

# محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات

فصل اول:

## ۱- مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی

- ۱- در دنباله حسابی با جمله اول ۲۱ و قدر نسبت ۹، مجموع چند جمله را انتخاب کنیم که از ۱۰۰۰۰ کوچکتر نباشد.
- ۲- در یک دنباله حسابی جملات پنجم و دهم به ترتیب ۳۲ و ۱۲ است. مجموع ده جمله اول را حساب کنید.
- ۳- در دنباله حسابی  $\sqrt{2}, 3 + \sqrt{2}, 6 + \sqrt{2}, \dots$  مجموع ۱۰ جمله اول آن کدام است؟
- ۴- در یک دنباله حسابی با ضابطه  $b_n = 2 - 3n$  جمله عمومی  $S_n$  چه می باشد؟
- ۵- در یک دنباله عددی جمله  $n$ ام به صورت  $a_n = \frac{3}{4}n - 5$  است. مجموع ۱۵ جمله اول این دنباله کدام است؟
- ۶- اگر مجموع  $n$  جمله ی اول یک دنباله حسابی  $S_n = \frac{n(6n-5)}{12}$  باشد، قدر نسبت این دنباله را تعیین کنید.
- ۷- در یک دنباله هندسی با جمله عمومی  $a_n = \frac{9}{4^n}$ ، مجموع سه جمله دوم این دنباله را حساب کنید.
- ۸- جمله عمومی یک دنباله هندسی  $a_n = 2^{n+1}$  می باشد. مجموع چند جمله از این دنباله هندسی برابر ۱۲۴ می باشد؟
- ۹- حد مجموع جملات دنباله با جمله عمومی  $a_n = 4\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$  کدام است؟
- ۱۰- مجموع همه جملات  $1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \dots$  را بیابید.
- ۱۱- توپی را از فاصله ۲ متری زمین بصورت قائم رها می کنیم به طوری که هر بار پس از برخورد به زمین، پنجاه درصد ارتفاع اولیه بالا می آید. این توپ چه مسافتی را طی می کند تا بایستد؟
- ۱۲- «خرداد ۹۰» توپی در اختیار داریم که از هر ارتفاعی که رها شود، پس از زمین خوردن به اندازه ی  $\frac{1}{3}$  ارتفاع اولیه خود بالا می رود. فرض کنید این توپ را از زمین به هوا پرتاب کرده ایم تا به ارتفاع ۵ متری برسد. می خواهیم بدانیم پس از شروع پرتاب تا زمان ایستادن، این توپ چه قدر مسافت طی می کند؟
- ۱۳- «شهریور ۹۰» در دنباله حسابی  $\dots, 10, 6, 2$  حداقل چند جمله را باید جمع کنیم تا حاصل از ۲۰۰ بیش تر شود؟
- ۱۴- «خرداد ۹۱» در دنباله ی هندسی نامتناهی روبه رو، مجموع تمام جملات را بیابید:
- ۱۵- «دی ۹۱» مجموع بیست جمله ی اول دنباله ی حسابی روبه رو را بیابید:
- ۱۶- «شهریور ۹۲» در دنباله ی حسابی روبه رو، مجموع بیست جمله ی اول دنباله را بیابید:
- ۱۷- «دی ۹۳» در دنباله حسابی  $\dots, 15, 9, 3$  حداقل چند جمله ی آن را باید جمع کنیم تا حاصل از ۳۰۰ بیشتر شود؟
- ۱۸- «خرداد ۹۴» یک مثلث با محیط  $P$  در نظر بگیرید. وسط های اضلاع آن را به هم وصل کنید و مثلث کوچکتر جدیدی بسازید. این عمل را مجدداً روی مثلث کوچکتر انجام دهید. این عمل را به طور متوالی انجام دهید. مجموع محیط های مثلث های به دست آمده چقدر است؟
- ۱۹- «شهریور ۹۴» گزینه صحیح را انتخاب کنید: مجموع  $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$  برابر با ..... است.
- الف)  $\frac{3}{4}$       ب)  $\frac{2}{3}$
- ۲۰- «دی ۹۴» طول ضلع مربعی ۱ متر است. ابتدا نیمی از مساحت آن را رنگ می کنیم. سپس نیمی از مساحت باقی مانده را رنگ می کنیم. به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقی مانده از مرحله قبل را رنگ می کنیم. پس از چند مرحله حداقل ۹۹ درصد از سطح مربع رنگ شده است؟
- ۲۱- «کنکور ۹۰» در یک تصاعد عددی مجموع بیست جمله اول سه برابر مجموع دوازده جمله اول آن است. اگر جمله سوم برابر ۶ باشد، جمله دهم کدام است؟
- ۲۲- «کنکور ۹۳» حاصل عبارت  $\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1}$ ، به ازای  $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ ، کدام است؟
- ۲۳- «کنکور ۹۳» خارج عبارت  $\frac{t^8 - t^7 + t^6 - \dots - t + 1}{t^6 - t^3 + 1}$ ، به ازای  $t = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$ ، کدام است؟
- ۲۴- «کنکور ۹۴» تعداد جملات یک دنباله ی هندسی عدد زوج است. اگر مجموع تمام جملات آن ۳ برابر مجموع جملات با ردیف فرد باشد، قدر نسبت آن کدام است؟

۳۸(۴)

۳۶(۳)

۳۴(۲)

۳۲(۱)

۵(۴)

۴(۳)

۳(۲)

۲(۱)

۵(۴)

۴(۳)

۳(۲)

۲(۱)

۳(۴)

۲(۳)

 $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱)

۲- تقسیم چندجمله‌ای‌ها و بخش پذیری

- ۲۵- اگر عبارت  $1 + bx^4 + ax^3 + x^6$  بر  $x^2 - 1$  بخش پذیر باشد، حاصل  $a - 2b$  برابر کدام است؟
- ۲۶- نشان دهید یکی از فاکتورهای  $f(x) = x^3 - 8x^2 + 9x - 2$  برابر  $x - 1$  می باشد و معادله  $f(x) = 0$  را حل کنید.
- ۲۷- باقی مانده تقسیم عبارت  $1 + x + bx^2 + ax^3 + x^6$  بر  $x^2 - 1$  برابر صفر است.  $b$  کدام است؟
- ۲۸- باقیمانده  $1 - 7x + 4x^2 - 2x^3 = p(x)$  را بر  $1 - 2x$  به دست آورید.
- ۲۹- هرگاه باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای  $f(x)$  بر  $3 + x$  و  $2 - x$  به ترتیب ۲ و ۷ باشد، باقی مانده تقسیم  $f(x)$  بر  $6 - x + x^2$  را به دست آورید.
- ۳۰- هر یک از کسرهای زیر را به ساده ترین صورت بنویسید:

(الف)  $\frac{(1+x+x^2+\dots+x^5)(1-x)}{(1+x)(1-x+x^2)}$  (ب)  $\frac{x^2y^2-xy^2}{(xy+1)(x^2y-x)}$

- ۳۱- «خرداد ۹۰» مقدار  $k$  را چنان بیابید که چندجمله‌ای  $3 + x - kx^2 - 2x^3 = P(x)$  بر  $1 + x$  بخش پذیر باشد.
- ۳۲- «دی ۹۰»  $a$  را چنان بیابید که یک جواب معادله‌ی  $0 = 2 + ax - 2x^2 + x^3$  برابر ۲ باشد. سپس جواب‌های دیگر معادله را به دست آورید.
- ۳۳- «شهریور ۹۱» مقدار  $m$  را چنان بیابید که چندجمله‌ای  $2m - 2x + 3x^3 = P(x)$  بر  $2 - x$  بخش پذیر باشد.
- ۳۴- «دی ۹۱» به کمک اتحادها، عبارت روه‌رو را ساده کنید:

$A = \frac{(x^2+1)(x-1)}{x^2-1}$

- ۳۵- «دی ۹۲» اگر باقیمانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای  $2 + mx + 2x^4 = P(x)$  بر  $1 + x$  برابر ۲ باشد، باقیمانده‌ی تقسیم آن بر  $1 - x$  را بیابید.
- ۳۶- «خرداد ۹۳» مقدار  $m$  را چنان بیابید که چندجمله‌ای  $1 + 2x - mx^2 + 2x^3 = P(x)$  بر  $1 + 2x$  بخش پذیر باشد.
- ۳۷- «خرداد ۹۴» باقیمانده‌ی تقسیم  $4 + x - 2x^2 + 5x^3 = P(x)$  بر  $1 + x$  برابر با ..... است.

- ۳۸- «شهریور ۹۴» گزینه صحیح را انتخاب کنید: باقیمانده تقسیم  $2 + 4x^2 - x^3 = P(x)$  بر  $1 + 2x$  برابر با ..... است. (الف)  $\frac{y}{8}$  (ب)  $\frac{9}{8}$

- ۳۹- «دی ۹۴» جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید: اگر چندجمله‌ای  $7 - m + 5x - 5x^2 + 2x$  بخش پذیر باشد مقدار  $m$  برابر با ..... است.

- ۴۰- «خرداد ۹۵» در چندجمله‌ای  $p(x) = x^2 + ax^2 + x + b$  مقدار  $a$  و  $b$  را چنان بیابید که باقی مانده تقسیم آن بر  $1 - x$  برابر ۴ بوده و بر  $2 + x$  بخش پذیر باشد.
- ۴۱- «خرداد ۹۵» درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید: چندجمله‌ای  $a^n - x^n - a$  بر  $x - a$  بخش پذیر است.

- ۴۲- «کنکور ۹۴» به ازای مقداری از  $a$  چندجمله‌ای  $ax^3 - 8x + x^4 + f(x) = 0$  بخش پذیر است. کوچکترین ریشه‌ی معادله‌ی  $f(x) = 0$  کدام است؟
- (۱)  $\sqrt{3} - 1$  (۲)  $\sqrt{5} - 1$  (۳)  $-\sqrt{3} - 1$  (۴)  $-\sqrt{5} - 1$

۳- بسط دوجمله‌ای

- ۴۳- جمله مستقل از  $x$  در بسط  $(x^2 - \frac{1}{x})^6$  برابر با کدام عدد است؟

- ۴۴- اگر جمله سوم بسط  $(2x - x^2)^5$  برابر ۵ باشد، مقدار  $x$  را حساب کنید.

- ۴۵- در بسط  $(x + \frac{1}{\sqrt{x}})^4$  جمله دوم را بیابید.

- ۴۶- در بسط  $(x + 2y)^8$  مطلوب است:

- (الف) تعداد جملات (ب) مجموع ضرایب (ج) جمله پنجم بسط

- ۴۷- «شهریور ۹۰» حاصل عبارت  $(1 - \frac{2}{x})^5$  را به دست آورید.

- ۴۸- «شهریور ۹۲» جمله‌ی سوم از بسط  $(2x - 1)^7$  برابر است با .....

- ۴۹- «دی ۹۳» جمله سوم بسط  $(x + \frac{2}{x})^5$  را بنویسید.

- ۵۰- «خرداد ۹۴» مجموع ضرایب بسط دوجمله‌ای  $(3x - 1)^6$  برابر ..... است.

- ۵۱- «کنکور ۹۱» اگر  $n$  یک عدد طبیعی باشد و  $99 + b\sqrt{2} = (1 + \sqrt{2})^n$ ، آیا نتیجه می شود که  $99 - b\sqrt{2} = (3 - 2\sqrt{2})^n$  در صورت نتیجه گیری عدد  $b$  کدام است؟
- (۱) نتیجه نمی شود (۲) ۷۰ (۳) ۷۲ (۴) ۷۴

۴- «ب.م.م» و «ک.م.م»

- ۵۲- «ب.م.م» و «ک.م.م» عبارت‌های زیر را تعیین کنید:

(الف) « $x^3 - x$ » و « $x^4 - 3x^2$ » (ب) « $6 - 11x + 6x^2 - x^3$ » و « $6 + 5x - x^2$ » و « $x^4 - 1$ »

- ۵۳- در یک جاده هر ۵ دقیقه یک ماشین سواری و هر ۷۵ دقیقه یک اتوبوس و هر ۱۴۴ دقیقه یک کامیون عبور می کند. پس از چند دقیقه هر سه نوع ماشین در یک زمان (دقیقه) از جاده عبور می کنند؟

۵۴- روز اول مهر، دبیر حسابان قرار می‌گذارد هر ۱۰ روز یک بار، دبیر فیزیک قرار می‌گذارد هر ۱۲ روز یکبار و دبیر شیمی قرار می‌گذارد هر ۱۵ روز یکبار از دانش‌آموزان امتحان بگیرند. در چه روزی از فصل زمستان هر سه امتحان در یک روز برگزار می‌شود؟

۵۵- کوچکترین مضرب مشترک دو چندجمله‌ای  $x^2 + 6x + 8$  و  $x^2 - 2x - 8$  را بر بزرگترین مقسوم علیه مشترک آن‌ها تقسیم کرده‌ایم. حاصل تقسیم را بیابید.

۵۶- یک مکعب مستطیل با ابعاد ۷۲ و ۸۸ و ۱۰۴ سانتیمتر را می‌خواهیم با بزرگترین مکعبهای هم اندازه پر کنیم. چند مکعب لازم است؟

۵۷- «خرداد ۹۱» ۱۴۴ لیتر آب میوه، ۴۵ لیتر شیر و ۶۳ لیتر دوغ در شیشه‌هایی با حجم یکسان بسته‌بندی شده‌اند. حداقل تعداد شیشه‌ها را حساب کنید. (گنجایش شیشه‌ها را بر حسب لیتر، عدد طبیعی فرض کنید.)

۵۸- «شهریور ۹۴» گزینه صحیح را انتخاب کنید: ک.م.م دو عبارت  $8b^3$  و  $16ab^2$  برابر با ..... است.

۵۹- «دی ۹۴» حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$$\frac{a+5}{a-1} - \frac{6}{a^2+a+1} - \frac{6(a^2+2)}{a^3-1}$$

۶۰- «کنکور ۹۴» خارج در دو دنباله حسابی به صورت‌های  $\dots, 12, 7, 2$  و  $\dots, 14, 11, 8$  چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

۵۸(۱) ۵۹(۲) ۶۰(۳) ۶۱(۴)

۶۱- «کنکور ۹۵» خارج در دنباله‌های حسابی «...، ۲۳، ۱۶، ۹، ۲» و «...، ۲۷، ۲۲، ۱۷، ۱۲» چند عدد سه رقمی مشترک کوچک‌تر از ۳۰۰، موجود است؟

۵(۱) ۶(۲) ۷(۳) ۸(۴)

۵- معادله‌ی درجه‌ی دوم

۶۲- معادله درجه‌ی دومی بنویسید که ریشه‌هایش  $\sqrt{2} - \sqrt{3}$  و  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  باشد.

۶۳- معادله درجه دومی بنویسید که جواب‌های آن  $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$  و  $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$  و مجموع ضرایب آن برابر ۶- باشد.

۶۴- اگر بیشترین مقدار تابع  $y = ax^2 + x + 2$  برابر ۱- گردد، مقدار  $a$  را تعیین کنید.

۶۵- حاصل ضرب نصف عددی بعلاوه یک در ثلث آن منهای یک، برابر ۴ می‌گردد. آن عدد را حساب کنید.

۶۶- حاصلضرب دو عدد طبیعی متوالی، ۲۲ واحد بیشتر از ۱۰ برابر عدد کوچکتر است. دو عدد را به دست آورید.

۶۷- به ازای کدام مقدار  $m$  مجموع مجذورات دو ریشه حقیقی معادله  $0 = 2x^2 - mx + m - 1$  برابر ۴ است؟

۶۸- به ازای کدام مقدار  $m$ ، معادله درجه دوم  $0 = mx^2 + 5x + m^2 - 6$  دو ریشه حقیقی و معکوس و قرینه هم دارد؟

۶۹- در معادله  $0 = 4x^2 - 4x + m$  یکی از جواب‌ها، ۲ واحد بیشتر از جواب دیگر است. مقدار  $m$  و جواب‌های معادله را بیابید.

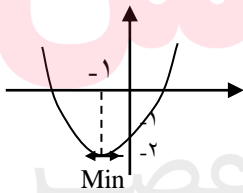
۷۰- در معادله  $0 = x^2 - 3x + 2m$  اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله باشند و داشته باشیم  $3\alpha + 2\beta = 7$  مقدار  $m$  را بدست آورید.

۷۱- یکی از جواب‌های معادله‌ی  $0 = \frac{x^2}{4} + mx - 4$  مربع جواب دیگر است. مقدار  $m$  را حساب کنید.

۷۲- مقدار  $m$  را طوری تعیین کنید که یکی از ریشه‌های معادله  $0 = x^2 - 6mx + 8$  مربع ریشه دیگر باشد.

۷۳- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش ۳ برابر ریشه‌های معادله  $0 = x^2 + x - 3$  باشد.

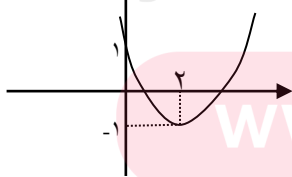
۷۴- ضابطه‌ی تابع درجه دومی که نمودار آن به صورت مقابل است را بیابید:



۷۵- بدون حل معادله، در وجود و علامت ریشه‌های معادله  $0 = x^2 - 5x - 16$  بحث کنید.

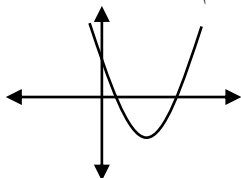
۷۶- «شهریور ۹۰» در شکل زیر، نمودار سهمی به معادله‌ی  $P(x) = ax^2 + bx + c$  داده شده است.

ضرایب  $a$  و  $b$  و  $c$  را تعیین کنید.



۷۷- «دی ۹۰» بیشترین مقدار تابع  $f(x) = -x^2 + 4x + 1$  را تعیین کنید.

۷۸- «خرداد ۹۱» اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم  $0 = ax^2 + bx + c$  باشند، ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم  $0 = cx^2 + bx + a$  برابر است با ..... و ..... ( $c \neq 0$ ).

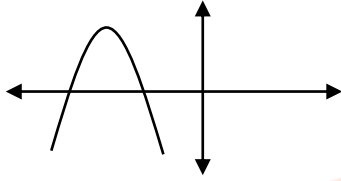


۷۹- «شهریور ۹۱» در شکل زیر، سهمی به معادله‌ی  $f(x) = ax^2 + bx + c$  داده شده است. علامت

ضرایب  $a$  و  $b$  و  $c$  و تعداد ریشه‌های معادله‌ی  $0 = ax^2 + bx + c$  را تعیین کنید.

۸۰- «خرداد ۹۲»  $P(x)$  یک چند جمله‌ای درجه‌ی ۲ است و ضریب بزرگترین توان آن ۱ است.  $P(x)$  را به گونه‌ای تعیین کنید که در شرایط روبه‌رو صدق کند:

$P(1) = 1$  و  $P(2) = 3$



۸۱- «خرداد ۹۲» در شکل زیر سهمی به معادله  $P(x) = ax^2 + bx + c$  داده شده است. علامت

ضرایب  $a$  و  $b$  و  $c$  و تعداد جواب‌های معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  را تعیین کنید.

۸۲- «دی ۹۲» در معادله‌ی  $2x^2 - 8x + m = 0$  اگر یکی از جواب‌ها دو واحد از جواب دیگر بزرگتر باشد،  $m$  و هر دو جواب را پیدا کنید.

۸۳- «خرداد ۹۳» محیط یک زمین مستطیل شکل ۱۸ متر و مساحت آن ۱۴ متر مربع است. اندازه‌ی طول و عرض این زمین را تعیین کنید.

۸۴- «دی ۹۳» اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم  $4x^2 - 5x - 5 = 0$  باشد، معادله‌ای بنویسید که ریشه‌های آن  $2\alpha$  و  $2\beta$  باشد.

۸۵- «خرداد ۹۴» کمترین مقدار تابع  $f(x) = 3x^2 - 12x + 1$  برابر با ..... است.

۸۶- «شهریور ۹۴» بدون حل معادله و با استفاده از  $P$ ،  $S$  و  $\Delta$  در وجود و علامت جواب‌های معادله  $x^2 + x - 5 = 0$  بحث کنید.

۸۷- «دی ۹۴» جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید: معادله درجه دومی که ریشه‌هایش  $1 \pm \sqrt{2}$  است بصورت ..... می‌باشد.

۸۸- «خرداد ۹۵» اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $x^2 - 2x - 1 = 0$  باشد، معادله‌ای بنویسید که ریشه‌های آن  $\frac{1}{\alpha+1}$  و  $\frac{1}{\beta+1}$  باشد.

۸۹- «خرداد ۹۵» درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید: بیشترین مقدار تابع  $f(x) = -\frac{x^2}{2} + 20x$  برابر ۲۰ است.

۹۰- «کنکور ۹۰» اگر  $\alpha$ ،  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x(5x + 3) = 2$  باشند، به ازای کدام مقدار  $k$  مجموعه جواب‌های معادله  $4x^2 - kx + 25 = 0$  به صورت  $\{\frac{1}{\alpha^2}, \frac{1}{\beta^2}\}$  است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۲۸ (۳) ۲۹ (۴) ۳۱

۹۱- «کنکور ۹۰» خارج  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی  $2x^2 - 3x = 1$  باشند، به ازای کدام مقدار  $k$  مجموعه جواب‌های معادله‌ی  $8x^2 + kx - 1 = 0$

به صورت  $\{\alpha^2\beta, \alpha\beta^2\}$  است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۹

۹۲- «کنکور ۹۱» خارج  $x^2 - 8x + m = 0$  در معادله‌ی  $x^2 - 8x + m = 0$  یک ریشه از نصف ریشه دیگر ۵ واحد بیش تر است.  $m$  کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۹۳- «کنکور ۹۲» اگر  $\alpha$ ،  $\beta$  ریشه‌های معادله  $0 = 4x^2 - 3x - 4$  باشند، مجموعه جواب‌های کدام معادله، به صورت  $\{\frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1\}$  است؟

- (۱)  $4x^2 - 5x + 1 = 0$  (۲)  $4x^2 - 3x + 1 = 0$  (۳)  $4x^2 - 5x - 1 = 0$  (۴)  $4x^2 - 3x - 1 = 0$

۶- قدر مطلق

\*\* ضابطه عبارت‌های زیر را بدون قدر مطلق نوشته، نمودار آن‌ها را رسم کنید:

$y = x + \frac{x-2}{|x-2|}$  (۹۶)  $f(x) = |x||x-3|$  (۹۵)  $f(x) = |x-2| + |x+2|$  (۹۴)

۹۷- مساحت سطح محصور به نمودار  $y = |x-2| + |x+1|$  و خط  $y = 2$  را حساب کنید.

\*\* نمودار توابع زیر را رسم کنید:

$y = |\sin|x||$ ;  $-2\pi \leq x \leq 2\pi$  (۱۰۰)  $y = |\cos x|$ ;  $-\pi < x \leq 2\pi$  (۹۹)  $y = ||x-2| - 1|$  (۹۸)

۱۰۱- در چه بازه‌هایی عبارت  $|2x-1| + |x+2| + |x+1|$  مستقل از  $x$  است؟

۱۰۲- «خرداد ۹۰» برای هر دو عدد حقیقی  $a$  و  $b$  ثابت کنید:

$|a+b| \leq |a| + |b|$

۱۰۳- «دی ۹۰» به کمک تعیین علامت عبارت داخل قدر مطلق، ضابطه‌ی  $f(x) = x|x-2|$  را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید.

۱۰۴- «خرداد ۹۱» اگر  $x \leq 1$  باشد، ضابطه‌ی تابع  $y = |x-3| + |x-1|$  بدون استفاده از قدر مطلق برابر است با .....

۱۰۵- «دی ۹۱» با فرض آن که  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشند، نشان دهید:

$|ab| = |a||b|$

۱۰۶- «خرداد ۹۴» ابتدا ضابطه‌ی تابع  $y = |x-1| + |2-x|$  را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید. سپس نمودار آن را رسم کنید.

۷- معادلات

\*\* معادله‌های زیر را حل کنید:

$\frac{3}{(x-2)^2} + \frac{4}{x-2} + 1 = 0$  (۱۰۹)

$\frac{x}{x-3} - \frac{1}{2x-1} = \frac{5x}{2x^2-7x+3}$  (۱۰۸)

$\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$  (۱۰۷)

$\sqrt{x+1} - \frac{2}{\sqrt{x+1}} = 1$  (۱۱۲)

$\sqrt{2x+1} = 1 + \sqrt{2x-4}$  (۱۱۱)

$\sqrt{2x} + \sqrt{6x^2+1} = x + 1$  (۱۱۰)

$$|x - 1| + |x - 3| = 5 \quad (115)$$

$$|x - 2| = 2x + 1 \quad (116)$$

$$|x + |x|| = 2 \quad (117)$$

$$\frac{1}{x^2 - 2x + 2} + \frac{2}{x^2 - 2x + 3} = \frac{6}{x^2 - 2x + 4} \quad (118)$$

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0 \quad (119) \quad (x^2 - 2x)^2 - 3(x^2 - 2x) + 2 = 0$$

۱۱۹ - به ازای چه مقدار  $k$  یکی از جوابهای معادله  $\frac{1}{x-1} + \frac{28}{k} = \frac{2x}{x+1}$  برابر  $-2$  است؟  
 \*\*\* معادله‌های زیر را به روش هندسی حل کرده و تعداد ریشه‌ها را مشخص کنید:

$$|x^2 - 1| - x = 1 \quad (122)$$

$$\sqrt{x} + 2x = x^2 - 2 \quad (121)$$

$$(x - 1)^3 + 1 = \frac{1}{x} \quad (120)$$

$$\frac{1}{x} - x^2 = 1 \quad (125)$$

$$2^{-x} = \sqrt{x} \quad (124)$$

$$|x| = \sqrt{|x|} \quad (123)$$

۱۲۶ - نقاطی روی خط  $y = 2x + 1$  بیابید که فاصله اش از مبدا مختصات برابر  $\sqrt{10}$  گردد.

۱۲۷ - چند نقطه روی محور  $x$ ها وجود دارد به طوری که مجموع فواصل آن‌ها از دو نقطه به طولهای ۱ و  $-3$  روی محور  $x$ ها برابر ۵ شود؟

۱۲۸ - دی ۹۰ «عدد صحیحی را بیابید که جمع آن با جذرش برابر ۶ باشد.

۱۲۹ - «خرداد ۹۱» معادله  $x^2 - 2x = \sqrt{1-x} - 1$  را با روش هندسی حل کنید.

۱۳۰ - «خرداد ۹۱» مجموعه‌ی جواب معادله  $\frac{x}{x-3} + \frac{3}{x-1} = 5$  برابر است با .....

۱۳۱ - دی ۹۱ «معادله روبه‌رو را حل کنید:

$$\left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - 11\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + 10 = 0$$

۱۳۲ - «شهریور ۹۱» معادله‌ی روبه‌رو را حل کنید:

$$2\sqrt{x} = \sqrt{3x+9}$$

۱۳۳ - «خرداد ۹۲» مجموعه جواب معادله  $x + \sqrt{x} = 6$  برابر است با .....

۱۳۴ - «شهریور ۹۲» معادله  $(x^2 - 1)^2 - 2 = 0$  را حل کنید.

۱۳۵ - «شهریور ۹۲» معادله  $x - 1 = \sqrt{x+1}$  را به روش هندسی حل کنید و جواب آن را مشخص کنید.

۱۳۶ - دی ۹۲ «معادله  $x^2 + 2x + 1 = \sqrt{x+1}$  را به روش هندسی حل کرده و جواب آن را در صورت وجود به دست آورید.

۱۳۷ - «خرداد ۹۳» جواب معادله  $x = \sqrt{2-x^2}$  برابر ..... می‌باشد.

۱۳۸ - «خرداد ۹۳» معادله  $\frac{x}{|x|} + x = 3$  را به روش هندسی حل کنید.

۱۳۹ - دی ۹۳ «جواب‌های معادله  $|x+1| = 4$  برابر با ..... و ..... است.

۱۴۰ - «خرداد ۹۴» معادله  $\frac{x-4}{x-2} = \frac{4}{x(x-2)}$  را حل کنید.

۱۴۱ - «شهریور ۹۴» معادله رادیکالی  $x - 3 = \sqrt{1+x}$  را حل کنید.

۱۴۲ - دی ۹۴ «به روش هندسی و جبری معادله  $|x| = \sqrt{2+x}$  را حل نمایید.

۱۴۳ - «کنکور ۹۴» حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله  $5 + 4x + \sqrt{x^2 + 4x + 5} = x^2 + 4x + 3$  کدام است؟

۴(۴)

۲(۳)

۱(۲)

-۲(۱)

۸- نامعادلات

\*\*\* نامعادله‌های زیر را به صورت جبری حل کنید:

$$|x - 2| \geq \sqrt{2} \quad (146)$$

$$|x - 2| < |x + 3| \quad (145)$$

$$\left|\frac{4x-2}{3}\right| < \frac{1}{2} \quad (144)$$

$$\frac{1}{x-1} + 5 < 3 - \frac{2x}{x-1} \quad (149)$$

$$\frac{2x+3}{x^2-1} > \frac{x+6}{x^2-x-2} \quad (148)$$

$$\frac{2\sqrt{x+2}}{3\sqrt{x+1}} > 1 \quad (147)$$

۱۵۰ - مجموعه جواب نامعادله  $(9 - x^2)(-x^2 + x - 3) < 0$  شامل چند عدد صحیح است؟

۱۵۱ - مجموعه جواب دستگاه نامعادلات  $\begin{cases} |x| < 2 \\ (2x - 1) < |x| \end{cases}$  کدام است؟

\*\*\* نامعادله‌های زیر را به روش هندسی حل کنید و مجموعه جواب را به صورت بازه بنویسید:

$$|x| < x^2 \quad (154)$$

$$\frac{1}{x} < \sqrt{x} \quad (153)$$

$$|x - 3| \geq \sqrt{x - 1} \quad (152)$$

$$|x| - |x - 2| \leq x \quad (157)$$

$$|\log x| > x^2 \quad (156)$$

$$|x - 1| < 2x - 3 \quad (155)$$

۱۵۸ - با رسم توابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x^2 - x$  و  $g(x) = x + 3$ ، به روش هندسی نامعادله  $f(x) > g(x)$  را حل کنید.

۱۵۹ - «خرداد ۹۰» نامعادله  $|x - 1| \leq \sqrt{x - 1}$  را با روش هندسی حل کنید.

۱۶۰ - «شهریور ۹۰» نامعادله  $\frac{1}{x} \leq \sqrt{x}$  را با روش هندسی حل کنید و مجموعه جواب را به دست آورید.

۱۶۱- «خرداد ۹۱ خارج» با استفاده از روش هندسی مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی  $x^2 - 1 < |x - 1|$  را مشخص کنید.

۱۶۲- «شهریور ۹۱» نامعادله‌ی  $|x| \leq x^2$  را به روش هندسی حل کنید.

۱۶۳- «خرداد ۹۲» نامعادله‌ی  $|x| + |x - 1| \leq 3$  را با روش هندسی حل کنید.

۱۶۴- «دی ۹۲» نامعادله‌ی قدرمطلق  $|2x - 1| < 1$  را حل کنید.

۱۶۵- «دی ۹۳» مجموعه جواب نامعادله  $|2x - 1| \leq 7$  بازه‌ی ..... است.

۱۶۶- «شهریور ۹۴» به روش هندسی نامعادله  $|x| < x + 1$  را حل کرده و مجموعه جواب را به صورت بازه نشان دهید.

۱۶۷- «خرداد ۹۵» نامعادله  $|x - 1| \leq \sqrt{x + 1}$  را به روش هندسی حل کنید.

۱۶۸- «کنکور ۹۲» مجموعه جواب نامعادله  $2x - 5 < |x - 4|$ ، به کدام صورت است؟

- (۱) (۱, ۵) (۲)  $(1 - \sqrt{6}, 1 + \sqrt{6})$  (۳)  $(1, 5) \cup (1 + \sqrt{6}, +\infty)$  (۴)  $(-\infty, 1 - \sqrt{6}) \cup (1, 5)$

۱۶۹- «کنکور ۹۲ خارج» مجموعه جواب نامعادله  $|x^2 - 2x| < x$ ، کدام بازه است؟

- (۱) (۰, ۱) (۲) (۰, ۳) (۳) (۱, ۲) (۴) (۱, ۳)

۱۷۰- «کنکور ۹۳» در کدام بازه از مقادیر  $x$ ، نمودار تابع  $y = \sqrt{5 + 4x - x^2}$ ، بالای نمودار تابع  $y = |x - 3| + 2$  قرار دارد؟

- (۱)  $(\frac{3 - \sqrt{17}}{2}, 5)$  (۲)  $(2, \frac{3 + \sqrt{17}}{2})$  (۳)  $(2, \frac{4 + \sqrt{15}}{2})$  (۴)  $(2, 2 + \sqrt{15})$

۱۷۱- «کنکور ۹۳» در کدام بازه از مقادیر  $x$ ، نمودار تابع  $f(x) = 5 - |x - 1|$ ، بالای نمودار تابع  $g(x) = |2x|$  قرار دارد؟

- (۱)  $(\frac{-4}{3}, 1)$  (۲)  $(\frac{-2}{3}, 1)$  (۳)  $(\frac{-4}{3}, 2)$  (۴)  $(\frac{-2}{3}, 1)$

۱۷۲- «کنکور ۹۴ خارج» در بازه  $(a, b)$ ، نمودار تابع  $y = \sqrt{x + 3}$ ، در بالای نمودار تابع  $f(x) = |x - 1| - 2$  قرار دارد. بیشترین مقدار  $(b - a)$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۷۳- «کنکور ۹۵» اگر مجموعه جواب نامعادله  $|x - 1| - 2 > \sqrt{3x + 4}$ ، بازه  $(a, b)$  باشد، طول وسط این بازه، کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{2}$  (۲) ۳ (۳)  $\frac{7}{2}$  (۴) ۴

۱۷۴- «کنکور ۹۵ خارج» اگر اگر مجموعه جواب نامعادله  $|x + 1| - 1 < |x^2 - 2|$ ، بازه  $(a, b)$  باشد، طول وسط این بازه، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴) ۲

# مای درسی

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

«هنوز از شب می ترسم

هنوز از درس می ترسم؛

خدا لغت کند منقی که

بی عشق تو می خواندم...!»

«مدی آسترکی»