۱. در مثلثی معادله‌ی دو ضلع AB و AC به ترتیب $y+x=۲$ و $۴x+۳y=۸$ است. مجموع مختصات راس A کدام است؟

۱) -۲ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) ۲

۲. در مثلث با رئوس $A(۳,۲)$ ، $B(-۲,۱)$ و $C(-۱,۶)$، شیب ارتفاع CH کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) ۵ ۳) $-\frac{۱}{۵}$ ۴) -۵

۳. دسته خطوطی که از نقطه‌ی $A|_{۲}^{۱}$ می‌گذرند کدامشان بر خط $y=x+۱$ عمود است؟

۱) $y=-x-۱$ ۲) $y=x+۱$ ۳) $y=x-۱$ ۴) $y=-x+۳$

۴. دسته خطوط $(m+۱)x+(۲m-۱)y+۲m+۵=۰$ از نقطه‌ی ثابتی می‌گذرند. فاصله‌ی این نقطه از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $\sqrt{۱۳}$ ۲) $\sqrt{۱۵}$ ۳) $\sqrt{۱۷}$ ۴) $\sqrt{۱۹}$

۵. معادله‌ی خطی که محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول -۳ قطع کرده و بر خط $۲x+۳y=-۱$ عمود باشد، کدام است؟

۱) $۲y=۳x+۹$ ۲) $۲y+۳x=۹$ ۳) $۳y=۲x+۶$ ۴) $y-۳x=۲$

۶. فاصله‌ی بین دو خط با معادلات $۵x-۱۲y+۸=۰$ و $-۱۰x+۲۴y+۱۰=۰$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۱۳}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۳

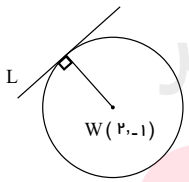
۷. اگر یک ضلع مربعی منطبق بر خط به معادله‌ی $y=x+۲$ و نقطه‌ی $A(۳,-۱)$ یک رأس آن باشد، مساحت مربع کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) ۳۶ ۳) ۹ ۴) $\frac{۶}{\sqrt{۲}}$

۸. اگر دو خط $۲y-۳x=۱$ و $y=mx+۵$ با هم موازی باشند، مقدار m کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۳ ۴) -۳

۹. خط $L: ۳x-۴y=۰$ بر دایره‌ای به مرکز $W(۲,-۱)$ مماس است. شعاع دایره چقدر است؟



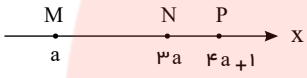
۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) $\frac{۳}{۵}$

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

۱۰. اگر نقاط $A(0,1)$، $B(1,4)$ و $C(3,0)$ رئوس مثلث ABC باشند، با مشخص کردن طول اضلاع، نوع این مثلث کدام است؟

۱) قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین
۲) متساوی‌الاضلاع
۳) متساوی‌الساقین با یک زاویه‌ی منفرجه
۴) قائم‌الزاویه با یک زاویه‌ی 30°

۱۱. در شکل مقابل داریم : $2MN + MP = 22$، اندازه‌ی پاره‌خط NP کدام است؟



۱) ۶
۲) ۵
۳) ۳
۴) ۴

۱۲. قرینه‌ی نقطه‌ی $A(a-1,b-5)$ نسبت به نقطه‌ی $M(-1,4)$، نقطه‌ی $B(2b+5,2a+1)$ می‌باشد. ab کدام است؟

۱) ۴۰
۲) -40
۳) ۸۰
۴) -80

۱۳. نقاط $A(7,5)$ و $C(3,9)$ دو رأس مقابل یک مربع هستند. محیط این مربع چقدر است؟

۱) ۱۶
۲) ۲۰
۳) $4\sqrt{10}$
۴) ۲۴

۱۴. چند نقطه روی تابع $y = |x+2|$ وجود دارد که از مبداء مختصات به فاصله سه باشند؟

۱) ۰
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۱۵. سه نقطه‌ی $A\begin{vmatrix}0\\-1\end{vmatrix}$ و $B\begin{vmatrix}3\\1\end{vmatrix}$ و $C\begin{vmatrix}2\\-4\end{vmatrix}$ سه رأس یک مثلث هستند. این مثلث همواره چگونه است؟

۱) مختلف‌الاضلاع است.
۲) متساوی‌الساقین است ولی قائم‌الزاویه نیست.
۳) قائم الزاویه و متساوی الساقین است.
۴) قائم‌الزاویه است ولی متساوی‌الساقین نیست.

۱۶. مثلثی با رئوس $A(2,6), B(-2,5), C(2,3)$ مفروض است. طول میانه‌ی AM کدام است؟

۱) ۲
۲) $2\sqrt{2}$
۳) ۴
۴) ۸

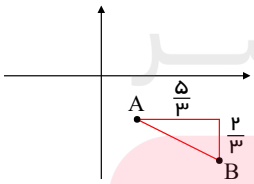
۱۷. مساحت مثلثی با رئوس $(5,2)$، $(4,0)$ و $(-1,2)$ کدام است؟

۱) ۱۲
۲) ۸
۳) ۶
۴) ۴

۱۸. نقاط $A\begin{vmatrix}6\\2\end{vmatrix}$ و $B\begin{vmatrix}5\\5\end{vmatrix}$ و $C\begin{vmatrix}6\\8\end{vmatrix}$ سه رأس یک لوزی هستند. مساحت لوزی کدام است؟

۱) ۶
۲) ۱۲
۳) ۲۴
۴) ۳

۱۹. در شکل زیر شیب خطی که از دو نقطه‌ی A, B می‌گذرد کدام است؟



۱) $\frac{5}{2}$
۲) $\frac{2}{5}$
۳) $-\frac{2}{5}$
۴) $-\frac{5}{2}$

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

۲۰. معادله‌ی خطی که به موازات نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم بوده و نیمساز ناحیه‌ی دوم را در نقطه‌ای به طول $x = ۲$ قطع می‌کند کدام است؟

۱) $y + x = ۴$ ۲) $y + x = -۴$ ۳) $y - x = ۴$ ۴) $y - x = -۴$

۲۱. اگر خطوط $y = (k+۲)x + ۳$ و $ky - x - ۵ = ۰$ معادلات قطرهای یک مربع باشند فاصله‌ی محل تلاقی دو قطر مربع از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $\sqrt{۱۵}$ ۲) $\sqrt{۱۷}$ ۳) $\sqrt{۱۸}$ ۴) $\sqrt{۱۹}$

۲۲. رأس‌های مثلثی $A(-۵,۶)$, $B(-۱,-۴)$ و $C(۳,۲)$ هستند. معادله‌ی ارتفاع BH از مثلث مذکور کدام است؟

۱) $-۲x + y + ۵ = ۰$ ۲) $۲y + x + ۹ = ۰$ ۳) $۲y - x + ۷ = ۰$ ۴) $۲x - y - ۲ = ۰$

۲۳. در مثلثی با رئوس $A(-۱,-۴)$ ، $B(-۵,۶)$ و $C(۳,۲)$، معادله‌ی ارتفاع AH کدام است؟

۱) $y = ۲x - ۲$ ۲) $۲y + x + ۹ = ۰$ ۳) $y = ۴x$ ۴) $y - ۲x - ۶$

۲۴. سه ضلع مثلثی به معادلات $AB : ۲y - x = ۳$ و $AC : y - ۲x = ۵$ و $BC : ۲y + ۳x = ۶$ می‌باشند ارتفاع AH از این مثلث محور طول را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) $\frac{۱۷}{۶}$ ۲) $-\frac{۱۷}{۶}$ ۳) $\frac{۱۵}{۶}$ ۴) $-\frac{۱۵}{۶}$

۲۵. نقاط $A\begin{vmatrix} m \\ m-۱ \end{vmatrix}$ و $B\begin{vmatrix} ۵ \\ -۴ \end{vmatrix}$ و $C\begin{vmatrix} ۱ \\ -۲ \end{vmatrix}$ رئوس مثلث ABC هستند که در رأس C قائمه است. اندازه‌ی وتر این مثلث کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۱۰}$ ۲) $\sqrt{۱۰}$ ۳) $\sqrt{۲۰}$ ۴) $۲\sqrt{۲۰}$

۲۶. اگر $A\begin{vmatrix} -۱ \\ ۲ \end{vmatrix}$ و $B\begin{vmatrix} ۳ \\ ۰ \end{vmatrix}$ و $C\begin{vmatrix} ۱ \\ -۲ \end{vmatrix}$ سه رأس مثلث ABC باشند ارتفاع AH محور عرض را با چه عرضی قطع می‌کند؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) -۲

۲۷. خطی که از نقاط متمایز $A(m\ ,\ -۱)$, $B(۱\ ,\ ۱ - ۲m)$ می‌گذرد، محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کرده است. این خط محور xها را با چه طولی قطع می‌کند؟

۱) -۲ ۲) ۱ ۳) $-۱/۵$ ۴) $-۲/۵$

۲۸. یک راس مربعی، نقطه‌ی $A(۲,-۱)$ و یک ضلع آن واقع بر خط $۳x + ۴y = ۱$ است. مساحت مربع کدام است؟

۱) ۰/۰۵ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۰/۰۱ ۴) ۰/۰۴

۲۹. مرکز مربعی، نقطه‌ی $A(۱,۴)$ و معادله‌ی یک ضلع آن $۴x - ۳y = ۱$ است. مساحت این مربع کدام است؟

۱) ۳/۲۴ ۲) ۳/۶ ۳) ۹/۶۴ ۴) ۱۲/۹۶

۳۰. نقطه‌ی $A(-۲,۱)$ رأس مربعی است که یک قطر آن منطبق بر خط به معادله‌ی $x + y = ۵$ است محیط این مربع، کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۴۸ ۴) ۶

www.my-dars.ir

۳۱. فاصله‌ی خطی که دو نقطه‌ی $A\begin{vmatrix}0\\0\end{vmatrix}$ و $B\begin{vmatrix}1\\1\end{vmatrix}$ را به هم وصل می‌کند از خطی که دو نقطه‌ی $C\begin{vmatrix}1\\3\end{vmatrix}$ و $D\begin{vmatrix}2\\4\end{vmatrix}$ را به هم وصل می‌کند کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $2\sqrt{2}$

۳۲. فاصله‌ی نقطه‌ی $(1,2)$ از خط $2x+y=6$ چند برابر فاصله‌ی این خط از خط $2y=1-4x$ است؟

۱) $\frac{1}{11}$ ۲) $\frac{2}{11}$ ۳) $\frac{3}{11}$ ۴) $\frac{4}{11}$

۳۳. دو نقطه‌ی روی نیمساز ربع اول و سوم داریم که از نقطه‌ی $A(1,2)$ به فاصله‌ی ۲ هستند. مجموع طول‌های این نقاط کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۶

۳۴. نقاط $A(2,5)$ و $B(3,-1)$ و $C(0,2)$ سه راس مثلثی هستند. مختصات پای ارتفاع AH کدام است؟

۱) $(\frac{3}{2}$ و $\frac{1}{2})$ ۲) $(\frac{5}{2}$ و $\frac{1}{2})$ ۳) $(\frac{5}{2}$ و $\frac{-1}{2})$ ۴) $(\frac{1}{2}$ و $\frac{-1}{2})$

۳۵. چند خط می‌توان رسم کرد که از نقطه‌ی $A\begin{vmatrix}1\\2\end{vmatrix}$ بگذرد و با محورهای مختصات در ناحیه‌ی اول، مثلثی به مساحت $\frac{9}{2}$ بسازد؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۶. دو نقطه روی نیمساز ربع اول و سوم وجود دارند که از خط $x+2y=0$ به فاصله $2\sqrt{5}$ هستند اگر این دو نقطه از A و B و بنامیم و نقطه C روی محور عرض به عرض ۳ باشد در این صورت مساحت مثلث ABC چند واحد مربع است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) $\frac{190}{3}$ ۴) $\frac{95}{3}$

۳۷. خطی با شیب m از نقطه‌ی $\begin{vmatrix}1\\2\end{vmatrix}$ گذشته و با محورهای مختصات مساحتی برابر ۴ واحد مربع می‌سازد حاصل‌ضرب مقادیر ممکن برای m کدام است؟

۱) ۸ ۲) -8 ۳) ۱۶ ۴) -16

۳۸. اگر دو خط $y=4x+2$ و $y=4x+m^2-7$، بر دو ضلع مقابل یک متوازی‌الاضلاع منطبق باشند، آن‌گاه کدام گزینه صحیح است؟

۱) m هر عددی می‌تواند باشد.
۲) m هر عددی می‌تواند باشد به جز ۳
۳) m هر عددی می‌تواند باشد به جز -3
۴) m هر عددی می‌تواند باشد به جز ۳ و -3

۳۹. اگر خط به معادله‌ی $ay+x=b$ بر خط به معادله‌ی $ax+by=1$ عمود باشد و از نقطه‌ی $A(1,-2)$ بگذرد، آنگاه $a+b$ کدام است؟ $(a,b\neq 0)$

۱) -1 ۲) ۱ ۳) صفر ۴) -2

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

۴۰. دو خط به معادله‌ی $my - x = -۷$ و $m^{۳}x + y = ۲$ بر دو ضلع مربع منطبق‌اند. در این صورت برای m چند جواب وجود دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

