

سراسری تجربی ۹۰

نقطه $A(7,6)$ رأس یک متوازی الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط به معادلات $2y - 3x = 11$ و $3y + 4x = 8$ می باشند. مختصات وسط قطر آن کدام است؟

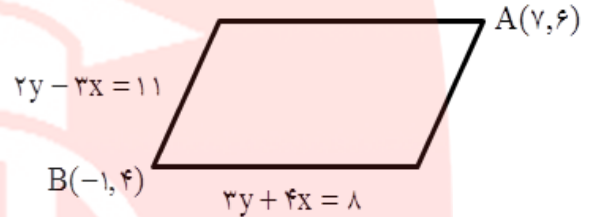
- (۱) $(1,5)$ (۲) $(3,4)$ (۳) $(3,5)$ (۴) $(4,3)$

چون مختصات نقطه A در معادله دو خط صدق نمی کند پس نقطه A رأس چهارم متوازی الاضلاع است.

$$\begin{cases} 2y - 3x = 11 \\ 3y + 4x = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8y - 12x = 44 \\ 9y + 12x = 24 \end{cases}$$

$$y = 4, x = -1 \rightarrow B(-1, 4), A(7, 6)$$

$$x_m = \frac{7-1}{2} = 3, y_m = \frac{6+4}{2} = 5 \rightarrow M(3, 5)$$



سراسری تجربی ۹۰ - خارج از کشور

دو ضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط به معادلات $2y + x = 6$ و $2x - y = 7$ و یک رأس آن نقطه $A(8,5)$ است. مساحت این مستطیل کدام است؟

- (۱) $7/2$ (۲) $9/6$ (۳) $11/4$ (۴) $12/8$

نکته: دو ضلع مستطیل یا با هم موازی اند یا بر هم عمود اند.

$$2y + x = 6 \rightarrow m = -\frac{1}{2} \rightarrow d \perp d'$$

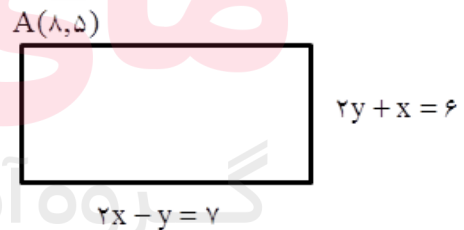
$$2x - y = 7 \rightarrow m' = 2$$

مختصات نقطه $A(8,5)$ روی دو ضلع مستطیل واقع نیست زیرا مختصات آن ها در دو معادله صدق نمی کند. پس رأس چهارم مستطیل می باشد لذا فاصله نقطه $A(8,5)$ را از دو ضلع داده شده حساب می کنیم.

$$x + 2y - 6 = 0 \xrightarrow{A(8,5)} AH = \frac{|1(8) + 2(5) - 6|}{\sqrt{(1)^2 + (2)^2}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

$$2x - y - 7 = 0 \xrightarrow{A(8,5)} AH' = \frac{|2(8) - 1(5) - 7|}{\sqrt{(2)^2 + (-1)^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$S = AH \times AH' = \frac{12}{\sqrt{5}} \times \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{48}{5} = 9.6$$



سراسری تجربی ۸۹

دو نقطه روی خط به معادله $y = x - 1$ قرار دارند، که فاصله این نقاط از خط به معادله $2x - 3y = 5$ برابر $\sqrt{13}$ است. طول این دو نقطه، کدام است؟

- (۱) $-15, 9$ (۲) $-15, 11$ (۳) $-11, 15$ (۴) $11, -9$

$$y = x - 1 \rightarrow A = \begin{vmatrix} \alpha \\ \alpha - 1 \end{vmatrix} \quad 2x - 3y - 5 = 0 \rightarrow AH = \frac{|2(\alpha) - 3(\alpha - 1) - 5|}{\sqrt{4 + 9}}$$

$$\frac{|2\alpha - 3\alpha + 3 - 5|}{\sqrt{13}} = \sqrt{13} \rightarrow |\alpha + 2| = 13 \rightarrow \alpha = 11 \wedge \alpha = -15$$

سراسری تجربی ۸۹ - خارج از کشور

سه ضلع مثلثی به معادلات $AB: 2y - x = 3$ و $AC: y - 2x = 5$ و $BC: 2y + 3x = 6$ هستند. معادله ارتفاع AH از مثلث مفروض، کدام است؟

۴

(۱) $6y - 4x = 15$ (۲) $9y - 6x = 17$ (۳) $3y - 2x = 7$ (۴) $3y + 2x = 9$

$$AB \begin{cases} 2y - x = 3 \\ y - 2x = 5 \end{cases} \rightarrow A(-\frac{7}{3}, \frac{1}{3}) \quad 2y + 3x = 6 \rightarrow m_{BC} = -\frac{3}{2} \xrightarrow{AH \perp BC} m_{AH} = \frac{2}{3}$$

$$y - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}(x + \frac{7}{3}) \rightarrow y - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}x + \frac{14}{9} \xrightarrow{\times 9} 9y - 6x = 17$$

سراسری تجربی ۸۸

به ازای کدام مقدار a ، سه خط به معادلات $y + 2x = 0$ و $2y + ax + 5 = 0$ و $y + 3x = a$ متقارب اند؟

۵

(۱) -1 (۲) 1 (۳) 2 (۴) **نشدنی**

نکته: سه خط وقتی متقارب اند که یکدیگر را در یک نقطه قطع کنند. یعنی باید نقطه تلاقی دو خط، در خط سومی صدق کند.

$$\begin{cases} y + 2x = 0 & (1) \\ 2y + ax + 5 = 0 & (2) \\ y + 3x = a & (3) \end{cases} \xrightarrow{(1), (3)} (a, -2a) \xrightarrow{(2)} a^2 - 4a + 5 = 0 \xrightarrow{b' = \frac{b}{2} = -2} \Delta' = 4 - 5 = -1$$

سراسری تجربی ۸۸ - خارج از کشور

فاصله بین دو خط به معادلات $y = x\sqrt{3} + 2$ و $\sqrt{3}y - 3x + 6 = 0$ کدام است؟

۶

(۱) $2 - \sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3} - 1$ (۳) $\sqrt{3} + 1$ (۴) $2 + \sqrt{3}$

نکته: برای محاسبه فاصله بین دو خط موازی، یک نقطه دلخواه روی یکی از آن‌ها در نظر گرفته و فاصله آن را از خط دیگر به دست می‌آوریم.

$$\sqrt{3}y - 3x + 6 = 0 \xrightarrow{x=0} \sqrt{3}y = -6 \rightarrow y = -2\sqrt{3} \rightarrow A(0, -2\sqrt{3})$$

$$x\sqrt{3} - y + 2 = 0 \xrightarrow{A(0, -2\sqrt{3})} d = \frac{|2\sqrt{3} + 2|}{2} = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{2} = \sqrt{3} + 1$$

روش دوم:

$$\begin{cases} y = x\sqrt{3} + 2 \\ \sqrt{3}y - 3x + 6 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y - x\sqrt{3} - 2 = 0 \\ \sqrt{3}y - 3x + 6 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\times\sqrt{3}} \begin{cases} \sqrt{3}y - 3x - 2\sqrt{3} = 0 \\ \sqrt{3}y - 3x + 6 = 0 \end{cases} \xrightarrow{d||d'} d = \frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}} \rightarrow d = \frac{|6+2\sqrt{3}|}{\sqrt{9+3}} = \frac{6+2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{6}{2\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} + 1 = \sqrt{3} + 1$$

سراسری تجربی ۸۵ - خارج از کشور

به ازای کدام مقادیر a ، نقاط $(a, 3)$ و $(6, 4a+1)$ و مبدأ مختصات در یک راستا قرار می گیرند؟

(۱) $-2, \frac{9}{4}$ (۲) $-2, \frac{3}{4}$ (۳) $2, -\frac{3}{4}$ (۴) $2, -\frac{9}{4}$

$A(a, 3), B(6, 4a+1), O(0, 0) \rightarrow m_{OA} = m_{OB} \rightarrow \frac{3}{a} = \frac{4a+1}{6} \xrightarrow{a \neq 0} 4a^2 + a - 18 = 0$

$\Delta = (1)^2 - 4(4)(-18) = 289 \rightarrow a = \frac{-1 \pm 17}{8} \rightarrow a = 2 \wedge a = -\frac{9}{4}$

سراسری تجربی ۸۴

معادله سه ضلع یک مثلث $x+y=1$ و $y=2x$ و $x=1$ است. معادله خطی که کوچکترین ارتفاع این مثلث بر آن قرار دارد، کدام است؟

(۱) $y = \frac{2}{3}$ (۲) $x = \frac{2}{3}$ (۳) $y + x = \frac{2}{3}$ (۴) $y + x = \frac{1}{3}$

با توجه به شکل AH کوچک ترین ارتفاع مثلث بوده که موازی محور x ها است. A محل تلاقی دو خط می باشد.

$\begin{cases} x+y=1 \\ y=2x \end{cases} \rightarrow A(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}) \quad x=1 \rightarrow m = \infty \xrightarrow{\perp} m' = 0 \rightarrow y = \frac{2}{3}$

سراسری تجربی ۸۱

یک خط از دسته خطوط به معادله $(k+1)y + 2kx - k + 1 = 0$ بر خط گذرنده بر دو نقطه $(2, -1)$ و $(8, 3)$ عمود است. معادله آن خط کدام است؟

(۱) $2y + 3x = 4$ (۲) $2y + 3x = 1$ (۳) $2y - 3x = -5$ (۴) $3y - 2x = -5$

$\begin{cases} A(2, -1) \\ B(8, 3) \end{cases} \rightarrow m_{AB} = \frac{3+1}{8-2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\perp} m' = -\frac{3}{2}$

$(k+1)y + 2kx - k + 1 = 0 \rightarrow m' = -\frac{2k}{k+1}$

$-\frac{2k}{k+1} = -\frac{3}{2} \rightarrow k = 3 \rightarrow 4y + 6x - 2 = 0 \xrightarrow{\div 2} 2y + 3x = 1$

معادله دو ضلع غیر موازی مستطیلی $3x + 4y = 1$ و $6y + bx + 1 = 0$ و نقطه $A(1, 2)$ یک رأس مستطیل است. اندازه محیط این مستطیل کدام است؟

- ۸ (۴) ۷ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)

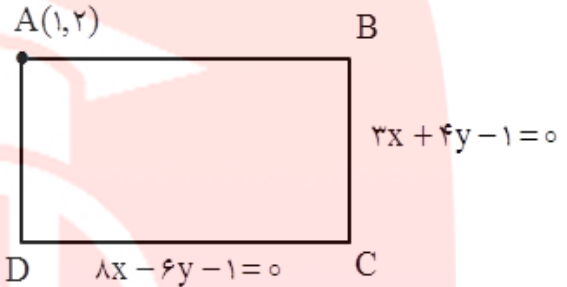
نکته: دو ضلع مستطیل یا با هم موازی اند یا بر هم عمود اند. معادله دو ضلع غیر موازی یعنی دو ضلع بر هم عموداند.

$$3x + 4y = 1 \longrightarrow m = -\frac{3}{4}$$

$$6y + bx + 1 = 0 \longrightarrow m' = -\frac{b}{6}$$

$$d \perp d' \longrightarrow mm' = -1$$

$$-\frac{b}{6} = \frac{4}{3} \longrightarrow \boxed{b = -8} \longrightarrow 6y - 8x + 1 = 0$$



۱۰

مختصات نقطه $A(1, 2)$ روی دو ضلع مستطیل واقع نیست زیرا مختصات آن در دو معادله صدق نمی کند. پس نقطه A رأس چهارم مستطیل می باشد لذا فاصله نقطه $A(1, 2)$ را از دو ضلع داده شده حساب می کنیم.

$$3x + 4y - 1 = 0 \xrightarrow{A(1,2)} AB = \frac{|3(1) + 4(2) - 1|}{\sqrt{(3)^2 + (4)^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$8x - 6y - 1 = 0 \xrightarrow{A(1,2)} AD = \frac{|-8(1) + 6(2) + 1|}{\sqrt{(-8)^2 + (6)^2}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$P = 2a + 2b = 4 + 1 = 5$$

در مربعی به ضلع $2\sqrt{2}$ واحد، فاصله وسط یک ضلع از قطر مربع، کدام است؟

- $2\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

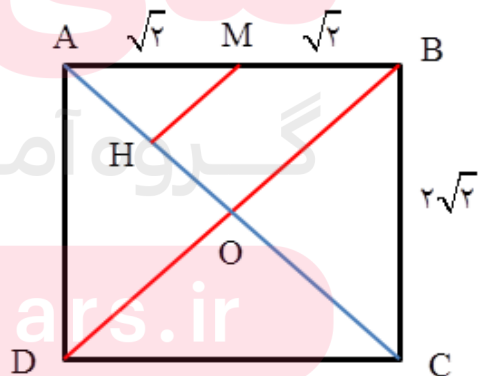
$$BD = a\sqrt{2} \longrightarrow BD = 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4$$

$$OB = 2$$

$$MH \parallel OB \longrightarrow \triangle AOB \approx \triangle AMH$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MH}{OB} = \frac{AH}{OA}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{MH}{2} \longrightarrow \boxed{MH = 1}$$



۱۱

در مثلث با رئوس $A(1,2)$ و $B(4,1)$ و $C(2,5)$ ، اندازه ارتفاع وارد بر بزرگ ترین ضلع ، کدام است ؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\sqrt{5}$

نکته: (عکس قضیه فیثاغورس) اگر در مثلثی ، مربع یک ضلع برابر مجموع مربعات دو ضلع دیگر باشد ، آن گاه آن مثلث ، قائم الزاویه است .

روش اول: ابتدا بزرگ ترین ضلع مثلث را به دست آورده و با استفاده از مساحت مثلث ، طول ارتفاع را حساب می کنیم

$$AB = \sqrt{9+1} = \sqrt{10} \quad AC = \sqrt{1+9} = \sqrt{10} \quad BC = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$$

$$h = \frac{\sqrt{10} \times \sqrt{10}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{10} \times \sqrt{10}}{\sqrt{2} \times \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}} = \sqrt{5}$$

نکته: در مثلث قائم الزاویه ، ارتفاع وارد بر وتر برابر است با نسبت حاصل ضرب اضلاع قائمه به وتر .

روش دوم: فاصله نقطه $A(1,2)$ تا ضلع BC را به دست می آوریم .

$$m_{BC} = \frac{5-1}{2-4} = -2 \rightarrow y-1 = -2(x-4) \rightarrow y = -2x+9$$

$$2x+y-9=0 \xrightarrow{A(1,2)} AH = d = \frac{|2(1)+1(2)-9|}{\sqrt{4+1}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

۱۲

مساحت مثلث ABC با سه رأس $A(2,5)$ و $B(-1,4)$ و $C(3,-2)$ ، کدام است ؟

(۱) ۲۲ (۲) ۱۸ (۳) ۱۷ (۴) ۱۱

$$BC = \sqrt{16+36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$m_{BC} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2} \rightarrow y-4 = -\frac{3}{2}(x+1) \rightarrow 3x+2y-5=0 \xrightarrow{A(2,5)}$$

$$d = AH = \frac{|6+10-5|}{\sqrt{9+4}} = \frac{11}{\sqrt{13}} \rightarrow S = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{13} \times \frac{11}{\sqrt{13}} = 11$$

۱۳

یکی از اضلاع مربعی بر خط $y = 2x + 1$ واقع است ، اگر $A(-1,2)$ یکی از رئوس این مربع باشد ، اندازه قطر مربع کدام است ؟

(۱) $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ (۲) $\frac{9}{5}$ (۳) $\frac{5\sqrt{10}}{3}$ (۴) $\frac{5}{9}$

چون مختصات نقطه $A(-1,2)$ در معادله $y = 2x + 1$ صدق نمی کند پس نقطه A روی ضلع مربع واقع نیست .

$$2x - y + 1 = 0 \xrightarrow{A(-1,2)} a = \frac{|-2-2+1|}{\sqrt{4+1}} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$d = a\sqrt{2} \rightarrow d = \frac{3\sqrt{5}}{5} \times \sqrt{2} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$$

۱۴

اگر نقطه $(4, -1)$ رأس یک مربع و خطوط $3x + 2y = a$ و $2x - 3y = 2$ معادلات دو ضلع آن باشند، مقادیر ممکن برای a کدام است؟ ($a \neq 10$)

- (۱) $-1, 19$ (۲) $1, 19$ (۳) $-1, 4$ (۴) $1, 9$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 2 \longrightarrow m = -\frac{2}{-3} = \frac{2}{3} \\ 3x + 2y = a \longrightarrow m' = -\frac{3}{2} \end{cases} \longrightarrow d \perp d'$$

$A(4, -1)$



$3x + 2y = a$

$2x - 3y - 2 = 0 \xrightarrow{(4, -1)} AH = \frac{|8 + 3 - 2|}{\sqrt{4 + 9}} = \frac{9}{\sqrt{13}}$

$3x + 2y - a = 0 \xrightarrow{(4, -1)} AH' = \frac{|12 - 2 - a|}{\sqrt{9 + 4}} = \frac{|10 - a|}{\sqrt{13}}$

$AH = AH' \longrightarrow \frac{|10 - a|}{\sqrt{13}} = \frac{9}{\sqrt{13}}$

$|10 - a| = 9 \longrightarrow a = 1 \wedge a = 19$

۱۵

نقطه $A(-2, 1)$ رأس مربعی است که یک قطر آن منطبق بر خط به معادله $x + y = 5$ است، محیط این مربع کدام است؟

- (۱) 12 (۲) 24 (۳) 48 (۴) 6

نکته: چون مختصات نقطه A در معادله خط صدق نمی کند، پس نقطه A روی خط قرار ندارد.

$x + y - 5 = 0 \xrightarrow{A(-2, 1)} AH = \frac{|-2 + 1 - 5|}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \longrightarrow d = 6\sqrt{2}$

$d = a\sqrt{2} \longrightarrow 6\sqrt{2} = a\sqrt{2} \longrightarrow a = 6 \longrightarrow P = 4a = 24$

۱۶

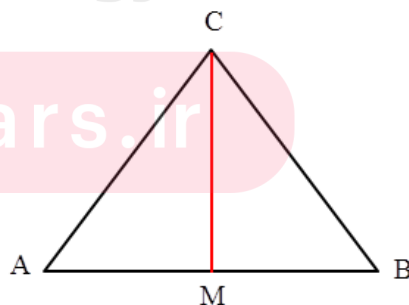
در مثلث ABC که $A(3, -1)$ و $B(5, 3)$ و $C(-1, 5)$ می باشد، اندازه میانه وارد بر ضلع AB کدام است؟

- (۱) $\sqrt{39}$ (۲) $\sqrt{40}$ (۳) $\sqrt{41}$ (۴) $\sqrt{43}$

$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + 5}{2} = 4$

$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = 1$

$CM = \sqrt{(4 + 1)^2 + (1 - 5)^2} = \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41}$



۱۷

خط $mx + 2y + 1 = 0$ بر دایره ای به شعاع $\frac{3}{2\sqrt{2}}$ و مرکز $(0, 1)$ مماس است، مقادیر m ، کدام است؟

(۱) $-1, 2$ (۲) $-2, 1$ (۳) $-2, 2$ (۴) $1, 2$

$$d = \frac{|m(0) + 2(1) + 1|}{\sqrt{m^2 + 4}} \xrightarrow{d=R} \frac{3}{\sqrt{m^2 + 4}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} \rightarrow \sqrt{m^2 + 4} = 2\sqrt{2}$$

$$m^2 + 4 = 8 \rightarrow m^2 = 4 \rightarrow \boxed{m = \pm 2}$$

۱۸

در مثلث ABC با رئوس $A(4, -2)$ و $B(0, 6)$ و $C(-4, 0)$ ، مختصات پای ارتفاع وارد بر AB کدام است؟

(۱) $(\frac{8}{5}, \frac{14}{5})$ (۲) $(\frac{5}{8}, \frac{14}{5})$ (۳) $(\frac{3}{8}, \frac{14}{5})$ (۴) $(-\frac{8}{5}, \frac{14}{5})$

$$m_{AB} = \frac{6 + 2}{0 - 4} = -2 \rightarrow m_{CH} = \frac{1}{2} \rightarrow y - 0 = \frac{1}{2}(x + 4) \rightarrow y = \frac{1}{2}x + 2 : CH$$

$$y - 6 = -2(x - 0) \rightarrow y = -2x + 6 : AB$$

$$\begin{cases} 2y - x = 4 \\ y + 2x = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4y - 2x = 8 \\ y + 2x = 6 \end{cases} \rightarrow y = \frac{14}{5} \wedge x = \frac{8}{5} \rightarrow \boxed{H(\frac{8}{5}, \frac{14}{5})}$$

۱۹

اگر سه خط $3x + 2y = 8$ و $4x - y = 7$ و $ax = 7 + y$ از یک نقطه بگذرند، مقدار a کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 4x - y = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 8x - 2y = 14 \end{cases} \rightarrow x = 2 \wedge y = 1 \rightarrow (2, 1)$$

$$ax = 7 + y \xrightarrow{(2, 1)} 2a = 8 \rightarrow \boxed{a = 4}$$

۲۰

اگر مثلث ABC با رئوس $A(1, a)$ و $B(1, 0)$ و $C(\frac{1}{5}, \frac{2}{5})$ در رأس C قائمه باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

$$m_{AC} \times m_{BC} = -1 \rightarrow \frac{5a - 2}{4} \times \frac{-1}{2} = -1 \rightarrow 5a - 2 = 8 \rightarrow \boxed{a = 2}$$

۲۱

نقاط $A(7, 5)$ و $C(3, 9)$ دو رأس مقابل یک مربع هستند، محیط این مربع چقدر است؟

(۱) ۱۶ (۲) ۲۰ (۳) $16\sqrt{2}$ (۴) ۲۴

$$AC = d = \sqrt{(7-3)^2 + (5-9)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$d = a\sqrt{2} \rightarrow 4\sqrt{2} = a\sqrt{2} \rightarrow \boxed{a = 4} \rightarrow \boxed{P = 4a = 16}$$

۲۲

<p>خط $L: 3x - 4y = 0$ بر دایره ای به مرکز $W(2, -1)$ مماس است، شعاع دایره چقدر است؟</p> <p> $\frac{3}{5}$ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) $\frac{2}{5}$ (۱) </p> <p>نکته: اگر خطی بر یک دایره مماس باشد، آن گاه فاصله مرکز دایره تا این خط، برابر شعاع دایره است.</p> <p> $L: 3x - 4y = 0 \xrightarrow{W(2, -1)} d = R = \frac{ 6 + 4 }{\sqrt{9 + 16}} = \frac{10}{5} = 2$ </p>	<p>۲۳</p>
<p>معادلات دو ضلع مستطیلی $x + y = 2$ و $x - y = 2$ است، اگر $A(-7, -5)$ یکی از رئوس مستطیل باشد، مساحت آن چقدر است؟</p> <p> 18 (۴) 36 (۳) 14 (۲) 28 (۱) </p> <p> $x + y - 2 = 0 \xrightarrow{A(-7, -5)} d = \frac{ -7 - 5 - 2 }{\sqrt{1 + 1}} = \frac{14}{\sqrt{2}}$ $x - y - 2 = 0 \xrightarrow{A(-7, -5)} d = \frac{ -7 + 5 - 2 }{\sqrt{1 + 1}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$ </p> <p> $S = \frac{14}{\sqrt{2}} \times \frac{4}{\sqrt{2}} = 28$ </p>	<p>۲۴</p>
<p>فاصله دو خط $y = 2x - 4$ و $y - 2x = 11$ از یکدیگر، چند برابر $\sqrt{5}$ است؟</p> <p> 4 (۴) 3 (۳) 2 (۲) 1 (۱) </p> <p>روش اول:</p> <p> $y = 2x + 11 \rightarrow d = 2$ $y = 2x - 4 \rightarrow d' = 2$ $d \parallel d'$ </p> <p> $y = 2x - 4 \xrightarrow{x=2} y = 0 \rightarrow A(2, 0)$ </p> <p> $2x - y + 11 = 0 \xrightarrow{A(2, 0)} d = \frac{ 4 + 11 }{\sqrt{4 + 1}} = \frac{15}{\sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$ </p> <p>روش دوم:</p> <p> $2x - y + 11 = 0 \rightarrow d = 2$ $2x - y - 4 = 0 \rightarrow d' = 2$ $d \parallel d'$ </p> <p> $d = \frac{ 11 + 4 }{\sqrt{4 + 1}} = \frac{15}{\sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$ </p>	<p>۲۵</p>
<p>یکی از اضلاع مربعی بر خط $L: y = 2x - 1$ واقع است، اگر $A(3, 0)$ یکی از رئوس این مربع باشد، مساحت آن چقدر است؟</p> <p> 3 (۴) 4 (۳) 5 (۲) 6 (۱) </p> <p>چون مختصات نقطه A در معادله خط L صدق نمی کند، پس نقطه A روی خط L قرار ندارد.</p> <p> $L: 2x - y - 1 = 0 \xrightarrow{A(3, 0)} a = \frac{ 6 + 0 - 1 }{\sqrt{4 + 1}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \rightarrow S = a^2 = 5$ </p>	<p>۲۶</p>

اگر نقاط $A(0,1)$ و $B(1,4)$ و $C(3,0)$ رئوس مثلث ABC باشند، با مشخص کردن طول اضلاع، نوع مثلث را مشخص کنید؟

(۲) متساوی الاضلاع

(۱) قائم‌الزاویه متساوی الساقین

(۴) قائم‌الزاویه با یک زاویه 30°

(۳) متساوی الساقین با یک زاویه منفرجه

۲۷

$$AB = \sqrt{(1-0)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{(3-0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(3-1)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \longrightarrow \boxed{\hat{A} = 90^\circ} \wedge \boxed{AB = AC}$$

در مثلثی با رئوس $A(2,5)$ و $B(3,7)$ و $C(-1,5)$ ، معادله میانه وارد بر ضلع BC ، کدام است؟

(۱) $2x + y = 9$ (۲) $x + y = 7$ (۳) $y - x = 3$ (۴) $x + 2y = 12$

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{3-1}{2} = 1$$

$$\longrightarrow M(1,6)$$

$$y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{7+5}{2} = 6$$

$$m_{AM} = \frac{y_M - y_A}{x_M - x_A} = \frac{6-5}{1-2} = -1$$

$$y - 6 = -1(x - 1) \longrightarrow \boxed{y = -x + 7}$$

۲۸

اگر نقاط $A(2,1)$ و $B(4,-3)$ و $C(6,5)$ و $D(a,b)$ مختصات رئوس متوازی الاضلاع $ABCD$ باشند، حاصل ab کدام است؟

(۱) ۱۰۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴) ۳۲

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{x_B + x_D}{2} \longrightarrow x_A + x_C = x_B + x_D$$

$$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{y_B + y_D}{2} \longrightarrow y_A + y_C = y_B + y_D$$

$$2 + 6 = 4 + a \longrightarrow a = 4$$

$$1 + 5 = -3 + b \longrightarrow b = 9$$

$$\longrightarrow \boxed{ab = 36}$$

۲۹

اگر سه نقطه متمایز $A(4,1)$ و $B(a+1, 2a-2)$ و $C(a+3, 2a-5)$ در یک امتداد باشند، a کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{15}{7}$ (۳) $\frac{16}{7}$ (۴) $\frac{17}{7}$

۳۰ نکته: چون نقاط A و B و C در یک راستا قرار دارند، پس شیب AB با شیب BC برابر است.

$$m_{AB} = m_{BC} \longrightarrow \frac{2a-2-1}{a+1-4} = \frac{2a-5-2a+2}{a+3-a-1} \longrightarrow \frac{2a-3}{a-3} = \frac{-3}{2} \longrightarrow \boxed{a = \frac{15}{7}}$$

نقاط $M(4,2)$ و $N(7,6)$ و $P(0,5)$ رئوس یک مثلث هستند، مساحت این مثلث چقدر است؟

(۱) $11/5$ (۲) ۱۲ (۳) $12/5$ (۴) ۱۳

$$MN = \sqrt{(7-4)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$MP = \sqrt{(0-4)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

$$NP = \sqrt{(0-7)^2 + (5-6)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = 2\sqrt{5}$$

$$NP^2 = MN^2 + MP^2 \longrightarrow \boxed{\hat{M} = 90^\circ} \longrightarrow S = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = 12/5$$

مربع $ABCD$ در ناحیه اول صفحه مختصات واقع است، به طوری که $A(5,1)$ و $B(10,4)$ دو رأس مجاور هستند معادله ضلع AD کدام است؟

(۱) $5x + 3y = 25$ (۲) $3x + 5y = 20$

(۳) $5x + 3y = 28$ (۴) $4x + 5y = 25$

$$m_{AB} = \frac{4-1}{10-5} = \frac{3}{5} \longrightarrow m_{AD} = -\frac{5}{3} \xrightarrow{A(5,1)} y-1 = -\frac{5}{3}(x-5) \longrightarrow 3y + 5x = 28$$

اگر فاصله نقطه $A(a, a-1)$ از خط $5x - 12y = 12$ برابر $\frac{21}{13}$ باشد، حاصل ضرب مقادیر متمایز a ، کدام است؟

(۱) -۹ (۲) -۱۶ (۳) -۲۵ (۴) -۴۹

$$5x - 12y - 12 = 0 \xrightarrow{A(a, a-1)} d = \frac{|\hat{A}|}{\sqrt{25+144}} = \frac{|-7a|}{13} = \frac{|7a|}{13}$$

$$d = \frac{|7a|}{13} \longrightarrow \frac{21}{13} = \frac{|7a|}{13} \longrightarrow |7a| = 21 \longrightarrow 7a = \pm 21 \longrightarrow \boxed{a = \pm 3}$$

اگر خط $y = nx + 4$ بر دو خط $y = (m-5)x + 7$ و $y = (7-m)x - 1$ عمود باشد، حاصل $m-n$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) -۷

$$d: y = (m-5)x + 7$$

$$d': y = (7-m)x - 1$$

$$\xrightarrow{d \parallel d'} m-5 = 7-m \longrightarrow \boxed{m=6}$$

۳۴

$$d: y = (m-5)x + 7$$

$$L: y = nx + 4$$

$$\xrightarrow{L \perp d} (m-5) \times n = -1 \longrightarrow \boxed{n=-1}$$

از نقطه $A(3,2)$ ، خط $y = 2x - 4$ را مماس بر دایره ای به مرکز $W(-1,2)$ رسم کرده ایم، فاصله نقطه A تا نقطه تماس چند برابر $\frac{1}{\sqrt{5}}$ است؟

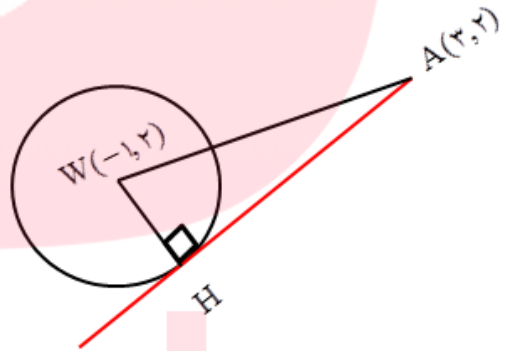
- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

$$2x - y - 4 = 0 \xrightarrow{W(-1,2)} WH = \frac{|-2 - 2 - 4|}{\sqrt{4+1}} = \frac{8}{\sqrt{5}}$$

$$AW = \sqrt{(-1-3)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{16} = 4$$

$$WH^2 + AH^2 = AW^2 \longrightarrow \left(\frac{8}{\sqrt{5}}\right)^2 + AH^2 = 16$$

$$AH^2 = 16 - \frac{64}{5} = \frac{16}{5} \longrightarrow \boxed{AH = \frac{4}{\sqrt{5}}}$$



۳۵

اگر خطوط $y = 2x + 3$ و $2y + x = 6$ معادله دو ضلع یک مستطیل و نقطه $A(1,1)$ یکی از رئوس مستطیل باشد، مساحت این مستطیل کدام است؟

- (۱) $1/2$ (۲) $1/4$ (۳) $2/4$ (۴) $2/8$

$$L: y = 2x + 3 \longrightarrow m = 2$$

$$L': 2y + x = 6 \longrightarrow m' = -\frac{1}{2} \longrightarrow L \perp L'$$

$$2x - y + 3 = 0 \xrightarrow{A(1,1)} d = a = \frac{|2-1+3|}{\sqrt{4+1}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$x + 2y - 6 = 0 \xrightarrow{A(1,1)} d' = b = \frac{|1+2-6|}{\sqrt{1+4}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\longrightarrow S = \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{12}{5} = 2.4$$

۳۶

<p>مثلت ABC با رئوس $A(2,8)$ و $B(4,0)$ و $C(8,10)$ را در نظر بگیرید، اندازه میانه BM، کدام است؟</p> <p>۵ (۴) ۱۰ (۳) $\sqrt{41}$ (۲) $\sqrt{82}$ (۱)</p> $x_M = \frac{2+8}{2} = 5$ $y_M = \frac{8+10}{2} = 9$ <p>————→ $M(5,9)$</p> $BM = \sqrt{(5-4)^2 + (9-0)^2} = \sqrt{82}$	<p>۳۷</p>
<p>اگر فاصله دو خط موازی $y = ax + b$ و $y = 3x + 1$ برابر $\frac{\sqrt{10}}{2}$ باشد، کمترین مقدار $a + b$، کدام است؟</p> <p>-۹ (۴) ۹ (۳) -۱ (۲) ۱ (۱)</p> $y = ax + b \quad d d' \rightarrow \boxed{a = 3}$ $y = 3x + 1$ $3x - y + b = 0 \rightarrow d = \frac{ b-1 }{\sqrt{9+1}} = \frac{ b-1 }{\sqrt{10}} \rightarrow \frac{\sqrt{10}}{2} = \frac{ b-1 }{\sqrt{10}} \rightarrow b-1 = 5$ $3x - y + 1 = 0$ $b - 1 = \pm 5 \rightarrow \begin{cases} b = 6 \\ b = -4 \end{cases} \xrightarrow{a=3} \begin{cases} a+b = 9 \\ a+b = -1 \end{cases}$	<p>۳۸</p>
<p>دو نقطه A و B واقع بر خط به معادله $2x - y = 0$، از خط به معادله $3x = 4y + 5$ به فاصله ۲ قرار دارند، طول پاره خط AB کدام است؟</p> <p>$4\sqrt{2}$ (۴) $3\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۱)</p> $2x - y = 0 \rightarrow y = 2x \xrightarrow{x=\alpha} y = 2\alpha \rightarrow (\alpha, 2\alpha)$ $3x - 4y - 5 = 0 \xrightarrow{(\alpha, 2\alpha)} d = \frac{ 3\alpha - 8\alpha - 5 }{\sqrt{9+16}} = \frac{ -5\alpha - 5 }{5} = \alpha + 1 $ $d = \alpha + 1 \rightarrow \alpha + 1 = 2 \rightarrow \alpha + 1 = \pm 2$ $\alpha + 1 = 2 \rightarrow \alpha = 1 \rightarrow A(1, 2) \quad \alpha + 1 = -2 \rightarrow \alpha = -3 \rightarrow B(-3, -6)$ $AB = \sqrt{(1+3)^2 + (2+6)^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}$	<p>۳۹</p>
<p>اگر $A(-1, 2)$ و $B(3, 0)$ و $C(1, -2)$ سه رأس مثلث ABC باشند، معادله ارتفاع وارد بر ضلع BC از رأس A کدام است؟</p> <p>$y - x = 3$ (۴) $y = -2x$ (۳) $y + x = 1$ (۲) $y + x = -3$ (۱)</p> $m_{BC} = \frac{-2-0}{1-3} = 1 \rightarrow m_{AH} = -1 \xrightarrow{A(-1,2)} y - 2 = -1(x + 1) \rightarrow y = -x + 1$	<p>۴۰</p>

خطی که از دو نقطه متمایز $A(m, -1)$ و $B(1, 1-2m)$ می‌گذرد، محور y ها را در نقطه ای به عرض ۳ قطع کرده است، این خط محور x ها را با چه طولی قطع می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) -۲ (۳) $-1/5$ (۴) $-2/5$

$$m_{AB} = \frac{1-2m+1}{1-m} = \frac{2-2m}{1-m} = \frac{2(1-m)}{1-m} = 2 \quad C(0, 3)$$

$$y - 3 = 2(x - 0) \rightarrow y = 2x + 3 \xrightarrow{D(x, 0)} 2x + 3 = 0 \rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

۴۱

سه نقطه متمایز $(a, 1-2a)$ و $(1-2m, m)$ و $(0, 1)$ در یک راستا قرار دارند، مقدار m کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $1/2$ (۳) $1/3$ (۴) $1/4$

$$m_{AC} = m_{BC} \rightarrow \frac{1-2a-1}{a} = \frac{m-1}{1-2m} \rightarrow -2 = \frac{m-1}{1-2m} \rightarrow m = \frac{1}{3}$$

۴۲

به ازای کدام مقادیر a ، نقاط $(a, 3)$ و $(6, 4a+1)$ و مبدأ مختصات، در یک راستا قرار می‌گیرند؟

- (۱) $-2, \frac{9}{4}$ (۲) $2, \frac{3}{4}$ (۳) $-2, -\frac{3}{4}$ (۴) $2, -\frac{9}{4}$

$$m_{AO} = m_{BO} \rightarrow \frac{3}{a} = \frac{4a+1}{6} \rightarrow 4a^2 + a - 18 = 0 \rightarrow a = -\frac{9}{4} \wedge a = 2$$

$$a^2 + a - 18 = 0 \rightarrow (a+9)(a-2) = 0 \rightarrow a = -9 \wedge a = 2$$

۴۳

دو انتهای یک قطر دایره ای، نقاط $A(3, 4)$ و $B(9, 12)$ می‌باشد، نقطه $(11, 3)$ در چه محلی نسبت به دایره قرار دارد؟

۱) روی دایره
۲) بیرون دایره
۳) درون دایره
۴) اطلاعات کافی نیست

۴۴

$$x_W = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3+9}{2} = 6$$

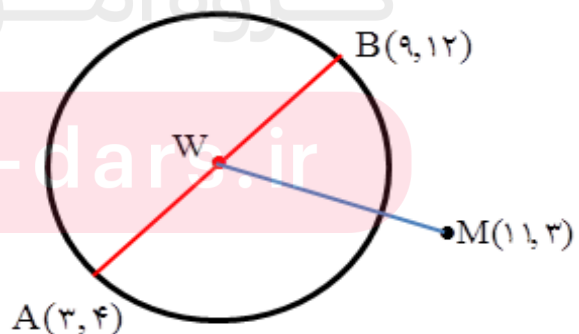
$$\rightarrow W(6, 8)$$

$$y_W = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{4+12}{2} = 8$$

$$WA = WB = R = \sqrt{9+16} = 5$$

$$WM = \sqrt{25+25} = 5\sqrt{2}$$

$$WM > R$$



دایره ای محور X ها را در دو نقطه به طول های ۱ و ۳ قطع کرده و مرکز آن ، بر روی نیمساز ربع اول است ، شعاع این دایره ، کدام است ؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) ۳

$A(1,0)$ $B(3,0)$ $y = x \rightarrow W(a,a)$

$WA = WB = R \rightarrow \sqrt{(a-1)^2 + (a-0)^2} = \sqrt{(a-3)^2 + (a-0)^2}$

$(a-1)^2 + a^2 = (a-3)^2 + a^2 \rightarrow (a-1)^2 = (a-3)^2 \rightarrow (a-1) = \pm(a-3)$

$a-1 = a-3 \rightarrow -1 \neq -3 \wedge a-1 = -a+3 \rightarrow 2a = 4 \rightarrow \boxed{a=2}$

$R = \sqrt{(2-1)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{5}$

۴۵

دو نقطه روی خط به معادله $y = x - 1$ قرار دارند که فاصله این نقاط از خط به معادله $2x - 3y = 5$ برابر $\sqrt{13}$ است ، طول این دو نقطه ، کدام است ؟

- (۱) -۱۵,۹ (۲) -۱۵,۱۱ (۳) -۱۱,۱۵ (۴) -۹,۱۱

$y = x - 1 \xrightarrow{x=\alpha} y = \alpha - 1 \rightarrow (\alpha, \alpha - 1)$

$2x - 3y - 5 = 0 \xrightarrow{(\alpha, \alpha-1)} d = \frac{|2\alpha - 3\alpha + 3 - 5|}{\sqrt{4+9}} = \frac{|-\alpha - 2|}{\sqrt{13}} = \frac{|\alpha + 2|}{\sqrt{13}}$

$d = \frac{|\alpha + 2|}{\sqrt{13}} \rightarrow \frac{|\alpha + 2|}{\sqrt{13}} = \sqrt{13} \rightarrow |\alpha + 2| = 13 \rightarrow \alpha + 2 = \pm 13$

$\alpha + 2 = 13 \rightarrow \boxed{\alpha = 11} \wedge \alpha + 2 = -13 \rightarrow \boxed{\alpha = -15}$

۴۶

دو ضلع یک مربع بر دو خط موازی $x + 2y = 4$ و $mx - 4y = 8$ منطبق هستند ، مساحت این مربع کدام است ؟

- (۱) ۷/۲ (۲) ۱۴/۴ (۳) ۱۲/۸ (۴) ۶/۴

$x + 2y = 4 \rightarrow a = -\frac{1}{2} \parallel \frac{m}{4} = \frac{-1}{2} \rightarrow \boxed{m = -2}$

$mx - 4y = 8 \rightarrow a' = -\frac{m}{-4} = \frac{m}{4}$

$-2x - 4y = 8 \rightarrow x + 2y = -4$

$x + 2y - 4 = 0$
 $x + 2y + 4 = 0$
 $d = \frac{|-4 - 4|}{\sqrt{1+4}} = \frac{8}{\sqrt{5}} \rightarrow S = \left(\frac{8}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{64}{5} = 12.8$

۴۷

دو نقطه $A(-2,5)$ و $B(0,3)$ با بیش ترین فاصله روی محیط یک دایره قرار دارند ، شعاع این دایره کدام است ؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) ۴

$AB = \sqrt{(3-5)^2 + (0+2)^2} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2} \rightarrow AB = 2R \rightarrow 2\sqrt{2} = 2R \rightarrow \boxed{R = \sqrt{2}}$

۴۸

اگر فاصله نقطه $(0, -1)$ از خط $y - 2\sqrt{2}x - m = 0$ برابر $\frac{4}{3}$ باشد، مقادیر m کدام است؟

- (۱) $-3, 5$ (۲) $-4, 5$ (۳) $-5, 4$ (۴) $-5, 3$

$$d = \frac{|-2\sqrt{2}(0) + 1(-1) - m|}{\sqrt{(-2\sqrt{2})^2 + (1)^2}} \rightarrow \frac{|-1 - m|}{3} = \frac{4}{3} \xrightarrow{|-a|=|a|} |1 + m| = 4 \rightarrow 1 + m = \pm 4$$

$$1 + m = 4 \rightarrow \boxed{m = 3} \wedge 1 + m = -4 \rightarrow \boxed{m = -5}$$

۴۹

اگر $A(4, 5)$ و $B(2, 1)$ و مبدأ مختصات، سه رأس مثلث AOB باشند، طول میانه OM در مثلث AOB کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $3\sqrt{3}$

$$x_M = \frac{4+2}{2} = 3$$

$$\rightarrow M(3, 3)$$

$$OM = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$y_M = \frac{5+1}{2} = 3$$

۵۰

فاصله نقطه ای به عرض α ، روی محور y ها تا نقطه $A(3, 1)$ برابر 5 واحد است، α کدام است؟

- (۱) 5 (۲) -3 (۳) $-3, 5$ (۴) $-5, 3$

$$A(3, 1) \wedge B(0, \alpha) \rightarrow AB = \sqrt{9 + (1 - \alpha)^2} \rightarrow \sqrt{9 + (1 - \alpha)^2} = 5$$

$$9 + (1 - \alpha)^2 = 25 \rightarrow (1 - \alpha)^2 = 16 \rightarrow 1 - \alpha = \pm 4 \rightarrow \boxed{\alpha = -3 \wedge \alpha = 5}$$

توجه داشته باشیم جواب های به دست آمده را بایستی چک کنیم که در این جا هر دو جواب مورد قبول است.

۵۱

دو ضلع یک مربع بر دو خط موازی $x + 2y = 4$ و $mx - 4y = 8$ منطبق هستند، مساحت این مربع کدام است؟

- (۱) $7/2$ (۲) $14/4$ (۳) $12/8$ (۴) $6/4$

$$x + 2y = 4 \rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$\parallel \rightarrow \frac{m}{4} = \frac{-1}{2} \rightarrow \boxed{m = -2}$$

$$mx - 4y = 8 \rightarrow a' = -\frac{m}{-4} = \frac{m}{4}$$

$$-2x - 4y = 8 \rightarrow x + 2y = -4$$

$$x + 2y - 4 = 0$$

$$x + 2y + 4 = 0$$

$$\rightarrow d = \frac{|-4 - 4|}{\sqrt{1+4}} = \frac{8}{\sqrt{5}} \rightarrow S = \left(\frac{8}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{64}{5} = 12/8$$

۵۲

<p>اگر خط گذرنده از دو نقطه $A(m-1, 2)$ و $B(1, 4)$ بر خط $2y + 3x = 1$ عمود باشد، مقدار m کدام است؟</p> <p>(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲</p> $2y + 3x = 1 \rightarrow m = -\frac{3}{2} \xrightarrow{\perp} m' = \frac{2}{3}$ $y - 4 = \frac{2}{3}(x - 1) \rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{10}{3} \rightarrow 3y = 2x + 10 \xrightarrow{A(m-1, 2)}$ $3(2) = 2(m-1) + 10 \rightarrow 6 = 2m - 2 + 10 \rightarrow 2m = -2 \rightarrow \boxed{m = -1}$	<p>۵۳</p>
<p>از نقطه $A(3, 2)$ خطی موازی خط $3x + 2y = 1$ رسم کرده ایم، عرض از مبدأ این خط کدام است؟</p> <p>(۱) ۱۱ (۲) ۶/۵ (۳) ۸ (۴) ۷/۵</p> $3x + 2y = 1 \rightarrow m = -\frac{3}{2} \xrightarrow{A(3, 2)} y - 2 = -\frac{3}{2}(x - 3) \xrightarrow{x=0} \boxed{y = \frac{13}{2}}$	<p>۵۴</p>
<p>اگر $A(1, 5)$ و $B(-1, 2)$ و $C(0, -1)$ سه رأس مثلث ABC باشند، معادله میانه وارد بر ضلع BC کدام است؟</p> <p>(۱) $y = 9x - 7$ (۲) $y = 3x + 2$ (۳) $y = 3x - 2$ (۴) $y = 9x + 7$</p> $x_M = \frac{-1+0}{2} = \frac{-1}{2} \rightarrow M(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \quad A(1, 5) \rightarrow m = 3$ $y_M = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$ $y - 5 = 3(x - 1) \rightarrow y = 3x - 3 + 5 \rightarrow \boxed{y = 3x + 2}$	<p>۵۵</p>
<p>اگر $A(-1, 1)$ و $B(3, 4)$ و $C(0, 0)$ سه رأس مثلث ABC باشند، فاصله پای ارتفاع و پای میانه وارد بر ضلع کوچک تر کدام است؟</p> <p>(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۵</p> $AB = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ $BC = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 \rightarrow AB = AC$ $AC = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ <p>چون مثلث ABC، متساوی الساقین است پس ارتفاع و میانه بر هم منطبق اند در نتیجه فاصله آن ها برابر صفر است</p>	<p>۵۶</p>
<p>اگر $A(0, 1)$ و $B(2, 0)$ و $C(-2, -5)$ سه رأس متوازی الاضلاع باشند، مختصات رأس چهارم کدام است؟</p> <p>(۱) $(4, -4)$ (۲) $(-4, -4)$ (۳) $(0, -4)$ (۴) $(0, 4)$</p> $x_A + x_C = x_B + x_D \rightarrow 0 - 2 = 2 + x_D \rightarrow x_D = -4 \rightarrow M(-4, -4)$ $y_A + y_C = y_B + y_D \rightarrow 1 - 5 = 0 + y_D \rightarrow y_D = -4$	<p>۵۷</p>

اگر $A(-1, 1)$ یک رأس از مربعی باشد که معادله یکی از اضلاع آن $x + y = 2$ است، مختصات رأس مقابل A کدام است؟

- (۱) $(-1, -3)$ (۲) $(1, 3)$ (۳) $(1, 1)$ (۴) $(-1, 1)$

$$x + y - 2 = 0 \xrightarrow{A(-1, 1)} a = \frac{|2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$AB = a\sqrt{2} \longrightarrow AB = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

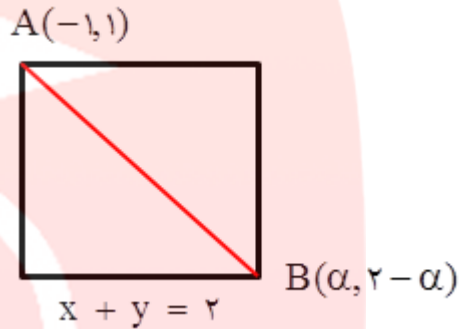
$$AB = \sqrt{(-1-\alpha)^2 + (1-2+\alpha)^2}$$

$$AB = \sqrt{1+2\alpha+\alpha^2+1-2\alpha+\alpha^2}$$

$$AB = \sqrt{2+2\alpha^2} \longrightarrow 2 = \sqrt{2+2\alpha^2}$$

$$2+2\alpha^2 = 4 \longrightarrow \alpha^2 = 1 \longrightarrow \alpha = \pm 1$$

$$\alpha = 1 \longrightarrow B(1, 1) \quad \wedge \quad \alpha = -1 \longrightarrow B(-1, 3)$$



۵۸

از نقطه $M(-1, 2)$ ، خطی بر دایره C به مرکز $O(2, 6)$ مماس رسم می کنیم. اگر طول قطعه مماس ۴ واحد باشد، شعاع دایره کدام است؟

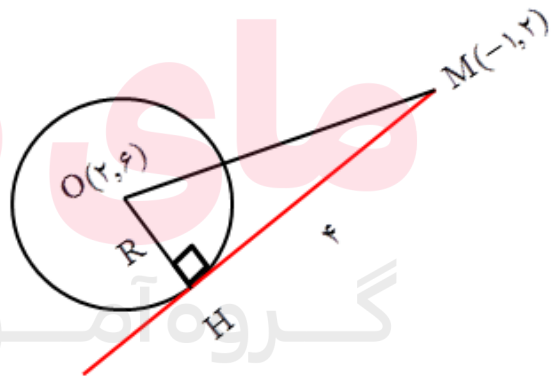
- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۳

$$OM = \sqrt{(-1-2)^2 + (2-6)^2}$$

$$OM = \sqrt{9+16} = 5$$

$$OH^2 + MH^2 = OM^2$$

$$R^2 + 16 = 25 \longrightarrow \boxed{R = 3}$$



۵۹

اگر شیب خط گذرا از دو نقطه $A(k, k+1)$ و $B(2, k)$ منفی باشد، حدود k کدام است؟

- (۱) $k > 2$ (۲) $k < 2$ (۳) $k > -2$ (۴) $k < -2$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} < 0 \longrightarrow \frac{k - k - 1}{2 - k} < 0 \longrightarrow \frac{-1}{2 - k} < 0 \longrightarrow 2 - k > 0 \longrightarrow \boxed{k < 2}$$

۶۰

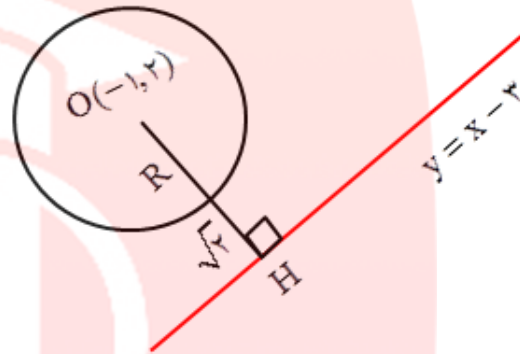
کوتاه ترین فاصله نقاط روی دایره ای به مرکز $(-1, 2)$ ، از خط $y = x - 3$ برابر با $\sqrt{2}$ می باشد، شعاع دایره کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

$x - y - 3 = 0$ $O(-1, 2)$

$OH = \frac{|-1 - 2 - 3|}{\sqrt{1+1}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$

$R = 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$



۶۱

اگر $A(1, 4)$ و $C(4, -1)$ دو رأس مقابل مربع $ABCD$ باشند، امتداد قطر BD ، محور y ها را در کدام عرض قطع می کند؟

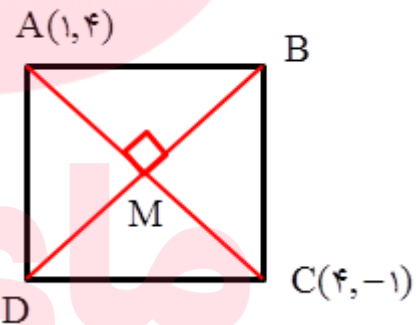
- (۱) $1/5$ (۲) 1 (۳) 3 (۴) 5

$m_{AC} = \frac{-1-4}{4-1} = -\frac{5}{3}$

$AC \perp BD \rightarrow m_{BD} = \frac{3}{5}$

$x_M = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2}$
 $y_M = \frac{4-1}{2} = \frac{3}{2} \rightarrow M(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$

$y - \frac{3}{2} = \frac{3}{5}(x - \frac{5}{2}) \rightarrow y = \frac{3}{5}x$



۶۲

اگر موقعیت جغرافیایی دو شهر A و B به ترتیب $(40, 80)$ و $(10, 120)$ باشد و فاصله بین دو واحد طول یا دو واحد عرض جغرافیایی 110 کیلو متر باشد، فاصله این دو شهر چند کیلومتر است؟

- (۱) 50000 (۲) 5500 (۳) 55000 (۴) 500

$AB = \sqrt{(10-40)^2 + (120-80)^2} = \sqrt{900+1600} = \sqrt{2500} = 50$

$d = 50 \times 110 = 5500 \text{ km}$

۶۳

نقطه $O(1, -3)$ مرکز مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط $2x - y = 0$ می باشد، مساحت این مربع کدام است؟

۱۰۰ (۴)

۴۰ (۳)

۱۰ (۲)

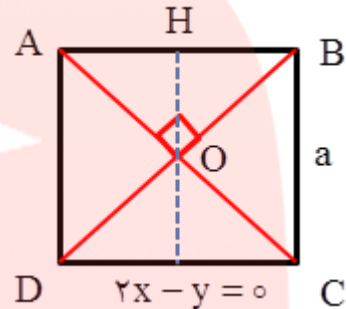
۲۰ (۱)

$$2x - y = 0 \quad O(1, -3)$$

$$OH = \frac{|2 + 3|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$a = 2OH = 2\sqrt{5}$$

$$S = a^2 = (2\sqrt{5})^2 = 4 \times 5 = 20$$



۶۴

نوع مثلث با رئوس $M(2, 3)$ و $N(-1, 0)$ و $P(1, -2)$ ، کدام است؟

(۲) فقط قائم الزویه

(۱) متساوی الاضلاع

(۴) متساوی الساقین

(۳) قائم الزویه متساوی الساقین

۶۵

$$MN = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18}$$

$$MP = \sqrt{(1 - 2)^2 + (-2 - 3)^2} = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26}$$

$$NP = \sqrt{(1 + 1)^2 + (-2 - 0)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

$$MN^2 + NP^2 = MP^2 \longrightarrow 18 + 8 = 26 \longrightarrow \hat{N} = 90^\circ$$

اگر $A(-1, 2)$ و $B(0, 3)$ و $C(2, k)$ سه رأس مستطیل $ABCD$ باشند، مساحت مستطیل کدام است؟

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

$$AB = \sqrt{(-1 - 0)^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{2}$$

$$m_{AB} = \frac{3 - 2}{0 + 1} = 1 \longrightarrow m_{BC} = -1$$

$$m_{BC} = \frac{k - 3}{2 - 0} = \frac{k - 3}{2}$$

$$\frac{k - 3}{2} = -1 \longrightarrow k = 1 \longrightarrow C(2, 1)$$

$$BC = \sqrt{(0 - 2)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{8}$$

$$S = AB \times BC = \sqrt{2} \times \sqrt{8} = 4$$



۶۶

مساحت مربعی که معادله دو ضلع آن $y - x = 1$ و $2y = 2x - 6$ می باشد، کدام است؟

۸ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

$$y - x = 1 \rightarrow m = -\frac{-1}{1} = 1 \xrightarrow{m=m'} L_1 \parallel L_2$$

$$2y = 2x - 6 \rightarrow m' = \frac{2}{2} = 1$$

$$\begin{aligned} x - y + 1 = 0 \\ x - y - 3 = 0 \end{aligned} \rightarrow d = a = \frac{|1+3|}{\sqrt{1+1}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \rightarrow S = a^2 = (2\sqrt{2})^2 = 4 \times 2 = 8$$

۶۷

اگر دو خط $ax + 2(a-3)y = 1$ و $(2a-1)x - (a+1)y + 1 = 0$ بر هم عمود باشند، مقدار a کدام است؟

۲ (۴)

-۲ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

$$ax + 2(a-3)y - 1 = 0 \rightarrow m = -\frac{a}{2a-6} = \frac{-a}{2a-6}$$

$$(2a-1)x - (a+1)y + 1 = 0 \rightarrow m' = -\frac{2a-1}{-(a+1)} = \frac{2a-1}{a+1}$$

$$m \times m' = -1 \rightarrow \frac{2a-1}{a+1} = \frac{2a-6}{a} \rightarrow 3a = -6 \rightarrow a = -2$$

۶۸

طول محل تلاقی ارتفاع های مثلث ABC با رئوس $A(-1,1)$ و $B(0,2)$ و $C(1,-3)$ ، کدام است؟

$-\frac{8}{3}$ (۴)

$\frac{8}{3}$ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

$-\frac{4}{3}$ (۱)

$$m_{BC} = \frac{-3-2}{1-0} = -5 \rightarrow m_{AH} = \frac{1}{5} \xrightarrow{A(-1,1)} y-1 = \frac{1}{5}(x+1) \rightarrow y = \frac{1}{5}x + \frac{6}{5} : AH$$

$$m_{AC} = \frac{1+3}{-1-1} = -2 \rightarrow m_{BH'} = \frac{1}{2} \xrightarrow{B(0,2)} y-2 = \frac{1}{2}(x-0) \rightarrow y = \frac{1}{2}x + 2 : BH'$$

$$\frac{1}{5}x + \frac{6}{5} = \frac{1}{2}x + 2 \xrightarrow{\times 10} 2x + 12 = 5x + 20 \rightarrow 3x = -8 \rightarrow x = -\frac{8}{3}$$

۶۹

در مثلث ABC ، $A(-1,1)$ و $B(0,3)$ و $C(2,-1)$ می باشد، طول ارتفاع AH کدام است؟

$\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{4\sqrt{5}}{5}$ (۳)

$\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (۲)

$\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۱)

$$m_{BC} = \frac{-1-3}{2-0} = \frac{-4}{2} = -2 \rightarrow y-3 = -2(x-0) \rightarrow y = -2x+3 : BC \text{ معادله ضلع}$$

$$2x + y - 3 = 0 \xrightarrow{A(-1,1)} AH = \frac{|-2+1-3|}{\sqrt{4+1}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

۷۰

نقطه $A(2,5)$ رأس مستطیل و $2x - y = 5$ و $x + 2y = 1$ معادلات اضلاع آن است، مساحت مستطیل کدام است؟

۱۳/۲ (۴)

۱۲/۸ (۳)

۱۲/۴ (۲)

۱۱/۶ (۱)

۷۱

$$2x - y - 5 = 0 \xrightarrow{A(2,5)} d = \frac{|4 - 5 - 5|}{\sqrt{4+1}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

$$x + 2y - 1 = 0 \xrightarrow{A(2,5)} d = \frac{|2 + 10 - 1|}{\sqrt{1+4}} = \frac{11}{\sqrt{5}}$$

$$\rightarrow S = \frac{6}{\sqrt{5}} \times \frac{11}{\sqrt{5}} = \frac{66}{5} = 13.2$$

تمام نقاطی که از دو خط $3y - 4x + 2 = 0$ و $x + 1 = \frac{3}{4}y$ به یک فاصله اند، روی کدام خط قرار دارند؟

$3y = 4x + 1$ (۱) $3y = 4x - 1$ (۲) $3y = 4x + 2$ (۳) $3y = 4x$ (۴)

$$L_1: 3y - 4x + 2 = 0 \rightarrow 4x - 3y - 2 = 0 \rightarrow m = \frac{4}{3}$$

$$L_2: x + 1 = \frac{3}{4}y \rightarrow 4x - 3y + 4 = 0 \rightarrow m' = \frac{4}{3}$$

$$L_3: 4x - 3y + b = 0$$

$$d = \frac{|-2 - b|}{5} \quad d' = \frac{|4 - b|}{5} \rightarrow \frac{|-2 - b|}{5} = \frac{|4 - b|}{5} \rightarrow |2 + b| = |b - 4|$$

$$2 + b = \pm(b - 4) \rightarrow \boxed{b = 1} \quad L_3: 4x - 3y + 1 = 0$$

نکته: معادله خطی که از دو خط موازی $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ به یک فاصله باشد برابر است با:

$$ax + by + \frac{c+c'}{2} = 0$$

$$3y - 4x + 2 = 0 \rightarrow 4x - 3y - 2 = 0$$

$$x + 1 = \frac{3}{4}y \rightarrow 4x - 3y + 4 = 0 \rightarrow 4x - 3y + \frac{-2+4}{2} = 0 \rightarrow 4x - 3y + 1 = 0$$

۷۲

اگر فاصله نقطه $A(a,1)$ از خط $3x + 4y - a = 0$ برابر ۵ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای a ، کدام است؟

-۴ (۴)

-۳ (۳)

$-\frac{5}{2}$ (۲)

$-\frac{9}{2}$ (۱)

۷۳

$$3x + 4y - a = 0 \xrightarrow{A(a,1)} d = \frac{|3a + 4 - a|}{\sqrt{3+16}} = \frac{|2a + 4|}{5} \xrightarrow{d=5} \frac{|2a + 4|}{5} = 5$$

$$|2a + 4| = 25 \rightarrow 2a + 4 = 25 \rightarrow \boxed{a = \frac{21}{2}} \quad \wedge \quad 2a + 4 = -25 \rightarrow \boxed{a = -\frac{29}{2}}$$

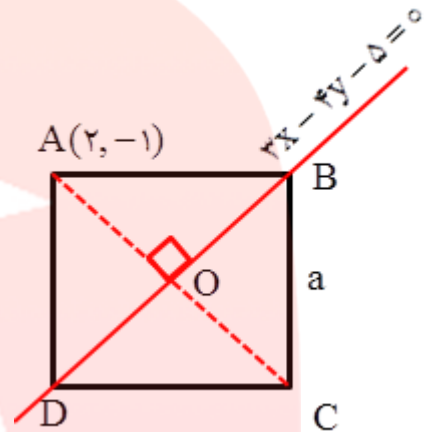
اگر $A(2, -1)$ یک رأس مربع و $3x - 4y = 5$ ، معادله یکی از قطرهای مربع باشد ، مساحت مربع کدام است ؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۴

چون مختصات نقطه A در معادله قطر مربع صدق نمی کند ، پس نقطه A روی قطر داده شده قرار ندارد لذا داریم :

$$OA = \frac{|6 + 4 - 5|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{5}{5} = 1 \rightarrow AC = 2$$

$$S = \frac{AC \times BD}{2} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$



۷۴

معادله عمود منصف پاره خط AB که در آن $A(-2, 5)$ و $B(0, -3)$ می باشد ، کدام است ؟

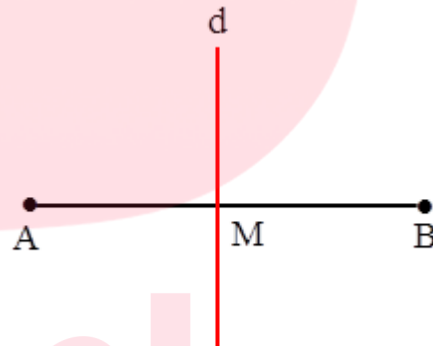
- (۱) $4y = x + 5$ (۲) $4y = x - 5$ (۳) $4y = -x + 5$ (۴) $4y = -x - 5$

$$x_M = \frac{-2 + 0}{2} = -1 \rightarrow M(-1, 1)$$

$$y_M = \frac{5 - 3}{2} = 1$$

$$m_{AB} = \frac{-3 - 5}{0 + 2} = -4 \rightarrow m_d = \frac{1}{4}$$

$$y - 1 = \frac{1}{4}(x + 1) \rightarrow 4y = x + 5$$



۷۵

نقاط $A(2, -1)$ و $B(5, 2)$ و $C(-1, 3)$ سه رأس مثلث ABC هستند ، اندازه میانه CM چقدر است ؟

- (۱) $\sqrt{23}$ (۲) $\sqrt{26}$ (۳) $\frac{1}{2}\sqrt{104}$ (۴) $\frac{1}{2}\sqrt{104}$

$$x_M = \frac{2 + 5}{2} = \frac{7}{2} \rightarrow M\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad CM = \sqrt{\left(\frac{7}{2} + 1\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - 3\right)^2} = \sqrt{\frac{81}{4} + \frac{25}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{106}$$

$$y_M = \frac{-1 + 2}{2} = \frac{1}{2}$$

۷۶

خط به معادله $3x - 4y = 2$ بر دایره ای به مرکز $(1, -2)$ مماس است ، شعاع دایره کدام است ؟

- (۱) $1/4$ (۲) $1/6$ (۳) $1/8$ (۴) $2/1$

$$3x - 4y - 2 = 0 \xrightarrow{(1, -2)} R = \frac{|3 + 8 - 2|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{9}{5} = 1/8$$

۷۷

نقطه $A(3, 4)$ رأس مستطیلی است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط $2y + 3x = 9$ و $3y - 2x = 20$ هستند، مختصات وسط قطر کدام است؟

(۱) $(-1, 4)$ (۲) $(-1, 5)$ (۳) $(1, 4)$ (۴) $(1, 5)$

$$2 \begin{cases} 2y + 3x = 9 \\ 3y - 2x = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4y + 6x = 18 \\ 9y - 6x = 60 \end{cases} \rightarrow 13y = 68 \rightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = -1 \end{cases} \rightarrow C(-1, 6)$$

$$x_O = \frac{-1 + 3}{2} = 1 \rightarrow O(1, 5)$$

$$y_O = \frac{6 + 4}{2} = 5$$

۷۸

نقاط $(2, 3)$ و $(-1, 4)$ و $(1, 2)$ سه رأس مثلثی هستند، مساحت این مثلث کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) 2 (۳) 3 (۴) $\sqrt{3}$

$$BC = \sqrt{(-1-1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} \rightarrow \boxed{BC = \sqrt{8}}$$

$$m_{BC} = \frac{4-2}{-1-1} = -1 \xrightarrow{(1,2)} y-2 = -1(x-1) \rightarrow \boxed{y = -x+3} : BC \text{ معادله ضلع}$$

$$x + y - 3 = 0 \xrightarrow{A(2,3)} AH = \frac{|2+3-3|}{\sqrt{1+1}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$S = \frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times \sqrt{8} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{4} = 2$$

۷۹

فاصله بین دو خط موازی $3y + 4x = 5$ و $6y + 8x = 1$ ، کدام است؟

(۱) $0/7$ (۲) $0/8$ (۳) $0/9$ (۴) $1/2$

$$\begin{aligned} 4x + 6y - 10 &= 0 \\ 4x + 6y - 1 &= 0 \end{aligned} \rightarrow d = \frac{|-10+1|}{\sqrt{64+36}} = \frac{9}{10} = 0/9$$

۸۰

نقاط $A(5, 7)$ و $B(2, 9)$ دو سر قطر مربعی هستند، مساحت مربع کدام است؟

(۱) 6 (۲) $6/5$ (۳) 7 (۴) $7/5$

$$AB = \sqrt{(5-2)^2 + (7-9)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

$$S = \frac{\sqrt{13} \times \sqrt{13}}{2} = \frac{13}{2} = 6/5$$

۸۱

نقطه $(2, -3)$ وسط پاره خط واصل بین دو نقطه $A(5, 7)$ و B است، مختصات نقطه B کدام است؟

(۱) $(3, 10)$ (۲) $(-1, -8)$ (۳) $(-1, -13)$ (۴) $(-3, 9)$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \rightarrow 2 = \frac{5 + x_B}{2} \rightarrow x_B = -1$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \rightarrow -3 = \frac{7 + y_B}{2} \rightarrow y_B = -13$$

$\rightarrow B(-1, -13)$

۸۲

مساحت مثلث ABC با سه رأس $A(5,2)$ و $B(0,3)$ و $C(2,0)$ ، کدام است ؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) $\frac{6}{5}$ (۴) $\frac{7}{5}$

$$BC = \sqrt{(0-2)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13} \rightarrow \boxed{BC = \sqrt{13}}$$

$$m_{BC} = \frac{3-0}{0-2} = -\frac{3}{2} \xrightarrow{C(2,0)} y-0 = -\frac{3}{2}(x-2) \rightarrow \boxed{y = -\frac{3}{2}x + 3} : \text{معادله ضلع BC}$$

$$3x + 2y - 6 = 0 \xrightarrow{A(5,2)} AH = \frac{|15 + 4 - 6|}{\sqrt{9+4}} = \frac{13}{\sqrt{13}}$$

$$S = \frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times \sqrt{13} \times \frac{13}{\sqrt{13}} = \frac{13}{2} = \frac{6}{5}$$

۸۳

به ازای کدام مقدار m ، دو خط به معادلات $mx - 2y + 5 = 0$ و $4y + 3x = 7$ عمود بر هم هستند ؟

- (۱) $\frac{8}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

$$4y + 3x = 7 \rightarrow a = -\frac{3}{4}$$

$$mx - 2y + 5 = 0 \rightarrow a' = -\frac{m}{-2} = \frac{m}{2} \xrightarrow{\perp} -\frac{3}{4} \times \frac{m}{2} = -1 \rightarrow \boxed{m = \frac{8}{3}}$$

۸۴

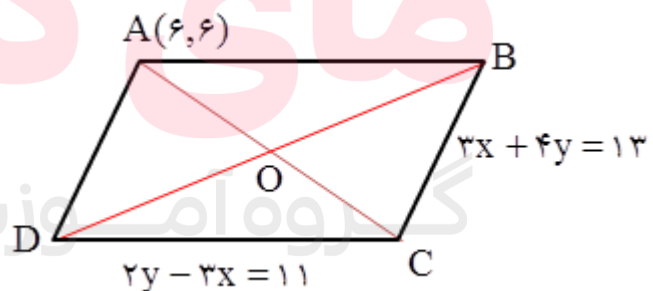
نقطه $A(6,6)$ یک رأس متوازی الاضلاعی است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $2y - 3x = 11$ و $3x + 4y = 13$ می باشند ، مختصات وسط قطر متوازی الاضلاع کدام است ؟

- (۱) $(5, \frac{7}{2})$ (۲) $(\frac{5}{2}, 5)$ (۳) $(\frac{7}{2}, 5)$ (۴) $(5, \frac{5}{2})$

$$\begin{cases} 2y - 3x = 11 \\ 4y + 3x = 13 \end{cases} \rightarrow C(-1, 4)$$

$$x_O = \frac{6-1}{2} = \frac{5}{2} \rightarrow O(\frac{5}{2}, 5)$$

$$y_O = \frac{6+4}{2} = 5$$



۸۵

خط به معادله $2x - y = 4$ ، دایره ای به مرکز $O(-2, -2)$ و شعاع ۲ را در چند نقطه قطع می کند ؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

$$2x - y - 4 = 0 \xrightarrow{O(-2, -2)} OH = \frac{|-4 + 2 - 4|}{\sqrt{4+1}} = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5} \rightarrow OH > R$$

۸۶

خطوط $x + y = 2$ و $2x - y = 1$ به ترتیب معادله ارتفاع و معادله میانه وارد بر ضلع BC از مثلث ABC می باشد، اگر $B(-1, 1)$ باشد، فاصله نقطه C از مبدأ مختصات کدام است؟

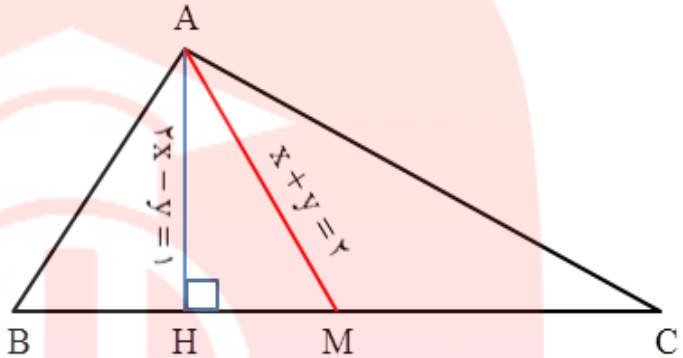
- (۱) $\sqrt{50}$ (۲) $\sqrt{58}$ (۳) $\sqrt{26}$ (۴) ۵

$$m_{AH} = 2 \rightarrow m_{BC} = -\frac{1}{2}$$

$$y - 1 = -\frac{1}{2}(x + 1) \rightarrow \boxed{x + 2y = 1} : BC$$

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \rightarrow C(7, -3)$$

$$OC = \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58}$$



۸۷

دو ضلع یک مربع منطبق بر خطوط $x + 2y = 0$ و $y = 2x - 3$ می باشد، اگر $O(-1, 1)$ مرکز مربع باشد، کدام گزینه یک رأس این مربع است؟

- (۱) $(1/2, 0/6)$ (۲) $(-3/2, 2/6)$ (۳) $(3/2, 2/6)$ (۴) $(-1/2, 0/6)$

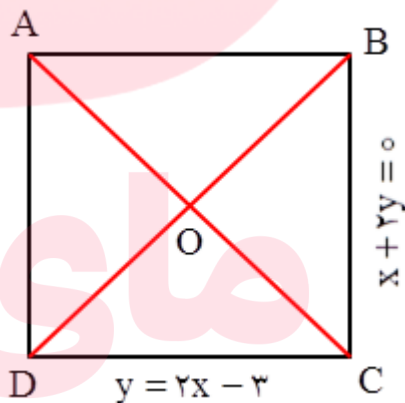
$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \rightarrow C\left(\frac{6}{5}, -\frac{3}{5}\right)$$

$$x_O = \frac{x_A + x_C}{2} \rightarrow 2x_O = x_A + x_C$$

$$-2 = x_A + \frac{6}{5} \rightarrow x_A = -\frac{16}{5} = -\frac{32}{10}$$

$$y_O = \frac{y_A + y_C}{2} \rightarrow 2y_O = y_A + y_C$$

$$2 = y_A - \frac{3}{5} \rightarrow y_A = 2 + \frac{3}{5} = \frac{13}{5} = \frac{26}{10}$$



۸۸

اگر $A(2, 2)$ و $B(-1, -1)$ و $C(4, -1)$ سه رأس مثلث ABC باشند، طول ارتفاع CH کدام است؟

- (۱) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{5\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

$$m_{AB} = \frac{-1 - 2}{-1 - 2} = 1 \xrightarrow{A(2, 2)} y - 2 = 1(x - 2) \rightarrow y = x : AB$$

$$x - y = 0 \xrightarrow{C(4, -1)} AH = \frac{|4 + 1|}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

۸۹

معادله عمود منصف پاره خط AB به صورت $2y - x = 1$ می باشد، اگر $A(\alpha, 1)$ و $B(-1, \alpha^2)$ باشد، طول پاره خط AB کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $4\sqrt{5}$ (۴) $8\sqrt{5}$

$$2y - x = 1 \rightarrow m_d = \frac{1}{2} \rightarrow m_{AB} = -2 \rightarrow m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$-2 = \frac{\alpha^2 - 1}{-1 - \alpha} \rightarrow \alpha^2 - 2\alpha - 3 = 0 \xrightarrow{b=a+c} \alpha = -1 \wedge \boxed{\alpha = 3}$$

if $\alpha = -1 \rightarrow A(-1, 1) \wedge B(-1, 1)$

if $\alpha = 3 \rightarrow A(3, 1) \wedge B(-1, 9) \rightarrow AB = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

۹۰

اگر به مرکز $A(-2, 4)$ ، دایره ای به شعاع ۱ و به مرکز $B(1, 0)$ دایره ای به شعاع ۴ رسم کنیم، این دو دایره یکدیگر را در چند نقطه قطع می کنند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۰

$$AB = \sqrt{(1+2)^2 + (0-4)^2} = 5 \quad R_1 + R_2 = 5$$

چون مجموع شعاع دایره ها برابر فاصله بین دو مرکز دایره ها است، پس این دو دایره بر هم مماس اند. یعنی یکدیگر را در یک نقطه قطع می کنند.

۹۱

نقطه A روی محور X ها در جهت مثبت قرار دارد که فاصله آن از نقطه $P(2, 3)$ برابر ۵ است، مختصات نقطه A کدام است؟

- (۱) $(18, 0)$ (۲) $(12, 0)$ (۳) $(6, 0)$ (۴) $(2, 0)$

$$A(x, 0) \rightarrow AP = \sqrt{(2-x)^2 + (3-0)^2} \rightarrow 5 = \sqrt{(2-x)^2 + 9}$$

$$(2-x)^2 + 9 = 25 \rightarrow (2-x)^2 = 16 \rightarrow 2-x = \pm 4 \rightarrow \boxed{x = 6} \wedge x = -2$$

۹۲

مختصات مرکز ثقل مثلثی به رئوس $A(3, 0)$ و $B(-2, 4)$ و $C(5, 2)$ کدام است؟

- (۱) $(1, -2)$ (۲) $(-1, -2)$ (۳) $(-1, 2)$ (۴) $(2, 2)$

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{3 - 2 + 5}{3} = 2 \rightarrow O(2, 2)$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{0 + 4 + 2}{3} = 2$$

۹۳

خط $3x - 4y = 15$ بر دایره ای به مرکز $O(2, -1)$ مماس است، اندازه قطر این دایره کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

$$3x - 4y - 15 = 0 \xrightarrow{O(2, -1)} R = \frac{|6 + 4 - 15|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{5}{5} = 1 \rightarrow 2R = 2$$

۹۴

<p>مجموع طول و عرض نقطه ای واقع بر خط $y - x = 2$ که از خط $3x - 4y = 5$ به فاصله ۳ است، کدام است؟</p> <p>(۱) -54 (۲) -6 (۳) -2 (۴) 54</p> <p>$y - x = 2 \longrightarrow y = x + 2 \longrightarrow A(\alpha, \alpha + 2)$</p> <p>$3x - 4y - 5 = 0 \longrightarrow d = \frac{ 3\alpha - 4(\alpha + 2) - 5 }{\sqrt{9 + 16}} \longrightarrow 3 = \frac{ -\alpha - 13 }{5}$</p> <p>$\alpha + 13 = 15 \longrightarrow \alpha + 13 = \pm 15$</p> <p>$\alpha + 13 = 15 \longrightarrow \alpha = 2 \longrightarrow A(2, 4) \longrightarrow 2 + 4 = 6$</p> <p>$\alpha + 13 = -15 \longrightarrow \alpha = -28 \longrightarrow A(-28, -26) \longrightarrow -28 - 26 = -54$</p>	<p>۹۵</p>
<p>نقطه ای با کدام طول بر روی خط $y = 2x - 1$ به فاصله $2\sqrt{2}$ واحد از نقطه $A(1, 3)$ وجود دارد؟</p> <p>(۱) $2, \frac{4}{5}$ (۲) $2, \frac{2}{5}$ (۳) $3, \frac{1}{5}$ (۴) $3, \frac{3}{5}$</p> <p>$y = 2x - 1 \longrightarrow B(\alpha, 2\alpha - 1) \wedge A(1, 3)$</p> <p>$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \longrightarrow 2\sqrt{2} = \sqrt{(\alpha - 1)^2 + (2\alpha - 1 - 3)^2}$</p> <p>$\sqrt{(\alpha - 1)^2 + (2\alpha - 4)^2} = 2\sqrt{2} \longrightarrow \alpha^2 - 2\alpha + 1 + 4\alpha^2 - 16\alpha + 16 = 8$</p> <p>$5\alpha^2 - 18\alpha + 9 = 0 \xrightarrow{b' = -9} \Delta' = (-9)^2 - 5(9) = 81 - 45 = 36$</p> <p>$\alpha_1 = \frac{9 + 6}{5} = 3 \longrightarrow B(3, 5) \wedge \alpha_2 = \frac{9 - 6}{5} = \frac{3}{5} \longrightarrow B(\frac{3}{5}, \frac{1}{5})$</p>	<p>۹۶</p>
<p>نقاط $A(2, 3)$ و $B(-1, 0)$ و $C(1, -2)$ سه رأس مستطیل $ABCD$ هستند، مختصات رأس چهارم آن کدام است؟</p> <p>(۱) $(4, 2)$ (۲) $(4, 1)$ (۳) $(3, 1)$ (۴) $(3, 0)$</p> <p>$x_A + x_C = x_B + x_D \longrightarrow 2 + 1 = -1 + x_D \longrightarrow x_D = 4 \longrightarrow D(4, 1)$</p> <p>$y_A + y_C = y_B + y_D \longrightarrow 3 - 2 = 0 + y_D \longrightarrow y_D = 1$</p>	<p>۹۷</p>
<p>نقطه $A(-1, 2)$ از نقطه $M(2, -1)$ و نقطه N با طول منفی روی خط $y = -x + 1$ به یک فاصله است، طول نقطه N کدام است؟</p> <p>(۱) -4 (۲) -1 (۳) -3 (۴) -2</p> <p>چون مختصات نقطه A در معادله خط $y = -x + 1$ صدق می کند پس هر دو نقطه A و N روی خط قرار دارند.</p> <p>$AM = AN \xrightarrow{N(\alpha, -\alpha + 1)} \sqrt{(2 + 1)^2 + (-1 - 2)^2} = \sqrt{(\alpha + 1)^2 + (1 - \alpha - 2)^2}$</p> <p>$\sqrt{9 + 9} = \sqrt{(\alpha + 1)^2 + (\alpha + 1)^2} \longrightarrow \sqrt{18} = \sqrt{2(\alpha + 1)^2} \longrightarrow 2(\alpha + 1)^2 = 18$</p> <p>$(\alpha + 1)^2 = 9 \longrightarrow \alpha + 1 = 3 \longrightarrow \alpha = 2 \wedge \alpha + 1 = -3 \longrightarrow \boxed{\alpha = -4}$</p>	<p>۹۸</p>

اگر مساحت مثلث ABC با رئوس A(1,1) و B(-4,a) و C(-3,a+2) برابر $\frac{2a-1}{3}$ باشد، a کدام است؟

- (۱) ۲۹ (۲) $29, -\frac{25}{7}$ (۳) $13, -\frac{25}{7}$ (۴) ۱۳

$$S = \frac{1}{2} [x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)]$$

$$\frac{2a-1}{3} = \frac{1}{2} [1(a - a - 2) - 4(a + 2 - 1) - 3(1 - a)]$$

$$\frac{2a-1}{3} = \frac{1}{2} [1(-2) - 4(a + 1) - 3(1 - a)] \rightarrow \frac{2a-1}{3} = \frac{1}{2} [-2 - 4a - 4 - 3 + 3a]$$

$$\frac{2a-1}{3} = \frac{1}{2} |-9 - a| \rightarrow \frac{2a-1}{3} = \frac{1}{2} |9 + a| \rightarrow |9 + a| = \frac{2a-2}{3} \rightarrow$$

$$a + 9 = \frac{2a-2}{3} \rightarrow \boxed{a = 29} \rightarrow S = \frac{2a-1}{3} \xrightarrow{a=29} S = \frac{17}{3}$$

$$a + 9 = -\frac{2a-2}{3} \rightarrow a = -\frac{25}{7} \rightarrow S = \frac{2a-1}{3} \xrightarrow{a=-\frac{25}{7}} S < 0$$

۹۹

سراسری تجربی ۹۳ - خارج از کشور
نقطه A(3,-1) وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط $2y - x = 5$ است، مساحت این مربع کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۵ (۳) ۷۵ (۴) ۸۰

$$x - 2y + 5 = 0 \xrightarrow{A(3,-1)} OH = \frac{|3 + 2 + 5|}{\sqrt{1+4}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

$$a = 4\sqrt{5} \rightarrow S = (4\sqrt{5})^2 = 16 \times 5 = 80$$

۱۰۰

دایره ای بر دو خط $y = 2x - 1$ و $2y - 4x + 7 = 0$ مماس است، شعاع دایره کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{8}$

$$y = 2x - 1 \rightarrow m = 2$$

$$\rightarrow d \parallel d'$$

$$2y - 4x + 7 = 0 \rightarrow m' = 2$$

$$\begin{aligned} 2x - y - 1 = 0 &\rightarrow 4x - 2y - 2 = 0 \\ 4x - 2y - 7 = 0 &\rightarrow 4x - 2y - 7 = 0 \end{aligned} \rightarrow d = \frac{|-2+7|}{\sqrt{16+4}} = \frac{5}{\sqrt{20}} = \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$R = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

۱۰۱

<p>فاصله نقطه $A(-1, 4)$ از خط به معادله $8x + 6y = k$ برابر ۳ است، مقدار k کدام است؟ ($k > 0$)</p> <p>۵۴ (۴) ۴۶ (۳) ۳۶ (۲) ۲۴ (۱)</p>	<p>۱۰۲</p> $8x + 6y - k = 0 \xrightarrow{A(-1,4)} d = \frac{ -8 + 24 - k }{\sqrt{64 + 36}} = \frac{ 16 - k }{10} \xrightarrow{d=3} \frac{ 16 - k }{10} = 3$ $ 16 - k = 30 \longrightarrow 16 - k = 30 \longrightarrow k = -14 \quad \wedge \quad 16 - k = -30 \longrightarrow \boxed{k = 46}$
<p>اگر قطر یک مربع منطبق بر خط به معادله $3x - 4y = 1$ و نقطه $A(1, -2)$ یک رأس این مربع باشد، محیط این مربع کدام است؟</p> <p>$\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$ (۳) $8\sqrt{2}$ (۲) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ (۱)</p>	<p>۱۰۳</p> $3x - 4y - 1 = 0 \xrightarrow{A(1,-2)} OA = \frac{ 3 + 8 - 1 }{\sqrt{9 + 16}} = \frac{10}{5} = 2 \longrightarrow d = 4$ $d = a\sqrt{2} \longrightarrow 4 = a\sqrt{2} \longrightarrow a = 2\sqrt{2} \longrightarrow P = 4a = 8\sqrt{2}$
<p>نقاط $A(0, -1)$ و $B(3, 1)$ و $C(2, -4)$ سه رأس مثلث ABC هستند، این مثلث همواره چگونه است؟</p> <p>(۱) متساوی الاضلاع (۲) متساوی الساقین غیر قائمه</p> <p>(۳) قائم الزاویه و متساوی الساقین (۴) قائم الزاویه و غیر متساوی الساقین</p>	<p>۱۰۴</p> $AB = \sqrt{(3-0)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ $AC = \sqrt{(2-0)^2 + (-4+1)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13} \longrightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 \longrightarrow \hat{A} = 90^\circ$ $BC = \sqrt{(2-3)^2 + (-4-1)^2} = \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$
<p>سراسری تجربی ۹۲ - خارج از کشور</p> <p>مساحت مثلثی با سه رأس به مختصات $A(2, 5)$ و $B(3, 0)$ و $C(0, 2)$، کدام است؟</p> <p>$7/5$ (۴) ۷ (۳) $6/5$ (۲) ۶ (۱)</p>	<p>۱۰۵</p> $S = \frac{1}{2} [x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)]$ $S = \frac{1}{2} [2(0 - 2) + 3(2 - 5) + 0(5 - 0)] = \frac{1}{2} -4 - 9 = \frac{13}{2} = 6/5$ <p>گروه آموزشی مدرسه</p> <p>www.my-dars.ir</p>



همکاران و دانش آموزان عزیز ، تست هائی که در اختیار شما قرار گرفته است ، زحمات چندین ساله بنده می باشد ، به همین خاطر قبل از مطالعه هزینه این جزوات را پرداخت کنید و هزینه آن یک صلوات و یک فاتحه برای روح پدر عزیزم است .

با تشکر : **سید علی موسوی**

همکاران و دانش آموزان عزیز اگر اشکال تایپی یا راه حل های بهتری داشتید بنده را همراهی کنید و پیشنهادات و نظرات خود را به آدرس تلگرام (۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴) و یا به ایمیل seyedalimousavi48@gmail.com ارسال فرمائید .

با سپاس فراوان از شما عزیزان

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir