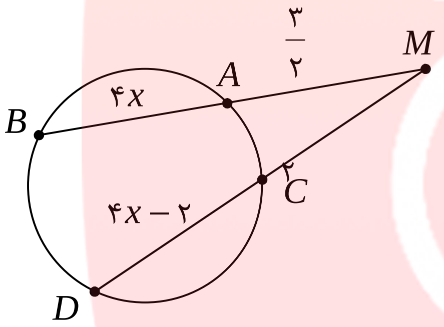
باسمه تعالی

نمونه سئوالات چهارگزینه ای هندسه ۲

فصل۱ : دایره

***

۱ : در شکل مقابل اگر شعاع دایره برابر ۴ باشد. آنگاه کمترین فاصله‌ی نقطه‌ی M تا دایره کدام است؟



۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

***

۲ : طول مماس مشترک خارجی دو دایره با شعاع های۱ و۴ برابر۴ می باشد. دورترین فاصله‌ی نقاط این دو دایره از یکدیگر کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۱ ۴) ۹

***

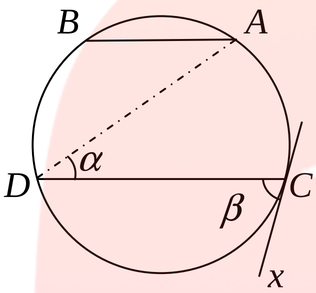
۳ : در دو دایره به شعاع های $R_۱$ و $R_۲$ و طول خط المرکزین d رابطه های $۴R_۱+۳R_۲=۴d$ و $۲R_۱+R_۲=\frac{۱۱}{۶}d$ برقرار است. وضعیت نسبی این دو دایره چگونه است؟

۱) مماس ۲) متداخل ۳) متقاطع ۴) متخارج

***

۴ : در شکل زیر، وتر AB برابر شعاع دایره و $AB \parallel CD$، زاویه‌ی $\beta = ۲\alpha$ و CX مماس بر دایره است.

کمان BD چند درجه است؟ (کنکور ۹۸ ریاضی)



۱) ۵۰ ۲) ۶۰

۳) ۷۰ ۴) ۷۵

***

۵ : یک ذوزنقه‌ی متساوی الساقین، با کدام شرط قابل محیط بر دایره است؟ (کنکور۹۸ ریاضی)

۱) دو قطر عمود بر هم

۲) یکی از قاعده های ذوزنقه، برابر یکی از ساق ها

۳) خط واصل وسط دو ساق، گذرا از محل تلاقی قطرها

۴) طول پاره خط واصل وسط دو ساق، برابر اندازه‌ی یکی از ساق ها

***

۶ : اگر مساحت شش ضلعی منتظم محاط در یک دایره به شعاع $۶\sqrt{۳}$ باشد. آنگاه مساحت شش ضلعی منتظم محیط بر این دایره، چند برابر $\sqrt{۳}$ است.(کنکور ۹۸ ریاضی)

۱) ۷/۲ ۲) ۷/۵ ۲) ۸ ۴) ۹

***

۷ : عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه‌ی مقابل به آن ضلع، یکدیگر را روی .... قطع می کنند.

۱) دایره‌ی محاطی مثلث ۲) روی میانه‌ی وارد بر ضلع مقابل این زاویه

۳) روی ارتفاع وارد بر ضلع مقابل زاویه ۴) دایره‌ی محیطی مثلث

***

۸ : کدام چند ضلعی هم محاطی و هم محیطی است؟

۱) هر مستطیل ۲) هر چند ضلعی منتظم ۳) هر لوزی ۴) هر ذوزنقه

***

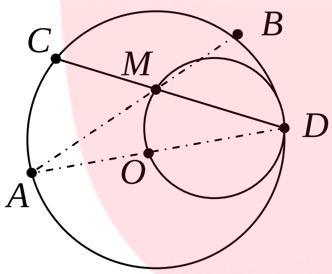
۹ : یک ذوزنقه‌ی متساوی الساقین با قاعده هایی به اندازه‌ی ۹ و ۱۶ واحد، بر دایره ای محیط شده است. فاصله-ی نزدیکترین نقاط دایره ، تا یک رأس قاعده‌ی کوچک ذوزنقه ، کدام است؟ (کنکور ۹۹ ریاضی)

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۵}{۲}$

***

۱۰ : در شکل زیر، دو دایره به شعاع های ۲ و ۴ واحد، مماس داخل و طول کمان AC برابر $\frac{۴\pi}{۳}$ است. حاصل $MA \times MB$، کدام است؟

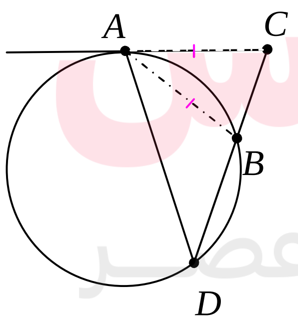
(O مرکز دایره‌ی بزرگ) (کنکور ۹۹ ریاضی)



۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۶ ۴) ۱۲

***

۱۱ : در شکل زیر، اندازه‌ی قطعه مماس AC برابر وتر AB است. الزاماً کدام برابری درست است؟(کنکور ۹۹ ریاضی)



۱) $BC = BA$

۲) $BD = AC$

۳) $BC = BD$

۴) $DA = DC$

***

تهیه کننده : جابرعامری

باسمه تعالی

پاسخ نمونه سؤالات چهارگزینه ای هندسه ۲

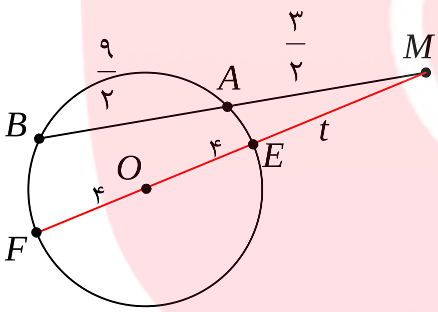
فصل۱ : دایره

***

۱: ابتدا مقدار x را تعیین می کنیم.

$$MA\times MB=MC\times MD\rightarrow \frac{۳}{۲}(\frac{۳}{۲}+۴x)=۲(۲+۴x-۲)\rightarrow x=\frac{۹}{۸}$$

واضح است اگر از مرکز دایره تا نقطه‌ی M پاره خطی رسم کنیم. نقطه‌ی تقاطع این پاره خط با دایره (نقطه‌ی E) کمترین فاصله تا نقطه‌ی M را دارد.



اکنون طول این پاره خط را به صورت زیر به دست می آوریم.

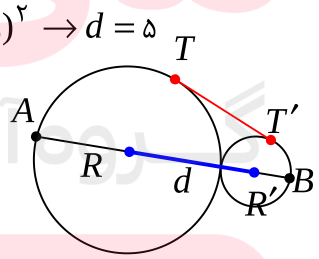
$$ME\times MF=MA\times MB\rightarrow t(t+۸)=\frac{۳}{۲}(\frac{۳}{۲}+\frac{۹}{۲})\rightarrow t(t+۸)=۹\rightarrow t=۱$$

***

۲: گزینه‌ی ۱

$$TT'=\sqrt{d^{۲}-(R-R')^{۲}}\xrightarrow{TT'=۴}۴=\sqrt{d^{۲}-(۴-۱)^{۲}}\rightarrow d=۵$$

$$AB=d+R+R'=۵+۴+۱=۱۰$$



***

۳:

$$\begin{cases} ۴R_۱+۳R_۲=۴d \\ ۲R_۱+R_۲=\frac{۱۱}{۶}d \end{cases} \xrightarrow[\times(-۲)]{} \begin{cases} ۴R_۱+۳R_۲=۴d \\ -۴R_۱-۲R_۲=-\frac{۱۱}{۳}d \end{cases} \rightarrow R_۲=\frac{۱}{۳}d$$

$$۴R_۱+۳R_۲=۴d \xrightarrow{R_۲=\frac{۱}{۳}d} ۴R_۱+۳(\frac{۱}{۳}d)=۴d \rightarrow ۴R_۱+d=۴d \rightarrow R_۱=\frac{۳}{۴}d$$

$$R_۱+R_۲=\frac{۳}{۴}d+\frac{۱}{۳}d=\frac{۱۳}{۱۲}d$$

$$R_۱-R_۲=\frac{۳}{۴}d-\frac{۱}{۳}d=\frac{۵}{۱۲}d$$

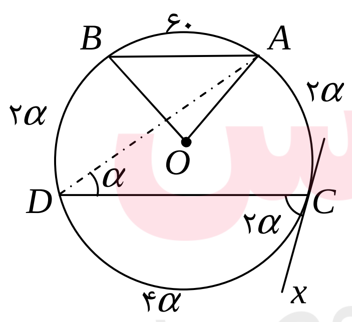
واضح است که

$$\frac{۵}{۱۲}<\frac{۱۲}{۱۲}<\frac{۱۳}{۱۲} \xrightarrow{\times d} \frac{۵}{۱۲}d<\frac{۱۲}{۱۲}d<\frac{۱۳}{۱۲}d \rightarrow R_۱-R_۲<d<R_۱+R_۲$$

پس دو دایره متقاطع هستند.

***

۴: گزینه‌ی ۴



اگر دو سر پاره خط AB را به مرکز دایره وصل کنیم، مثلث حاصل متساوی الاضلاع می شود. بنابراین کمان AB برابر ۶۰ درجه است. از طرفی کمان AC مقابل به زاویه‌ی محاطی D بوده و اندازه‌ی آن برابر ۲α است. از موازی بودن AB و CD نتیجه می گیریم که کمان BD نیز برابر ۲α است. طبق فرض، زاویه‌ی ظلّی C برابر ۲α و کمان مقابل به آن ۴α است. بنابراین :

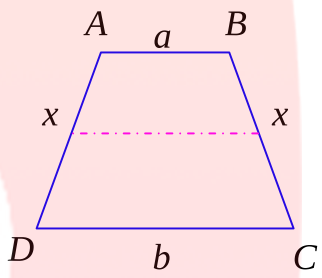
$$۴\alpha+۲\alpha+۶۰+۲\alpha=۳۶۰ \rightarrow ۸\alpha=۳۰۰ \xrightarrow{\div ۴} ۲\alpha=۷۵ \rightarrow \overset{\frown}{AB}=۷۵^\circ$$

***

۵: می دانیم که شرط محیطی بودن چهارضلعی $ABCD$ این است که مجموع دو ضلع مقابل با هم برابر باشند. یعنی $AB+CD=AD+BC$

اندازه‌ی قاعده های ذوزنقه‌ی متساوی الساقین $ABCD$ را با a و b و طول ساق ها را با x نمایش دهیم،

طول پاره خط واصل وسط دو ساق برابر است با $\frac{a+b}{۲}$ و اگر این پاره خط با یک ساق هم اندازه باشد، داریم:



$$\frac{a+b}{۲}=x \rightarrow a+b=۲x \rightarrow AB+CD=AD+BC$$

***

۶: گزینه‌ی ۳

اگر یک nضلعی منتظم در یک دایره محاط و یک n ضلعی منتظم بر آن دایره محیط شوند. نسبت تشابه آنها برابر با $\cos\frac{\pi}{n}$ و نسبت مساحت های آنها برابر $\cos^۲\frac{\pi}{n}$ است. بنابراین:

$$\frac{S_۱}{S_۲}=\cos^۲\frac{\pi}{n} \rightarrow \frac{۶\sqrt{۳}}{S_۲}=\cos^۲\frac{\pi}{۶}$$

$$\rightarrow \frac{۶\sqrt{۳}}{S_۲}=(\frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲ \rightarrow \frac{۶\sqrt{۳}}{S_۲}=\frac{۳}{۴} \rightarrow S_۲=۸\sqrt{۳}$$

***

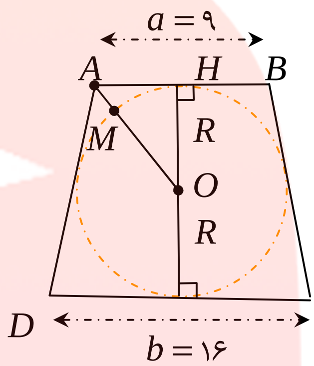
۷: دایره‌ی محیطی مثلث

***

۸: هر چند ضلعی منتظم

***

۹: با توجه به اینکه مساحت ذوزنقه، برابر است با حاصل ضرب میانگین حسابی دو قاعده در میانگین هندسی دو قاعده، پس داریم :



$$S=\frac{a+b}{۲}\times\sqrt{ab}=\frac{۹+۱۶}{۲}\times\sqrt{۹\times۱۶}=۱۵۰$$

از طرفی می دانیم :

$$S=\frac{a+b}{۲}\times h=\frac{۹+۱۶}{۲}\times h\xrightarrow{h=۲R}۱۵۰=\frac{۲۵}{۲}\times۲R\to R=۶$$

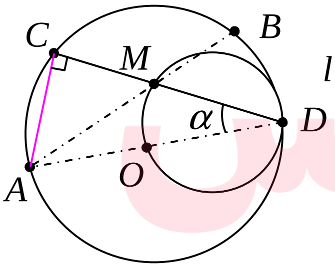
اکنون در مثلث قائم الزاویه‌ی OAH ، طبق قضیه‌ی فیثاغورس داریم:

$$OA^{۲}=AH^{۲}+OH^{۲}=(\frac{۹}{۲})^{۲}+(۶)^{۲}=\frac{۸۱}{۴}+۳۶=\frac{۲۲۵}{۴}\to OA=\frac{۱۵}{۲}=۷/۵$$

$$AM=OA-OM\xrightarrow{OM=R}AM=۷/۵-۶=۱/۵$$

***

۱۰: ابتدا اندازه‌ی کمان AC را بدست می آوریم.



$$l=R\theta\to\frac{۴\pi}{۳}=۴\theta\to\theta=\frac{\pi}{۳}=۶۰^{\circ}$$

$$\to\alpha=۳۰^{\circ}$$

با توجه به قائم الزاویه بودن مثلث CAD ($\angle C=۹۰^{\circ}$ محاطی روبرو به قطر)

داریم:

$$AC=\frac{۱}{۲}AD=\frac{۱}{۲}(۸)=۴$$

$$CD=\frac{\sqrt{۳}}{۲}AD=\frac{\sqrt{۳}}{۲}(۸)=۴\sqrt{۳}$$

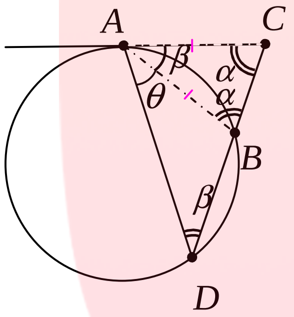
از طرفی اگر از نقطه‌ی O، مرکز دایره‌ی بزرگ را به نقطه‌ی M وصل کنیم، آنگاه مثلث OMD در رأس M قائمه است.(چرا؟). پس OM همان قطر عمود بر وتر CD است. در نتیجه آن را نصف می کند. پس :

$$CM = MD = ۲\sqrt{۳}$$

اکنون طبق قضیه‌ی وتر های متقاطع درون دایره‌ی بزرگ ، داریم:

$$MA \times MB = MC \times MD = (۲\sqrt{۳})(۲\sqrt{۳}) = ۱۲$$

***



۱۱ : در مثلث ABC، چون $AB = AC$ است،

پس $\angle C = \angle(ABC) = \alpha$. از طرفی زاویه‌ی BAC یک زاویه‌ی ظلی مقابل کمان AB و زاویه‌ی D زاویه‌ی محاطی روبرو به همان کمان است.

پس : $\angle D = \angle BAC = \beta$

حال در مثلث BAD با توجه به زاویه‌ی خارجی α ، داریم:

$$\alpha = \beta + \theta \rightarrow \angle A = \angle C \rightarrow DA = DC$$

***

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان