



## سوالات درس اول:

۱- کدام جمله یک گزاره نیست؟

۱) در پرتاب یک تاس سالم احتمال آنکه عدد ظاهر شده مضرب ۳ باشد برابر  $\frac{1}{3}$  است.

۲) ای کاش میتوانستم در یک هوای پاک زندگی کنم

۳) هر معادله درجه ۲ دارای دو ریشه حقیقی است

۴) هر عدد زوج بزرگ تر از ۲ را میتوان به صورت حاصل جمع دو عدد اول نوشت.

www.mydars.com

۲- کدام یک از گزینه ها گزاره نما نیست؟  
گروه آموزشی عصر

۱)  $a$  عددی زوج است. ۲) در پرتاب یک تاس؛ احتمال رخداد پیشامد  $A$  برابر  $\frac{1}{4}$  است.

۳) همه اعداد اول فرد هستند. ۴) حاصل جمع سه برابر عددی با دو برابر عدد دیگر برابر ۶ است.

www.mydars.com

۳- دامنه متغیر گزاره نمای  $\sqrt{2-|x|} < 1$  کدام است؟

۴)  $R - [-2, 2]$

۳)  $[-2, 2]$

۲)  $(-1, 1)$

۱)  $(-2, 2)$

۴- مجموعه جواب گزاره  $\frac{1}{\sqrt{2-|x|}} \leq 1$  کدام است؟

- (۱)  $[-1, 1]$  (۲)  $(-1, 1)$  (۳)  $(-2, 2)$  (۴)  $[-2, 2]$

۵- مجموعه جواب هر کدام از گزاره‌های زیر را با توجه به دامنه متغیر گزاره نما مشخص کنید.

(۱) در پرتاب یک تاس احتمال آنکه پیشامد  $A$  رخ دهد برابر با  $\frac{1}{6}$  است.  $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(۲)  $x$  مضرب ۷ است.  $D = Z$

(۳)  $x^2 + 4x = 2$   $D = R$

(۴) در پرتاب یک تاس  $P(\{x\}) = \frac{1}{6}$   $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(۵)  $x + 1 > 2$   $D = \{0, 1, 2, 3\}$

(۶)  $\frac{2x+1}{3} \leq -1$   $D = Z$

۶- ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(۱)  $\exists x \in Z; x = \frac{1}{x}$  (۲)  $\forall x \in Z; x^2 \geq x$

(۳)  $\forall x \in R; x^2 > 0$  (۴)  $\exists x \in R; x + \frac{1}{x} = -2$

۷- نقیض گزاره  $\forall x > 0; x^2 > x$  را بنویسید.

۸- نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید

(۱) ۲ عددی گویا است. (۲)  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است.

(۳) سعدی یک ریاضی دان است.

۹- نقیض گزاره همه دانشجویان بعضی از دانشگاه‌های تهران باهوشند، کدام است؟

(۱) همه دانشجویان همه دانشگاه‌های تهران باهوش نیستند.

(۲) بعضی دانشجویان بعضی از دانشگاه‌های تهران باهوش نیستند.

(۳) بعضی از دانشجویان هر دانشگاهی در تهران باهوش نیست.

(۴) لا اقل یکی از دانشجویان همه دانشگاه‌های تهران باهوش نیست.

۱۰- نقیض گزاره "مریم ریاضی دان است"، کدام گزینه نیست؟

(۱) مریم ریاضی دان نیست. (۲) این طور نیست که مریم ریاضی دان است.

(۳) مریم ریاضی کار نمی‌کند. (۴) مریم ریاضی نمی‌داند.

- ۱۱- گزاره "این طور نیست که ۵ عددی اول نیست" معادل با کدام گزینه است؟  
 (۱) ممکن است ۵ عددی غیراول باشد. (۲) ۵ عددی اول است.  
 (۳) ۵ عددی مرکب است. (۴) ۵ عددی اول نیست.

۱۲- ارزش گزاره های زیر را مشخص کنید

(۱) ۳ عددی فرد است و  $\sqrt{5}$  عددی گویا است.

(۲) خورشید به دور زمین می چرخد و سنندج مرکز استان کردستان است.

(۳)  $7 \in \{a, b, c\}$  عددی اول است و  $a \in \{a, b, c\}$

(۴) پاریس پایتخت انگلستان است یا تهران پایتخت ایران است.

(۵)  $\sqrt{3}$  عددی حقیقی است یا ۲ عددی اول نیست.

(۶) عدد  $\pi$  گویا است یا در مستطیل دو قطر برهم عمودند.

۱۳- ارزش کدام گزاره مرکب درست است؟

$$(1) (2 < 3) \wedge (4 + 3 = 10) \quad (2) (5 > 3) \vee (x^2 + 1 = 0)$$

$$(3) \left(\frac{1}{2} \neq \frac{3}{6}\right) \vee (1 \in \{2, 3, 4\}) \quad (4) (\sqrt{2} \notin R) \wedge (\{1\} \subseteq \{1, 2, 3\})$$

۱۴- اگر گزاره  $p \vee q \sim$  یک گزاره نادرست باشد، ارزش کدام یک از گزاره های زیر نادرست است؟

$$(1) q \quad (2) p \quad (3) p \vee q \quad (4) p \vee \sim q$$

۱۵- اگر  $p \wedge q \sim$  گزاره ای درست باشد، کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

$$(1) p \vee \sim q \quad (2) p \wedge q \quad (3) p \vee q \quad (4) p \wedge \sim q$$

۱۶- اگر عکس گزاره  $p \Rightarrow q$  نادرست باشد، ارزش کدام گزاره نادرست است؟

$$(1) q \Rightarrow q \quad (2) \sim p \vee q \quad (3) p \wedge \sim q \quad (4) \sim p \Rightarrow q$$

۱۷- هرگاه ارزش گزاره  $p \vee q$  درست و ارزش  $q$  نادرست باشد، در مورد ارزش گزاره  $P$  چه می توان گفت؟

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

۱۸- خاصیت شرکت پذیری را با کمک جدول ارزش ها نشان دهید.

۱۹- خاصیت توزیع پذیری (پخشی) را با کمک جدول ارزش ها نشان دهید.

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

۲۰- قانون جذب و شبه جذب (همپوشانی) را با کمک جدول نشان دهید.

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

الف) جذب

$$p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$$

$$p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q$$

ب) شبه جذب

$$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

۲۱- قانون دمرگان را با جدول ارزش ثابت کنید.

۲۲- نقیض گزاره های زیر را بنویسید.

(۱) عدد ۴ فرد است و ۳ عددی اول است

(۲) قطرهای مستطیل برابرند یا  $\pi$  عددی گویاست.

$$23- \text{نقیض گزاره زیر را بنویسید. } \left( \exists x \in Z; \frac{1}{x-1} \in Z \right) \vee \left( \forall x \in R; \sqrt{x} \in R \right)$$

۲۴- نقیض گزاره  $p \wedge q$  در کدام گزینه به درستی آمده است؟

$$p \Rightarrow \sim q \quad (4)$$

$$q \Rightarrow p \quad (3)$$

$$\sim p \Rightarrow q \quad (2)$$

$$p \Rightarrow q \quad (1)$$

۲۵- گزاره  $p \vee (\sim (p \wedge q) \wedge \sim p)$  با کدام گزاره هم ارز است؟

$$(4) \text{ همواره درست است.}$$

$$\sim q \vee p \quad (3)$$

$$p \vee q \quad (2)$$

$$p \quad (1)$$

۲۶- گزاره  $p \Rightarrow (q \wedge \sim p)$  معادل با کدام است؟

$$(4) \text{ همواره درست است.}$$

$$q \quad (3)$$

$$\sim p \quad (2)$$

$$p \quad (1)$$

۲۷- کدام گزینه در مورد گزاره  $p \Rightarrow (q \Rightarrow \sim (p \Rightarrow \sim q))$  درست است؟

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

(۲) هم ارز با  $\sim p \Rightarrow q$  است.

(۱) هم ارز با  $p \Rightarrow q$  است.

(۴) همواره درست است.

(۳) همواره نادرست است.

۲۸- نقیض گزاره  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$  کدام گزینه است؟

$\sim p \wedge q$  (۴)       $p \wedge \sim q$  (۳)       $p \Leftrightarrow \sim q$  (۲)       $p \Leftrightarrow q$  (۱)

۲۹- ارزش گزاره زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید و سپس نقیض آن را بنویسید.

$$(\forall x \in R; x^2 > 0) \Rightarrow (\forall x \in R; x^2 < 0)$$

۳۰- عکس نقیض گزاره ی "اگر او متدین باشد، آنگاه درستکار است." کدام گزینه است؟

(۱) اگر او درستکار باشد، آنگاه او متدین است.

(۲) اگر او متدین نباشد، آنگاه او درستکار نیست.

(۳) اگر او درستکار نباشد، آنگاه او متدین نیست.

(۴) او درستکار نیست ولی او متدین است.

۳۱- جدول زیر قسمتی از یک جدول ارزش گزاره ها را نشان می دهد. گزاره  $X$  کدام می تواند باشد؟

$p$	$q$	$p \Leftrightarrow q$	$X$
ن		د	ن

$q \Rightarrow \sim p$  (۲)

$p \vee q$  (۱)

$p \Rightarrow q$  (۴)

$q \Rightarrow p$  (۳)

۳۲- به کمک جدول ارزش گزاره ها نشان دهید گزاره زیر همواره درست است.  $p \Rightarrow [(q \Rightarrow p) \wedge (\sim q \Rightarrow p)]$

۳۳- به کمک جدول، ارزش گزاره  $p \wedge [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q]$  را مشخص کنید.

۳۴- بدون استفاده از جدول و با کمک ویژگی ها هم ارزش مقابل را ثابت کنید.

$$p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge (\sim r \Rightarrow \sim p)$$

۳۵- اگر ارزش گزاره  $p \Rightarrow [\sim q \Rightarrow (r \Rightarrow q)]$  درست و ارزش گزاره  $q$  نادرست باشد، ارزش گزاره  $p \Rightarrow \sim r$  را با ذکر دلیل بیان کنید.

۳۶- هرگاه  $\sim p, q$  نادرست باشند، با ذکر دلیل و بدون استفاده از جدول ارزش گزاره  $\sim (p \Rightarrow q) \vee (p \wedge q)$  را تعیین کنید

۳۷- نشان دهید برای هر سه گزاره دلخواه  $r, q, p$  گزاره های زیر همواره درست اند.

الف)  $p \Rightarrow (q \Rightarrow p \wedge q)$       ب)  $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$

پ)  $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)] \Rightarrow [p \Rightarrow (q \wedge r)]$       ت)  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(p \wedge r) \Rightarrow (q \wedge r)]$

۳۸- برای سه گزاره  $r, q, p$  هم ارزی های منطقی زیر را بدون جدول ثابت کنید.

الف)  $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \equiv (p \vee q) \Rightarrow r$

ب)  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

$$[(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)] \wedge r \equiv r \text{ (پ)}$$

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r \text{ (ت)}$$

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv q \Rightarrow (p \Rightarrow r) \text{ (ث)}$$

۳۹- اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند ارزش گزاره  $(p \wedge \sim q) \Rightarrow p$  کدام است؟

(۱)  $T$  (۲)  $F$  (۳)  $T$  است اگر  $P$  درست باشد (۴)  $F$  است اگر  $P$  درست باشد

۴۰- اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند ارزش گزاره  $p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$  هم ارزش با کدام یک از گزاره های زیر است؟

$$p \vee q \text{ (۱)} \quad p \Rightarrow q \text{ (۲)} \quad p \vee q \text{ (۳)} \quad q \Rightarrow p \text{ (۴)}$$

۴۱- اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، عکس نقیض گزاره  $\sim q \Rightarrow p$  با کدام یک از گزاره های زیر هم ارز است؟

$$\sim(p \vee q) \text{ (۱)} \quad p \Rightarrow q \text{ (۲)} \quad p \vee \sim q \text{ (۳)} \quad \sim p \Rightarrow q \text{ (۴)}$$

۴۲- نقیض گزاره  $p \Rightarrow q$  کدام است؟

$$p \wedge q \text{ (۱)} \quad p \Rightarrow \sim q \text{ (۲)} \quad p \wedge \sim q \text{ (۳)} \quad \sim p \wedge q \text{ (۴)}$$

۴۳- اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، گزاره  $\sim(q \vee \sim p)$  هم ارز با کدام یک از گزاره های زیر است؟

$$p \wedge q \text{ (۱)} \quad \sim p \Rightarrow \sim q \text{ (۲)} \quad p \wedge \sim q \text{ (۳)} \quad \sim p \wedge q \text{ (۴)}$$

۴۴- اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، گزاره  $\sim p \vee (\sim p \Rightarrow q)$  هم ارز است با :

$$p \wedge q \text{ (۱)} \quad p \vee q \text{ (۲)} \quad p \vee \sim q \text{ (۳)} \quad \sim p \vee q \text{ (۴)}$$

۴۵- اگر  $p$  درست  $q$  و  $r$  گزاره های دلخواه باشند کدام یک از گزاره های زیر همواره درست است؟

$$\sim(p \wedge q) \Rightarrow r \text{ (۱)} \quad (\sim p \vee q) \Rightarrow r \text{ (۲)} \quad (p \wedge q) \Rightarrow r \text{ (۳)} \quad (p \vee q) \Rightarrow r \text{ (۴)}$$

۴۶- گزاره  $p \Rightarrow \sim[(q \Rightarrow p) \wedge \sim q]$  هم ارز است با :

$$q \Rightarrow p \text{ (۱)} \quad p \Rightarrow \sim q \text{ (۲)} \quad p \text{ (۳)} \quad \sim q \Rightarrow \sim p \text{ (۴)}$$

۴۷- اگر گزاره  $X \Leftrightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)]$  همواره درست باشد، گزاره  $X$  کدام است؟

$$p \text{ (۱)} \quad q \text{ (۲)} \quad \sim p \text{ (۳)} \quad \sim q \text{ (۴)}$$

۴۸- مجموعه های  $B, A$  هر یک دارای ۶ گزاره هستند که ۳ تا از گزاره ها درست و ۳ تای دیگر نادرست است. اگر گزاره های  $p, q$  به

تصادف از مجموعه های  $B, A$  انتخاب شوند، احتمال آن که گزاره  $(p \Rightarrow q)$  درست باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{2} (1) \quad \frac{3}{4} (2) \quad \frac{2}{3} (3) \quad \frac{1}{3} (4)$$

۴۹- مجموعه های  $C, B, A$  هر یک شامل ۴ گزاره هستند که نصف آنها ارزش درست دارند. اگر گزاره  $p$  به تصادف از  $A$  و گزاره  $q$  به

تصادف از  $B$  و گزاره  $r$  به تصادف از  $C$  انتخاب شود، احتمال آن که گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  درست باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{8} (1) \quad \frac{3}{8} (2) \quad \frac{7}{8} (3) \quad \frac{1}{8} (4)$$

۵۰- نقیض گزاره "اگر  $a$  زوج باشد،  $a+1$  فرد است." کدام است؟

(۱) نه  $a$  زوج است و نه  $a+1$  فرد است.

(۲) هم  $a$  زوج است و هم  $a+1$  فرد است.

(۳)  $a$  زوج است ولی  $a+1$  فرد نیست.

(۴)  $a$  زوج نیست ولی  $a+1$  فرد است.

۵۱- کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

$$(1) (5 > 13) \vee (2 + 1 = 4) \quad (2) -6 < -4 \Rightarrow 2 < 3$$

(۳) اگر ۴ فرد است آنگاه مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰ است و بلعکس

$$(4) 3 < 5 \Rightarrow 4 \in \{1, 2, 3\}$$

۵۲- به کمک جدول ارزش گزاره ها نشان دهید گزاره دو شرطی زیر یک گزاره همیشه درست است.

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)] \Leftrightarrow \sim p$$

۵۳- برای سه گزاره دلخواه  $p, q, r$  بدون استفاده از جدول نشان دهید هر یک از گزاره های زیر یک قضیه دوشروطی هستند. (راهنمایی: کافی

است نشان دهید دو طرف هر گزاره دوشروطی هم ارز منطقی هستند.)

$$(الف) [(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)] \Leftrightarrow \sim p$$

$$(ب) [\sim(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow r]$$

۵۴- ارزش گزاره های سوری زیر را تعیین کنید.

$$(الف) (\exists x \in \mathbb{Z}; x^2 = 16) \Rightarrow (\forall x \in \mathbb{N}; x^2 > 1) \quad (ب) \forall a, b \in \mathbb{Z}; (a > b \Rightarrow a^2 > b^2)$$

$$(پ) \forall x \in \mathbb{R}; \tan x \cdot \cot x = 1$$

$$(ت) (\forall x \in \mathbb{N}; x^2 > 1) \Rightarrow (\exists x \in \mathbb{Z}; x^2 = 9)$$

۵۵- بدون استفاده از جدول هم ارزی ثابت کنید:

$$[(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)] \Leftrightarrow \sim [(p \vee q) \Rightarrow r] \equiv \left( \forall x \in R; \frac{x^2 - 4}{x + 2} = x - 2 \right)$$

۵۶- گزاره سوری "عددی حقیقی وجود دارد که از هر عدد دیگر بزرگتر است" را به زبان ریاضی بنویسید. سپس نقیض آن را بنویسید.

۵۷- ثابت کنید گزاره های زیر همیشه درست اند.

$$\forall x; p(x) \Rightarrow \exists x; p(x) \quad \text{الف}$$

$$[\forall x; p(x)] \vee [\forall x; q(x)] \Rightarrow \forall x; [p(x) \vee q(x)] \quad \text{ب}$$

۵۸- نقیض گزاره سوری زیر را بنویسید.

$$\forall n \in N \exists a \in Z; 1 < n! \leq n^n$$

۵۹- ارزش گزاره سوری  $\forall x \in R \exists y \in R; x + y > 0$  را مشخص کنید و سپس نقیض آن را بنویسید.

۶۰- نقیض گزاره سوری  $\exists x \forall y; p(x) \wedge \sim q(y)$  را بنویسید.

۶۱- عکس نقیض گزاره شرطی زیر را بنویسید.

$$(\forall a, b \in Z; a < b) \Rightarrow (\exists a, b \in Z; a^2 > b^2)$$

## تعاریف درس ۲ فصل اول

**تعریف مجموعه:** هر مجموعه دسته ای از اشیای دلخواه است که بدون هیچ ابهامی بتوان معلوم کرد که یک شی معین در آن قرار دارد

یا نه.

**زیرمجموعه:** مجموعه  $A$  را یک زیرمجموعه  $B$  مینامیم اگر تنها اگر هر عضوی از  $A$ ، عضوی از  $B$  باشد که در این صورت می

$$A \subseteq B \text{ پس: } A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x; (x \in A \Rightarrow x \in B)$$

چنانچه عضوی در  $A$  وجود داشته باشد، به طوری که آن عضو متعلق به مجموعه  $B$  نباشد، در این صورت  $A$  زیرمجموعه  $B$  نیست

$$\text{و مینویسیم } A \not\subseteq B \text{ پس: } A \not\subseteq B \Leftrightarrow \exists x; (x \in A \wedge x \notin B)$$

**دومجموعه مساوی:** دو مجموعه  $A, B$  با مرجع  $U$  را مساوی میگوییم اگر و تنها اگر هر عضو  $A$ ، عضوی از  $B$  و هر عضو  $B$ ،

$$A = B \Leftrightarrow [\forall x; (x \in A \Leftrightarrow x \in B)]$$

عضوی از  $A$  باشد. به عبارت دیگر:

$$A = B \Leftrightarrow [(A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)]$$

تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه:

اگر  $A$  یک مجموعه  $n$  عضوی باشد، تعداد زیرمجموعه های  $A$  برابر است با:  $2^n$



\* اگر از زیر مجموعه های یک مجموعه، خود مجموعه را کنار بگذاریم، سایر زیرمجموعه ها را زیرمجموعه محض یا سَره آن مجموعه میگوییم.

مجموعه توانی: مجموعه همه زیرمجموعه های مجموعه  $A$  را، مجموعه توانی  $A$  مینامیم و با  $P(A)$  نمایش می دهیم:

$$P(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

واضح است که اگر مجموعه  $A$  دارای  $n$  عضو باشد، در این صورت  $P(A)$  دارای  $2^n$  عضو است.

$$X \in P(A) \Leftrightarrow X \subseteq A$$
 نتیجه:

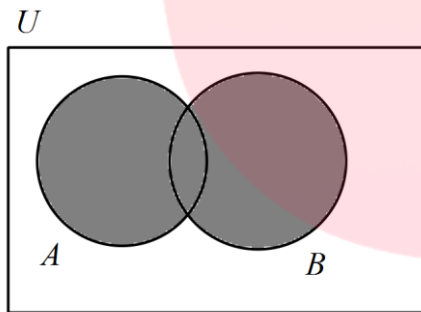
جبر مجموعه ها :

همان گونه در میتوان دو یا چند عدد را جمع، ضرب یا تفریق نمود و اعدادی جدید به دست آورد، در مورد مجموعه ها هم می توانیم مشابه این اعمال را انجام دهیم و مجموعه هایی جدید به دست آوریم.

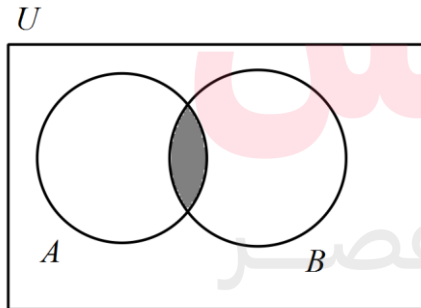
۱- اجتماع دو مجموعه: مجموعه ای است که عضوهای آن "متعلق به  $A$  یا متعلق به  $B$  یا متعلق به هر دو" می باشد. با نماد  $A \cup B$

$$A \cup B = \{x \in U \mid x \in A \vee x \in B\}$$
 نمایش داده میشود و عبارت است از

$$x \in (A \cup B) \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B$$
 یعنی:



۲- اشتراک دو مجموعه: مجموعه ای است که عضوهای آن "متعلق به  $A$  و متعلق به  $B$ " می باشد. با نماد  $A \cap B$  نمایش داده



$$A \cap B = \{x \in U \mid x \in A \wedge x \in B\}$$
 یعنی:

$$x \in (A \cap B) \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B$$

۳- افراز (بخش بندی یک مجموعه) *partition*

بخش بندی یک مجموعه به زیرمجموعه های ناتهی که دو به دو به هم اشتراک ندارند و اجتماع همه آن ها برابر مجموعه اولیه است را

افراز یک مجموعه میگویند.

۶۲- ثابت کنید اگر  $A \subseteq \emptyset$  آنگاه  $A = \emptyset$

۶۳- کدام یک از گزاره های زیر یک مجموعه را بیان نمی کند؟

(۱) دسته افراد فرد طبیعی کوچکتر از عدد ۲۰ (۲) دسته شامل اعداد بزرگ

(۳) دسته اعداد اول یک رقمی (۴) دسته اعداد طبیعی مربع کامل بزرگتر از عدد ۵۰

۶۴- مجموع تمام عضوهای مجموعه  $A = \{k^2 + 1; k \in N, k < 5\}$  کدام است؟

(۱) ۳۴ (۲) ۳۵ (۳) ۳۶ (۴) ۳۷

۶۵- کدام مجموعه تهی است؟

(۱)  $A = \{x \in Z; x^2 = 4, 3x = 6\}$  (۲)  $B = \{x \in Z; x + 5 = 5\}$

(۳)  $C = \{x \in Z; x > 3, 2^x < 10\}$  (۴)  $D = \{x \in N; x^2 = 8x\}$

۶۶- اگر مجموعه مرجع را اعداد طبیعی فرض کنیم، متمم مجموعه  $A = \{x \in N; x^2 < 3^x\}$  چند عضو دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۶۷- اگر  $A = \{x, \{x\}, \{x, \{x\}\}\}$  کدام یک از گزاره های زیر درست و کدام نادرست است؟ (با ذکر دلیل)

(الف)  $\{x\} \subseteq A$  (ب)  $\{\{x\}\} \in A$

۶۸- اگر  $A = \{2\}$  و  $B = \{2, \{2\}\}$  و  $C = \{\{2\}, \{2, \{2\}\}\}$  سه مجموعه باشند، کدام رابطه نادرست است؟

(۱)  $B \subseteq C$  (۲)  $A \subseteq B$  (۳)  $A \in B$  (۴)  $B \in C$

۶۹- اگر چهار مجموعه  $A = \{x \mid x \text{ مستطیل است}\}$  و  $B = \{x \mid x \text{ لوزی است}\}$  و  $C = \{x \mid x \text{ مربع است}\}$  و

$D = \{x \mid x \text{ متوازی الاضلاع است}\}$  مفروض باشند، آنگاه کدام گزینه درست است؟

(۱)  $A \subseteq C$  (۲)  $C \subseteq B$  (۳)  $A \subseteq B$  (۴)  $D = A \cap B$

۷۰- اگر  $A = \{a, \{a\}, \{\{b\}\}\}$  آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

(۱)  $\{a\} \in A$  (۲)  $a \in A$  (۳)  $\{b\} \in A$  (۴)  $\{\{b\}\} \in A$

۷۱- هر یک از مجموعه های زیر را به صورت گزاره نما نشان دهید.

$A = \{-1, 0, 1, 8, 27, \dots\}$   $B = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

۷۲- کدام یک از مجموعه های زیر ناتهی است؟

$$\{x \in Z \mid x+8=8\} \quad \{x \in Z \mid (x^2=9) \wedge (2x=4)\}$$

$$\{x \in N \mid x^2 = -7x\} \quad \{x \in Z \mid x \neq x\}$$

۷۳- اگر  $A = \{a, b\}$ ,  $B = \{a, b, \{a, b\}\}$ ,  $C = \{a, b, \{b\}, \{a, b\}\}$  کدام گزینه درست است؟

$$B \in C \quad A \in C \quad A \subseteq B \quad A \in B$$

۷۴- فرض کنید  $A = \{1, 2, \dots, 9\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ ,  $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $D = \{3, 4, 5\}$ ,  $E = \{3, 5\}$  در هر یک از حالت های زیر

مشخص کنید  $X$  می تواند کدام یک از این مجموعه ها باشد؟

$$X \subseteq C \text{ ولی } X \subseteq A \quad X, B \text{ عضو مشترکی ندارند.}$$

$$X \subseteq D \text{ ولی } X \not\subseteq B \quad X \subseteq C \text{ ولی } X \not\subseteq A$$

۷۵- مجموعه های  $B, A$  را طوری مشخص کنید که:

$$A \subseteq B, A \in B \quad \text{الف)}$$

$$A \subseteq B, A \notin B \quad \text{ب)}$$

$$A \not\subseteq B, A \in B \quad \text{پ)}$$

۷۶- کدام گزاره نادرست است؟

$$\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}\} \quad \emptyset \in \{\emptyset\} \quad \emptyset = \{\emptyset\} \quad \emptyset \subseteq \{\emptyset\}$$

۷۷- فرض کنید  $A = \{1, 2\}$  با ذکر دلیل توضیح دهید کدام یک از مجموعه های زیر با مجموعه  $A$  مساوی است؟

$$\{x \in N \mid 1 \leq x \leq 2\} \quad \{x \in Q \mid 2x^2 + 3x + 1 = 0\} \quad \{x \in R \mid 1 \leq x \leq 2\} \quad \{x \in Q \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$$

۷۸- اگر  $A = \{2, x+2y, 4\}$ ,  $B = \{4, 5, x-y\}$ ,  $A = B$  در این صورت دوتایی  $(x, y)$  کدام است؟

$$(3, 1) \quad (1, 3) \quad (2, 3) \quad (2, 1)$$

۷۹- مجموعه  $A = \{a, \{a\}, \emptyset\}$  چند زیر مجموعه دارد؟

www.my-dars.ir

۸۰- اگر  $A_n = \{m \in Z, m > -n, 2^m \leq 2n\}$ ,  $n \in N$  انگاه مجموعه  $(A_n - A_{n-1}) \cup A_1$  چند عضو دارد؟ کنکور ریاضی ۹۶

۷(۴)

۶(۳)

۵(۲)

۸(۱)

- ۸۱- تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه های  $(k+3)$  عضوی ۵۶ واحد بیشتر از زیرمجموعه های یک مجموعه  $k$  عضوی است.  $k$  را بیابید.
- ۸۲- اگر ۲ عضو به اعضای مجموعه  $A$  اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه های آن ۴۸ واحد افزایش می یابد. در این صورت مجموعه  $A$  دارای چند زیر مجموعه سره ناتهی است؟
- ۸۳- اگر تعداد زیرمجموعه های مجموعه  $A$ ، ۶۴ برابر تعداد زیرمجموعه های مجموعه  $B$  باشد و این دو مجموعه روی هم ۱۰ عضو داشته باشند، تعداد عضوهای این دو مجموعه به صورت دوتایی  $(A, B)$  کدام است؟
- ۸۴- اگر تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه  $2k$  عضوی، ۴۸ واحد کمتر از تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه  $3k$  عضوی باشد، آنگاه برای  $k$  چند جواب وجود دارد؟
- ۱      ۲      ۳      ۴
- ۸۵- اگر ۲ عضو از مجموعه  $A$  حذف کنیم، تعداد زیر مجموعه های آن ۳۸۴ واحد کم می شود. مجموعه  $A$  چند زیر مجموعه دارد؟
- ۸۶- اگر  $A = \{a, b\}$  مجموعه  $P(P(A))$  چند عضو دارد؟
- ۸۷- تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه  $n$  عضوی برابر با  $8^{3n-8}$  است. تعداد زیر مجموعه های محض مجموعه  $n+2$  عضوی کدام است؟
- ۳۱      ۱۵      ۱۴      ۳۰
- ۸۸- اگر  $A = \{x | x \in Z, x^2 - 4 \leq 0\}$ ،  $B = \{x | x \in N, x^2 < 20\}$  مجموعه  $(A \times B) - (B \times A)$  چند زیرمجموعه دارد؟
- ۸۹- مجموعه  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  چند زیرمجموعه شامل عضو  $a$  و فاقد عضو  $b$  دارد؟
- ۳۲      ۶۲      ۱۶      ۱۴
- ۹۰- اگر  $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$ ، مجموعه  $A - \{A\}$  چند زیرمجموعه سره غیرتهی دارد؟
- ۲      ۷      ۶      ۱۴
- ۹۱- مجموعه های  $B = \{\emptyset, 3\}$ ،  $A = \{\emptyset, \{\emptyset, 3\}\}$  مفروض اند
- الف) مجموعه  $A \cap B$  را با نوشتن اعضا مشخص کنید ب) مجموعه توانی  $A$  را بنویسید
- ۹۲- اگر  $n \in N$  و  $A_n = \{m \in Z | (-n \leq m) \wedge (2^m \leq n)\}$ ، آنگاه تعداد عضوهای  $A_4 \cup A_5$  چه تعداد بیشتر از تعداد عضوهای  $A_4 \cap A_5$  است؟
- ۴      ۵      ۶      ۷
- ۹۳- اگر  $A = \{x \in Z | x^2 < 1\}$ ،  $B = \left\{ \frac{x-1}{2} \mid x \in N \wedge x \leq 2 \right\}$  آنگاه  $A \cup B$  و  $A \cap B$  را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

۹۴- اگر  $A = \{\emptyset, 3\}$ ،  $B = \{\emptyset, \{\emptyset, 3\}\}$ ، آنگاه مجموعه  $P(A \cup B)$  دارای چند زیرمجموعه دارد؟

۹۵- اگر  $A = \{a\}$  باشد تعداد عناصر  $p(p(A))$  و تعداد زیرمجموعه های آن را بیابید.

۹۶- کدام دو مجموعه جدا از هم می باشند؟

$$\begin{cases} A = \{x \in Z \mid \Delta x^2 + 2x - 3 = 0\} \\ B = \{x \in Z \mid (x+1)(x+2) = 6\} \end{cases} \text{ (الف)}$$

$$\begin{cases} A = \left\{ \frac{x^2 + 4}{3x + 2} \in Z \mid x \in N \wedge (x < 5) \right\} \\ B = \left\{ \frac{3x - 1}{2} \in Z \mid x \in Z \wedge (-5 \leq x \leq 5) \right\} \end{cases} \text{ (ب)}$$

$$\begin{cases} A = \left\{ k \in N \mid k = \frac{x}{3} \wedge (x - 12)(x - 21) = 0 \right\} \\ B = \left\{ k \in N \mid (k = \sqrt{3x + 1}) \wedge (x^2 - 25 = 0) \right\} \end{cases} \text{ (پ)}$$

$$\begin{cases} A = \{x \in N \mid (x = \Delta k) \wedge (x < 20)\} \\ B = \{x \in N \mid (x = 2k + 1) \wedge (x < 20)\} \end{cases} \text{ (ت)}$$

۹۷- اگر  $A_i = [-i, 10 - i]$  و  $i \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  آنگاه مجموعه های  $\bigcap_{i=1}^{10} A_i$ ،  $\bigcup_{i=1}^{10} A_i$  را مشخص کنید.

۹۸- اگر  $A_n = (-n, n)$ ،  $n \in N$ ، آنگاه  $\bigcap_{i=1}^n A_i$ ،  $\bigcup_{i=1}^n A_i$  را مشخص کنید.

۹۹- فرض کنید  $X = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ ، کدام یک از حالت های زیر یک افراز برای  $X$  محسوب نمیشود؟

$$\{a, b, c, d, e, f, g\} \quad \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}, \{f\}, \{g\}$$

$$\{a, e, g\}, \{c, d\}, \{b, e, f\} \quad \{a, b, e, g\}, \{c\}, \{d, f\}$$

۱۰۰- هر یک از مجموعه های زیر دارای چند افراز مختلف هستند؟

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$A = \{1, 2\}$$

۱۰۱- مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  چند افراز فاقد مجموعه یک عضوی دارد؟

۷

۶

۵

۴

۱۰۲- اگر  $\{a\}, \{b\}, \{\{a,b\}\}, \{c\}$  یک افراز مجموعه  $A$  باشد، آن گاه مجموعه  $A$  دارای چند افراز دو مجموعه ای است؟

۶                      ۷                      ۲                      ۵

۱۰۳- برای مجموعه  $A = \{a,b,c,d,e\}$ ، چند افراز مختلف وجود دارد به طوری که سه عضو  $c, b, a$  در یک مجموعه قرار داشته باشند؟

۴                      ۵                      ۷                      ۸

۱۰۴- مجموعه  $A = \{a,b,c,d\}$  دارای چند افراز سه عضوی است؟

۶                      ۷                      ۵                      ۴

۱۰۵- اگر  $A_k = [-k, k]$  و  $n \in \mathbb{N}$  آنگاه  $\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$  برابر کدام است؟

$N$                        $Z$                        $Q$                        $R$

۱۰۶- اگر  $n \in \mathbb{N}, A_n = (n-1, n+2)$ ، آنگاه  $(A_1 \cup A_2) - (A_1 \cap A_2)$  چند عضو طبیعی دارد؟

۳                      ۴                      ۵                      ۶

۱۰۷- اگر  $B, A$  دو مجموعه دلخواه از مرجع  $U$  باشند، حاصل  $(A' \cap B') \cap A$  برابر کدام است؟

$\emptyset$                        $A$                        $B$                        $U$

۱۰۸- برای سه مجموعه  $C, B, A$  از مرجع  $U$  ثابت کنید:

$$(A-B)' \cap (A-C)' = (B-C) \cup A'$$

۱۰۹- اگر  $B, A$  دو مجموعه دلخواه از مرجع  $U$  باشند، مجموعه  $(A \cap B) \cup (B' \cap A)$  برابر است با:

$\emptyset$                        $A$                        $B$                        $U$

۱۱۰- اگر  $B, A$  دو مجموعه دلخواه از مرجع  $U$  باشند، حاصل  $(A \cup B) \cap (A' \cap B')$  برابر کدام است؟

$\emptyset$                        $A$                        $B$                        $U$

۱۱۱- با استفاده از قوانین جبرمجموعه ها درستی تساوی زیر را ثابت کنید.

$$(A-B) \cup (A \cup B)' = B'$$

۱۱۲- اگر  $B, A$  دو مجموعه دلخواه از مرجع  $U$  باشند، حاصل  $(A \cup B) \cap (B' \cup A)$  برابر کدام است؟

$\emptyset$                        $A$                        $B$                        $U$

۱۱۳- اگر  $B, A$  دو مجموعه دلخواه از مرجع  $U$  باشند، مجموعه  $A \cup (B \cup A')$  برابر کدام است؟

$\emptyset$                        $A$                        $B$                        $U$

۱۱۴- اگر  $B, A$  دو مجموعه دلخواه از مرجع  $U$  باشند، حاصل  $(A \cap B)' \cup [(A \cap B')' \cup (B \cap A)']$  کدام است؟

$\emptyset$                        $A$                        $B$                        $U$

۱۱۵- اگر  $B, A$  دو مجموعه دلخواه از مجموعه مرجع باشند، ساده شده عبارت  $(A \cup B) \cap [(A' \cup B') \cap (A' \cup B)]$  کدام است؟

$$A \cap B \quad A' \cap B \quad A \cap B' \quad A' \cap B'$$

۱۱۶- اگر  $B, A$  دو مجموعه دلخواه از مجموعه مرجع  $U$  باشند، طرف دوم تساوی زیر را بنویسید.

$$[B \cap (A \cap B)'] \cup [A \cap (A - B)']$$

۱۱۷- اگر  $B, A$  دو مجموعه باشند به طوری که  $B \subseteq A$  آنگاه به کمک جبرمجموعه ها ثابت کنید:

$$(A - B) \cup B = A$$

۱۱۸- اگر  $B, A$  دو مجموعه باشند و داشته باشیم:  $B - (B - A) = A$  آنگاه ثابت کنید:  $A \subseteq B$

۱۱۹- فرض کنیم  $A = \{x \in R | x \geq 5\}, B = \{x \in R | x \leq 5\}$  باشند. در این صورت مجموعه های  $A - B, B - A, B' - A$  را بیابید.

۱۲۰- اگر  $A_i = \left[-i, \frac{9-i}{2}\right], i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ، آنگاه مجموعه  $(A_1 \cap A_2) - (A_1 \cap A_3)$  را مشخص کنید.

۱۲۱- اگر  $A_n = \{x \in Z | -n \leq x \leq n\}, n \in N$  آنگاه  $A_7 - (A_1 \cap A_7)$  را بیابید.

۱۲۲- اگر  $A_n = \{k \in Z | -n < k, 2^k < 2\}, n \in N$ ، آنگاه  $\bigcup_{i=1}^3 A_i - \bigcap_{i=1}^3 A_i$  دارای چند زیر مجموعه است؟

$$4 \quad 8 \quad 16 \quad 1$$

۱۲۳- اگر  $A_n = \{m \in Z | m \geq -n, 2^m \leq 2n\}, n \in N$  باشد، مجموعه  $(A_8 - A_7) \cup A_1$  چند عضو دارد؟ کنکور ۹۶

$$5 \quad 6 \quad 7 \quad 8$$

۱۲۴- اگر  $A_n = \{m \in Z, |m| \leq n, 2 \leq 2n\}$  آنگاه مجموعه  $(A_7 - A_7) \cup A_1$  چند عضو دارد؟ کنکور ریاضی ۹۴

$$4(1) \quad 5(2) \quad 6(3) \quad 7(4)$$

۱۲۵- اگر  $A_n = \{m \in Z | m \geq -n, 2^m \leq n\}, n \in N$  آنگاه مجموعه  $A_7 \cap A_7$  چند زیر مجموعه دارد؟ کنکور ریاضی ۸۸

$$8(1) \quad 16(2) \quad 32(3) \quad 36(4)$$

۱۲۶- اگر  $A_i = \{m \in Z, -i \leq m \leq 8 - i\}$  مجموعه  $\bigcup_{i=1}^8 A_i - \bigcap_{i=1}^8 A_i$  چند عضو دارد؟ کنکور ریاضی خارج ۸۷

$$12(1) \quad 14(2) \quad 15(3) \quad 16(4)$$

۱۲۷- اگر  $A_i = \left[-i, \frac{9-i}{2}\right], i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$  آن گاه مجموعه  $(A_1 \cap A_2) - (A_1 \cap A_3)$  به کدام صورت است؟ ریاضی ۹۲

$$(1) [-2, -1) \cup (1, 2] \quad (2) [-2, -1] \cup [1, 2] \quad (3) [-1, 1] \quad (4) \emptyset$$

۱۲۸- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه ی غیر تهی و  $A \cap B' = B \cap A'$  آن گاه مجموعه ی  $A - (A \Delta B)$  کدام است؟ ریاضی خارج ۹۰

$$\emptyset (۱) \quad A (۲) \quad B (۳) \quad B' (۴)$$

۱۲۹- کدام یک از روابط شرطی زیر بازگشت پذیر است؟ کنکور خارج ریاضی ۹۶

$$(۱) \quad A = B \Rightarrow A \cap C = B \cap C \quad (۲) \quad A - B = \emptyset \Rightarrow A \subseteq B$$

$$(۳) \quad A - B = A \Rightarrow A \cap B = \emptyset \quad (۴) \quad A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$$

۱۳۰- اگر  $B, A$  دو مجموعه ناتهی باشند به طوری که  $(A \times B) \subseteq (B \times A)$  در این صورت کدام مجموعه تهی است؟

$$A \cap B (۱) \quad A \cup B (۲) \quad A \cap B' (۳) \quad A \cup (B - A) (۴)$$

۱۳۱- اگر  $A = \{k : k \in \mathbb{N}; k \leq 5\}$ ,  $B = \{k : k \in \mathbb{Z}; 0 \leq k \leq 3\}$  باشد، مجموعه های  $A \times A, B \times B$  چند عضو مشترک دارند؟

$$۵ (۱) \quad ۱ (۲) \quad ۹ (۳) \quad ۴ (۴)$$

۱۳۲- ثابت کنید:

$$(الف) \quad A - B = B' - A'$$

$$(ب) \quad A - B = A - (A \cap B)$$

۱۳۳- ثابت کنید: (تفاضل از راست داریم)

$$(الف) \quad (A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C) \quad (ب) \quad (A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$$

۱۳۴- ثابت کنید: (تفاضل از چپ قانونی ندارد)

$$(الف) \quad A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C) \quad (ب) \quad A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$$

۱۳۵- توزیع پذیری اشتراک روی تفاضل را ثابت کنید:

$$A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$$

۱۳۶- نشان دهید اگر  $B, A$  دو مجموعه دلخواه از مرجع  $U$  باشند آنگاه:  $A \cup B = (A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A)$

۱۳۷- ثابت کنید رابطه های زیر همواره برقرارند:

$$(الف) \quad (A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

$$(ب) \quad A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow (A - B) \cup (B - A) = A \cup B$$

$$(ج) \quad (A - B) \cap (B - A) = \emptyset$$

$$(د) \quad A - B = B - A \Leftrightarrow A = B$$



۱۳۸- به کمک جبرمجموعه ای ثابت کنید اگر  $A \subseteq (B \cap C)$ ، آنگاه  $(A-B) \cup (A-C) = \emptyset$

۱۳۹- برای دو پیشامد  $B, A$  از مرجع  $U$  نشان دهید:  $(A-B) \subseteq (A-B)' \Rightarrow A' \cup B = U$

۱۴۰- نشان دهید اگر  $B, A$  دو مجموعه دلخواه از مرجع  $U$  باشند، آنگاه:

$$A - (B - A) = A \quad \text{الف)} \quad (A - B)' = A' \cup B \quad \text{ب)}$$

$$(A' \cup B) - (A' \cap B) = (B' \cup A) - (B' \cap A) \quad \text{ت)} \quad (A - B) \cup (A \cup B)' = B' \quad \text{پ)}$$

۱۴۱- ساده کنید:  $[(A \cup B) - (A \cap B)] \cap [A' - (A \cap B)']$

۱۴۲- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه ی غیر تهی باشند مجموعه ی  $[AU(A \cap B)]' \cap [(B \cap A) \cup (B - A)]$  برابر کدام است؟

$$\text{ریاضی ۸۹} \quad (A - B)' \quad (۴) \quad A' \quad (۳) \quad \emptyset \quad (۲) \quad A' - B' \quad (۱)$$

۱۴۳- نشان دهید:

$$A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C) \quad \text{ب)} \quad A - (B - C) = (A - B) - C \quad \text{الف)}$$

۱۴۴- اگر  $C, B, A$  سه مجموعه ی غیر تهی باشند به طوری که  $A \subseteq B$  آن گاه مجموعه ی  $(A \cap (B - C)) - (A \cap B \cap C)$  کدام است؟

$$\text{ریاضی ۹۰} \quad A \cap C' \quad (۴) \quad A \quad (۳) \quad A \cap C \quad (۲) \quad B \quad (۱)$$

۱۴۵- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه ی غیر تهی باشند  $(A \cap B') - (B - A)$  برابر کدام مجموعه است؟ ریاضی خارج ۹۱

$$A - B \quad (۴) \quad A \cap B \quad (۳) \quad \emptyset \quad (۲) \quad B' \quad (۱)$$

۱۴۶- متمم مجموعه  $(B - A)' - A$  کدام است؟ ریاضی خارج ۸۸

$$B \cup B \quad (۱) \quad A \cap B \quad (۲) \quad A \quad (۳) \quad B \quad (۴)$$

۱۴۷- با ارائه یک مثال مناسب نشان دهید تفاضل خاصیت حذف پذیری ندارد. یعنی اگر  $A - B = A - C$  نمیتوان نتیجه گرفت  $B = C$

۱۴۸- مجموعه های  $A = \{2\}$ ,  $B = \{3, 5, \{2\}\}$ ,  $C = \{\{2\}, 3, 5, 2\}$  مفروض اند، کدام بیان در مورد آن ها نادرست است؟

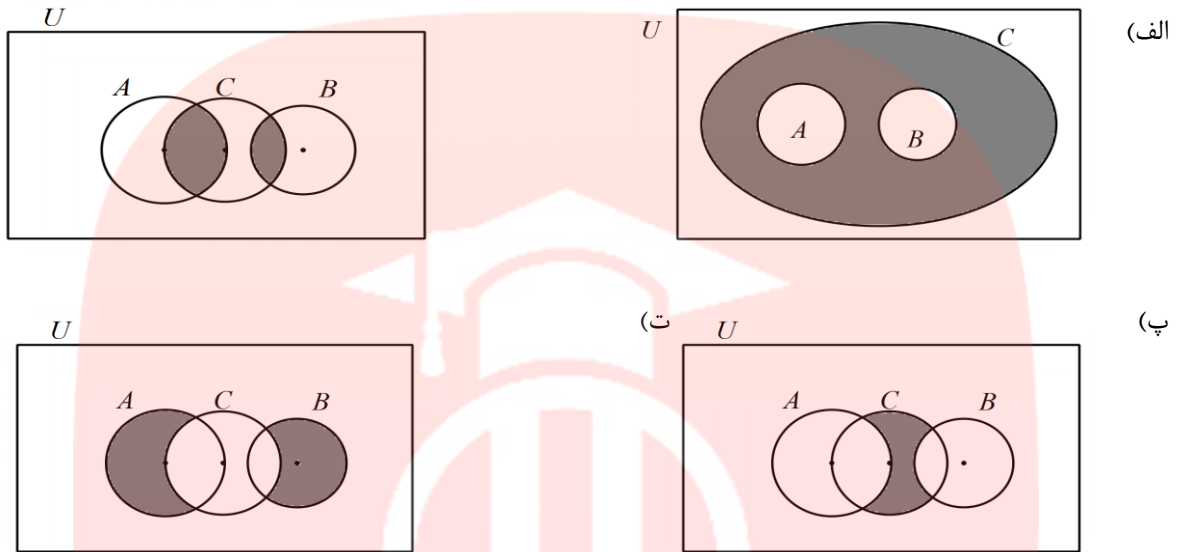
$$A \subseteq C \quad (۴) \quad B \in C \quad (۳) \quad A \in C \quad (۲) \quad A \in B \quad (۱)$$

۱۴۹- اگر  $a = \{1, \{1\}, \{1, 2\}, \{2\}, 2\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 + 2 = 3x\}$  آن گاه زیر مجموعه های سره و غیر تهی مجموعه ی  $A - B$  کدام

است؟ ریاضی خارج ۹۲

$$14(4) \quad 6(3) \quad 4(2) \quad 2(1)$$

۱۵۰- نمودار ون مربوط به مجموعه  $C - (A \cup B)'$  کدام می‌تواند باشد؟



ضرب دکارتی دو مجموعه:

ضرب دکارتی مجموعه  $A$  در مجموعه  $B$  مجموعه‌ای است شامل تمام زوج مرتب‌های مرتبی که مولفه اول آن‌ها از مجموعه  $A$  و

مولفه دوم آن‌ها از مجموعه  $B$  می‌باشد. با نماد  $A \times B$  نمایش می‌دهیم و داریم:  $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$

\* اگر  $A = B$  آنگاه  $A \times A$  را ضرب دکارتی مجموعه  $A$  در خودش می‌نامیم و با  $A^2$  نمایش می‌دهیم:

$$A^2 = A \times A = \{(x, y); x \in A \wedge y \in A\}$$

\* در حالتی که عضوی در ضرب دکارتی نباشد:

$$(x, y) \notin (A \times B) \Leftrightarrow [(x \in A \wedge y \notin B) \vee (x \notin A \wedge y \in B) \vee (x \notin A \wedge y \notin B)]$$

## ۵ ویژگی مهم ضرب دکارتی:

۱- اگر  $A$  مجموعه‌ای دلخواه از مرجع  $U$  باشد:  $A \times \emptyset = \emptyset \times A = \emptyset$

۲- برای دو مجموعه  $A, B$  از مرجع  $U$  داریم:  $A \times B = B \times A \Leftrightarrow (A = \emptyset) \vee (B = \emptyset) \vee (A = B)$

۳- برای چهار مجموعه ناتهی  $A, B, C, D$  از مرجع  $U$  داریم:  $(A \subseteq C \wedge B \subseteq D) \Leftrightarrow (A \times B) \subseteq (C \times D)$

۴- ضرب دکارتی روی تمام عملگرهای مجموعه‌ای  $(\cap, \cup, -)$  توزیع پذیر است، هم از راست و هم از چپ.

$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

۵- برای چهار مجموعه ناتهی  $A, B, C, D$  از مرجع  $U$  داریم:  $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$

www.my-dars.ir

۱۵۱- اگر  $(\cdot, 3) = ((x-1)^2 + (y-1)^2, 3)$  آنگاه  $x, y$  را بیابید.

۱۵۲- اگر  $(x^2 + y^2, 6) = (13, xy)$  آنگاه مقادیر مثبت  $x, y$  را بیابید.

۱۵۳- اگر  $(128, 3^{2x-y}) = (2^{2x+y}, 27)$  آنگاه  $x+y$  برابر کدام است؟

۱۵۴- چندزوج مرتب به صورت  $(y - 1, 2y^x + 1)$  وجود دارد که با زوج مرتب  $(30 + 6y, y^x + 4x)$  برابر باشد؟

۱۵۵- اگر  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{a, b\}$  ، آنگاه حاصل ضرب دکارتی  $A \times B, B \times A$  را بیابید. چه نتیجه ای میگیرید؟

۱۵۶- هرگاه  $A = \{x - y, 3\}, B = \{x + y, 1\}$  داشته باشیم:  $A \times B = B \times A$  مقادیر  $x, y$  را بیابید.

۱۵۷- اگر  $A = \{2^n \mid n \in \mathbb{N} \wedge n < 4\}$  و  $B = \{2k + 1 \mid k \in \mathbb{Z} \wedge |k| \leq 1\}$  آنگاه  $A \times B$  دارای چند عضو است؟

۸(۱)                      ۹(۲)                      ۱۲(۳)                      ۶(۴)

۱۵۸- مجموعه  $A$  دارای ۶۳ زیرمجموعه محض و  $B$  دارای ۵ عضو باشد  $A \times B$  چندعضو دارد؟

۱۵۹- اگر  $A = \{2^k \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 2\}, B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 < 10\}$  (الف) عضوهای مجموعه  $A^c - B^c$  را مشخص کنید.

(ب)  $A^c - B^c$  چند زیرمجموعه دارد؟

۱۶۰- اگر  $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$  و  $A \cap B = \{2, 3\}$  و  $(A - B) \times (B - A)$  دارای ۶ عضو باشد تعداد عضوهای مجموعه  $B$  کدام است؟

۳(۱)                      ۴(۲)                      ۵(۳)                      ۶(۴)

۱۶۱- تعداد زیرمجموعه های محض مجموعه زیر را بنویسید.  
 $A = \{5^x + 2^y \mid x, y \in \mathbb{N}, x + y = 3\}$

۱۶۲- اگر  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 < x^2 < 50\}, B = \{2k - 2 \mid k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 4\}$  باشد تعداد زیر مجموعه های  $(A \times B) \cap (B \times A)$  کدام

است؟ ریاضی ۹۳

۴(۱)                      ۸(۲)                      ۱۶(۳)                      ۳۲(۴)

۱۶۳- اگر  $A = \{2k - 1 \mid k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 5\}, B = \{k \in \mathbb{Z} \mid |k - 3| \leq 2\}$  باشد آنگاه مجموعه ی  $(A \times B) \cap (B \times A)$  چند عضو دارد؟

ریاضی ۹۲

۶(۱)                      ۸(۲)                      ۹(۳)                      ۱۶(۴)

۱۶۴- اگر  $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}, B = \{a, b\}$  مجموعه ی  $A - \{B\}$  چند زیر مجموعه ی سره ی غیر تهی دارد؟

۲(۱)                      ۱۴(۲)                      ۶(۳)                      ۷(۴) ریاضی ۸۹

۱۶۵- اگر  $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}\}$  باشد مجموعه ی  $A - \{A\}$  چند زیر مجموعه ی سره ی غیر تهی دارد؟ ریاضی خارج ۸۹

۲(۱)                      ۱۴(۲)                      ۶(۳)                      ۷(۴)

۱۶۶- چند زیر مجموعه از مجموعه  $A = \{a, b, \{a, b\}, \{b, a\}\}$  عضو  $\{a, b\}$  ندارد؟ ریاضی ۹۱

۴(۱) ۶(۲) ۸(۳) ۱۲(۴)

۱۶۷- تعداد افزایهای مجموعه  $A = \{a, b, c, d, e\}$  که شامل فقط یک مجموعه  $A$  است؟ تک عضوی باشد کدام است؟

۱۰(۱) ۱۲(۲) ۱۵(۳) ۲۰(۴) ریاضی ۹۳

۱۶۸- تعداد افزایهای مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  که شامل فقط مجموعه های دو عضوی باشند، کدام است؟ کنکور ریاضی ۹۵

۸(۱) ۱۰(۲) ۱۲(۳) ۱۵(۴)

۱۶۹- اگر  $B, A$  دو مجموعه دلخواه و ناتهی باشند، با ارائه یک مثال نقض مناسب نشان دهید  $P(A \times B) \neq P(A) \times P(B)$

۱۷۰- اگر  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 3\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 2\}$  آنگاه مجموعه های  $A \times B$ ,  $A^c$ ,  $A^c - (A \times B)$  را مشخص کنید.

۱۷۱- اگر  $A = \{y + 2, 5, z\}$ ,  $B = \{x + 1, 4, -2\}$  در این صورت با فرض  $A \times B = B \times A$  حاصل  $x + y + z$  را بیابید.

۱۷۲- اگر  $B, A$  دو مجموعه غیرتهی از مرجع  $U$  باشند و  $(A \times B) - (B \times A) = \emptyset$  آنگاه  $A - B$  برابر کدام است؟

$A$  (۱)  $\emptyset$  (۲)  $B$  (۳)  $A'$  (۴)

۱۷۳- اگر  $C, B, A$  سه مجموعه از مرجع  $U$  باشند و  $B \subseteq C, A \subseteq C$  آنگاه نشان دهید  $(A \times C) \cap (C \times B) = A \times B$

۱۷۴- اگر  $A = \{4^x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge -1 \leq x \leq 1\}$ ,  $B = \{x^2 \mid x \in \mathbb{Z} \wedge |x| \leq 2\}$  آنگاه مجموعه  $(A \times B) \cap (B \times A)$  دارای چند زیرمجموعه

سره غیرتهی است؟

۱۷۵- اگر  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{-1, -2, 0\}$  آنگاه مجموعه های  $A \times B$ ,  $B \times A$  را مشخص نمایید و سپس نمودار مختصاتی هر کدام را رسم کنید.

۱۷۶- اگر  $A = \{2^x \mid x \in \mathbb{Z}, |x| \leq 1\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 + x - 20 = 0\}$  آنگاه نمودار مختصاتی  $A \times B$ ,  $B \times A$  را رسم کنید.

۱۷۷- اگر  $A = \{4^x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge -1 \leq x \leq 1\}$ ,  $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge x^2 \leq 3\}$  عضوهای مجموعه  $(A \times B) - A^c$  را مشخص کنید و نمودار آن را رسم کنید.

۱۷۸- اگر  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 3\}$ ,  $B = \{4\}$  آنگاه نمودار مختصاتی  $A \times B$  را رسم کنید.

۱۷۹- اگر  $A = (1, 4]$ ,  $B = \{1, 2\}$  آنگاه نمودار مختصاتی هر یک از مجموعه های  $A \times B$ ,  $B \times A$  را رسم کنید.

۱۸۰- اگر  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 3\}$  آنگاه نمودار مختصاتی  $A^c$  را رسم کنید.

۱۸۱- در هر یک از حالات زیر نمودار مختصاتی  $B \times A, A \times B$  را رسم کنید.

الف)  $B = (-2, 0], A = [-3, 2)$       ب)  $B = [3, \infty), A = (-\infty, -2)$

پ)  $B = \mathbb{N}, A = [1, 4]$       ت)  $B = \mathbb{R}, A = \{1, 4\}$

۱۸۲- اگر  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 8 < x^2 < 58\}$ ،  $B = \{3k+1 \mid k \in \mathbb{Z} \wedge 2 \leq k \leq 5\}$ ، آنگاه مجموعه  $A \times B$  دارای چند عضو است؟

۱) ۱۲۱      ۲) ۲۰      ۳) ۲۵      ۴) ۱۶

۱۸۳- اگر  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 1\}$ ،  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ، آنگاه کدام زوج مرتب متعلق به مجموعه  $(A \times B) - B^c$  است؟

۱)  $(0, 2)$       ۲)  $(1, 2)$       ۳)  $(1, 1)$       ۴)  $(1, -1)$

۱۸۴- اگر  $A = \{512, 3^{2x+y}\}$ ،  $B = \{2^{3x-2y}, 81\}$  و  $A \times B = B \times A$ ، آنگاه حاصل عبارت  $5x + 4y$  کدام است؟

۱)  $\frac{51}{7}$       ۲)  $\frac{57}{7}$       ۳)  $\frac{59}{7}$       ۴)  $\frac{61}{7}$

۱۸۵- اگر  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\}$ ،  $B = \{1, 4, 5\}$ ، آنگاه مجموعه  $A^c - B^c$  دارای چند زوج مرتب است؟

۱) ۱۲      ۲) ۱۴      ۳) ۱۶      ۴) ۱۸

۱۸۶- اگر  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 2\}$ ،  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 4\}$ ، آنگاه مساحت نمودار مختصاتی مجموعه  $A \times B$  کدام است؟

۱) ۱۶      ۲) ۶      ۳) ۸      ۴) ۱۲

مای درسی  
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

با ارادت: سرایی