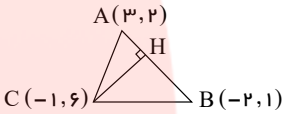
۱. گزینه ۴ رأس A محل برخورد دو ضلع AB و AC است پس کافی است با معادلات داده شده تشکیل دستگاه دهیم تا مختصات نقطه‌ی A بدست آید.

$$-۳\begin{cases} y+x=۲ \\ ۳y+۴x=۸ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۳y-۳x=-۶ \\ ۳y+۴x=۸ \end{cases} \rightarrow x=۲\ ,\ y=۰$$

$$\Rightarrow A(۲,۰) \Rightarrow A \text{ مجموع مختصات رأس} = ۲$$

۲. گزینه ۴ ارتفاع CH از راس C بر ضلع AB عمود می‌شود. بنابراین شیب آن عکس و قرینه‌ی شیب AB است.

$$mAB=\frac{yA-yB}{xA-xB}=\frac{۲-۱}{۳-(-۲)}=\frac{۱}{۵} \Rightarrow mCH=\frac{-۱}{mAB}=-۵$$



۳. گزینه ۴ گزینه‌ای درست است که نقطه‌ی $A\left|\begin{matrix}۱\\۲\end{matrix}\right.$ در آن صدق کند و در ضمن شیب خط برابر -۱ باشد زیرا:

$$y=x+۱ \rightarrow m=۱ \xrightarrow{\text{عمود}} m'=-۱$$

۴. گزینه ۳ برای پیدا کردن نقطه‌ی ثابت دسته خطوط کافی است به m دو مقدار مختلف داده و با دو خط به دست آمده تشکیل دستگاه دهیم و y,x را پیدا کنیم.

$$m=-۱ \rightarrow -۳y-۲+۵=۰ \rightarrow y=۱$$
$$m=\frac{۱}{۲} \rightarrow \frac{۳}{۲}x+۱+۵=۰ \rightarrow x=-۴ \rightarrow A\left|\begin{matrix}-۴\\۱\end{matrix}\right. \text{ نقطه‌ی ثابت}$$
$$A\left|\begin{matrix}-۴\\۱\end{matrix}\right. \text{و} O\left|\begin{matrix}۰\\۰\end{matrix}\right. \rightarrow AO=\sqrt{۱۶+۱}=\sqrt{۱۷}$$

۵. گزینه ۱ هر نقطه روی محور xها دارای ارتفاع صفر می‌باشد یعنی $A(-۳,۰)$، هرگاه دو خط بر هم عمود باشند شیب یکی قرینه و معکوس دیگری است پس داریم:

$$۲x+۳y=-۱ \Rightarrow ۳y=-۲x-۱ \Rightarrow y=-\frac{۲}{۳}x-\frac{۱}{۳} \Rightarrow m=-\frac{۲}{۳} \xrightarrow{\text{قرینه و معکوس}} m'=+\frac{۳}{۲}$$

حال معادله خط مورد نظر برابر است با:

$$y-y_۰=m(x-x_۰)$$

$$y-۰=\frac{۳}{۲}(x-(-۳)) \Rightarrow y=\frac{۳}{۲}(x+۳) \xrightarrow{\times ۲} ۲y=۳(x+۳) \Rightarrow ۲y=۳x+۹$$

۶. گزینه ۲

راه حل اول:

برای به‌دست آوردن فاصله‌ی دو خط موازی کافیست یک نقطه‌ی دلخواه روی یکی از خطوط در نظر بگیرید و فاصله‌ی آن را از خط دیگر به‌دست آورید.

نقطه‌ی $M(۸,۴)$ در معادله‌ی خط $۵x-۱۲y+۸=۰$ صدق می‌کند، فاصله‌ی M از خط $-۱۰x+۲۴y+۱۰=۰$ برابر است با:

$$d=\frac{|-۱۰\times(۸)+۲۴\times(۴)+۱۰|}{\sqrt{۱۰^۲+۲۴^۲}}=\frac{|۲۶|}{۲۶}=۱$$

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

راه حل دوم:

ابتدا با تغییراتی معادلات هر خط را به یک فرم تبدیل می‌نمائیم.

$$-۱۰x+۲۴y+۱۰=۰ \xrightarrow{\div(-۲)} ۵x-۱۲y-۵=۰$$

حال با استفاده از رابطه زیر فاصله دو خط را محاسبه می‌نماییم.

$$d=\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}=\frac{|-۵-۸|}{\sqrt{۵^۲+(-۱۲)^۲}}=\frac{۱۳}{\sqrt{۱۶۹}}=\frac{۱۳}{۱۳}=۱$$

۷. **گزینه ۱** نقطه‌ی $A(۳,-۱)$ در معادله‌ی $y=x+۲$ صدق نمی‌کند. پس رأس A روی این خط قرار ندارد.

اندازه‌ی ضلع مربع برابر با فاصله‌ی A تا خط $x-y+۲=۰$ است.

طول ضلع مربع : $d=\frac{|۳-(-۱)+۲|}{\sqrt{۱+۱}}=\frac{۶}{\sqrt{۲}}$

$$S=\left(\frac{۶}{\sqrt{۲}}\right)^۲=\frac{۳۶}{۲}=۱۸$$

۸. **گزینه ۲** نکته: در معادله‌ی استاندارد خط به‌صورت $y=ax+b$، مقدار a را شیب و مقدار b را عرض از مبدأ می نامیم.

نکته: دو خط زمانی با هم موازی‌اند که شیب‌هایشان برابر باشند.

صورت استاندارد معادله‌ی خط $۲y-۳x=۱$، به صورت $y=\frac{۳}{۲}x+\frac{۱}{۲}$ است. پس شیب آن برابر $\frac{۳}{۲}$ می‌باشد. از طرفی طبق فرض، خط $y=mx+۵$ با این خط موازی است، بنابراین: $m=\frac{۳}{۲}$

۹. **گزینه ۲** نکته: فاصله‌ی نقطه‌ی $A(x_۰,y_۰)$ از خط $ax+by+c=۰$ برابر است با:

$$\frac{|ax_۰+by_۰+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$$

نکته: اگر خطی بر یک دایره مماس باشد، آن‌گاه فاصله‌ی مرکز دایره تا این خط، برابر شعاع دایره است.

کافی است فاصله‌ی نقطه‌ی W را از خط L حساب کنیم.

$$L: ۳x-۴y=۰\ ,\ W(۲,-۱): \quad R=\frac{|۳(۲)-۴(-۱)|}{\sqrt{۳^۲+(-۴)^۲}}=\frac{۱۰}{۵}=۲$$

۱۰. **گزینه ۱** نکته: فاصله‌ی دو نقطه‌ی $A(x_۱,y_۱)$ و $B(x_۲,y_۲)$ (طول پاره‌خط AB) برابر است با:

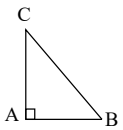
$$AB=\sqrt{(x_۱-x_۲)^۲+(y_۱-y_۲)^۲}$$

نکته (عکس قضیه‌ی فیثاغورس): اگر در مثلثی، مربع یک ضلع برابر مجموع مربعات دو ضلع دیگر باشد، آن‌گاه آن مثلث قائم‌الزاویه است.

$$AB=\sqrt{(۱-۰)^۲+(۴-۱)^۲}=\sqrt{۱۰}$$

$$AC=\sqrt{(۳-۰)^۲+(۰-۱)^۲}=\sqrt{۱۰}\ ,\ BC=\sqrt{(۳-۱)^۲+(۰-۴)^۲}=\sqrt{۲۰}$$

بنابراین $AB=AC$ و $BC^۲=AB^۲+AC^۲$. پس مثلث ABC قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است.

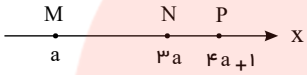


۱۱. **گزینه ۴** نکته‌ی ۱: اگر A و B دو نقطه‌ی هم‌عرض در صفحه باشند، آن‌گاه: $AB=|xB-xA|$

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

نکته‌ی ۲: اگر A و B دو نقطه‌ی هم طول در صفحه باشند، آن‌گاه: $AB = |yB - yA|$

با توجه به اینکه هر سه نقطه روی محور xها واقع‌اند، پس هم‌عرض هستند، بنابراین با استفاده از نکته‌ی بالا می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} MN = xN - xM = ۳a - a = ۲a \\ MP = xP - xM = ۴a + ۱ - a = ۳a + ۱ \end{cases}$$

حال با جایگذاری مقادیر بالا در معادله‌ی $۲MN + MP = ۲۲$**، خواهیم داشت:**

$$۲(۲a) + ۳a + ۱ = ۲۲ \Rightarrow ۷a + ۱ = ۲۲ \Rightarrow \boxed{a = ۳}$$

پس اندازه‌ی پاره‌خط NP برابر است با:

$$NP = xP - xN = ۴a + ۱ - ۳a = a + ۱ = ۳ + ۱ = ۴ \Rightarrow \boxed{NP = ۴}$$

۱۲. گزینه ۴ **راه حل اول:**

نکته: مختصات وسط پاره‌خط AB، عبارت است از: $M(\frac{xA + xB}{۲}, \frac{yA + yB}{۲})$

نقاط A و B نسبت به نقطه‌ی M قرینه‌اند، پس نقطه M وسط آن‌ها قرار دارد. بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{xA + xB}{۲} = xM \Rightarrow \frac{a - ۱ + ۲b + ۵}{۲} = -۱ \\ \frac{yA + yB}{۲} = yM \Rightarrow \frac{b - ۵ + ۲a + ۱}{۲} = ۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + ۲b = -۶ \\ ۲a + b = ۱۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۱۰ \\ b = -۸ \end{cases} \Rightarrow \boxed{ab = -۸۰}$$

راه حل دوم:

نکته: قرینه‌ی نقطه‌ی $A(x_A, y_A)$ **نسبت به نقطه‌ی** $M(x_M, y_M)$**، عبارت است از:**

$$B(۲x_M - x_A\ ,\ ۲y_M - y_A)$$

با توجه به نکته‌ی بالا، قرینه‌ی نقطه‌ی $A(a - ۱, b - ۵)$ **نسبت به نقطه‌ی** $M(-۱, ۴)$ **عبارت است از:**

$$B(-۲ - a + ۱, ۸ - b + ۵) = B(-a - ۱, -b + ۱۳)$$

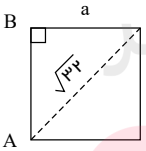
طبق فرض مختصات این نقطه به‌صورت $B(۲b + ۵, ۲a + ۱)$ **است. پس :**

$$\begin{cases} ۲b + ۵ = -a - ۱ \\ ۲a + ۱ = -b + ۱۳ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + ۲b = -۶ \\ ۲a + b = ۱۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۱۰ \\ b = -۸ \end{cases} \Rightarrow \boxed{ab = ۸۰}$$

۱۳. گزینه ۱

نکته: فاصله‌ی نقاط $A(x_۱, y_۱)$ و $B(x_۲, y_۲)$ (طول پاره‌خط AB) برابر است با: $AB = \sqrt{(x_۲ - x_۱)^۲ + (y_۲ - y_۱)^۲}$

نکته (قضیه‌ی فیثاغورس): در مثلث قائم‌الزاویه، مربع وتر با مجموع مربعات دو ضلع دیگر برابر است.



طول پاره‌خط AC برابر طول قطر مربع است که با توجه به نکته‌ی بالا برابر است با:

طول قطر مربع : $d = AC = \sqrt{(۳ - ۷)^۲ + (۹ - ۵)^۲} = \sqrt{۱۶ + ۱۶} = \sqrt{۳۲}$

اگر طول ضلع مربع a باشد، طبق رابطه‌ی فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC خواهیم داشت:

$$a^۲ + a^۲ = (\sqrt{۳۲})^۲ \Rightarrow ۲a^۲ = ۳۲ \Rightarrow a^۲ = ۱۶ \Rightarrow \boxed{a = ۴}$$

بنابراین محیط این مربع برابر است با: $۴ \times ۴ = ۱۶$

تذکر: در مربعی به‌طول ضلع a، طول قطر برابر $d = \sqrt{۲}a$ **است.**

۱۴. گزینه ۳ **یک نقطه دلخواه روی تابع** $y = |x + ۲|$ **در نظر می‌گیریم** $A\begin{vmatrix} x \\ |x + ۲| \end{vmatrix}$ **و فاصله‌ی آن از مبدأ یعنی** $O\begin{vmatrix} ۰ \\ ۰ \end{vmatrix}$ **را حساب می‌کنیم .**

www.my-dars.ir

دو ریشه مختلف العلامت دارد

$$OA=\sqrt{x^2+(x+2)^2}=3 \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2+x^2+4+4x=9 \Rightarrow 2x^2+4x-5=0 \xrightarrow{\frac{c}{a}<0}$$

۱۵.گزینه ۳ کافی است طول سه ضلع مثلث را حساب کنیم.

$$AB=\sqrt{(0-3)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$$
$$AC=\sqrt{(0-2)^2+(-1+4)^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13} \Rightarrow$$
$$BC=\sqrt{(3-2)^2+(1+4)^2}=\sqrt{1+25}=\sqrt{26}$$

مثلث متساوی الساقین است.

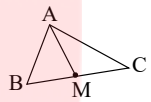
برای این که مشخص کنیم این مثلث، قائم‌الزاویه است یا خیر باید رابطه‌ی فیثاغورث را چک کنید.

$$(\sqrt{26})^2=(\sqrt{13})^2+(\sqrt{13})^2 \rightarrow 26=13+13 \rightarrow 26=26 \rightarrow$$

مثلث قائم‌الزاویه است.

۱۶.گزینه ۲ ابتدا مختصات نقطه‌ی M (وسط ضلع BC) را می‌یابیم:

$$M\left|\begin{matrix}\frac{xB+xC}{2}\\ \frac{yB+yC}{2}\end{matrix}\right. \rightarrow M\left|\begin{matrix}0\\4\end{matrix}\right.$$



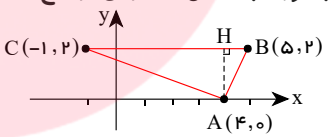
حال کافی است طول AM را به دست بیاوریم:

$$AM=\sqrt{(0-2)^2+(4-6)^2}=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

۱۷.گزینه ۳ هرگاه از سه رأس داده شده مثلث، دو نقطه دارای طول‌ها یا عرض‌های مساوی باشند برای پیدا کردن مساحت مثلث از رسم شکل استفاده کنید.

با توجه به شکل، اندازه‌ی ارتفاع AH، برابر ۲ و اندازه‌ی قاعده‌ی BC برابر $6=(-1)-5$ است. بنابراین:

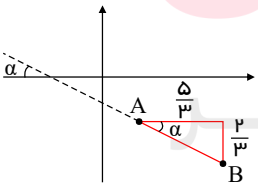
$$S_{ABC}=\frac{1}{2}\times AH\times BC=\frac{1}{2}\times 2\times 6=6$$



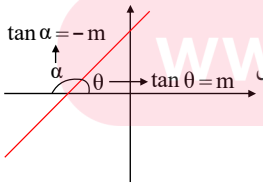
۱۸.گزینه ۱ این سه رأس لوزی به هر ترتیبی که باشند با یکدیگر مثلثی تشکیل می‌دهند که مساحت آن نصف مساحت لوزی است پس مساحت مثلث تولید شده توسط این سه رأس را به دست آورده و حاصل را دو برابر می‌کنیم.

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}|x_A(y_B-y_C)+x_B(y_C-y_A)+x_C(y_A-y_B)|$$
$$=\frac{1}{2}|6(5-8)+5(8-2)+6(2-5)|=\frac{1}{2}|-18+30-18|=\frac{6}{2}=3 \rightarrow S_{\text{لوزی}}=2\times 3=6$$

۱۹.گزینه ۳



شیب خط عبارت است از تانژانت زاویه‌ای که خط با سمت راست محور طول‌ها تشکیل می‌دهد.



$$\text{پس}: \tan\alpha=-m=\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{3}}=\frac{2}{5} \rightarrow m=-\frac{2}{5}$$

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.mydars.ir

۲۰. گزینه ۴ معادله‌ی خط نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم $y=x$ است که شیب آن یک می‌باشد و چون خط باید با نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم موازی باشد پس شیب خط مطلوب هم، یک می‌باشد. چون این خط ،نیمساز ناحیه‌ی دوم و چهارم $(y=-x)$ را در نقطه‌ای به طول $x=۲$ قطع می‌کند پس عرض آن $y=-۲$ است.

$$A\left|{}^{۲}_{-۲}\right., m=۱ \rightarrow y-(-۲)=۱(x-۲) \rightarrow y+۲=x-۲ \rightarrow y-x=-۴$$

۲۱. گزینه ۲ قطرهای مربع بر هم عمودند پس شیب قطرها عکس و قرینه هم هستند.

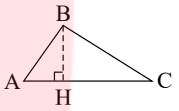
$$y=(k+۲)x+۳ \rightarrow m=k+۲ \xrightarrow[mm'=-۱]{\text{شرط عمود بودن}} \frac{k+۲}{k}=-۱ \rightarrow k+۲=-k=-۱$$
$$ky-x-۵=۰ \rightarrow m'=\frac{۱}{k}$$

حال با معلوم بودن k ، معادلات دو خط را نوشته و آنها را با هم تلاقی می‌دهیم.

$$k=-۱ \rightarrow \begin{cases} y=x+۳ \\ -y-x-۵=۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{دستگاه}} x=-۴\ ,\quad y=-۱$$
$$A\left|{}^{-۴}_{-۱}\right., O\left|{}^{۰}_{۰}\right. \rightarrow AO=\sqrt{(-۴)^{۲}+(-۱)^{۲}}=\sqrt{۱۷}$$

۲۲. گزینه ۴ ارتفاع BH از رأس B بر ضلع AC عمود می‌شود:

$$m_{AC}=\frac{y_A-y_C}{x_A-x_C}=\frac{۶-۲}{-۵-۳}=\frac{۴}{-۸}=-\frac{۱}{۲} \Rightarrow m_{BH}=۲$$

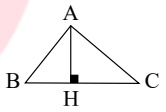


حال، با داشتن شیب و یک نقطه، معادله‌ی ارتفاع را می‌نویسیم:

$$y-y_۰=m(x-x_۰) \xrightarrow[m=۲]{B(-۱,-۴)} y+۴=۲(x+۱) \Rightarrow y=۲x-۲ \Rightarrow ۲x-y-۲=۰$$

۲۳. گزینه ۱ ارتفاع AH از راس A بر امتداد BC عمود است. پس شیب آن قرینه و معکوس شیب BC است. بنابراین:

$$m_{BC}=\frac{y_B-y_C}{x_B-x_C}=\frac{۶-۲}{-۵-۳}=\frac{۴}{-۸}=-\frac{۱}{۲} \Rightarrow m_{AH}=۲$$



حال معادله‌ی خط گذرا از نقطه‌ی $A(-۱,-۴)$ با شیب ۲ را می‌نویسیم:

$$y+۴=۲(x+۱) \Rightarrow y=۲x-۲$$

۲۴. گزینه ۲ ارتفاع AH بر ضلع BC عمود است پس شیب آن عکس و قرینه‌ی شیب ضلع BC است.

$$۲y+۳x=۶ \rightarrow m_{BC}=-\frac{۳}{۲} \rightarrow m_{AH}=\frac{۲}{۳}$$

اگر معادلات دو ضلع AB و AC را با هم تلاقی دهیم رأس A بدست می‌آید.

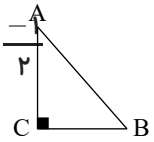
$$\begin{cases} ۲y-x=۳ \\ y-۲x=۵ \end{cases} \rightarrow x=-\frac{۷}{۳}\ ,\ y=\frac{۱}{۳}$$

حال، با داشتن نقطه و شیب معادله‌ی ارتفاع AH را می‌نویسیم.

$$A\left|{}^{-\frac{۷}{۳}}_{\frac{۱}{۳}}\right.,\ m=\frac{۲}{۳} \rightarrow y-\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۳}(x+\frac{۷}{۳}) \xrightarrow{y=۰} -\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۳}x+\frac{۱۴}{۹} \rightarrow \frac{۲}{۳}x=-\frac{۱۷}{۹} \rightarrow x=-\frac{۱۷}{۶}$$

۲۵. گزینه ۱

$$m_{AC}=\frac{y_A-y_C}{x_A-x_C}=\frac{m-۱+۲}{m-۱}=\frac{m+۱}{m-۱}\ ,\quad m_{BC}=\frac{y_B-y_C}{x_B-x_C}=\frac{-۴+۲}{۵-۱}=-\frac{۱}{۲}$$



$$\xrightarrow[\text{عمود است}]{AC \text{ بر } BC} m_{AC}\cdot m_{BC}=-۱$$

چون ضلع AC بر ضلع BC عمود است بنابراین حاصل‌ضرب شیب‌هایشان -۱ می‌باشد.

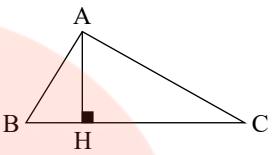
$$\Longrightarrow \frac{-m-۱}{۲m-۲}=-۱ \rightarrow -m-۱=-۲m+۲ \rightarrow m=۳$$
$$\text{وتر}= AB=\sqrt{(x_A-x_B)^{۲}+(y_A-y_B)^{۲}}=\sqrt{(m-۵)^{۲}+(m-۱+۴)^{۲}}$$
$$=\sqrt{(m-۵)^{۲}+(m+۳)^{۲}} \xrightarrow{m=۳} \sqrt{۴+۳۶}=۲\sqrt{۱۰}$$

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

۲۶.گزینه ۱

$$m_{BC}=\frac{y_B-y_C}{x_B-x_C}=\frac{۰+۲}{۳-۱}=۱ \xrightarrow{AH\perp BC} m_{AH}=-۱, A\left|\begin{matrix}-۱\\۲\end{matrix}\right.$$

$$y-y_۱=m(x-x_۱)\to y-۲=-۱(x+۱)\to y=-x+۱ \xrightarrow{x=۰} y=۱$$



۲۷.گزینه ۳ ابتدا معادله‌ی خطی که از دو نقطه‌ی $A(m\ ,\ -۱)\ ,\ B(۱\ ,\ ۱-۲m)$ می‌گذرد را می‌نویسیم:

$$\frac{y-y_A}{x-x_A}=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}\to\frac{y+۱}{x-m}=\frac{-۱-۱+۲m}{m-۱}=\frac{۲m-۲}{m-۱}=\frac{۲(m-۱)}{m-۱}=۲$$

$$\to y+۱=۲x-۲m\to y=۲x-۲m-۱$$

چون خط، محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع می‌کند، بنابراین:

$$(۰\ ,\ ۳)\in \text{خط} \Rightarrow ۳=۰-۲m-۱ \Rightarrow m=-۲$$

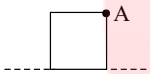
پس معادله‌ی خط به صورت $y=۲x+۴-۱=۲x+۳$ است.

حال برای یافتن نقطه‌ی تقاطع خط با محور xها، $y=۰$ را در معادله‌ی خط قرار می‌دهیم:

$$۰=۲x+۳\Rightarrow x=-\frac{۳}{۲}$$

۲۸.گزینه ۴

مختصات نقطه‌ی داده شده در معادله‌ی خط، صدق نمی‌کند پس نقطه‌ی A روی ضلع داده شده قرار ندارد.



$$۳x+۴y-۱=۰$$

$$\text{ضلع مربع}=۳x+۴y-۱=۰ \text{ از خط } (۲,-۱) \text{ فاصله‌ی نقطه‌ی}=\frac{|۳\times ۲+۴(-۱)-۱|}{\sqrt{۳^۲+۴^۲}}=\frac{۱}{۵}$$

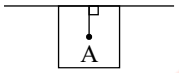
$$\text{مساحت مربع}=(\frac{۱}{۵})^۲=۰/۰۴$$

توجه کنید فاصله‌ی نقطه‌ی $A\left|\begin{matrix}\alpha\\\beta\end{matrix}\right.$ از خط به معادله‌ی $ax+by+c=۰$ از رابطه‌ی $AH=\frac{|a\alpha+b\beta+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$ بدست می‌آید.

۲۹.گزینه ۴

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

فاصله‌ی مرکز مربع از هر یک از اضلاع آن، نصف طول ضلع است.



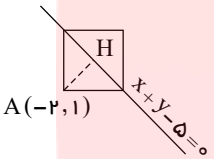
نصف طول ضلع $=۴x-۳y-۱=۰$ از خط A فاصله‌ی نقطه‌ی $=\frac{|۴(۱)-۳(۴)-۱|}{\sqrt{۴^۲+(-۳)^۲}}=\frac{۹}{۵}$

طول ضلع $=\frac{۱۸}{۵}=۳٫۶ \Rightarrow$ مساحت $=(۳٫۶)^۲=۱۲٫۹۶$

توجه کنید فاصله‌ی نقطه‌ی $A\left|\begin{matrix}\alpha\\ \beta\end{matrix}\right.$ از خط به معادله‌ی $ax+by+c=۰$ از رابطه‌ی $AH=\frac{|a\alpha+b\beta+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$ بدست می‌آید.

۳۰. گزینه ۲

مختصات نقطه‌ی داده شده در معادله‌ی خط، صدق نمی‌کند پس نقطه‌ی A روی ضلع داده شده قرار ندارد.



قطر $=۶\sqrt{۲}(*)$ فاصله‌ی نقطه‌ی A تا قطر $\rightarrow AH=\frac{|-۲+۱-۵|}{\sqrt{۲}}=\frac{۶}{\sqrt{۲}}=۳\sqrt{۲} \Rightarrow$ برابر نصف طول قطر مربع است

قطر $=$ (طول ضلع) $\times\sqrt{۲}\overset{*}{\rightarrow}۶\sqrt{۲}=\sqrt{۲}$(طول ضلع) $\Rightarrow$ طول ضلع $=۶ \Rightarrow$ محیط $=۴\times۶=۲۴$

توجه کنید فاصله‌ی نقطه‌ی $A\left|\begin{matrix}\alpha\\ \beta\end{matrix}\right.$ از خط به معادله‌ی $ax+by+c=۰$ از رابطه‌ی $AH=\frac{|a\alpha+b\beta+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$ بدست می‌آید.

۳۱. گزینه ۳

معادلات خطوط AB و CD را می‌نویسیم.

معادله‌ی خط AB: $\frac{y-y_A}{x-x_A}=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}\rightarrow\frac{y}{x}=\frac{-۱}{-۱}\rightarrow y=x\rightarrow x-y=۰$

معادله‌ی خط CD: $\frac{y-y_C}{x-x_C}=\frac{y_C-y_D}{x_C-x_D}\rightarrow\frac{y-۳}{x-۱}=\frac{۳-۴}{۱-۲}=۱\rightarrow y-۳=x-۱\rightarrow x-y+۲=۰$

حال، فاصله این دو خط موازی را از یکدیگر بدست می‌آوریم.

$$d=\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}=\frac{|۰-۲|}{\sqrt{۱+۱}}=\frac{۲}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۲}=\sqrt{۲}$$

توجه کنید برای محاسبه‌ی فاصله‌ی بین دو خط موازی $ax+by+c=۰$ و $ax+by+c'=۰$ از رابطه‌ی $d=\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$ استفاده می‌کنیم.

۳۲. گزینه ۴

۱): فاصله‌ی نقطه‌ی $A=(\alpha,\beta)$ از خط به معادله‌ی $ax+by+c=۰$، برابر است با:

$$AH=\frac{|a\alpha+b\beta+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$$

۲): فاصله‌ی دو خط موازی به معادلات $ax+by+c=۰$ و $ax+by+c'=۰$، برابر است با:

$$d=\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$$

با استفاده از شماره‌ی (۱) داریم:

گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

فاصله‌ی نقطه‌ی $(۱,۲)$ از خط $۲x+y-۶=۰$ $= \frac{|۲(۱)+۲-۶|}{\sqrt{۲^۲+۱^۲}} = \frac{۲}{\sqrt{۵}}$

حال با استفاده از شماره‌ی (۲)، داریم:

$$۲y = ۱-۴x \Rightarrow ۴x+۲y-۱=۰ \Rightarrow ۲x+y-\frac{۱}{۲}=۰ \ , \ ۲x+y-۶=۰$$

فاصله‌ی دو خط موازی $\rightarrow = \frac{|-\frac{۱}{۲}+۶|}{\sqrt{۲^۲+۱^۲}} = \frac{\frac{۱۱}{۲}}{\sqrt{۵}} = \frac{۱۱}{۲\sqrt{۵}}$

نسبت این دو مقدار، برابر $\frac{\frac{۲}{\sqrt{۵}}}{\frac{۱۱}{۲\sqrt{۵}}} = \frac{۴}{۱۱}$ است.

۳۳. گزینه ۳ نقاط مذکور به صورت $M(\alpha,\alpha)$ هستند. (چون معادله خط نیمساز ربع اول و سوم به صورت $y=x$ است)

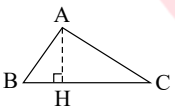
طبق فرض داریم:

$$AM = ۲ \Rightarrow \sqrt{(\alpha-۱)^۲+(\alpha-۲)^۲} = ۲ \Rightarrow (\alpha-۱)^۲+(\alpha-۲)^۲ = ۴$$
$$\Rightarrow \alpha^۲-۲\alpha+۱+\alpha^۲-۴\alpha+۴=۴ \Rightarrow ۲\alpha^۲-۶\alpha+۱=۰$$

مجموع طول‌ها $= \alpha_۱+\alpha_۲ = -\frac{b}{a} = -\frac{(-۶)}{۲} = ۳$

۳۴. گزینه ۳

کافی است معادلات ارتفاع AH و ضلع BC را بنویسیم سپس با آنها تشکیل دستگاه دهیم:



معادله‌ی ضلع BC : $C: \frac{y-y_B}{x-x_B} = \frac{y_B-y_C}{x_B-x_C} \rightarrow \frac{y+۱}{x-۳} = \frac{-۱-۲}{۳-۰} = -۱ \rightarrow y+۱ = -x+۳ \rightarrow y = -x+۲$

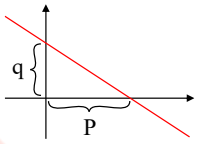
معادله‌ی ارتفاع AH : $\begin{cases} A(۲,۵) \\ m_{BC} = -۱ \end{cases} \xrightarrow{AH \perp BC} m_{AH} = ۱ \Rightarrow y-۵ = ۱(x-۲) \Rightarrow y = x+۳$

$$\begin{cases} y = -x+۲ \\ y = x+۳ \end{cases} \xrightarrow{\text{دستگاه}} y = \frac{۵}{۲} \ , \ x = -\frac{۱}{۲}$$

۳۵. گزینه ۲ شیب خط مورد نظر را m در نظر گرفته و معادله‌ی خطی را که از نقطه‌ی $\left|\frac{۱}{۲}\right.$ می‌گذرد را می‌نویسیم.

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

$y-۲=m(x-۱)\to y=mx-m+۲$



حال یک بار به x و یک‌بار به y صفر می‌دهیم. تا محل برخورد خط با محورهای مختصات را به دست آوریم.

$x=۰\to y=-m+۲\to q=۲-m$

$y=۰\to ۰=mx-m+۲\to x=\frac{m-۲}{m}\to p=\frac{m-۲}{m}$

$S=\frac{۱}{۲}|pq|\xrightarrow[p^{۲}\text{ و }q\text{ هر دو مثبت هستند}]{\text{باتوجه به صورت سوال}}\frac{۹}{۲}=\frac{۱}{۲}(۲-m)(\frac{m-۲}{m})\to ۹=\frac{-(m-۲)^{۲}}{m}$

$\to ۹m=-m^{۲}+۴m-۴\to m^{۲}+۵m+۴=۰\to (m+۱)(m+۴)=۰$

بنابراین دو خط با این ویژگی وجود دارند که اگر معادلات آنها خواسته شد به‌صورت زیر می‌باشند:

$m=-۱\to y=-x+۱+۲\to y=-x+۳$

$m=-۴\to y=-۴x+۴+۲\to y=-۴x+۶$

۳۶. گزینه ۱ هر نقطه روی نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم $(y=x)$ قرار دارد مختصاتش به صورت $|^{\alpha}_{\alpha}$ می‌باشد حال، کافی‌است فاصله‌ی نقطه‌ی $|^{\alpha}_{\alpha}$ را از خط به معادله‌ی $x+y=۰$ بدست آوریم تا مختصات نقاط A و B بدست آیند.

$۲\sqrt{۵}=\frac{|\alpha+۲\alpha+۰|}{\sqrt{۱+۴}}\to ۲\sqrt{۵}=\frac{|۳\alpha|}{\sqrt{۵}}\to |۳\alpha|=۱۰\to |۳\alpha|=\pm ۱۰\to \alpha=\pm\frac{۱۰}{۳}$

حال با داشتن مختصات سه رأس مثلث یعنی $A\left|\begin{matrix}\frac{۱۰}{۳}\\ \frac{۱۰}{۳}\end{matrix}\right.$ و $B\left|\begin{matrix}-\frac{۱۰}{۳}\\ -\frac{۱۰}{۳}\end{matrix}\right.$ و $C\left|\begin{matrix}۰\\ ۳\end{matrix}\right.$ مساحت مثلث را حساب می‌کنیم.

$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}|x_A(y_B-y_C)+x_B(y_C-y_A)+x_c(y_A-y_B)|$

$=\frac{۱}{۲}\left|\frac{۱۰}{۳}(-\frac{۱۰}{۳}-۳)-\frac{۱۰}{۳}(۳-\frac{۱۰}{۳})+۰(\frac{۱۰}{۳}+\frac{۱۰}{۳})\right|$

$=\frac{۱}{۲}\left|\frac{۱۰}{۳}(-\frac{۱۹}{۳})-\frac{۱۰}{۳}(-\frac{۱}{۳})\right|=\frac{۱}{۲}\left|-۱\frac{۹۰}{۹}+\frac{۱۰}{۹}\right|=\frac{۱}{۲}\left|-\frac{۱۸۰}{۹}\right|=\frac{۱}{۲}(\frac{۱۸۰}{۹})=۱۰$

توجه کنید فاصله‌ی نقطه‌ی $A\left|\begin{matrix}\alpha\\ \beta\end{matrix}\right.$ از خط به معادله‌ی $ax+by+c=۰$ از رابطه‌ی $AH=\frac{|a\alpha+b\beta+c|}{\sqrt{a^{۲}+b^{۲}}}$ بدست می‌آید.

۳۷. گزینه ۲ شیب خط مورد نظر را m در نظر گرفته و معادله‌ی خطی را که از نقطه‌ی $\left|\begin{matrix}۱\\ ۲\end{matrix}\right.$ می‌گذرد را می‌نویسیم.

$y-۲=m(x-۱)\to y=mx-m+۲$

حال، یک‌بار به x و یک بار به y صفر می‌دهیم تا محل برخورد خط با محورهای مختصات را به دست آوریم.

$x=۰\to y=-m+۲\to q=-m+۲$ (عرض از مبدأ)

$y=۰\to ۰=mx-m+۲\to x=\frac{m-۲}{m}\to p=\frac{m-۲}{m}$ (طول از مبدأ)

$S=\frac{۱}{۲}|pq|\to ۴=\frac{۱}{۲}|(\frac{m-۲}{m})(-m+۲)|\to ۸=|-\frac{(m-۲)^{۲}}{m}|\to ۸=\frac{(m-۲)^{۲}}{|m|}$

$=\frac{m^{۲}-۴m+۴}{|m|}\to\begin{cases}m>۰\to m^{۲}-۴m+۴=۸m\to m^{۲}-۱۲m+۴=۰\xrightarrow{\text{حل به روش }\Delta}m=۶\pm ۴\sqrt{۲}\\ m<۰\to m^{۲}-۴m+۴=-۸m\to m^{۲}+۴m+۴=۰\to (m+۲)^{۲}=۰\to m=-۲\end{cases}$

حاصل ضرب مقادیر ممکن برای $m=\underbrace{(۶+۴\sqrt{۲})(۶-۴\sqrt{۲})}_{\text{مزدوج}}(-۲)=(۴)(-۲)=-۸$

۳۸. گزینه ۴ باتوجه به اینکه دو ضلع متوازی‌الاضلاع موازی و غیر منطبق هستند داریم:

$$\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases} \xrightarrow{\text{موازی و غیرمنطبق}} \frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$$

حال کافیست همین شرط را بررسی نمائیم:

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

$$\begin{cases} ۴x-y+۲=۰ \\ ۴x-y+m^۲-۷=۰ \end{cases} \rightarrow \frac{۴}{۴} \neq \frac{m^۲-۷}{۲} \rightarrow m^۲-۷ \neq ۲ \rightarrow m \neq \pm ۳$$

پس m هر عددی می‌تواند باشد به جز ± ۳

۳۹. گزینه ۴ ابتدا دو خط را به فرم استاندارد می‌نویسیم تا شیب هر کدام مشخص شود.

$$ay+x=b \rightarrow ay=-x+b \rightarrow y=-\frac{۱}{a}x+\frac{b}{a}$$

$$ay+by=۱ \rightarrow by=-ax+۱ \rightarrow y=-\frac{a}{b}x+\frac{۱}{a}$$

حاصلضرب شیب خطوط عمود برابر -۱ می‌باشد پس داریم:

$$-\frac{۱}{a}\times -\frac{a}{b}=-۱ \xrightarrow{a\neq ۰} \frac{۱}{b}=-۱ \rightarrow b=-۱ \rightarrow ay+x=b \xrightarrow{b=-۱} ay+x=-۱$$

خط $ay+x=-۱$ از نقطه‌ی $A(۱,-۲)$ عبور می‌نماید، پس مختصات این نقطه در معادله‌ی خط صدق می‌کند.

$$a(-۲)+۱=-۱ \rightarrow -۲a=-۲ \rightarrow a=۱ \rightarrow a+b=۱+(-۱)=۰$$

۴۰. گزینه ۳ این دو خط ممکن دو ضلع موازی یا هر ضلع عمود بر هم باشند لذا باید هر دو حالت را بررسی نماییم.

حالت اول: دو ضلع موازی باشند، در این حالت شیب دو خط برابر است. خطوط را به حالت استاندارد می‌نویسیم:

$$my-x=-۷ \rightarrow y=\underbrace{\boxed{\frac{۱}{m}}}_{\text{شیب}}x-\frac{۷}{m}$$

$$m^۳x+y=۲ \rightarrow y=\underbrace{\boxed{-m^۳}}_{\text{شیب}}x+۲$$

شرط موازی بودن $\frac{۱}{m}=-m^۳ \rightarrow m^۴=-۱$ غیر ممکن

پس دو ضلع موازی نیستند.

حالت دوم: دو خط بر هم عمود باشد که حاصلضرب با شیب‌ها -۱ خواهد بود.

$$\frac{۱}{m}\times -m^۳=-۱ \rightarrow m^۳=m \rightarrow m^۳-m=۰$$

$$m(m-۱)(m+۱)=۰ \quad \begin{cases} m=-۱ \\ m=۰ \\ m=+۱ \end{cases}$$

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

پاسخنامه کلیدی آزمون با کد: ۲۲۴۹۲۷

۱- ۴	۲- ۴	۳- ۴	۴- ۳	۵- ۱
۶- ۲	۷- ۱	۸- ۲	۹- ۲	۱۰- ۱
۱۱- ۴	۱۲- ۴	۱۳- ۱	۱۴- ۳	۱۵- ۳
۱۶- ۲	۱۷- ۳	۱۸- ۱	۱۹- ۳	۲۰- ۴
۲۱- ۲	۲۲- ۴	۲۳- ۱	۲۴- ۲	۲۵- ۱
۲۶- ۱	۲۷- ۳	۲۸- ۴	۲۹- ۴	۳۰- ۲
۳۱- ۳	۳۲- ۴	۳۳- ۳	۳۴- ۳	۳۵- ۲
۳۶- ۱	۳۷- ۲	۳۸- ۴	۳۹- ۴	۴۰- ۳

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir