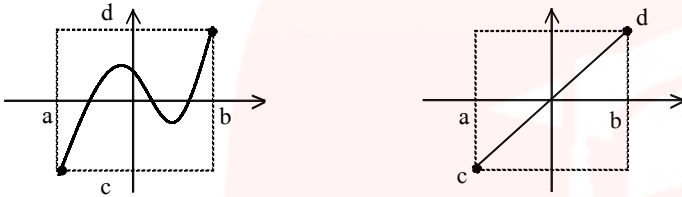


- ۱- کدام یک از موارد زیر درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل بیاورید.
- الف) اگر دامنه دو تابع با هم برابر و برد آنها نیز با یکدیگر برابر باشند، دو تابع برابرند.
- ب) برد و هم دامنه‌ی تابع می‌توانند یکی باشند.
- پ) هم دامنه‌ی تابع زیرمجموعه‌ای از برد آن است.
- ت) بی‌شمار تابع وجود دارد که دامنه‌ی آن بازه‌ی  $[۰, ۳]$  است.

« پاسخ »



الف) خیر مانند شکل روبه‌رو

- ب) صحیح  
ب) نادرست  
ت) صحیح

- ۲- اگر دو تابع  $f(x) = x - 1$  و  $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x + 1} & x \neq -1 \\ a & x = -1 \end{cases}$  برابر باشند، مقدار  $a$  مساوی ..... است.

« پاسخ »

$$x \neq -1 \Rightarrow g(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \frac{(x - 1)(x + 1)}{x + 1} = x - 1 = f(x)$$

$$x = -1 \Rightarrow g(-1) = f(-1) \Rightarrow a = -1 - 1 \Rightarrow a = -2$$

- ۳- آیا دو تابع  $f(x) = \sqrt{x} \sqrt{x - 1}$  و  $g(x) = \sqrt{x^2 - x}$  با هم مساوی‌اند؟ چرا؟

« پاسخ »

$$D_f: x \geq 0 \cap x \geq 1 \Rightarrow D_f = [1, +\infty)$$

$$D_g = x^2 - x \geq 0 \Rightarrow D_g = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$$

$$D_f \neq D_g$$

۴- اگر دو تابع  $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$  و  $g(x) = a + \frac{b}{x+2}$  مساوی باشند،  $a$  و  $b$  را حساب کنید.

« پاسخ »

$$g(x) = a + \frac{b}{x+2} = \frac{ax+2a+b}{x+2} = f(x) \Rightarrow \frac{ax+2a+b}{x+2} = \frac{3x-1}{x+2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ 2a+b=-1 \Rightarrow 6+b=-1 \Rightarrow b=-7 \end{cases}$$

۵- بررسی کنید آیا دو تابع  $f(x) = \cos x$  و  $g(x) = \sqrt{1 - \sin^2 x}$  با هم مساوی‌اند؟ چرا؟

« پاسخ »

$$D_f: \mathbb{R} \Rightarrow 1 - \sin^2 x \geq 0 \Rightarrow \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$$g(x) = |\cos x| \neq \cos x$$

$f$  و  $g$  با همه مساوی نیستند.

۶- آیا دو تابع  $f(x) = \begin{cases} x & x \neq 5 \\ 4 & x = 5 \end{cases}$  و  $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x}{x-5} & x \neq 5 \\ 4 & x = 5 \end{cases}$  با هم مساوی‌اند؟ چرا؟

« پاسخ »

$$\begin{cases} x=5 \Rightarrow f(x) = g(x) = 4 \\ x \neq 5 \Rightarrow g(x) = \frac{x^2 - 5x}{x-5} = \frac{x(x-5)}{x-5} = x = f(x) \end{cases}$$

پس نتیجه می‌گیریم که دو تابع  $f$  و  $g$  با هم مساوی‌اند.

مای دارس  
گروه آموزشی عصر

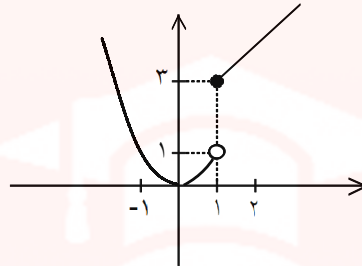
www.my-dars.ir

۷- تابع  $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x \geq 1 \\ x & x < 1 \end{cases}$  را در نظر بگیرید.

الف) نمودار تابع  $f$  را رسم کنید.

ب) حاصل  $f(f(-1))$  را به دست آورید.

« پاسخ »



الف) رسم سهمی  $(0/5)$

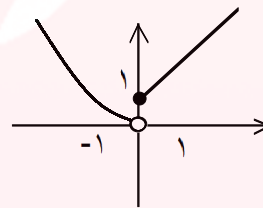
رسم خط  $(0/25)$

ب)  $f(-1) = 1 \Rightarrow f(f(-1)) = f(1) = 3$

۸- نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x + 1 & x \geq 0 \end{cases}$  را رسم کنیم و سپس مقدار عددی  $f(-\sqrt{2})$  را به دست آورید.

« پاسخ »

$$f(-\sqrt{2}) = (-\sqrt{2})^2 = 2$$



۹- مقادیر  $a$  و  $b$  را طوری تعیین کنید که سهمی  $f(x) = ax^2 + bx$  از نقطه  $(3, 5)$  بگذرد و تساوی  $f(-1) = 3$  برقرار باشد.

« پاسخ »

$$\begin{cases} (3, 5) \Rightarrow 5 = 9a + 3b \\ (-1, 3) \Rightarrow 3 = a - b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{6} \\ b = -\frac{11}{6} \end{cases}$$

۱۰- در تابع  $y = ax^2 + bx - 2$  مقادیر  $a$  و  $b$  را طوری بیابید که نمودار تابع از نقطه  $A(-1, 2)$  بگذرد و محور  $x$  را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند.

« پاسخ »

$$\begin{cases} A(-1, 2) \Rightarrow 2 = a - b - 2 \\ B(1, 0) \Rightarrow 0 = a + b - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases}$$

۱۱- تابع  $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \geq 0 \\ x - 3, & x < 0 \end{cases}$  مفروض است  $f(f(2))$  را محاسبه کنید.

« پاسخ »

$$f(2) = 1 - 2^2 = -3 \quad (0/5)$$

$$f(f(2)) = f(-3) = -6 \quad (0/25)$$

۱۲- نمودار تابع زیر را رسم کنید.

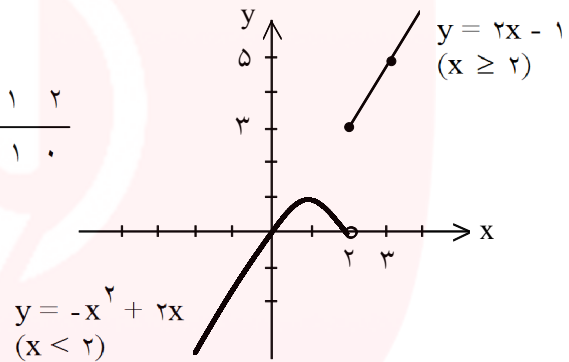
$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & x < 2 \\ 2x - 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

« پاسخ »

$$\begin{cases} x < 2 \Rightarrow y = -x^2 + 2x \Rightarrow y = -(x-1)^2 + 1 \\ x \geq 2 \Rightarrow y = 2x - 1 \end{cases}$$

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| x | 0 | 1 | 2 |
| y | 0 | 1 | 0 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| x | 2 | 3 |
| y | 3 | 5 |

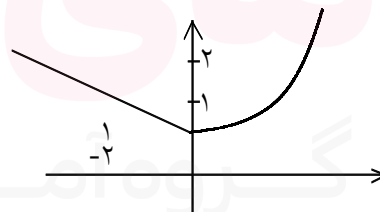


۱۳- نمودار  $f(x) = \begin{cases} 1+x^2 & x \geq 0 \\ 1-\frac{x}{2} & x \leq 0 \end{cases}$  را رسم کرده ، سپس  $f(f(-4))$  را به دست آورید.

« پاسخ »

$$f(-4) = 3 \quad (0/25)$$

$$f(3) = 10 \quad (0/25)$$



۱۴- مقادیر  $a$  و  $b$  را چنان بیابید که مجموعه‌ی  $g = \{(-1, b+3), (7, 1), (-1, 4-a), (7, a)\}$  یک تابع باشد.

« پاسخ »

$$a = 1 \quad (0/25)$$

$$b + 3 = 3 \quad (0/25) \Rightarrow b = 0 \quad (0/25)$$

۱۵- b و a را طوری محاسبه کنید که دو تابع  $y = ax^2 + x + b$  و  $y = x + 3a$  همدیگر را روی محور عرض‌ها به عرض ۱- قطع کنند.

« پاسخ »

$$(0, -1) \in \text{تابع} \Rightarrow \begin{cases} -1 = b & (0/25) \\ -1 = 3a \Rightarrow a = -\frac{1}{3} & (0/25) \end{cases}$$

۱۶- تابع f با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} 2ax^2 - 1 & x < -1 \\ x^3 + b & x \geq -1 \end{cases}$  مفروض است. مقادیر a و b را طوری بیابید که  $f(-2) = 7$  و نمودار تابع از نقطه‌ی  $A(1, 3)$  بگذرد.

« پاسخ »

$$\begin{aligned} 2a(-2)^2 - 1 = 7 &\xrightarrow{(0/25)} a = 1 && (0/25) \\ 1^3 + b = 3 &\xrightarrow{(0/25)} b = 2 && (0/25) \end{aligned}$$

۱۷- اگر  $f = \{(4, a^2), (3, -1), (4, 2)\}$  معرف تابع باشد، مقدار a را تعیین کنید.

« پاسخ »

$$a^2 = 2 \Rightarrow a = \pm\sqrt{2} \quad (4, a^2) = (4, 2) \text{ که } f \text{ تابع باشد لازم است}$$

۱۸- اگر  $f(x) = ax^2 + bx + c$  باشد، a، b و c را طوری بیابید که سهمی محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۳ و محور xها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند و از نقطه‌ی  $A(2, 3)$  نیز بگذرد.

« پاسخ »

$$(0, 3) \in \text{سهمی} \Rightarrow 3 = a \times (0)^2 + b \times (0) + c \Rightarrow c = 3$$

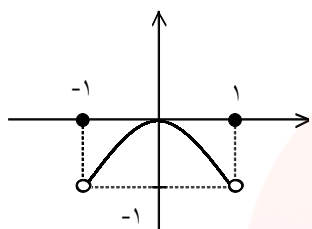
$$(1, 0) \in \text{سهمی} \Rightarrow 0 = a \times (1)^2 + b \times (1) + c$$

$$(2, 3) \in \text{سهمی} \Rightarrow 3 = a \times (2)^2 + b \times (2) + c$$

$$\begin{cases} a + b = -3 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 3, b = -6$$

۱۹- نمودار تابع  $y = x^2 \{ [x] - x \}$  روی بازه  $[-1, 1]$  را رسم کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

« پاسخ »



$$0 \leq x - [x] < 1 \xrightarrow{\times (-1)} -1 < [x] - x \leq 0$$

$$\begin{cases} x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow [[x] - x] = -1 \Rightarrow y = -x^2 \\ x \in \mathbb{Z} \Rightarrow [[x] - x] = 0 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

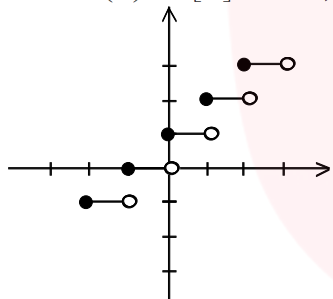
۲۰- نمودار تابع‌های زیر را رسم کنید.

الف)  $f(x) = [x] + 1$  ,  $-2 \leq x < 3$

ب)  $f(x) = \left[ \frac{1}{2}x \right]$  ,  $-4 \leq x < 4$

« پاسخ »

الف)  $f(x) = [x] + 1$  ,  $-2 \leq x < 3$



$$-2 \leq x < -1 \rightarrow [x] = -2 \rightarrow y = -1$$

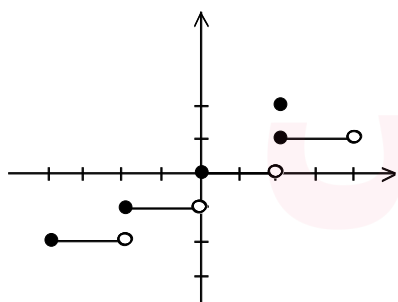
$$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = 0$$

$$0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = 1$$

$$1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = 2$$

$$2 \leq x < 3 \rightarrow [x] = 2 \rightarrow y = 3$$

ب)  $f(x) = \left[ \frac{1}{2}x \right]$  ,  $-4 \leq x < 4$



$$-4 \leq x < -2 \quad -2 \leq \frac{1}{2}x < -1 \rightarrow f(x) = -2$$

$$-2 \leq x < 0 \quad -1 \leq \frac{1}{2}x < 0 \rightarrow f(x) = -1$$

$$0 \leq x < 2 \quad 0 \leq \frac{1}{2}x < 1 \rightarrow f(x) = 0$$

$$2 \leq x < 4 \quad 1 \leq \frac{1}{2}x < 2 \rightarrow f(x) = 1$$

۲۱- نمودار توابع زیر را رسم نموده و دامنه و برد هریک را معلوم کنید.

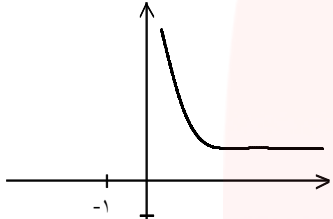
$$f(x) = \sqrt{x-2} + 5 \quad \text{ب)}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 0 \\ x-2 & x \leq 0 \end{cases} \quad \text{الف)}$$

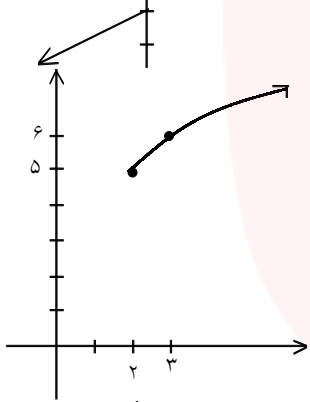
$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & x < 0 \\ -\sqrt{x} & x \geq 0 \end{cases} \quad \text{ت)}$$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+2} & x > 0 \\ \sqrt{x+2} & -2 \leq x \leq 0 \end{cases} \quad \text{پ)}$$

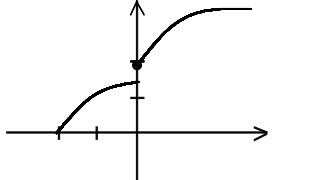
« پاسخ »



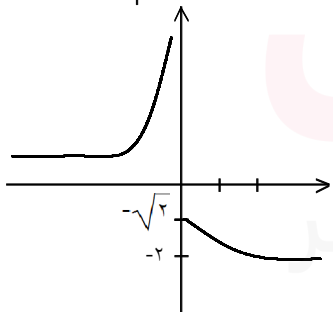
الف)  $D = \mathbb{R}$   
برد  $(-\infty, 2] \cup (0, \infty)$



ب)  $D = [2, \infty)$   
برد  $[5, \infty)$

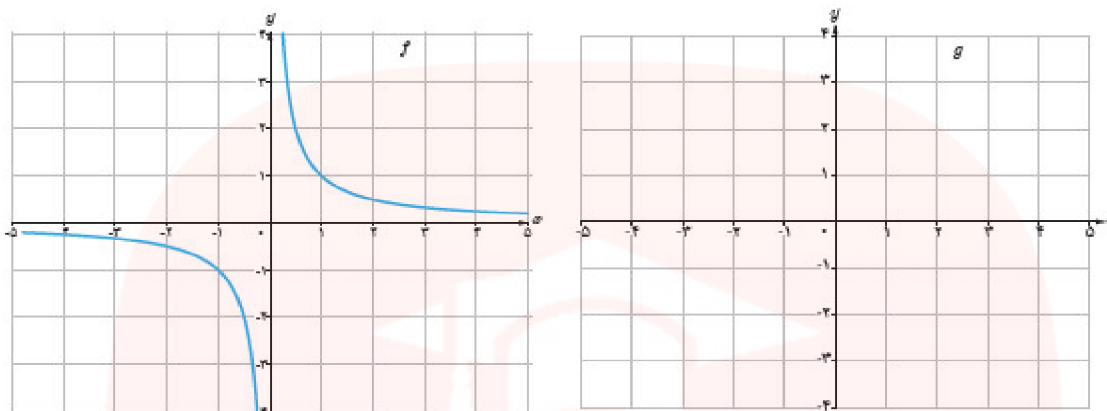


پ)  $D = [2, \infty)$   
برد  $[2, \infty) \cup [0, \sqrt{2}]$



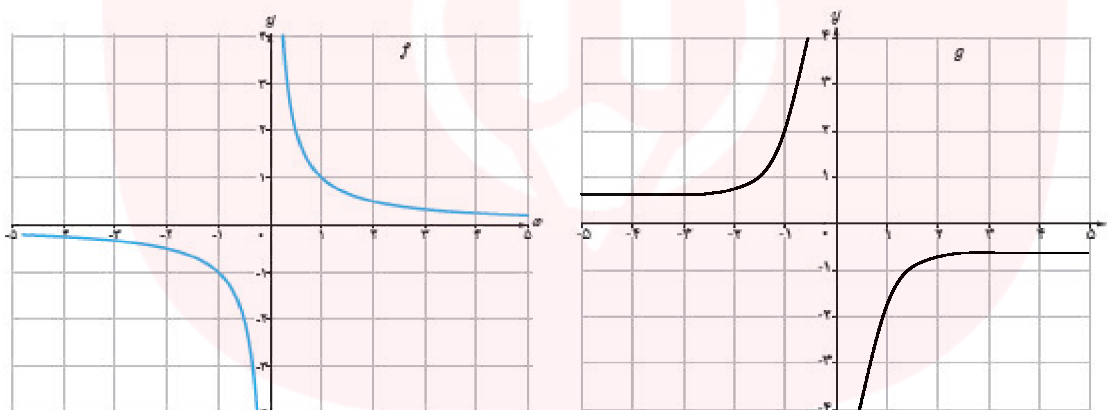
ت)  $D = \mathbb{R}$   
برد  $(0, \infty) \cup (-\infty, -2]$

۲۲- توضیح دهید که چگونه با استفاده از نمودار تابع  $f(x) = \frac{1}{x}$  می‌توان نمودار تابع  $g(x) = -\frac{1}{x}$  را رسم کرد.



« پاسخ »

نمودار  $g$  از قرینه کردن نمودار  $f$  نسبت به محور  $x$ ها به دست می‌آید چون مقادیر تابع در نمودار  $g$  قرینه هستند نسبت به محور  $x$ ها



۲۳- دامنه‌ی  $f(x) = \sqrt{1 - 4[x]}$  چه قدر است؟

« پاسخ »

$$1 - 4[x] \geq 0 \Rightarrow -\frac{1}{4} \leq [x] \leq \frac{1}{4}$$

$$\downarrow$$

$$[x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1 \Rightarrow D = [0, 1)$$



۲۴- مقدار  $x$  را حساب کنید. ( [ ] نماد جزء صحیح است. )

الف)  $4x^2 - 5 = [x] + [-x]$

ب)  $3x^2 - 4x = \frac{1}{[x] + [-x]}$

« پاسخ »

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in Z \\ -1 & x \notin Z \end{cases}$$

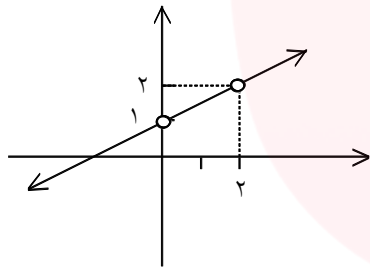
الف)  $x \in Z \Rightarrow 4x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$  غ ق ق

$x \notin Z \Rightarrow 4x^2 - 5 = -1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$  غ ق ق

$x \in Z \Rightarrow$  جواب ندارد زیرا مخرج صفر می شود

$x \notin Z \Rightarrow 3x^2 - 4x = \frac{1}{-1} \Rightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 & \text{غ ق ق} \\ x = \frac{1}{3} & \text{ق ق} \end{cases}$

جواب ندارد  
ب)



۲۵- نمودار یک تابع گویا به صورت زیر است. ضابطه‌ی آنرا بنویسید.

« پاسخ »

ضابطه تابع خطی که از نقاط  $A(0, 1)$  و  $B(2, 2)$  می‌گذرد را حساب می‌کنیم.

$$f(x) = ax + b$$

$$A(0, 1) \Rightarrow a(0) + b = 1 \Rightarrow b = 1$$

$$B(2, 2) \Rightarrow 2a + b = 2 \xrightarrow{b=1} 2a + 1 = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + 1$$

چون تابع در  $x = 0$  و  $x = 2$  توخالی است، بنابراین در  $x$  و  $(x - 2)$  ضرب و تقسیم می‌کنیم.

$$y = \frac{x(x - 2) \left( \frac{1}{2}x + 1 \right)}{x(x - 2)}$$

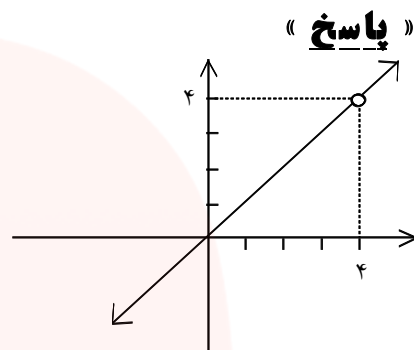
۲۶- اگر  $f(x) = \frac{x^2 + ax + a + 4}{x - 4}$  تابع همانی باشد، مقدار  $a$  را مشخص کنید و نمودار تابع را رسم کنید.

$$f(x) = x(x \neq 4) \Rightarrow \frac{x^2 + ax + a + 4}{x - 4} = x$$

$$\Rightarrow x^2 + ax + a + 4 = x^2 - 4x \Rightarrow ax + 4x + a + 4 = 0$$

$$x(a + 4) + a + 4 = 0 \Rightarrow (a + 4)(x + 1) = 0$$

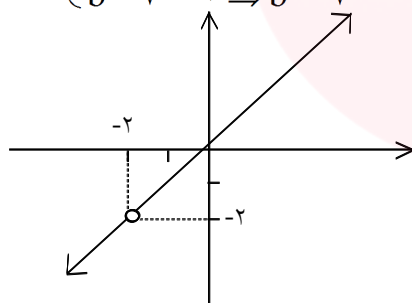
$$\Rightarrow a + 4 = 0 \Rightarrow a = -4$$



۲۷- اگر  $f(x) = \frac{x^2 + ax + b - 7}{x + 2}$  تابع همانی باشد، مقدار  $a$  و  $b$  را مشخص کنید و نمودار تابع را رسم کنید.

$$f(x) = x(x \neq -2) \Rightarrow \frac{x^2 + ax + b - 7}{x + 2} = x \Rightarrow x^2 + ax + b - 7 = x^2 + 2x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b - 7 = 0 \Rightarrow b = 7 \end{cases}$$



$$D = \mathbb{R} - \{-2\}$$

« پاسخ »

مای دررس  
گروه آموزشی عصر

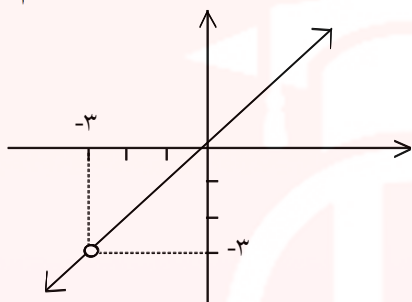
www.my-dars.ir

۲۸- اگر  $f(x) = \frac{x^2 + ax + a - 3}{x + 3}$  تابع همانی باشد، مقدار  $a$  را به دست آورید و نمودار تابع را رسم کنید.

« پاسخ »

$$f(x) = x(x \neq -3) \Rightarrow \frac{x^2 + ax + a - 3}{x + 3} = x \Rightarrow \cancel{x} + ax + a - 3 = \cancel{x} + 3x \Rightarrow ax + a - 3 = 3x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$



$$D = \mathbb{R} - \{-3\}$$

۲۹- اگر  $f(x) = \frac{x - 7}{x^2 + ax + b - 1}$  دامنه اش  $\mathbb{R} - \{2\}$  باشد،  $a$  ,  $b$  را حساب کنید.

« پاسخ »

به توان ۲ می رسانیم  $x = 2 \Rightarrow x - 2 = 0 \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b - 1 = 4 \Rightarrow b = 5 \end{cases}$

۳۰- اگر  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x + 7}$  باشد، دامنه  $f(2x + 5)$  را حساب کنید.

« پاسخ »

$$\begin{aligned} -x^2 + 6x + 7 \geq 0 &\xrightarrow{\times(-1)} x^2 - 6x - 7 \leq 0 \Rightarrow (x + 1)(x - 7) \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 7 \\ \Rightarrow -1 \leq 2x + 5 \leq 7 &\xrightarrow{-5} -6 \leq 2x \leq 2 \xrightarrow{\div 2} -3 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_{f(2x+5)} = [-3, 1] \end{aligned}$$

۳۱- دامنه تابع زیر را حساب کنید.

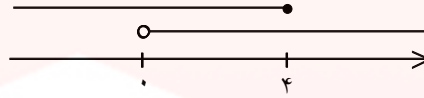
$$f(x) = \frac{\sqrt{4-x}}{x+|x|}$$

« پاسخ »

$$4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \quad (1)$$

$$x+|x| \neq 0 \Rightarrow x > 0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} D_f = (0, 4]$$



۳۲- دامنه توابع زیر را حساب کنید.

$$g(x) = \sqrt{x^2 - 5x} \quad \text{ب)}$$

$$f(x) = \sqrt{4-x^2} \quad \text{الف)}$$

« پاسخ »

$$\text{الف)} 4-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

$$D_f = [-2, 2]$$

$$\text{ب)} x^2 - 5x \geq 0 \Rightarrow x(x-5) \geq 0 \Rightarrow x \leq 0 \text{ یا } x \geq 5$$

$$D_g = (-\infty, 0] \cup [5, +\infty)$$

۳۳- اگر دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{-4x^2 + ax - 1}$  برابر  $\{b\}$  باشد، همه مقادیر  $a, b$  را حساب کنید.

« پاسخ »

$$\Delta = 0 \Rightarrow a^2 - 16 = 0 \Rightarrow a = \pm 4 \xrightarrow{a=4} -4x^2 + 4x - 1 = 0 \xrightarrow{\times(-1)} 4x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (2x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2} \xrightarrow{a=-4} -4x^2 - 4x - 1 = 0 \xrightarrow{\times(-1)} 4x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (2x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

$$y = \frac{|x^3 - 1|}{x^2 + x + 1}$$

۳۴- رسم کنید.

« پاسخ »

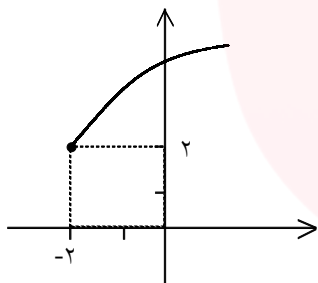
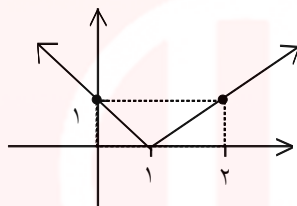
همواره مثبت

$$y = \frac{|(x-1)(x^2+x+1)|}{x^2+x+1} = \frac{|x-1|(x^2+x+1)}{x^2+x+1}$$

$$= |x-1|$$

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| x | 0 | 1 | 2 |
| y | 1 | 0 | 1 |

$$D = R$$



۳۵- نمودار  $f(x) = \sqrt{x-a} + b - 1$  به صورت زیر است.

الف)  $a, b$  را حساب کنید.

ب)  $f\left(\frac{1}{4}\right)$  را بنویسید.

« پاسخ »

الف) نمودار تابع  $y = \sqrt{x-a} + b - 1$  واحد به طرف  $x$  های منفی رفته بنابراین درون رادیکال  $x + 2$  است و سپس دو واحد بالا رفته بنابراین باید کل تابع را با عدد ۲ جمع کنیم.

$$f(x) = \sqrt{x-a} + b - 1 \Rightarrow \begin{cases} -a = 2 \Rightarrow a = -2 \\ b - 1 = 2 \Rightarrow b = 3 \end{cases}$$

ب) مقدار تابع در  $x = \frac{1}{4}$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = \sqrt{\frac{1}{4} + 2} + 2 = \sqrt{\frac{9}{4}} + 2 = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$$

۳۶- دامنه و برد توابع زیر را حساب کنید.

الف)  $f(x) = 2 - \sqrt{2 - x}$

ب)  $g(x) = 2\sqrt{5 - x} + 7$

« پاسخ »

(الف)

$D_f: 2 - x \geq 0 \Rightarrow -x \geq -2 \Rightarrow x \leq 2 \Rightarrow D_f = (-\infty, 2]$

$R_f: \sqrt{2 - x} \geq 0 \xrightarrow{\times(-1)} -\sqrt{2 - x} \leq 0 \xrightarrow{+2} 2 - \sqrt{2 - x} \leq 2 \Rightarrow y \leq 2 \Rightarrow R_f = (-\infty, 2]$

(ب)

$D_g: 5 - x \geq 0 \Rightarrow -x \geq -5 \Rightarrow x \leq 5 \Rightarrow D_g = (-\infty, 5]$

$R_g: \sqrt{5 - x} \geq 0 \xrightarrow{\times 2} 2\sqrt{5 - x} \geq 0 \xrightarrow{+7} 2\sqrt{5 - x} + 7 \geq 7 \Rightarrow y \geq 7 \Rightarrow R_f = [7, +\infty)$

۳۷- به کمک رسم نمودار وارون پذیری توابع زیر را بررسی کنید و ضابطه تابع وارون را برای هر کدام که وارون پذیرند، به دست آورید:

الف)  $f(x) = (x + 5)^2, x \geq -5$

ب)  $f(x) = -|x - 1| + 1, x \geq 2$

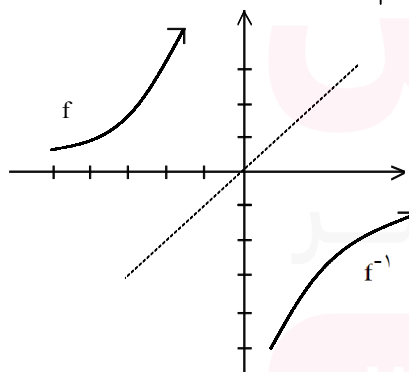
پ)  $f(x) = (x - 3)^2$

ت)  $f(x) = \sqrt{x + 2} - 3$

« پاسخ »

$f(x) = (x + 5)^2$

|    |    |    |
|----|----|----|
| -5 | -4 | -3 |
| 0  | 1  | 4  |



$$y = (x + 5)^2$$

$$y^2 = x + 5$$

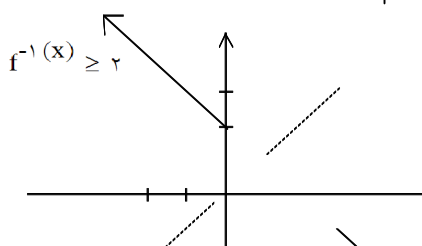
$$y^2 - 5 = x$$

$$f^{-1}(y) = y^2 - 5$$

$$f^{-1}(x) = x^2 - 5$$

ب)  $f(x) = -|x - 1| + 1$

|   |    |    |
|---|----|----|
| 2 | 3  | 4  |
| 0 | -1 | -2 |



$$y = -|x - 1| + 1$$

$$y - 1 = -|x - 1|$$

$$1 - y = |x - 1|$$

« پاسخ »

باید ثابت کنیم ترکیب دو تابع  $f$  و  $g$  تابع همانی می‌شود.

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{\left(\frac{x+1}{3}\right) + 1}{3} - 1 = \frac{x+1}{9} + \frac{2}{3} - 1 = \frac{x+1+6-9}{9} = \frac{x-2}{9} + \frac{6}{9} = \frac{x+4}{9}$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \frac{x+1}{3} - 1 = \frac{x+1-3}{3} = \frac{x-2}{3}$$

۳۹- وارون تابع  $f(x) = \frac{x}{3x-2}$  را بیابید.

« پاسخ »

$$y = \frac{x}{3x-2} \Rightarrow 3xy - 2y = x \Rightarrow x(3y-1) = 2y \Rightarrow x = \frac{2y}{3y-1} \Rightarrow y^{-1} = \frac{2x}{3x-1}$$

۴۰- اگر تابع خطی  $f$  از نقاط  $(2, 1)$  و  $(4, 5)$  عبور کند، ضابطه‌ی تابع وارون آنرا به دست آورید.

« پاسخ »

ابتدا ضابطه خطی تابع  $f$  را می‌یابیم:

$$\begin{cases} (2, 1) \in f \\ (4, 5) \in f \end{cases} \Rightarrow y - 1 = \frac{5-1}{4-2}(x-2) \Rightarrow y = f(x) = 2x - 3$$

$$y = 2x - 3 \Rightarrow y + 3 = 2x \Rightarrow x = \frac{y+3}{2} \Rightarrow y = \frac{x+3}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$$

۴۱- آیا تابع  $f(x) = x^2 - 2x$  یک به یک است؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه دهید.

« پاسخ »

اگر به ازای دو مقدار متمایز از دامنه‌ی تابع  $(x_1 \neq x_2)$ ، مقادیر  $y$  (خروجی) برابر باشد تابع یک به یک نیست. در

$$f(0) = 0 \quad \text{و} \quad f(2) = 0$$

این تابع خواهیم داشت:

پس تابع یک به یک نیست.

۴۲- اگر  $f(x) = 35 - 7x$  باشد، دامنه  $h(x) = \frac{1}{f^{-1}(x)}$  را حساب کنید.

« پاسخ »

$$f(x) = 35 - 7x \Rightarrow y = 35 - 7x \Rightarrow 7x = 35 - y \Rightarrow x = \frac{35 - y}{7} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{35 - x}{7}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{35 - x}{7}$$

$$h(x) = \frac{1}{f^{-1}(x)} = \frac{1}{\frac{35 - x}{7}} \Rightarrow h(x) = \frac{7}{35 - x} \Rightarrow 35 - x \neq 0 \Rightarrow x \neq 35$$

$$D_h = \mathbb{R} - \{35\}$$

۴۳- اگر  $f(x) = 6 - 2x$  باشد، دامنه  $h(x) = \frac{1}{f^{-1}(x)}$  را حساب کنید.

« پاسخ »

$$f(x) = 6 - 2x \Rightarrow y = 6 - 2x \Rightarrow 2x = 6 - y \xrightarrow{\div 2} x = 3 - \frac{y}{2} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = 3 - \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = 3 - \frac{x}{2}$$

$$h(x) = \frac{1}{f^{-1}(x)} = \frac{1}{3 - \frac{x}{2}} = \frac{2}{6 - x}$$

$$6 - x \neq 0 \Rightarrow x \neq 6 \Rightarrow D_h = \mathbb{R} - \{6\}$$

۴۴- ضابطه‌ی وارون هریک از توابع با ضابطه‌های زیر را بیابید.

ب)  $g(x) = \frac{2}{3}x - 3$

الف)  $f(x) = 1 - 7x$

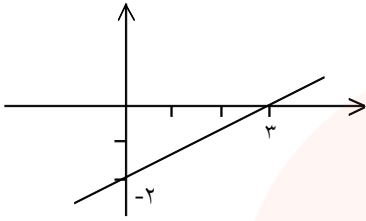
« پاسخ »

الف)  $y = 1 - 7x \Rightarrow 7x = 1 - y \Rightarrow x = \frac{1 - y}{7} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{1 - x}{7} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1 - x}{7}$

ب)  $y = \frac{2}{3}x - 3 \Rightarrow \frac{2}{3}x = y + 3 \xrightarrow{\times \frac{3}{2}} x = \frac{3}{2}y + \frac{9}{2} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{3}{2}x + \frac{9}{2} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$



۴۵- اگر نمودار تابع خطی  $f$  به صورت زیر باشد، حاصل  $\frac{1 + f^{-1}(1)}{1 - f(-1)}$  را حساب کنید.



« پاسخ »

$$A(3, 0) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 0}{0 - 3} = \frac{2}{3}$$

$$B(0, -2) \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y + 2 = \frac{2}{3}(x - 0)$$

$$y = \frac{2}{3}x - 2 \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x - 2$$

$$f(-1) = \frac{2}{3}(-1) - 2 = -\frac{2}{3} - 2 = -\frac{8}{3}$$

$$f^{-1}(1) = a \Rightarrow f(a) = 1 \Rightarrow \frac{2}{3}a - 2 = 1 \Rightarrow \frac{2}{3}a = 3 \Rightarrow a = \frac{9}{2}$$

$$\frac{1 + f^{-1}(1)}{1 - f(-1)} = \frac{1 + \frac{9}{2}}{1 - \left(-\frac{8}{3}\right)} = \frac{\frac{11}{2}}{\frac{11}{3}} = \frac{33}{14}$$

۴۶- اگر  $f(x) + f(1) = 4x + 6$  باشد،  $f^{-1}(x)$  را حساب کنید.

« پاسخ »

$$x = 1 \Rightarrow f(1) + f(1) = 10 \Rightarrow 2f(1) = 10 \Rightarrow f(1) = 5 \xrightarrow{f(1) = 5} f(x) + 5 = 4x + 6$$

$$\Rightarrow f(x) = 4x + 1$$

$$y = 4x + 1 \Rightarrow y - 1 = 4x \Rightarrow x = \frac{y - 1}{4} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{x - 1}{4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x - 1}{4}$$

۴۷- اگر  $f$  یک تابع خطی باشد و  $f(1) = 3$  و  $f(4) = 9$  باشد معادله  $f^{-1}(x) = f(x)$  را حل کنید.

« پاسخ »

چون تابع  $f(x)$  خطی است بنابراین ضابطه‌ی آن  $f(x) = ax + b$  است.

$$f(1) = 3 \Rightarrow a + b = 3$$

$$f(4) = 9 \Rightarrow 4a + b = 9 \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$f(x) = 2x + 1 \Rightarrow y = 2x + 1 \Rightarrow y - 1 = 2x \Rightarrow \frac{y-1}{2} = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$$

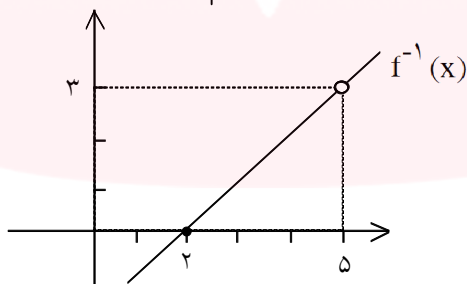
$$f^{-1}(x) = f(x) \Rightarrow \frac{x-1}{2} = 2x + 1 \Rightarrow 4x + 2 = x - 1 \Rightarrow 3x = -3 \Rightarrow x = -1$$

۴۸- وارون تابع  $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$  را رسم کنید.

« پاسخ »

$$D_f = \mathbb{R} - \{3\} \Rightarrow f(x) = \frac{(x-3)(x+2)}{(x-3)} = x + 2$$

|   |   |   |                 |   |   |   |
|---|---|---|-----------------|---|---|---|
| x | 0 | 3 | → در تابع وارون | x | 2 | 5 |
| y | 2 | 5 |                 | y | 0 | 3 |



۴۹- اگر  $f(x) = 2x + 1$  دامنه‌ی  $g(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{f^{-1}(x)}$  را حساب کنید.

« پاسخ »

$$y = 2x + 1 \Rightarrow y - 1 = 2x \Rightarrow \frac{y-1}{2} = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{x-1}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{2x+1}}{\frac{x-1}{2}} \Rightarrow \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2} \\ \frac{x-1}{2} \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \end{cases}$$

$$D_g = [-\frac{1}{2}, +\infty) - \{1\}$$

۵۰- در جدول زیر وارون توابع را نوشته و مشخص کنید وارون کدام تابع، تابع است؟

|                                   |            |
|-----------------------------------|------------|
| $f = \{(1, 5), (3, 7), (4, 9)\}$  | $f^{-1} =$ |
| $g = \{(1, 2), (3, 2), (5, 10)\}$ | $g^{-1} =$ |
| $h = \{(1, 2), (3, 4), (5, 2)\}$  | $h^{-1} =$ |

« پاسخ »

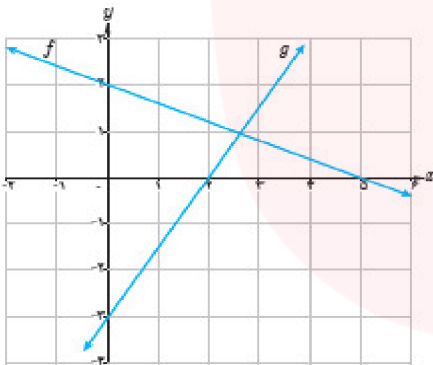
برای نوشتن وارون یک تابع باید جای مؤلفه‌ی اول و دوم را عوض کنیم.

$$f^{-1} = \{(5, 1), (7, 3), (9, 4)\} \text{ تابع است } f^{-1}$$

$$g^{-1} = \{(2, 1), (2, 3), (10, 5)\} \text{ تابع نیست } g^{-1}$$

$$h^{-1} = \{(2, 1), (4, 3), (2, 5)\} \text{ تابع نیست } h^{-1}$$

۵۱- نمودار توابع  $f$  و  $g$  داده شده‌اند. ضابطه  $f+g$ ،  $f-g$  و  $fg$  را محاسبه کنید.



« پاسخ »

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ y_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_2 \\ y_2 \end{matrix} \quad m = \frac{-2}{5} \quad y - 2 = -\frac{2}{5}x \quad y = -\frac{2}{5}x + 2 \quad \text{ضابطه } f$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ y_1 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_2 \\ y_2 \end{matrix} \quad m = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2} \quad y = \frac{3}{2}(x - 2) \quad y = \frac{3}{2}x - 3 \quad \text{ضابطه } g$$

$$(f+g)(x) = -\frac{2}{5}x + 2 + \frac{3}{2}x - 3 = \frac{11}{10}x - 1$$

$$(f-g)(x) = \frac{2}{5}x + 2 - \frac{3}{2}x + 3 = \frac{-11}{10}x + 5$$

$$(f \times g)(x) = \left(-\frac{2}{5}x + 2\right) \left(\frac{3}{2}x - 3\right)$$

۵۲- اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$  و  $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ ، دامنه و ضابطه‌ی توابع  $f \circ g$  و  $g \circ f$  را به دست آورید.

« پاسخ »

$$D_f = \mathbb{R} \quad x - x^2 \geq 0 \quad D_g = [-2, 2]$$

$$f \circ g(x) = \sqrt{\left(\sqrt{4 - x^2}\right)^2 + 5} = \sqrt{9 - x^2}$$

$$D_{f \circ g(x)} = \{x \in D_g \mid g \in D_f\} = \{x \in [-2, 2] \mid \sqrt{4 - x^2} \in \mathbb{R}\} = [-2, 2]$$

$$g \circ f(x) = \sqrt{4 - \left(\sqrt{x^2 + 5}\right)^2} = \sqrt{4 - x^2 - 5} = \sqrt{-x^2 - 1}$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{x^2 + 5} \in [-2, 2]\} = \emptyset$$

چون اگر  $-2 \leq \sqrt{x^2 + 5} \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq x^2 + 5 \leq 4$  که درست نمی‌باشد.

۵۳- اگر  $f = \left\{(-4, 13), (-1, 7), (0, 5), \left(\frac{5}{2}, 0\right), (3, -5)\right\}$  و

$g = \{(-4, -7), (-2, -5), (0, -3), (3, 0), (5, 2), (9, 6)\}$  توابع  $f + g$  و  $f - g$  و  $\frac{f}{g}$  را به دست آورید.

« پاسخ »

$$(f + g)(x) = \{(-4, 6), (0, 2), (3, -5)\}$$

$$(f - g)(x) = \{(-4, 20), (0, 8), (3, -5)\}$$

$$\frac{f}{g}(x) = \left\{ \left(-4, -\frac{13}{7}\right), \left(0, -\frac{5}{3}\right) \right\}$$

مای درسی  
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۵۴- کدام یک از گزاره‌های زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف) اگر  $f(v) = 5$  و  $g(4) = 7$  آن‌گاه  $(f \circ g)(4) = 35$

ب) اگر  $f(x) = x + 4$  و  $g(x) = 3x$  آن‌گاه  $\left(\frac{f}{g}\right)(2) = 1$

پ) اگر  $g(x) = 2x - 1$  و  $f(x) = \sqrt{x}$  آن‌گاه  $(f \circ g)(5) = g(2)$

ت) برای هر دو تابع  $f$  و  $g$  داریم:  $f \circ g = g \circ f$

ث) اگر  $f(x) = x^2 - 4$  و  $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  آن‌گاه  $(f \circ g)(5) = -25$  و  $(f \circ g)(x) = -x^2$

ج) برای هر دو تابع  $f$  و  $g$  داریم:  $fg = gf$

« پاسخ »

الف) درست

ب) درست

پ) درست

ت) نادرست

ث) نادرست

ج) درست

$$f \circ g(4) = f(g(4)) = f(7) = 5$$

$$\frac{f}{g}(2) = \frac{f(2)}{g(2)} = \frac{6}{6} = 1$$

$$f \circ g(5) = f(g(5)) = f(9) = 3 = g(2)$$

$$f \circ g(x) = \left(\sqrt{x^2 - 4}\right)^2 - 4 = x^2 - 8$$

۵۵- اگر  $f(x) = 4x$  و  $g(x) = 2 - x$ ، توابع  $\frac{f}{g}$ ،  $f - g$  و  $f \circ g$  را به همراه دامنه‌ی آن‌ها به دست آورید.

« پاسخ »

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{4x}{2-x} \quad (D_f \cap D_g) \setminus \{x | g(x) = 0\} = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$(f - g)(x) = 4x - (2 - x) = 5x - 2$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R}$$

$$f \circ g(x) = 4(2 - x) = 8 - 4x$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} | 2 - x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$$

۵۶- اگر  $f = \{(1, 2), (3, 7), (4, 9)\}$  و  $g = \{(-1, 1), (5, 3), (7, 4)\}$  دو تابع باشند.  
الف) تابع  $f \circ g$  را به صورت زوج‌های مرتب مشخص کنید.  
ب) مقدار  $(g \circ f)(3)$  را بیابید.

« پاسخ »

$$-1 \xrightarrow{g} 1 \xrightarrow{f} 2$$

$$5 \xrightarrow{g} 3 \xrightarrow{f} 7$$

$$7 \xrightarrow{g} 4 \xrightarrow{f} 9$$

$$f \circ g = \{(-1, 2), (5, 7), (7, 9)\}$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(7) = 4$$

(الف)

(ب)

۵۷- الف) توابع  $f(x) = \frac{x+3}{2x}$  و  $g(x) = 3x-1$  را در نظر بگیرید. دامنه‌ی  $f \circ g$  را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب) اگر  $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$  و  $g(x) = x^3$  باشد، مقدار  $(f \circ g)^{-1}(5)$  را به دست آورید.

« پاسخ »

(الف)

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \quad (0/25) = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x-1 \neq 0\} \quad (0/75) = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{3}\right\} \quad (0/25)$$

$$g^{-1} \circ f^{-1}(5) = g^{-1}(64) = 4 \quad (0/5)$$

(ب)

۵۸- اگر  $g(x) = x^3 + x^2 - x - 1$  و  $f(x) = 3x^2 + x - 3$ ، آن‌گاه  $g \circ f(x) = 0$  چند ریشه دارد؟

« پاسخ »

$$g(f(x)) = (f(x))^3 + (f(x))^2 - f(x) - 1 = (f(x)^2 - 1)(f(x) + 1) = 0 \Rightarrow f(x) = \pm 1$$

$$f(x) = 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 3 = 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 4 = 0 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}, x = 1$$

$$f(x) = -1 \Rightarrow 3x^2 + x - 3 = -1 \Rightarrow 3x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}, x = -1$$

چهار جواب دارد.

۵۹- اگر  $f(x) = \sqrt{x+1}$  و  $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$  باشند:

الف) دامنه‌ی تابع  $\frac{f}{g}$  را به دست آورید.

ب) مقدار  $(2f - g)(3)$  را محاسبه کنید.

« پاسخ »

$$D_f = [-1, +\infty) \quad (0/25) \quad D_g = \mathbb{R} - \{2\} \quad (0/25)$$

$$\text{ب) } D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = [-1, +\infty) - \{2\} - \{-1\} = (-1, 2) \cup (2, +\infty)$$

(0/25) (0/25)

$$2f(3) - g(3) = 2(2) - 4 = 0 \quad (0/25)$$

(0/25)

۶۰- اگر  $f(x) = \sqrt{x-3}$  و  $g = \{(0, 4), (3, 2), (5, 6), (8, 0)\}$  دو تابع باشند:

الف) تابع  $f \circ g$  را به صورت زوج‌های مرتب بنویسید.

ب) دامنه‌ی تابع  $\frac{f}{g}$  را به دست آورید.

« پاسخ »

$$(0/5) \quad f \circ g = \{(0, 1), (5, \sqrt{3})\}$$

$$D_f = [3, +\infty) \quad D_g = \{0, 3, 5, 8\} \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

(0/25) (0/25)

$$D_{\frac{f}{g}} = \{3, 5, 8\} - \{8\} = \{3, 5\}$$

(0/25) (0/25)

۶۱- اگر  $f(x) = x^2 + 2x + 2$  باشد، تابع  $g(x)$  را به گونه‌ای مشخص کنید که  $(f \circ g)(x) = x^2 - 4x + 5$ .

« پاسخ »

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = x^2 - 4x + 5 \quad (1)$$

در تابع  $f(x) = x^2 + 2x + 2$ ،  $f(g(x))$  را تشکیل می‌دهیم:

$$f(g(x)) = g^2(x) + 2g(x) + 2 \quad (2)$$

سمت چپ دو معادله‌ی ۱ و ۲ با هم برابرند، پس سمت راست آن‌ها نیز با هم برابر است.

$$g^2(x) + 2g(x) + 2 = x^2 - 4x + 5 \Rightarrow (g(x) + 1)^2 + 1 = (x - 2)^2 + 1$$

$$\Rightarrow (g(x) + 1)^2 = (x - 2)^2 \Rightarrow g(x) + 1 = \pm(x - 2) \Rightarrow g(x) = \pm(x - 2) - 1$$

۶۲- اگر  $f = \left\{ (-4, 13), (-1, 7), (0, 5), \left(\frac{5}{2}, 0\right), (3, -5) \right\}$  و

$g = \{(-4, -7), (-2, 5), (0, -3), (3, 0), (5, 2), (9, 6)\}$  باشد، توابع  $f+g$  و  $f-g$  و  $\frac{f}{g}$  را به

دست آورید.

« پاسخ »

$$f + g = \{(-4, 6), (0, 2), (3, -5)\}$$

$$f - g = \{(-4, 20), (0, 8), (3, -5)\}$$

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(-4, \frac{-13}{7}\right), \left(0, \frac{-5}{3}\right) \right\}$$

۶۳- برای دو تابع  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  و  $g(x) = \sqrt{x-3}$  تابع  $f \circ g$  و دامنه آنرا محاسبه کنید.

« پاسخ »

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\} \quad D_g : x - 3 \geq 0 \Rightarrow D_g = [3, +\infty)$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq 3 \mid \sqrt{x-3} \neq 1\} = [3, +\infty) - \{4\}$$

$$x - 3 \neq 1, x \neq 4$$

۶۴- اگر  $(f+g)(x) = 5x+4$  و  $(f-g)(x) = 2-3x$  باشد، دامنه‌ی  $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$  را حساب کنید.

« پاسخ »

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = 5x+4 \Rightarrow 2f(x) = 2x+6 \Rightarrow f(x) = x+3$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) = 2-3x$$

$$\Rightarrow x+3+g(x) = 5x+4 \Rightarrow g(x) = 4x+1$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{4}\right\} = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{4}\right\}$$

۶۵- اگر  $f(x) = ax+b$  و  $g(x) = 2x+7$  و  $f(1) = 4$  باشد در صورتی که  $(f+g)(2) = 17$  باشد  $a$ ،  $b$  را حساب کنید.

« پاسخ »

$$f(1) = 4 \Rightarrow a + b = 4$$

$$(f+g)(2) = f(2) + g(2) = 2a + b + 4 + 7 = 17 \Rightarrow 2a + b = 6$$

$$\begin{cases} a + b = 4 \\ 2a + b = 6 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = 2$$