

$$a_n = a + (n - 1)d \quad d = a_n - a_{n-1} \quad \text{دنباله حسابی:}$$

$$a, b, c \quad \text{سه جمله متوالی} \quad 2b = a + c$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)d) = \frac{n}{2}(a + a_n)$$

دنباله هندسی:

$$a_n = aq^{n-1} \quad q = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

$$a, b, c \quad \text{سه جمله متوالی} \quad b^2 = ac$$

$$S_n = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1} \quad \text{تعداد جملات متناهی}$$

۱- در دنباله حسابی ... و ۱۴ و ۱۰ و ۶ و ۲ حداقل چند جمله را باید جمع کنیم تا حاصل بیشتر از ۲۰۰ گردد؟

$$S_n > 200 \Rightarrow \frac{n}{2}(2(2) + (n - 1) \times 4) > 200$$

$$d = 6 - 2 = 4 \quad n(2 + 2n - 2) > 200 \rightarrow 2n^2 > 200$$

$$n^2 > 100 \quad n = 11$$

۲- در یک دنباله حسابی، جمله دوازدهم برابر ۳۵ و مجموع هشت جمله اول برابر ۱۰۰ می باشد دنباله را مشخص کنید.

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

$$a_{12} = 35 \rightarrow a + 11d = 35$$

$$S_8 = 100 \rightarrow \frac{8}{2}(2a + 7d) = 100$$

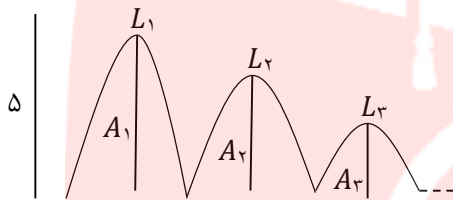
$$\Rightarrow \begin{cases} a + 11d = 35 \\ 2a + 7d = 25 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2a - 22d = -70 \\ 2a + 7d = 25 \\ \hline -15d = -45 \\ d = 3 \end{cases}$$

$$a + 11(3) = 3\Delta \rightarrow \alpha = 2$$

... و ۸ و ۵ و ۲

۳- توپی در اختیار داریم که از هر ارتفاع که رها شود، پس از برخورد با زمین  $0/6$  ارتفاع اولیه بالا می رود. فرض کنید این توپ از زمین به هوا پرتاب شود و تا ارتفاع ۵ متر بالا رود می خواهیم بدانیم از شروع پرتاب تا

زمان ایستادن چه مسافتی را طی می کند؟



چون هر دفعه ارتفاع کم می شود و تا لحظه ایستادن

نامتناهی است. لذا از جدول مجموع استفاده می شود.

$$A_1 = 5 \quad A_2 = 5 \times 0/6 = 3 \quad A_3 = 3 \times 0/6 = 1/8$$

$$L_1 = 10 \quad L_2 = 5 \quad L_3 = 3/6 \quad q = 0/6 \quad S_n = \frac{a}{1-q} \rightarrow S_n = \frac{10}{1-0/6} = 25$$

۳- در دنباله هندسی نامتناهی زیر، مجموع تمام جملات را بیابید.

$$\frac{1}{3} \text{ و } -\frac{1}{9} \text{ و } \frac{1}{27} \text{ و } -\frac{1}{81} \text{ و } \dots$$

دنباله نامتناهی است و  $1 > \left| -\frac{1}{3} \right| = \frac{1}{3} = |r|$  یعنی می توان از حد مجموع استفاده نمود.

$$S_n = \frac{1/3}{1-1/3} = \frac{1/3}{2/3} = \frac{1}{2}$$

۴- در دنباله حسابی زیر مجموع ۲۰ جمله اول چیست؟

$$-5 \text{ و } 1 \text{ و } 7 \text{ و } \dots \quad S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) \quad (\text{نوشته شود})$$

$$d = 1 - (-5) = 6 \quad S_{20} = \frac{20}{2}(2(-5) + 19(6) = 10(-10 + 114)) = 1040$$

$$a = -5$$

۵- جمله سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب ۸ و -۶۴ می باشد. مجموع چند جمله ی این دنباله با شروع از جمله اول برابر ۱۷۰- می شود.

$$\frac{a_3}{a_6} = \frac{aq^2}{aq^5} = q^3 = \frac{-64}{8} = -8 \rightarrow q = -2$$

$$a_3 = 8 \rightarrow a(-2)^2 = 8 \rightarrow a = 2$$

$$S_n = -170 \rightarrow \frac{2((-2)^n - 1)}{-2 - 1} = -170 \rightarrow 2((-2)^n - 1) = 3 \times 170$$

$$(-2)^n - 1 = 255 \rightarrow (-2)^n = 256 \rightarrow n = 8$$

۶- ابتدا نیمی از مساحت مربعی را رنگ می کنیم. سپس نیمی از مساحت باقی مانده را رنگ می کنیم به همین ترتیب، پس از چند مرتبه حداقل ۹۹ درصد سطح مربع رنگ شده است؟

هر باز نصف مربع رنگ می شود پس قدر نسبت  $\frac{1}{2}$  است. حداقل ۹۹ درصد سطح مربع رنگ شود.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}} > \frac{99}{100}$$

$$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} > \frac{99}{100} \rightarrow -\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} > -\frac{1}{100} \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} < \frac{1}{100} \Rightarrow 2^{n+1} > 100 \rightarrow n = 7$$

۷- برای محافظت از تابش های مضر مواد رادیو اکتیو لایه های محافظتی ساخته شده است که شدت تابش ها پس از عبور از آن ها نصف می شود. حداقل چندلایه باید استفاده کنیم تا شدت تابش ۹۹ درصد کاهش

بیابد.

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

جواب مانند سؤال بالا می باشد.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$$

$$S_n > \frac{99}{100} \rightarrow n = 7$$

۸- مجموع هشت جمله اول یک دنباله هندسی ۸۲ برابر مجموع چهار جمله اول آن است. قدر نسبت را مشخص کنید.

$$S_8 = 82S_4$$

$$\frac{q^8(q^8-1)}{q-1} = 82 \frac{q^4(q^4-1)}{q-1} \text{ با فرض } q \neq 1 \text{ و } (q^4-1)(q^4+1) = 82(q^4-1)$$

$$q^4 + 1 = 82 \rightarrow q^4 = 81 \rightarrow q = 3$$

تقسیم چند جمله ای ها و بخش پذیری:

$$P(x) = q(x) \quad Q(x) \quad + R(x)$$

باقی مانده خارج قسمت مقسوم علیه مقسوم

۱- در تقسیم بر  $x - a$  ، باقی مانده همان  $P(a) = R(a)$  است.

۲- درجه باقی مانده کمتر از درجه مقسوم علیه است.

مثال ۱: مقدار  $k$  را چنان تعیین کنید که چند جمله ای  $P(x) = 2x^3 - kx^2 - x + 3$  بر  $x + 1$  بخش پذیر باشد.

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow P(-1) = R(-1) = 2(-1)^3 - k(-1)^2 - 1 + 3 = 0$$

$$2 - k + 2 = 0 \rightarrow k = 4$$

۲- مقادیر  $m$  و  $n$  را چنان بیابید که جمله ای  $x^2 + mx + n$  بر  $x - 2$  و  $x + 1$  بخش پذیر باشد (یا بر

$$(x^2 - 2) \text{ بخش پذیر باشد.}) \quad \text{www.my-dars.ir}$$

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow P(2) = R(2) = 2^2 + m(2) + n = 0 \quad 2m^0 + n = -4$$

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow P(-1) = R(-1) = (-1)^2 + m(-1) + n = 0 \quad n - m = -1$$

$$\begin{cases} 2m + n = -4 \\ m - n = +1 \end{cases} \quad 2m = -3 \quad m = -1 \quad n - (-1) = -1 \quad n = -2$$

۳  $a$  را چنان بیابید که یگ جواب معادله  $x^3 - 2x^2 + ax + 2 = 0$  برابر ۲ باشد سپس جواب های دیگر معادله را بدست آورید.

$$x = 2 \rightarrow 2^3 - 2(2)^2 + a(2) + 2 = 0 \rightarrow 8 - 8 + 2a + 2 = 0 \rightarrow a = -1$$

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

	۱	-۲	-۱	۲
۲	۱	۰	-۱	۰

$$x^3 - 1 = 0 \rightarrow x^3 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

۴ اگر باقی مانده ی تقسیم چند جمله ای  $x + 2$  و  $x - 3$  به ترتیب ۱ و ۲ باشد باقی مانده تقسیم  $P(x)$  بر  $x^2 - x - 6$  چیست؟

$$x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$$

$$P(x) = (x - 3)(x + 2)Q(x) + ax + b$$

$$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \rightarrow P(3) = R(3) = 3a + b = 2$$

$$x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \rightarrow P(-2) = R(-2) = -2a + b = 1$$

$$\begin{cases} 3a + b = 2 \\ 2a - b = -1 \end{cases} \quad \Delta a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{5} \quad b = 1 + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$$

بسط دو جمله ای: گروه آموزشی عصر

$$(a + b)^n = a^n + n a^{n-1} b + \frac{n(n-1)}{2!} a^{n-2} b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} a^{n-3} b^3 + \dots + b^n$$

$$\text{جمله } (k+1) \text{ ام} = \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

۱- حاصل عبارت  $\left(1 - \frac{2}{x}\right)^5$  چیست؟

$$\left(1 - \frac{2}{x}\right)^5 = 1 - 5(1)^4 \left(\frac{2}{x}\right) + \frac{5(5-1)}{2!} (1)^3 \left(\frac{2}{x}\right)^2 - \frac{5(5-1)(5-2)}{3!} (1)^2 \left(\frac{2}{x}\right)^3 + \frac{5(5-1)(5-2)(5-3)}{4!} \times 1 \left(\frac{2}{x}\right)^4 + \left(\frac{2}{x}\right)^5 = 1 - \frac{10}{x} + \frac{40}{x^2} - \frac{80}{x^3} + \frac{90}{x^4} + \frac{32}{x^5}$$

۲- جمله سوم بسط دو جمله ای  $\left(4x - \frac{1}{x}\right)^7$  چیست؟

$$\binom{7}{2} (4x)^{7-2} \left(\frac{1}{x}\right)^2 = \frac{7 \times 6}{2} \times 1024x^5 \times \frac{1}{x^2} = 21504x^3$$

۳- عبارت  $(2x + 3y)^6$  را بسط دهید.

$$\begin{aligned} (2x + 3y)^6 &= 64x^6 + 6(2x)^5(3y) + \frac{6 \times 5}{2} (2x)^4(3y)^2 + \frac{6 \times 5 \times 4}{6} (2x)^3(3y)^3 \\ &+ \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{4!} (2x)^2(3y)^4 + \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{5!} (2x)(3y)^5 + 729y^6 \end{aligned}$$

۷۲ لیتر آب میوه و ۴۰ لیتر شیر و ۴۸ لیتر دوغ در شیشه هایی با حجم یکسان بسته بندی شده اند. حداقل تعداد شیشه ها را تعیین کنید.

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$40 = 2^3 \times 5 \quad \text{م.م.ب} = 2^3 = 8 \quad \frac{72}{8} = 9 \quad \frac{48}{8} = 6 \quad \frac{40}{8} = 5$$

$$48 = 2^3 \times 6 \quad \text{شیشه} = 9 + 6 + 5 = 20 \quad \text{جواب}$$

معادله درجه دوم:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{گروه آموزشی عصر}$$

$$\Delta > 0 \quad \text{دو جواب} \quad \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = 0 \quad \text{ریشه مضاعف} \quad x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

$$\Delta < 0 \quad \text{ریشه نداریم}$$

$$a + b + c = 0 \rightarrow x = 1, x = \frac{c}{a}$$

$$a + c = b \rightarrow x = -1, x = -\frac{c}{a}$$

$\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله درجه دوم باشند.

$$\alpha + \beta = S = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha^r + \beta^r = (\alpha + \beta)^r - 2\alpha\beta$$

$$\alpha\beta = P = \frac{c}{a}$$

$$\alpha^r + \beta^r = (\alpha + \beta)^r - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{a}$$

$$X^r - SX + P = 0$$

سهمی:

$$y = ax^r + bx + c$$

$$x = -\frac{b}{2a} \quad \text{محور تقارن}$$

$$S \begin{cases} -\frac{b}{2a} & a > 0 \quad \min \\ \frac{\Delta}{4a} & \\ -\frac{b}{2a} & a < 0 \quad \max \end{cases}$$

۱- معادله های زیر را حل کنید.

$$1) (x^r - 1)^r + (x^r - 1)^r - 2 = 0$$

$$((x^r - 1)^r + 2)((x^r - 1)^r - 1) = 0$$

$$(x^r - 1)^r + 2 \neq 0 \quad (x^r - 1)^r - 1 = 0 \rightarrow (x^r - 1)^r = 1 \rightarrow \begin{cases} x^r - 1 = 1 \rightarrow x^r = 2 \\ x = \pm\sqrt[r]{2} \\ x^r - 1 = -1 \rightarrow x^r = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$۲) \left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - ۷\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + ۶ = 0$$

$$\left(\frac{x^2}{3} - 2 - ۶\right)\left(\frac{x^2}{3} - 2 - ۱\right) = 0 \begin{cases} \frac{x^2}{3} = ۸ \rightarrow x^2 = ۲۴ \rightarrow x = \pm\sqrt{۲۴} \\ \frac{x^2}{3} = ۳ \rightarrow x^2 = ۹ \rightarrow x = \pm ۳ \end{cases}$$

۳- بیشترین مقدار تابع  $f(x) = -x^2 + 4x + 1$  را تعیین کنید.

$$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(4^2 - 4(-1)(1))}{4 \times -1} = \frac{-(16 + 4)}{-4} = ۵$$

یا

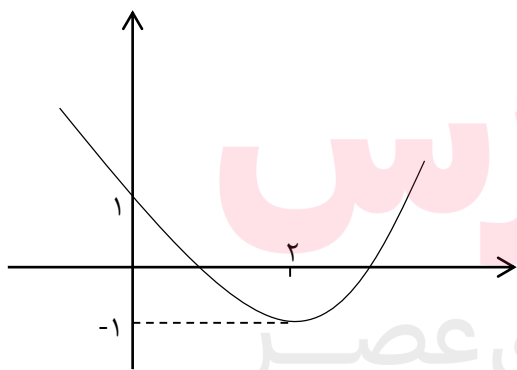
$$x = -\frac{4}{2(-1)} = 2 \quad f(2) = -(2)^2 + 4(2) + 1 = -4 + 9 = 5$$

۴- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن  $3 \pm 2\sqrt{2}$  باشد.

$$S = 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} = 6 \quad \Rightarrow x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$P = (3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2}) = 9 - 8 = 1$$

۵- در شکل مقابل نمودار سهمی  $P(x) = ax^2 + bx + c$  داده شده است. ضرایب  $a$  و  $b$  و  $c$  را تعیین کنید.



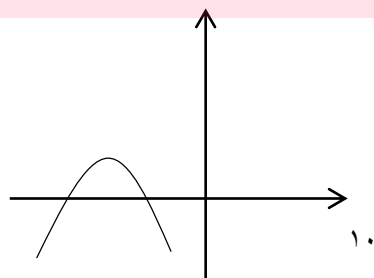
$$x = 2 \rightarrow \frac{-b}{2a} = 2 \rightarrow b = -4a$$

$$\begin{array}{l} 2 \\ -1 \end{array} \quad \begin{array}{l} -1 = 4a + 2b + c \\ \Rightarrow 4a - 8a + 1 = -1 \rightarrow -4a = -2 \\ a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 0 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 = 0 + 0 + c \rightarrow c = 1 \end{array}$$

۶- در شکل زیر سهمی به معادله  $P(x) = ax^2 + bx + c$  داده شده است. علامت ضرایب  $a$  و  $b$  و  $c$  و تعداد

جوابهای معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  را تعیین کنید.





دارد  $\max a < 0$

دو ریشه منفی اند  $\frac{c}{a} > 0 \xrightarrow{a < 0} c < 0$

دو ریشه منفی اند  $\frac{b}{a} > 0 \xrightarrow{a < 0} b < 0$

۷- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله درجه دوم  $4x^2 - 5x - 5 = 0$  باشد معادله ای بنویسید که ریشه های آن  $\frac{1}{\alpha}$  و  $\frac{1}{\beta}$  باشد.

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{\alpha} & S &= x_1 + x_2 = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{5/4}{-5/4} = -1 \\ \text{روش اول} & & P &= x_1 \times x_2 = \frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-5/4} = -\frac{4}{5} \\ x_2 &= \frac{1}{\beta} \end{aligned}$$

$$\left(x^2 - (-1)x - \frac{4}{5} = 0\right) \times 5 \rightarrow 5x^2 + 5x - 4 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{روش دوم} \quad x &= \frac{1}{\alpha} \rightarrow \alpha = \frac{1}{x} \rightarrow \left(4\left(\frac{1}{x}\right)^2 - 5\left(\frac{1}{x}\right) - 5 = 0\right) \times x^2 \\ 4 - 5x - 5x^2 &= 0 \rightarrow 5x^2 + 5x - 4 = 0 \end{aligned}$$

۸- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $x^2 - 3x - 5 = 0$  باشد بودن حل معادله حاصل  $\frac{\alpha}{\beta^2+1} + \frac{\beta}{\alpha^2+1}$  را بیابید.

$$\frac{\alpha^3 + \alpha + \beta^3 + \beta}{\beta^2 \alpha^2 + \beta^2 + \alpha^2 + 1} = \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) + \alpha + \beta}{(\alpha\beta)^2 + (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + 1} \quad \begin{aligned} \alpha + \beta &= 3 \\ \alpha\beta &= -5 \end{aligned}$$

$$= \frac{3^3 - 3(-5)(3) + 3}{(-5)^2 + (3)^2 - 2(-5) + 1} = \frac{27 + 45 + 3}{25 + 9 + 10 + 1} = \frac{75}{45} = \frac{5}{3}$$

۹-  $m$  را طوری بیابید که یکی از ریشه های معادله  $mx^2 - 4x + 15$  سه برابر ریشه ی دیگر باشد.

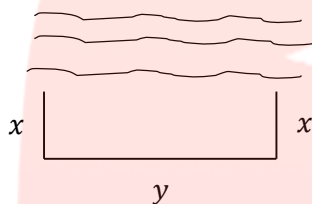
$$\alpha = 3\beta$$

$$\alpha + \beta = \frac{4}{m} \rightarrow 3\beta + \beta = \frac{4}{m} \rightarrow 4\beta = \frac{4}{m} \rightarrow \beta = \frac{1}{m} \Rightarrow \alpha = \frac{3}{m}$$

$$\alpha \beta = \frac{1}{m} \rightarrow \frac{3}{m} \times \frac{1}{m} = \frac{1}{m} \rightarrow m^2 = 3m$$

$$m(m - 3) = 0 \begin{cases} m = 0 & \text{غ ق ق} \\ m = 3 \end{cases}$$

۱۰- بیشترین مساحت قطعه زمین مستطیل شکل کنار دریا که با ۱۰۰ متر نرده می توان محصور کرد چقدر است.



$$2x + y = 100 \rightarrow y = 100 - 2x$$

$$S = xy = x(100 - 2x) = -2x^2 + 100x$$

$$x = -\frac{100}{2(-2)} = 25 \rightarrow y = 100 - 2(25) = 50$$

$$S = 25 \times 50 = 1250$$

معادلات گویا و اصم :

معادلات زیر را حل نمایید .

$$11) \left( \frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-4} \right) x(x+2)(x-2)$$

$$3x(x-2) + 2(x^2-4) = 4x^2 - 4x$$

$$3x^2 - 6x + 2x^2 - 4 = 4x^2 - 4x$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0 \quad \Delta = (-2)^2 - 4(1)(-4) = 4 + 16 = 20$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{20}}{2 \times 1} \begin{cases} \frac{2 + 2\sqrt{5}}{2} = 1 + \sqrt{5} & \text{ق ق} \\ \frac{2 - 2\sqrt{5}}{2} = 1 - \sqrt{5} & \text{ق ق} \end{cases}$$

۲) مجموعه جواب معادله  $\frac{x}{x-3} + \frac{3}{x-1}$  برابر است با :

$$\left(\frac{x}{x-3} + \frac{2}{x-1} = 5\right) (x-3)(x-1)$$

$$x^2 - x + 2x - 9 = 5(x^2 - 4x + 3) = 5x^2 - 20x + 15$$

$$4x^2 - 22x + 24 = 0 \rightarrow 2(2x^2 - 11x + 12) = 0$$

$$\Delta = (-11)^2 - 4(2)(12) = |21| - 96 = 25$$

$$\frac{11 \pm 5}{4} \begin{cases} \frac{16}{4} = 4 \\ \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\sqrt{1+x} - \sqrt{x} = 2$$

$$(\sqrt{1+x} = 2 + \sqrt{x})^2$$

$$1 + x = 2 + x + 2\sqrt{x}$$

$$2\sqrt{x} = -1 \quad \text{غ ق ق}$$

-4 عدد صحیحی بیابید که تفاضل جذرش از ان برابر 20 باشد.

$$x - \sqrt{x} = 20 \rightarrow (x - 20 = \sqrt{x})^2 \rightarrow x^2 - 40x + 400 = x$$

$$x^2 - 41x + 400 = 0 \rightarrow (x - 16)(x - 25) = 0$$

$$x = 16 \quad x = 25$$

$$\sqrt{x^2 - 5x + 3} + x^2 - 5x = 19$$

$$\sqrt{x^2 - 5x + 3} + x^2 - 5x + 3 = 12$$

$$\sqrt{x^2 - 5x + 3} = t \rightarrow x^2 - 5x + 3x = t^2$$

$$t^2 + t - 12 = 0$$

$$(t+4)(t-3) = 0 \begin{cases} t = -4 \rightarrow \sqrt{x^2 - 5x + 3} = -4 \text{ غ ق} \\ t = 3 \rightarrow (\sqrt{x^2 - 5x + 3} = 3)^2 \rightarrow x^2 - 5x + 3 = 9 \\ x^2 - 5x - 6 = 0 \begin{cases} x = 6 \\ x = -1 \end{cases} \end{cases}$$

۶- نقطه ای روی خط  $y = 2x$  بیابید که از دو نقطه  $A(1,1)$  و  $B(3,-1)$  به یک فاصله باشد.

$$M \begin{matrix} x \\ 2x \end{matrix} \quad |AM| = |BM| \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (2x-1)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (2x+1)^2}$$

$$(\sqrt{x^2 - 2x + 1 + 4x^2 - 4x + 1} = \sqrt{x^2 - 6x + 9 + 4x^2 + 4x + 1})^2$$

$$\cancel{5x^2} - 6x + 2 = \cancel{5x^2} - 2x + 10 \quad -4x = 8 \rightarrow x = -2$$

-۷

$$\sqrt{x + \sqrt{x-1}} - \sqrt{2x-2} = 0$$

$$(\sqrt{x + \sqrt{x-1}} - \sqrt{2x-2})^2 \rightarrow x + \sqrt{x-1} = 2x - 2$$

$$(\sqrt{x-1} = x-2)^2 \rightarrow x-1 = x^2 - 4x + 4 \\ x^2 - 5x + 5 = 0$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4(1)(5) = 25 - 20 = 5 \quad \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$$

۸-  $150 \text{ kg}$  محلول آب نمک ۴ درصدی در اختیار داریم. چند کیلوگرم نمک به آن اضافه کنیم تا محلول حاصل ۱۰ درصد شود؟

$$\frac{4}{100} \times 150 = 6 \text{ kg}$$

$$\frac{6+x}{150+x} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} \rightarrow 60 + 10x = 150 + x$$

$$9x = 90 \rightarrow x = 10 \text{ kg}$$

www.miy-dars.ir

۹- در یک مزرعه شالیکاری دو کارگر باهم کار می کنند، کار نیشاکاری را در ۱۸ روز تمام می کنند. اما اگر هر کدام به تنهایی کار می کردند، کارگر اول ۱۵ روز زودتر از کارگر دوم این کار را تمام می کرد هر کدام از این دو کارگر به تنهایی کار را چند روزه تمام می کنند.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+15} = \frac{1}{18}$$

کارگر اول ۳۰

کارگر دوم ۴۵

$$\frac{x+15+x}{x(x+15)} = \frac{1}{18} \rightarrow 36x + 270 = x^2 + 15x$$

$$x^2 - 21x - 270 = 0 \rightarrow (x - 30)(x + 9) = 0 \begin{cases} x = 30 \\ x = -9 \end{cases}$$

۱۰-  $P(x)$  یک چند جمله ای درجه ۲ است و ضریب بزرگترین توان آن ۲ است.  $P(x)$  را به گونه ای تعیین کنید

که  $P(1) = 4$  و  $P(2) = 13$

$$P(x) = 2x^2 + ax + b$$

$$\begin{aligned} P(1) &= 2(1)^2 + a(1) + b = 4 \rightarrow \bar{a} + \bar{b} = \bar{4} \\ P(2) &= 2(2)^2 + a(2) + b = 13 \rightarrow 2a + b = 5 \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases}$$

۱۱- نامعادلات زیر را به روش هندسی حل کنید.

$$۲) |x| < x^2$$

$$y_1 = |x|$$

$$y_2 = x^2$$

مای درسی

گروه آموزشی عصر

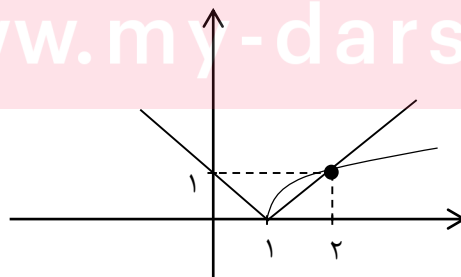
از برخورد  $y_1$  و  $y_2$  نقاط  $x = 2$  بدست می آید چون  $y_1 < y_2$ .

www.my-dars.ir

مجموعه جواب  $[2, +\infty)$

$$۳) \sqrt{x-1} \leq |x-1|$$

$$y_1 = \sqrt{x-1}$$



$$y_2 = |x - 1|$$

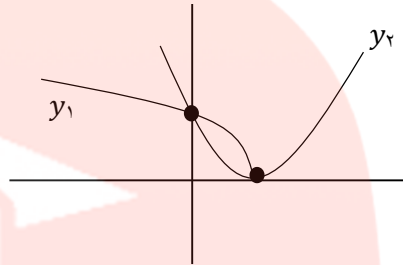
۱۲- معادله زیر را به روش هندسی حل نمایید.

$$\sqrt{1-x} - 1 = x^2 - 2x$$

$$\sqrt{1-x} = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$$

$$y_1 = \sqrt{1-x}$$

$$y_2 = (x-1)^2$$



با توجه به نمودار از برخورد  $y_1$  و  $y_2$  در طول  $x = 0$  و  $x = 1$  بدست می آید. جواب:  $\{0, 1\}$

۱۳- برای هر دو عدد حقیقی  $a$  و  $b$  ثابت کنید.

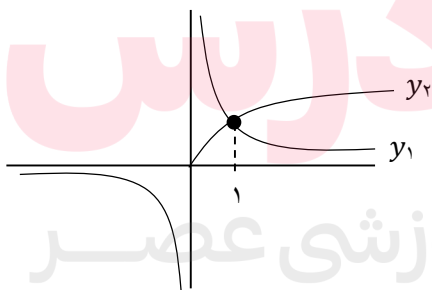
$$۱) |ab| = |a||b|$$

$$|ab| = \sqrt{(ab)^2} = \sqrt{a^2 b^2} = \sqrt{a^2} \sqrt{b^2} = |a||b|$$

$$۲) |a + b| \leq |a| + |b|$$

$$\begin{aligned} -|a| \leq a \leq |a| \\ -|b| \leq b \leq |b| \end{aligned} \rightarrow -(|a| + |b|) \leq a + b \leq |a| + |b| \Rightarrow |a + b| \leq |a| + |b|$$

۱۴) نامعادله  $\frac{1}{x} \leq \sqrt{x}$  را به روش هندسی حل نمایید.



نقطه تقاطع  $y_1$  و  $y_2$ ، نقطه  $x = 1$

است و چون  $y_1 < y_2$  جواب  $(1, +\infty)$

$$y_1 = \frac{1}{x} \text{ و } y_2 = \sqrt{x}$$

$$x \geq 0$$

www.my-dars.ir

۱۵- نامعادله  $|x + 2| < |x - 1|$  را حل نمایید.

$$[x + 2]^2 < [x - 1]^2 \rightarrow (x + 2)^2 - (x - 1)^2 < 0$$

$$(x + 2 + x - 1)(x + 2 - x + 1) < 0$$

$$(2x + 1)(2) < 0 \rightarrow 2x + 1 < 0 \rightarrow 2x < -1 \rightarrow x < -\frac{1}{2}$$



# مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)