

## دنباله های مهم:



### دنباله مربعی

۱, ۴, ۹, ۱۶, ...

فرمول عمومی  $\rightarrow n^2$

### دنباله مثلثی

۱, ۳, ۶, ۱۰, ۱۵, ...

فرمول عمومی  $\rightarrow \frac{n(n+1)}{2}$

## دنباله حسابی و هندسی

### دنباله حسابی

$$a_1 + (n - 1)d$$

### دنباله هندسی

$$a_1 \times r^{n-1}$$

گروه آموزشی عصر

مجموع  $n$  جمله دنباله حسابی

$$1 \quad \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] = S_n$$

$$2 \quad \frac{n}{2} [a_1 + a_n] = S_n$$

مجموع  $n$  جمله دنباله هندسی

$$1 \quad \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = S_n \quad 2 \quad \frac{r(a_1 - a_n)}{1-r} = S_n$$

گروه آموزشی عصر

اعداد طبیعی را طوری دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر با شماره آن باشد. مجموع جملات در دسته بیستم کدام است؟



$(1), (2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9, 10), \dots$

۴۰۴۰   ۴   ۴۰۳۰   ۳   ۴۰۲۰   ۲   ۴۰۱۰   ۱

مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

گام  
اول

ابتدا با کمی دقت در می یابیم که آخرین جمله هر دسته یک دنباله مثلثی تشکیل می دهد، پس طبق رابطه آخرین جمله دسته بیستم را می یابیم

$$\frac{n(n+1)}{2} \rightarrow \frac{20 \cdot (1+20)}{2} = 210$$


گام  
دوم

با به دست آوردن جمله اول دسته بیستم که برابر با ۱۹۱ است به وسیله رابطه جمع دنباله حسابی مجموع جملات دسته بیستم را به دست می آوریم:

$$\frac{n(a_1 + a_n)}{2} = 20 \times \frac{(191 + 210)}{2} = 4010$$

پاسخ گزینه ۱

گروه آموزشی عصر

حاصل عبارت  
$$\frac{t^8 - t^7 + t^6 - \dots - t^1 + 1}{t^6 - t^3 + 1}$$

به ازای  $t = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$  کدام می باشد؟

- ۶   ۴   ۵   ۳   ۴   ۲   ۳   ۱

مای درس

گروه آموزشی عصر

$$\star S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

می دانیم که:

در صورت کسر دنباله هندسی با قدر نسبت  $-t$  و جمله اول  $1$  دیده می شود و در مخرج کسر قدر نسبت  $t^3$  و جمله اول  $1$  دیده می شود.

حال رابطه مجموع جملات هندسی را می نویسیم:

$$\frac{1(1 - (-t)^9)}{1 - (-t)} = \frac{1+t^3}{1+t} = \frac{(1+t)(1-t+t^2)}{1+t} = 1-t+t^2$$

$$\frac{1(1 - (-t^3)^3)}{1 - (-t^3)} = \frac{1-t^9}{1-t^3} = 1+t^3+t^6$$

حال  $t = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$  قرار می دهیم:

$$1 - \frac{1+\sqrt{17}}{2} + \left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}\right)^2 = 5$$

گزینه ۳

گروه آموزشی عصر

## ویژگی دو دنباله حسابی



هرگاه دو دنباله حسابی جدا از هم داشتیم، جملات مشترک آنها دنباله ای حسابی تشکیل می دهند که قدر نسبت آن **ک.م.م** قدرنسبت دو جمله است.

# مای دارس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

در دو دنباله حسابی  $2, 7, 12, \dots$  و  $8, 11, 14, \dots$  چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟



۶۱ ۴ ۶۰ ۳ ۵۹ ۲ ۵۸ ۱

# مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)



پاسخ

ابتدا اولین جمله مشترک دو دنباله را پیدا می کنیم که برابر با ۱۷ می باشد.

با کمک از نکته ای که آموختیم قدر نسبت دنباله جدید را می یابیم که برابر با ۱۵ می باشد.

حال خواسته مسئله را می یابیم:

$$15n - 15$$

$$100 \leq 17 + 15(n - 1) \leq 999 \rightarrow$$

$$98 \leq 15n \leq 997 \rightarrow 7 \leq n \leq 66$$

$$66 - 7 + 1 = 60$$

پاسخ: گزینه ۳

گروه آموزشی عصر

در یک دنباله هندسی همواره رابطه زیر برقرار است: 

★  $\frac{\text{مجموع } n \text{ جمله اول}}{\text{مجموع } 2n \text{ جمله اول}} = r^n + 1$

# مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

مجموع چهارده جمله اول

در تصاعد هندسی

چند برابر مجموع هفت جمله اول آن است؟



۱۲۹



۱۲۷



۶۳



۶۵



مای دارس

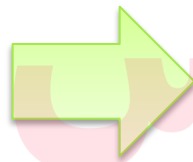
گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

## پاسخ تست

برای پاسخ تست کافیست رابطه ای را که یاد گرفتیم بنویسیم:

$$\begin{array}{r} \text{مجموع } 14 \text{ جمله اول} \\ \hline \text{مجموع } 7 \text{ جمله اول} \end{array} = \frac{27}{2} + 1 = 129$$



بنابراین پاسخ گزینه ۴ می باشد.

گروه آموزشی عصر

## رابطه جملات زوج و فرد



★ در یک دنباله هندسی همواره رابطه زیر برقرار است:

$$r = \frac{\text{مجموع جملات زوج}}{\text{مجموع جملات فرد}}$$

گروه آموزشی عصر

اگر در یک دنباله هندسی مجموع تمام جملات آن سه برابر مجموع جملات فرد باشد، قدرنسبت آن کدام است؟ 

$3$   $\textcircled{4}$        $2$   $\textcircled{3}$        $\frac{1}{2}$   $\textcircled{2}$        $\frac{1}{3}$   $\textcircled{1}$

مای دارس

گروه آموزشی عصر

برای حل آسان ابتدا مجموع جملات زوج  $x$  را و مجموع جملات فرد را  $y$  در نظر میگیریم و طبق سوال روابط زیر را می نویسیم:

$$\frac{x + y}{y} = 3 \rightarrow x = 2y$$

حال طبق رابطه ای که آموختیم:

$$r = \frac{x}{y} \rightarrow \frac{2y}{y} \rightarrow 2$$

بنابراین پاسخ برابر گزینه ۳ می باشد.

گروه آموزشی عصر

## رابطه دنباله حسابی و هندسی

اگر جملات  $n$  ام و  $m$  ام و  $p$  ام دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی با قدر نسبت  $a$  باشد، آنگاه:

$$r = \frac{p - m}{m - n}$$

مای درس

گروه آموزشی عصر



جملات دوم، پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی غیر ثابت  
میتوانند سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند. قدرنسبت  
هندسی کدام است؟



$$\frac{9}{4} \quad \text{④} \quad \frac{7}{3} \quad \text{③} \quad \frac{7}{4} \quad \text{②} \quad \frac{5}{3} \quad \text{①}$$

# مای درس

گروه آموزشی عصر

## پاسخ تست

برای پاسخ تست کفایت رابطه ای را که یاد گرفتیم بنویسیم:

$$r = \frac{p - m}{m - n} \rightarrow \frac{12 - 5}{5 - 2} = \frac{7}{3}$$

بنابراین پاسخ گزینه ۳ می باشد.

گروه آموزشی عصر

## درج m واسطه هندسی



اگر بخواهیم بین دو عدد  $B$  و  $A$ ،  $m$  واسطه هندسی قرار دهیم که جملات متوالی یک دنباله هندسی با قدرنسبت  $r$  باشد از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$r^{m+1} = \frac{B}{A}$$

مای دارس

گروه آموزشی عصر

طبق رابطه ای که آموختیم، واسطه های هندسی را می یابیم:

$$\sqrt[3+1]{\frac{۳۲۴}{۴}} = \sqrt[۴]{۸۱} = ۳$$

حال واسطه ها را می نویسیم:

۴، ۱۲، ۳۶، ۱۰۸، ۳۲۴

با جمع پنج عدد دنباله به عدد ۴۸۴ یعنی گزینه ۴ می رسیم.

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

واسطه هندسی 

اگر  $a, b, c$  به ترتیب سه جمله  
متوالی از یک دنباله هندسی باشد:

$$b^2 = a \cdot c$$

مای دارس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

به ازای یک مقدار  $X$  اعداد  $X^2 - 2$  ,  $2X$  ,  $X^2 + 4$  به ترتیب سه جمله اول یک دنباله هندسی نزولی می باشد. مجموع هفت جمله اول این دنباله کدام است؟



$$\frac{127}{8} \quad 4$$

$$\frac{63}{4} \quad 3$$

$$\frac{125}{16} \quad 2$$

$$\frac{117}{16} \quad 1$$

# مای درس

گروه آموزشی عصر

پاسخ

$$b^2 = a.c \rightarrow 4x^2 = (x^2 + 4)(x^2 - 2)$$

$$4x^2 = x^4 + 2x^2 - 8 \rightarrow x^4 - 2x^2 - 8 = 0$$

$$(x^2 - 4)(x^2 + 2) = \begin{cases} x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2 \\ x^2 = -2 \rightarrow \text{غ} \end{cases}$$

$$8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{8}$$



در نتیجه پاسخ برابر  $\frac{127}{8}$  یعنی گزینه ۴ است.

گروه آموزشی عصر