

حسابان فصل اول

۱۷۰ سوال تستی و تشریحی

مای درس

گروه آموزشی عصر

سرایی

دبيرستان دخترانه جمهوری اسلامی منطقه ۱۹

www.my-dars.ir

سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۵ دنباله حسابی

این درس ادامه دنباله حسابی مربوط به کتاب ریاضی ۱ سال دهم است.

اگر a_1, a_2, a_3, \dots رشته ای از اعداد باشند که در آن هر جمله جدید با اضافه کردن عددی ثابت(قدرنسبت) به جمله قبلی به دست بیاید این

$$a_n = a_1 + (n-1)k$$

* سه جمله ای متولی c, b, a تشکیل دنباله حسابی می دهند اگر و تنها اگر $a+c=2b$ و در این صورت b را واسطه حسابی بین c, a می نامیم.

$$* \text{اگر بین دو جمله } a, b \text{ تعداد } m \text{ واسطه داشته باشیم همواره داریم: } d = \frac{b-a}{m+1} \text{ قدر نسبت}$$

دوره دنباله ای دهم:

-۱ در دنباله حسابی $a_1=2$ و قدر نسبت ۴ است. جمله دهم را بیابید.

-۲ در یک دنباله عددی جملات سوم و هفتم به ترتیب ۳ و ۵ می باشد. قدر نسبت دنباله را بیابید.

-۳ در یک دنباله عددی جمله پنجم سه برابر جمله دوم است. اگر جمله ششم ۱۱ باشد، جمله دهم را بیابید

-۴ جملات $x, x+1, x+2, x+4$ تشکیل دنباله حسابی می دهند. x را بیابید.

-۵ دنباله حسابی زیر چند جمله دارد؟ $1, 3, 5, \dots, 125$

-۶ تعداد جملات طبیعی دورقمی چند تاست؟

-۷ دنباله ای $\dots, 7, 4, 1, 2$ - چند جمله ای دورقمی دارد؟

-۸ در یک دنباله حسابی $a_1+a_2+a_3+\dots+a_5=10$ جمله سوم کدام است؟

-۹ در یک دنباله حسابی رابطه $a_1+a_2+a_3+\dots+a_{10}=200$ بین جملات برقرار است. مجموع جملات سوم و هفتم این دنباله کدام است؟

۵۰(۴)

۱۰۰(۳)

۹۰(۲)

۸۰(۱)

مجموع جملات دنباله حسابی

اگر جمله نخست دنباله ای حسابی برابر a_1 و قدر نسبت آن برابر d باشد، جمله عمومی این دنباله به صورت $a_n = a_1 + (n-1)k$ بود

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \quad S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \quad \text{و یا}$$

* نکته: اگر S_n مجموع n جمله نخست این دنباله حسابی برابر است با :

* همواره فرمول مجموع n جمله درجه ۲ است و جمله ثابت ندارد یعنی همواره عدهایی مثل B, A هستند که

$$2+4+6+\dots+2n = n(n+1) \quad ۲$$

$$1+3+5+\dots+(2n-1) = n^2 \quad \text{مجموع اعداد طبیعی فرد با شروع از ۱}$$

-۱۰ مجموع اعداد طبیعی زوج با شروع از ۲

-۱۱ مجموع چند جمله از دنباله $\dots -3, 4, 11, \dots$ برابر ۸۷ است؟

-۱۲ اگر در یک دنباله عددی $S_n = 2n^2 + n$. جمله اول و قدر نسبت را بیابید.

-۱۳ در یک دنباله حسابی مجموع ۲۰ جمله اول سه برابر مجموع ۱۲ جمله اول است. اگر جمله سوم برابر ۶ باشد، جمله دهم را محاسبه کنید.

-۱۴ در یک دنباله حسابی مجموع ۴ جمله اول ۱۵ و مجموع ۵ جمله بعدی ۳۰ است. جمله یازدهم را بیابید.

-۱۵ ابتدا بین ۲۹ و ۲۶ تعداد ۱۰ واسطه عددی حسابی درج کنید و سپس مجموع تمام جملات را بیابید.

-۱۶ در یک دنباله حسابی $a_5 = 350$ و $a_8 = 5$ و قدر نسبت $\frac{5}{2}$ است. مجموع ۱۹ جمله اول را بیابید.

-۱۷ در یک دنباله حسابی جمله اول برابر ۷ و قدر نسبت برابر ۲ است. مجموع ۵ جمله اول این دنباله حسابی چقدر است؟

۲۰(۴)

۱۸(۳)

۱۶(۲)

۱۴(۱)

-۱۸ در یک دنباله حسابی مجموع پنج جمله سوم از مجموع پنج جمله نخست ۲۰۰ واحد بیشتر است. قدر نسبت دنباله کدام است؟

$\frac{1}{2}(4)$

۱۳

۲۲

۴(۱)

-۱۹ در یک دنباله حسابی جمله اول برابر ۱۹ و قدر نسبت برابر ۷ است. مجموع پانزده جمله اول را بیابید.

-۴۲۲(۴)

-۴۴۲(۳)

-۴۵۰(۲)

-۴۵۸(۱)

-۲۰ مجموع چند جمله از دنباله حسابی $\dots 2, 5, 8, \dots$ برابر ۷۳۷ است؟

۲۴(۴)

۲۲(۳)

۲۱(۲)

۲۰(۱)

-۲۱ قدر نسبت دنباله ای حسابی برابر $-\frac{3}{7}$ است و $a_{17} + 15 = 3a_1$. مجموعدوازده جمله نخست این دنباله حسابی چقدر است؟

-۲۲ در یک دنباله حسابی مجموع جمله های هشتم و هجدهم برابر ۶۰ است. مجموع بیست و پنج جمله اول دنباله کدام است؟

-۲۳ جمله اول دنباله ای حسابی برابر -4 و مجموع چهارده جمله اول برابر -63 است. قدر نسبت این دنباله حسابی چقدر است؟

-۲۴ مجموع نوزده جمله اول دنباله حسابی $\dots 10, 1, 2, 6$ با کدام جمله ای دنباله برابر است؟

(۴) صدوهشتادویکم

(۳) صدوهشتادویکم

(۲) صدوهشتادویکم

(۱) صد و هفتادونهم

-۲۵ در دنباله حسابی $a_1 = 1$ و $a_5 = -21$. مجموع پانزده جمله نخست این دنباله حسابی چقدر است؟

-۳۱۵(۴)

-۳۱۰(۳)

-۳۰۵(۲)

-۳۰۰(۱)

-۲۶ در یک دنباله حسابی $a_7 = 21$ و $S_{11} = 253$. قدر نسبت این دنباله چقدر است؟

۲۰(۴)

-۱۳(۳)

۱۲(۲)

-۲(۱)

-۲۷ دنباله‌ی مجموع n جمله نخست دنباله‌ی ای حسابی به صورت زیر است: $S_n = 1, \frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \dots$

مجموع پنج جمله نخست دنباله کدام است؟

۲۰(۴)

۱۸(۳)

۱۴(۲)

۱۰(۱)

-۲۸ به ازای هر عدد طبیعی مانند n ، مجموع n جمله‌ی نخست دنباله‌ی حسابی برابر $4n^2 - 3n + 1$ است. جمله عمومی این دنباله حسابی کدام است؟

۶۱-۷(۴)

۷۱-۸(۳)

۵۱-۶(۲)

۱۱-۲(۱)

-۲۹ مجموع n جمله نخست یک دنباله حسابی از رابطه‌ی $S_n = kn^2 + 6n + k + 2$ به دست می‌آید. مجموع قدر نسبت و جمله اول دنباله کدام است؟

۴(۱) صفر

۸(۳)

۴(۲)

۲(۱)

-۳۰ در یک دنباله حسابی مجموع n جمله اول دنباله برابر $5n^2 + 3n + 1$ است. جمله دهم دنباله کدام است؟

-۳۱ در دنباله حسابی $\dots, 15, 9, 3$ حداقل چند جمله را باید جمع کنیم تا حاصل از ۳۰۰ بیشتر نشود.

-۳۲ در یک دنباله حسابی $S_n = 5n^2 + 3n$. حاصل $\frac{a_2}{a_1}$ کدام است؟

-۳۳ در یک دنباله حسابی، مجموع پنج جمله اول آن، $\frac{1}{3}$ مجموع پنج جمله بعدی است. جمله دوم چندبار برابر جمله اول است؟

-۳۴ در یک دنباله حسابی با جمله اول ۲، مجموع هفت جمله دوم برابر ۲۹۴ است. قدر نسبت دنباله کدام است؟

-۳۵ در یک دنباله حسابی $S_4 = -12$ ، $S_{14} = -140$ ، جمله نهم این دنباله چقدر است؟

-۱۶(۴)

-۱۵(۳)

-۱۴(۲)

-۱۳(۱)

www.my-dars.ir

۲۳(۴)

۲۱(۳)

۱۹(۲)

۱۷(۱)

-۳۷ در یک دنباله عددی $a_1 = -1$ و $\frac{a_{k+1}}{a_k} = -1$. اگر قدر نسبت دنباله مثبت باشد، مجموع پنجاه و چهار جمله اول دنباله کدام است؟

۴۰۵(۴)

۴۲۰(۳)

۴۰۰(۲)

۴۱۰(۱)

-۳۸ در یک دنباله حسابی $S_7 = 49$, $a_7 = 16$ کدام است؟ $a_1 + a_2 + \dots + a_6$

۲۵(۴)

۴۵(۳)

۷۵(۲)

۶۵(۱)

-۳۹ در یک دنباله حسابی $a_1 = 17$, $a_4 + a_5 + \dots + a_{14} = 77$ و $a_1 + a_2 + a_3 = 13$. اگر $a_k = 13$ مقدار k کدام است؟

۲۰(۴)

۱۹(۳)

۱۸(۲)

۱۷(۱)

-۴۰ در بیست جمله اول از یک دنباله حسابی، مجموع جملات ردیف فرد 135 و مجموع جملات ردیف زوج 150 می باشد. جمله اول کدام است؟

۳(۴)

۲(۳)

۱(۲)

است؟(۱) صفر

-۴۱ در یک دنباله حسابی مجموع جمله سوم و سیزدهم برابر 24 است، مجموع پانزده جمله اول کدام است؟

۲۱۰(۴)

۱۸۰(۳)

۱۶۰(۲)

۱۵۰(۱)

-۴۲ در یک دنباله حسابی جمله دهم 20 واحد از جمله پنجم بیشتر است. اگر مجموع جملات هشتم و دوازدهم برابر 76 باشد، حداقل چند جمله را با هم جمع کنیم که حاصل از 200 بیشتر شود؟

۱۲(۴)

۱۱(۳)

۱۰(۲)

۹(۱)

-۴۳ در یک دنباله حسابی مجموع $2n$ جمله اول از رابطه $2n^2 + 5n$ به دست می آید. جمله اول کدام است؟

۶(۴)

۳(۳)

۷(۲)

 $\frac{7}{2}(1)$

-۴۴ مجموع چهار جمله اول یک دنباله حسابی با جمله پنجم آن برابر است. جمله اول این دنباله چند برابر جمله دوم آن است؟

 $\frac{1}{2}(4)$

-۲(۳)

 $\frac{-1}{2}(2)$

۲(۱)

-۴۵ جمله اول و قدر نسبت یک دنباله حسابی n است. مجموع n جمله اول آن را باید.

 $n(n-1)(4)$ $n(n+1)(3)$ $\frac{n(n-1)}{2}(2)$ $\frac{n(n+1)}{2}(1)$

-۴۶ جمله هفتم یک دنباله حسابی 18 و قدر نسبت آن 5 است. مجموع اعداد دورقمی این دنباله کدام است؟

۹۹۶(۴)

۹۹۷(۳)

۹۹۸(۲)

۹۹۹(۱)

دنباله هندسی

اگر $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ رشته‌ای از اعداد باشند که در آن هر جمله جدید با ضرب عددی ثابت(قدرنسبت) به جمله قبلی به دست بیاید این

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \quad \text{دنباله را هندسی می نامیم و همواره داشتیم:}$$

* سه جمله‌ی متولی c, b, a تشکیل دنباله هندسی می دهند اگر و تنها اگر $a \cdot c = b^2$ و در این صورت b را واسطه هندسی بین

c, a می نامیم.

$$* \text{اگر بین دو جمله‌ی } a, b \text{ تعداد } m \text{ واسطه داشته باشیم همواره داریم: } d = \sqrt[m+1]{\frac{b}{a}} \quad \text{قدر نسبت}$$

مجموع جملات دنباله هندسی

اگر جمله نخست دنباله ای هندسی برابر a_1 و قدر نسبت آن برابر r باشد، جمله عمومی این دنباله به صورت $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ بود و

$$\text{مجموع } n \text{ جمله نخست این دنباله هندسی برابر است با: } S_n = a_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$$

$$* \text{نکته: اگر } S_n \text{ مجموع } n \text{ جمله نخست دنباله ای هندسی باشد، آنگاه } S_{n+1} - S_n = a_{n+1}$$

* در محاسبه مجموع ها گاهی به فرمول زیر نیاز احساس می شود

$$a^n - 1 = (a-1)(a^{n-1} + a^{n-2} + \dots + a + 1)$$

$$* \text{حد مجموع: اگر یک دنباله هندسی داشته باشیم که } |r| < 1 \text{ در این صورت مجموع تمام جملات دنباله}$$

-۴۷ در یک دنباله هندسی جمله سوم و هفتم به ترتیب $-32, -2$ هستند. قدر نسبت را بیابید.

-۴۸ در یک دنباله هندسی جمله پنجم هشت برابر جمله دوم است. جمله دهم چند برابر جمله هشتم است؟

$$-۴۹ \quad \text{در دنباله روپرتو مجموع تمام جملات کدام است?} \\ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{128}$$

$$-۵۰ \quad \text{حداقل چند جمله از دنباله هندسی } \dots, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots \text{ را جمع کنیم تا حاصل از } \frac{1}{999} \text{ بیشتر شود؟}$$

-۵۱ در دنباله هندسی با قدر نسبت منفی، $S_3 = 252, a_1 = 192$ ، قدر نسبت این دنباله چند است؟

-۵۲ در دنباله ای هندسی $a_7 = 6$ و $a_1 = 192$ مقدار S_6 چقدر است؟

-۵۳ در یک دنباله هندسی مجموع شش جمله اول 28 برابر مجموع سه جمله اول است. مجموع ده جمله ای اول چند برابر مجموع پنج جمله

$$248(4)$$

$$246(3)$$

$$244(2)$$

$$242(1)$$

-۵۴ در یک دنباله هندسی با قدر نسبت مثبت، مجموع چهار جمله اول برابر 12 و مجموع هشت جمله اول برابر 204 است. جمله هفتم دنباله

کدام است؟

$$\frac{64}{5}(4)$$

$$\frac{256}{5}(3)$$

$$\frac{128}{3}(2)$$

$$\frac{32}{3}(1)$$

-۵۵ حاصل $\frac{1-q^r+q^{4r}-\dots-q^{14r}}{1+q^r+q^{4r}+q^{14r}}$ به ازای $q=1-\sqrt{2}$ کدام است؟

$$2-2\sqrt{2}(4)$$

$$2+2\sqrt{2}(3)$$

$$2\sqrt{2}(2)$$

$$2\sqrt{2}-2(1)$$

-۵۶ در دنباله هندسی متناهی a_3, a_4, \dots, a_r با قدر نسبت 2 ، مجموع $a_3 + a_4 + a_5 + \dots + a_r$ چند برابر مجموع کل جملات است؟

$$\frac{4}{7}(4)$$

$$\frac{3}{7}(3)$$

$$\frac{2}{7}(2)$$

$$\frac{1}{7}(1)$$

-۵۷ در یک دنباله هندسی مجموع ده جمله اول، $\frac{33}{32}$ برابر مجموع پنج جمله اول است. نسبت جمله دوازدهم به جمله دوم کدام است؟

$q \neq 1, a \neq 0$

$$2^{-12}(4)$$

$$2^{-11}(3)$$

$$2^{-10}(2)$$

$$2^{-5}(1)$$

-۵۸ مجموع ۵ جمله اول دنباله هندسی $a_n = 2\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ کدام است؟

$$\frac{244}{81}(4)$$

$$\frac{442}{81}(3)$$

$$\frac{242}{81}(2)$$

$$\frac{422}{81}(1)$$

-۵۹ حاصل $a = \sqrt{2} + 1$ به ازای $a = \frac{a^9 - 1}{1 + a + \dots + a^8}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(4)$$

$$\sqrt{2}(3)$$

$$2(2)$$

$$\frac{1}{2}(1)$$

-۶۰ مجموع ده جمله اول دنباله هندسی $\dots, -1, y, -x, \frac{1}{\lambda}$ کدام است؟

$$\frac{-1023}{24}(4)$$

$$\frac{-1023}{12}(3)$$

$$\frac{-511}{12}(2)$$

$$\frac{-511}{24}(1)$$

-۶۱ اگر $\frac{1+q+q^2+\dots+q^n}{1+q^2+q^4+q^8} = 3$ باشد، مقدار q کدام است؟

 $\frac{1}{2}(4)$

-۲(۳)

۲(۲)

-۱(۱)

معادله درجه دوم

هر معادله درجه دوم را به صورت $ax^2 + bx + c = 0$ با شرط $a \neq 0$ نمایش می‌دهند و راه مختلفی برای حل آن ارائه می‌دهند.

یکی از متداول ترین روش‌ها روش Δ است. اگر $\Delta < 0$ معادله ریشه ندارد. اگر $\Delta = 0$ باشد دو

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

ریشه متماثل دارد که اصطلاحاً می‌گوییم یک ریشه مضاعف دارد :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

و اگر $\Delta > 0$ معادله دو ریشه دارد :

* اگر در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ بین ضرایب رابطه $a + b + c = 0$ برقرار باشد آنگاه معادله دارای دو ریشه ۱، $\frac{c}{a}$ است.

روابط بین ریشه‌های معادله درجه دوم

$$\text{در حالت } \Delta > 0 \text{ معادله دارای دو ریشه } x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ و } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ بود که جمع این دوریشه: } S = \frac{-b}{a} \text{ و ضرب دوریشه: } P = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a}, \quad \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$$

است. در بیشتر مسائل برای سهولت به جای x_1, x_2 از α, β استفاده می‌کنیم. یعنی:

-۶۲ اگر معادله $x^2 + 6x + 5k - 1 = 0$ دارای ریشه مضاعف باشد، k را بیابید.

-۶۳ اگر $x = -1$ یکی از ریشه‌های معادله $x^2 - ax - 7 = 0$ باشد، ریشه دیگر را بیابید.

-۶۴ اگر $x = -2$ یک ریشه معادله $2x^2 + (k+3)x + 3k = 0$ باشد، ریشه دیگر معادله را پیدا کنید.

-۶۵ بدون محاسبه ریشه‌ها، مجموع مربعات و مجموع مکعبات ریشه‌ها را بیابید.

-۶۶ اگر α, β ریشه‌های معادله $x^2 - 2x - 4 = 0$ باشند، محاسبه کنید:

$$\alpha^2 + \beta^2$$

$$\alpha\beta$$

$$\alpha + \beta$$

$$\text{www.my-dars.ir}$$

$$\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$$

$$\alpha^2 + \beta^2$$

-۶۷ اگر در معادله $x^2 - mx + 1 = 0$ رابطه $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = 2$ بین ریشه ها برقرار است. مقدار عددی m را بیابید.

-۶۸ در معادله $x^2 - 4x + m = 0$ یکی از ریشه ها دو واحد از ریشه دیگر بزرگ تر است. مقدار عددی m را بیابید.

-۶۹ در معادله $x^2 - 3x + m = 0$ یکی از ریشه ها دو برابر ریشه دیگر است. مقدار m را بیابید.

-۷۰ به ازای کدام مقدار k یکی از ریشه های معادله $x^2 - 6x + k + 5 = 0$ مجدور دیگری است؟

-۷۱ m را طوری بیابید که یکی از ریشه های معادله $mx^2 - 4x + 1 = 0$ سه برابر دیگری باشد. $(m \neq 0)$

-۷۲ در معادله $x^2 - 15x + m = 0$ اگر یکی از ریشه ها دو واحد از ریشه دیگر بیشتر باشد m کدام است؟

$$\frac{63}{4}$$

$$\frac{59}{4}$$

$$\frac{63}{5}$$

$$\frac{59}{5}$$

-۷۳ در معادله $x^2 - 8x + m = 0$ یک ریشه از نصف ریشه دیگر ۵ واحد بیشتر است. m کدام است؟

$$15(4)$$

$$14(3)$$

$$12(2)$$

$$10(1)$$

-۷۴ به ازای کدام مقدار m ، عدد $\frac{1}{8}$ واسطه عددی بین دو ریشه حقیقی معادله $(m^2 - 4)x^2 - 3x + m = 0$ است؟

$$-4(4)$$

$$4(3)$$

$$-3(2)$$

$$3(1)$$

-۷۵ اگر α, β, γ ریشه های معادله درجه دوم $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشند، مقدار $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ چقدر است؟

$$\sqrt{6}(4)$$

$$2(3)$$

$$\sqrt{5}(2)$$

$$6(1)$$

-۷۶ به ازای چند مقدار m معادله $mx^2 - (m^2 - 4m)x - m + 5 = 0$ دو جواب دارد که قرینه یکدیگرنند؟

$$4(\text{صفر})$$

$$3(3)$$

$$2(2)$$

$$1(1)$$

-۷۷ اگر α, β, γ ریشه های معادله $x^2 - 4\sqrt{2}x - 17 = 0$ باشند، مقدار $|\alpha - \beta|$ کدام است؟

$$10(4)$$

$$7(3)$$

$$5(2)$$

$$2(1)$$

-۷۸ اگر α, β, γ ریشه های معادله $mx^2 - 2mx + 1 + m = 0$ باشند و $2\alpha^2 + \alpha\beta - \beta^2 = 8$ ، مقدار m چقدر است؟

$$\frac{1}{3}(4)$$

$$\frac{-1}{3}(3)$$

$$-1(2)$$

$$-2(1)$$

-۷۹ اگر α, β, γ ریشه های معادله $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1} + \frac{1}{\gamma+1} = 0$ باشند، مقدار $x^2 - 2x - 4 = 0$ کدام است؟

$$4(4)$$

$$-4(3)$$

$$-3(2)$$

$$3(1)$$

-۸۰ اگر ریشه های معادله α, β کدام است؟

$$\frac{\sqrt{7+4\sqrt{2}}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{7+2\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{7+4\sqrt{2}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{7+\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

-۸۱ اگر x_1, x_2 ریشه های معادله $x^2 - 5x + 3 = 0$ باشند، مقدار $x_1^2 + 5x_2 + 9$ چقدر است؟

$$21(4)$$

$$21(3)$$

$$15(2)$$

$$11(1)$$

تشکیل معادله درجه ۲ از روی ریشه ها

اگر اعداد α, β ریشه های یک معادله درجه دوم را داشته باشیم و بخواهیم خودِ معادله را از روی ریشه ها بنویسیم داریم:

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta \\ P = \alpha\beta \end{cases} \Rightarrow x^2 - Sx + p = 0$$

-۸۲ معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه هایش ۲ و -۴ باشد.

-۸۳ معادله درجه دومی با ضرایب صحیح بنویسید که ریشه هایش ۵ و $\frac{-8}{3}$ باشد.

-۸۴ معادله درجه دومی که ریشه هایش $(\sqrt{2}-1)^2$ و $(\sqrt{2}+1)^2$ باشند، کدام است؟

$$x^2 + 10\sqrt{2}x - 1 = 0 \quad (4) \quad x^2 + 10\sqrt{2}x + 1 = 0 \quad (3) \quad x^2 - 10\sqrt{2}x - 1 = 0 \quad (2) \quad x^2 - 10\sqrt{2}x + 1 = 0 \quad (1)$$

-۸۵ اگر α, β ریشه های معادله $x^2 - 9x + 7 = 0$ باشد، معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش

الف) معکوس α, β باشد. ب) مجدور α, β باشد.

-۸۶ معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش $2-\sqrt{3}, 2+\sqrt{3}$ باشد.

-۸۷ معادله درجه دومی دارای دو ریشه $\sqrt{7}-\sqrt{2}, \sqrt{7}+\sqrt{2}$ می باشد. معادله را با ضرایب آن مشخص کنید.

-۸۸ حاصل ضرب دو عدد -۱ و حاصل جمع آنها ۴ است. آن ها را پیدا کنید.

-۸۹ ریشه های کدام معادله از معکوس ریشه های معادله $x^2 - 2x - 1 = 0$ یک واحد بیشتر است؟

$$x^2 + 2x = 0 \quad (4)$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0 \quad (3)$$

$$x^2 - 2 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 - 2x = 0 \quad (1)$$

-۹۰ ریشه های کدام معادله ، از معکوس ریشه های معادله درجه دوم $2x^2 - 3x - 1 = 0$ یک واحد کمتر است؟

$$x^2 + 5x + 2 = 0 \quad (4)$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0 \quad (3)$$

$$x^2 + 3x + 1 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (1)$$

-۹۱ - اگر ریشه های معادله α, β باشند، مجموعه جواب های کدام معادله به صورت $\left\{ \frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1 \right\}$ است؟

$$4x^3 - 3x - 1 = 0 \quad (4)$$

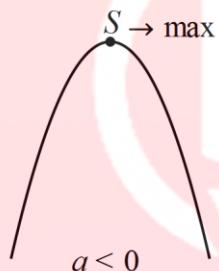
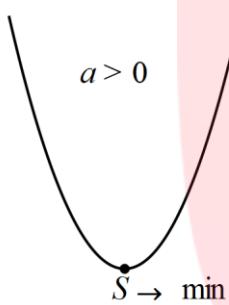
$$4x^3 - 5x - 1 = 0 \quad (3)$$

$$4x^3 - 3x + 1 = 0 \quad (2)$$

$$4x^3 - 5x + 1 = 0 \quad (1)$$

نمودار تابع درجه ۲ (سهمی) و ماکزیمم و مینیمم

نمودار تابع با ضابطه $y = ax^2 + bx + c$ یک سهمی است که راس آن از فرمول $x = \frac{-b}{2a}$ طول راس به دست می آید.



سهمی و $y = \frac{-\Delta}{4a}$ را مقدار مینیمم یا ماکزیمم سهمی میگوییم.

* اینکه یک سهمی ماکزیمم دارد یا مینیمم را از روی علامت ضریب x^2 یعنی a مشخص می کنیم. به این صورت که اگر $a > 0$

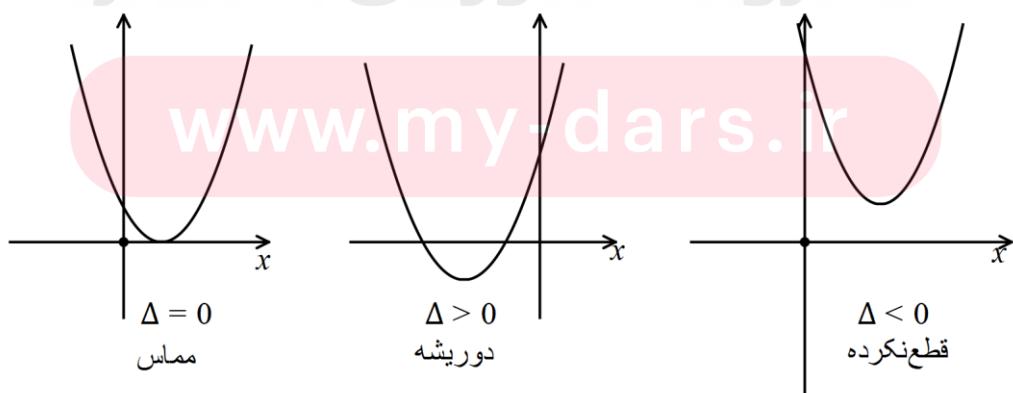
منحنی رو به بالا و می نیمم دارد و اگر $a < 0$ منحنی رو به پایین و ماکزیمم دارد.

* محل تلاقی منحنی با محور عرض ها مقدار و علامت c را مشخص میکند.

* در محل تلاقی منحنی با محور y ها خطی مماس بر منحنی می کشیم اگر شیب خط مثبت باشد $b > 0$ و اگر شیب خط مماس منفی باشد $b < 0$ است.

** محل تلاقی منحنی با محور x ها جوابهای معادله $ax^2 + bx + c = 0$ است. یعنی اگر دلتای معادله نظیر

مثبت باشد منحنی محور طولها را در دو نقطه قطع میکند اگر دلتا منفی باشد، منحنی محور طولها را قطع نمیکند و اگر دلتا صفر باشد منحنی بر محور x ها مماس است.



* در صورتی که نمودار یک سهمی را داده باشند و معادله سهمی را بخواهند به روش‌های زیر دقیق‌تری کنید:

۱- اگر نمودار محور طول‌ها را در دو نقطه x_1 , x_2 قطع کرده باشد معادله به صورت $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ خواهد بود

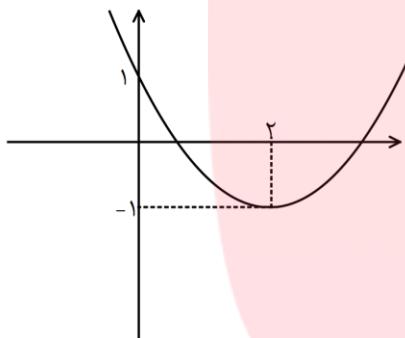
۲- اگر نمودار در نقطه‌ای به طول α بر محور x ها مماس بود معادله سهمی به صورت $y = a(x - \alpha)^2$ خواهد بود

۳- نقاطی از سهمی که مختصات آنها داده شده را می‌توان در معادله سهمی جایگذاری کرد

$$4- \text{همواره طول راس را می‌توان با فرمول } x = \frac{-b}{2a} \text{ محاسبه کرد}$$

-۹۲ تابع f با ضابطه $y = -4x^2 - 4x - 4$ مفروض است. مقدار مینیمم تابع f را تعیین کنید.

-۹۳ در شکل زیر نمودار سهمی به معادله $P(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. ضرایب c, b, a را تعیین کنید.



-۹۴ اگر تابع $y = (1-m)x^2 + mx - 6$ در نقطه‌ای به طول ۱-ماکزیمم داشته باشد، مقدار m را بیابید

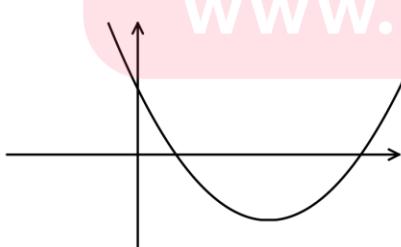
-۹۵ بیشترین مقدار تابع $f(x) = -x^2 + 4x + 1$ را تعیین کنید.

-۹۶ با توجه به شکل، سهمی به معادله $y = -2x^2 - 2mx - m^2 + 3$ در چه نقطه‌ای محور عرض‌ها را قطع می‌کند؟



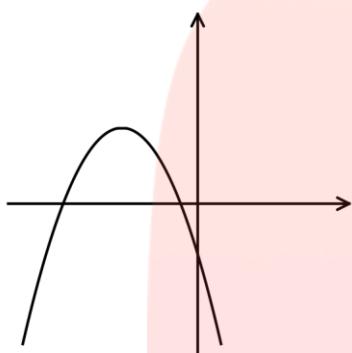
-۹۷ در شکل زیر، سهمی به معادله $P(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. علامت ضرایب a, b, c و تعداد جواب‌های معادله

$ax^2 + bx + c = 0$ را تعیین کنید.

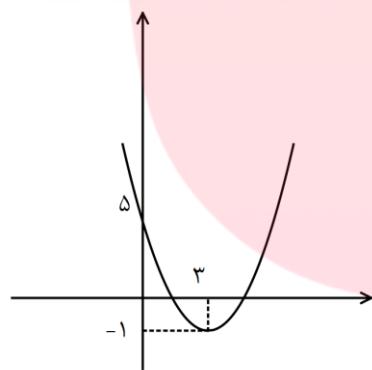


-۹۸ در شکل روبرو سهمی به معادله $P(x) = ax^r + bx + c$ داده شده است. علامت ضرایب c, b, a و تعداد جواب های معادله

$ax^r + bx + c = 0$ را تعیین کنید.



-۹۹ در شکل زیر، سهمی به معادله $P(x) = ax^r + bx + c$ داده شده است. حاصل ضرب ریشه های چند جمله کدام است؟



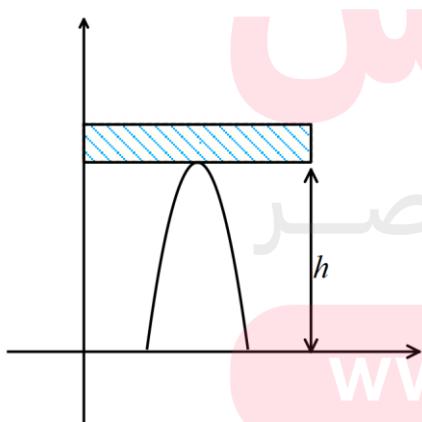
$$\frac{15}{2}$$

$$\frac{8}{3}$$

۶(۱)

۱۰(۳)

-۱۰۰ در شکل مقابل معادله منحني طاق $f(x) = -x^r + 6x - 5$ است. ارتفاع طاق (يعني مقدار h) چقدر است؟



$$\frac{3}{5}(۲)$$

$$\frac{4}{5}(۴)$$

۳(۱)

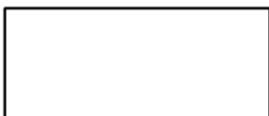
۴(۳)

-۱۰۱ (الف) بیش ترین مقدار تابع $f(x) = -x^r + 5x - 7$ را به دست آورید.

(ب) کم ترین مقدار تابع $f(x) = 2x^r + 8x - 9$ را به دست آورید.

-۱۰۲ کشاورزی می خواهد در کنار رودخانه با حصاری به طول ۲۰ متر، زمینی را برای خودش مرزبندی کند. بیش ترین مساحتی که می تواند

مشخص کند چقدر است؟



۱۰۳ - اگر بیش ترین مقدار تابع $y = -x^3 + kx + k$ باشد، مقدار k کدام است؟

۲۶(۴)

۲۴(۳)

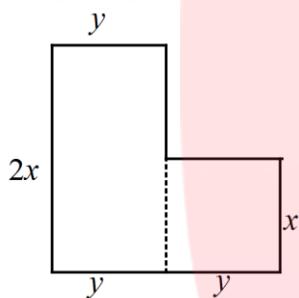
۶(۲)

۱) ۴ صفر

۱۰۴ - دو برابر عددی از عدد دیگر ۶ واحد بیشتر است. اگر حاصل ضرب آنها می نیم باشد، مجموع آن دو عدد کدام است؟

 $\frac{1}{2}(۴)$ $\frac{3}{2}(۳)$ $\frac{-1}{2}(۲)$ $\frac{-3}{2}(۱)$

۱۰۵ - با طنابی به طول ۴۰ متر زمینی به شکل مقابل را محصور کرده ایم. بیش ترین مساحت محصور شده ی ممکن کدام است؟



۷۵(۲)

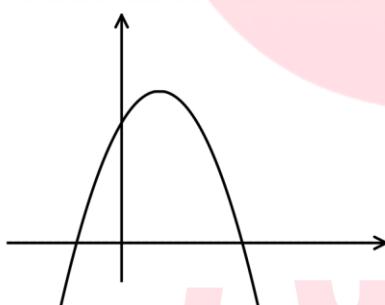
۵۰(۱)

۱۲۵(۴)

۱۰۰(۳)

۱۰۶ - نمودار تابع $f(x) = ax^3 + bx + c$ در شکل مقابل رسم شده است.

اگر S مجموع صفرهای تابع f باشد، کدام گزینه درست است؟

 $c < 0, S < 0(۲)$ $c > 0, S > 0(۱)$ $c > 0, S < 0(۴)$ $c < 0, S > 0(۳)$ 

۱۰۷ - اگر $x = 2$ یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + x + 6$ باشد، مجموع مربع های ریشه های دیگر تابع چقدر است؟

۱۰(۴)

۱۶(۳)

۱۴(۲)

۱۲(۱)

۱۰۸ - بدون حل معادله و با استفاده از P, S, Δ در مورد تعداد و علامت ریشه های معادله های درجه ۲ زیر بحث کنید.

$$2x^3 - 5x + 3 = 0(۳)$$

$$-x^3 - 4x - 3 = 0(۲)$$

$$5x^3 - 7x - 5 = 0(\text{الف})$$

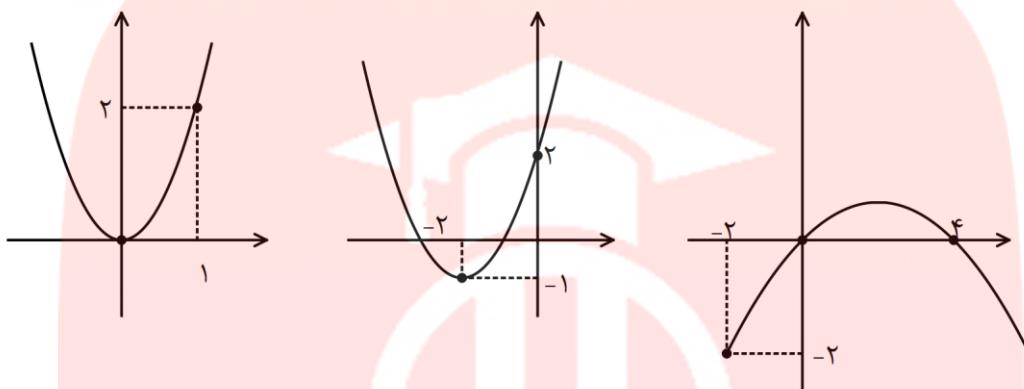
۱۰۹ - حدود m برای آنکه معادله $(m-1)x^3 + mx + m - 3 = 0$ دو ریشه مختلف العلامت داشته باشد، چیست؟

۱۱۰ - مقدار m را برای آنکه معادله $mx^3 + (m^2 - 4)x + m - 3 = 0$ دو ریشه قرینه داشته باشد، بدست آورید.

۱۱۱ - حدود k را طوری بیابید که معادله $x^3 - x + k = 0$ دارای دو ریشه مثبت باشد.

۱۱۲- اگر یکی از ریشه های معادله $x(ax^2 - x - 5) = 2$ برابر ۲ باشد، مجموع دو ریشه دیگر کدام است؟

۱۱۳- در تابع درجه دوم $ax^2 + bx + c$ در هر یک از حالت های زیر ضرایب a, b, c را تعیین کنید.



۱۱۴- راس سهمی $y = x^2 + 2x$ و نقاط تلاقی سهمی با محور x ها سه راس یک مثلث هستند. مساحت این مثلث کدام است؟

۳(۴)

 $\frac{3}{2}(3)$

۱(۲)

 $\frac{1}{2}(1)$

معادلات گویا و گنگ

الف) معادلات گویا: روش های مختلفی برای حل معادلات گویا وجود دارد

۱- طرفین وسطین $\frac{\Box}{\Box} = \frac{\Delta}{\Delta} \Rightarrow \Box x \circ = \Delta x \circ$ فقط باید دقت کنید که جواب به دست آمده هیچ کدام از مخرج ها را صفر نکند.

۲- ضرب در ک.م.م برای یافتن ک.م.م باید تمام مخرج ها را تجزیه کنیم و از جملات مشترک بالاترین توان و از غیرمشترک ها تمام انها را در ک.م.م می آوریم.

۳- روش تغییر متغیر: این روش تنها مختص این معادلات نیست. هرجا عبارتی تکرار شده باشد میتوان کل آن عبارت را t گرفت.

نسبت طلایی:

اگر در یک مستطیل طول را x و عرض را y در نظر بگیریم و رابطه $\frac{x}{x+y} = \frac{y}{x}$ برقرار باشد می گوییم در این مستطیل نسبت

www.my-dars.ir

طلایی برقرار است. نسبت $k = \frac{x}{y}$ را نسبت طلایی گوییم.

ب) معادلات گنگ: با توجه به نوع مساله روش های متفاوتی وجود دارد.

۱- اگر تنها دو رادیکال در دو طرف معادله داشته باشیم و پشت رادیکالها هم علامت باشد میتوان دو طرف را به توان ۲ رساند تا از شر

رادیکال خلاص شویم

۲- اگر چند رادیکال داشته باشیم و نتوان آن را به صورتی در آورد که یکی از رادیکال ها یکطرف و آن یکی در طرف دیگر باشد)

یعنی رادیکالها به جز خودشان با عبارت دیگری جمع شده باشند) در این صورت سعی می کنیم یکی از رادیکالها سمت راست و یکی

سمت چپ باشد و به توان می رسانیم. (اتحاد را دقت کنید)

۳- اگر معادله به صورت $= \sqrt{+} + \sqrt{+}$ باشد ، عبارت های زیر رادیکال را صفر قرار می دهیم و ریشه مشترک را به عنوان جواب قبول

می کنیم.

$$\frac{\frac{6}{x+1}}{\frac{3}{x}} = 1 + \frac{x}{\frac{2}{x}+1} \quad \text{معادله ۱۱۵}$$

۱۱۶- با در نظر گرفتن یک تغییر متغیر مناسب، معادله مقابل را حل کنید. $(x^3 + 5x)^3 - 2(x^3 + 5x) - 24 = 0$

$$\left(\frac{x^3}{3} - 2\right)^3 - 11\left(\frac{x^3}{3} - 2\right) + 10 = 0 \quad \text{۱۱۷}$$

۱۱۸- جواب های معادله $x^5 + 25 = 26x^3$ را بدست آورید.

۱۱۹- به ازای چه مقادیری از y ، تساوی $9(y+1)^3 + 20 = 9(y+1)^5$ برقرار است؟

۱۲۰- معادله های زیر را حل کنید

$$\frac{1}{(x-2)^3} + \frac{4}{x-2} = -3 \quad \text{ب)}$$

$$\frac{x}{x-3} + \frac{3}{x-1} = 5 \quad \text{الف)}$$

$$\frac{5}{x} - \frac{4}{x(x-2)} = \frac{x-4}{x-2} \quad \text{ت)$$

$$\frac{x^3 - x - 1}{x^3 - 9} = \frac{2}{x-3} - \frac{3}{x+3} \quad \text{پ)}$$

$$\frac{3t+5}{t^3+5t} + \frac{t+4}{t+5} = \frac{t+1}{t} \quad \text{ق)}$$

$$\frac{x-2}{x-4} = \frac{x-1}{x+3} \quad \text{ث)}$$

$$\frac{x+a}{x} - \frac{x}{x+a} = \frac{4a}{x+a} \quad \text{باشد.}$$

۱۲۱- مقدار a را طوری بیابید که $x=1$ ریشه معادله $\frac{x+a}{x} - \frac{x}{x+a} = \frac{4a}{x+a}$ باشد.

۱۲۲- معادله های زیر را حل کنید

$$2 + \sqrt{1+x} = x - 3 \quad (\text{پ})$$

$$2\sqrt{x} = \sqrt{3x+9} \quad (\text{ب})$$

$$\sqrt{2-x^2} = x \quad (\text{الف})$$

$$\sqrt{x+\sqrt{x-2}} - \sqrt{2x-2} = 0 \quad (\text{ت})$$

۱۲۳- معادله های زیر را حل کنید.

$$\frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} = \sqrt{x} \quad (\text{ب})$$

$$\sqrt{x+1} - \frac{2}{\sqrt{x+1}} = 1 \quad (\text{الف})$$

$$\sqrt{5x-1} - \sqrt{x-1} = 2 \quad (\text{ت})$$

$$\frac{1-x}{x+1} = \sqrt{x+1} \quad (\text{پ})$$

۱۲۴- معادله $y = 2(\sqrt{4-x})^2 - 4 + \sqrt{x}$ را حل کنید.

۱۲۵- بدون حل معادله جواب های معادله زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{2-x} + \sqrt{x+2} + 1 = 0 \quad (\text{ب})$$

$$\sqrt{x^2-1} + \sqrt{1-x} = 0 \quad (\text{الف})$$

$$\sqrt{x-2} + \sqrt{1-x} = 3 \quad (\text{پ})$$

۱۲۶- در هر معادله، مقدار متغیر خواسته شده را بر حسب متغیرهای دیگر بدست آورید.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad (q = ?) \quad (\text{الف})$$

$$V = \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad (m = ?) \quad (\text{ب})$$

۱۲۷- حاصل ضرب ریشه های معادله $\frac{x}{2x+1} - \frac{1}{2x-2} = 0$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$\frac{-3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{-1}{2} \quad (1)$$

۱۲۸- تعداد جواب های معادله $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$ کدام است؟

۱۲۹- معادله $-1 = 2x + \frac{3}{x}$ چه وضعیتی دارد؟

(۱) دوریشه مثبت
(۲) دوریشه حقیقی ندارد
(۳) دو ریشه منفی دارد
(۴) ریشه مضاعف دارد

(۱) صفر

۱۳۰- عرض یک مستطیل طلایی $\sqrt{5} + 3$ است. مساحت این مستطیل چند است؟

۲۲ + ۱۰ $\sqrt{5}$ (۴)

۱۹ + ۷ $\sqrt{5}$ (۳)

۱۸ + ۵ $\sqrt{5}$ (۲)

۱۷ + ۴ $\sqrt{5}$ (۱)

۱۳۱- یک مستطیل با محیط $2(\sqrt{5} + 1)$ و با نسبت طلایی، (می دانیم k مثبت است) طول مستطیل را بیابید.

۱۳۲- اگر $x = 4$ یکی از جواب های معادله $x + a = \sqrt{5x - x^2}$ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

(۴) جواب دیگر ندارد

۳(۳)

۲(۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۱۳۳- حاصل ضرب ریشه های حقیقی معادله $x^2 + 4x + 3 = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ کدام است؟

۴(۴)

۲(۳)

۱(۲)

-۲ (۱)

۱۳۴- اگر $\sqrt{x^2 + 4y - 1} + \sqrt{x^2 - 9} = 0$ باشد، y کدام است؟

۲(۴)

-۳(۳)

۹(۲)

-۲(۱)

۱۳۵- تعداد و علامت جواب های معادله $\sqrt{x+6} - \sqrt{2x+5} = 1$ چگونه است؟

(۱) فقط یک ریشه منفی

(۲) فقط یک ریشه مثبت

(۳) دو جواب مثبت و منفی

(۴) دو جواب مثبت

(۱) صفر

۱۳۶- معادله $\sqrt{2 + \sqrt{x - 5}} = \sqrt{13 - x}$ چند ریشه دارد؟

۳(۴)

۲(۳)

۱(۲)

(۱) صفر

۱۳۷- اگر یک جواب معادله $\frac{a}{x^2 + 2x - 3} + \frac{a}{2x - 2} = \frac{x-1}{x^2 + x - 6}$ برابر ۳ باشد، جواب دوم کدام است؟

۲(۴)

۳(۳)

۵(۲)

۴(۱)

۱۳۸- مجموع ریشه های معادله $\left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - 7\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + 6 = 0$ کدام است؟

۶(۴) $2(3 - \sqrt{6})$ (۳) $2(3 + \sqrt{6})$ (۲)

(۱) صفر

۱۳۹- مجموع ریشه های معادله $(x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0$ کدام است؟

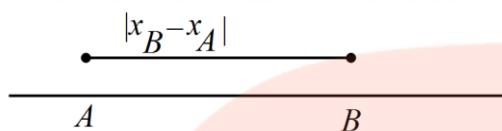
۴(۴)

۲(۳)

-۲(۲)

-۴(۱)

www.my-dars.ir

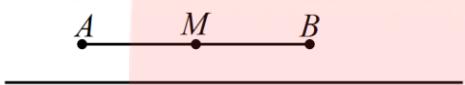


هندسه تحلیلی

نکات مهم:

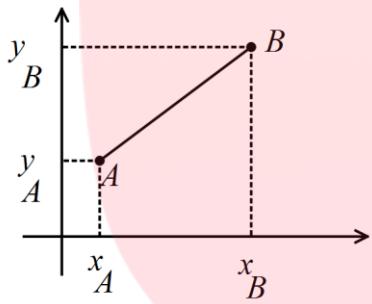
۱- در روی هر محور مختصاتی فاصله دو نقطه B, A به صورت $AB = |x_B - x_A|$ تعریف می‌شود.

۲- برای یافتن وسط یک پاره خط میانگین ابندآ و انتهای را محاسبه می‌کنیم



$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

۳- فاصله دو نقطه در دستگاه مختصات دکارتی:



$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

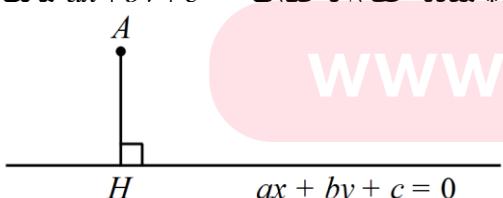
۴- مختصات وسط یک پاره خط

۵- شیب خط گذرنده از نقاط $B(x_2, y_2), A(x_1, y_1)$

۶- اگر دو خط موازی باشند شیب آنها برابر است و اگر دو خط عمود بر هم باشند شیب آنها قرینه و عکس هم است.

۷- برای نوشتن معادله یک خط باید یکی از این دو شرط را داشته باشیم یا دو نقطه از خط را داشته باشیم و یا شیب و یک نقطه از خط

$$A\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$$

۸- فاصله نقطه $A\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ تا خط d : * ابتدا معادله خط d را می‌نویسیم * معادله خط d به صورت $ax + by + c = 0$ مدت می‌کنیم.

$$AH = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

۹- فاصله دو خط موازی:

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

ابتدا باید با روش های مناسب ضرایب x, y را یکی کنیم سپس:

۱۴۰- در مثلث ABC به رؤوس $A(-1, 7)$, $B(-6, -2)$ و $C(3, 3)$, طول ارتفاع AH را بدست آورید.

۱۴۱- خط های $mx + 3y - 6 = 0$ و $4x + ny - 8 = 0$ بر هم عمودند. اگر $m + n = 4m - 3n$ مقدار $m + n$ کدام است؟

$$\frac{-1}{2}(4)$$

$$\frac{-1}{3}(3)$$

$$\frac{1}{3}(2)$$

$$\frac{1}{2}(1)$$

۱۴۲- نشان دهید نقطه $P(-12, 11)$ روی عمودمنصف پاره خط واصل دو نقطه $A(0, -3)$ و $B(6, 15)$ قرار دارد.

۱۴۳- فاصله ای نقطه $A(3, 5)$ از خط به معادله $2x - y = 3$ را به دست آورید.

۱۴۴- اگر فاصله نقطه $A(1, 2)$ از خط $ax + 4y = 1$ باشد، مقدار a چقدر است؟

۱۴۵- معادله عمود منصف پاره خط AB که در آن $A(-1, 3)$ و $B(7, 5)$ می باشد را بنویسید.

۱۴۶- نقطه ای روی محور x ها بیابید که فاصله آن تا نقطه $A(2, 1)$ برابر $\sqrt{10}$ شود. (مساله چند جواب دارد؟)

۱۴۷- نقطه $(a, 2a)$ مرکز دایره ای گذرنده بر دو نقطه $(2, 1)$ و $(-1, 4)$ است. شعاع این دایره چقدر است؟

۱۴۸- خط a به معادله $3y - x = 5$ و خط d به معادله $(m-1)x + 2y - 2 = 0$ مفروضند.

الف) مقدار m را چنان بیابید که دو خط d و a بر هم موازی باشند.

ب) مقدار m را چنان بیابید که دو خط d و a بر دهم عمود باشند.

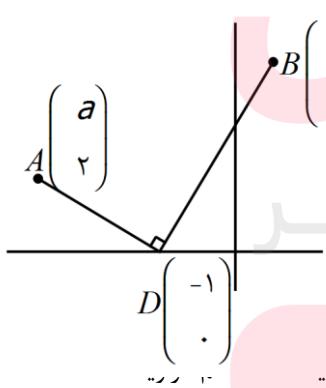
۱۴۹- در شکل مقابله مقدار a کدام است؟

$$-6(2)$$

$$-7(1)$$

$$-3(4)$$

$$-5(3)$$



۱۵۰- مثلث ABC به رؤوس $C(2, 0)$, $B(-1, -3)$, $A(1, 1)$ مفروض است. به دو روش مختلف نشان

۱۵۱- معادله عمود منصف پاره خط میان نقاطه های $B(5, 4)$, $A(-3, 1)$ کدام است؟

$$6x + 16y = 21 \quad (4)$$

$$16x + 6y = 21 \quad (3)$$

$$16x + 6y = 31 \quad (2)$$

$$6x + 16y = 31 \quad (1)$$

۱۵۲- طول ارتفاع وارد از راس B در مثلث با راس های $C(3, -1)$, $B(-2, 1)$, $A(1, 3)$ کدام است؟

$$\frac{8}{\sqrt{29}} \quad (4)$$

$$\frac{16}{\sqrt{5}} \quad (3)$$

$$\frac{16}{\sqrt{29}} \quad (2)$$

$$\frac{8}{\sqrt{5}} \quad (1)$$

۱۵۳- ثابت کنید نقاط $D(6, 3), C(4, -1), B(2, 3), A(4, 7)$ رئوس یک لوزی هستند. سپس مساحت آن را حساب کنید.

۱۵۴- اگر $ABCD$ یک مستطیلی به رئوس $D(-2, 2), C(-2, -1), B(3, -1), A(3, 2)$ باشد، ثابت کنید دو قطر BD, AC منصف یکدیگرند.

۱۵۵- خط $5 = 5$ روی محيط دایره باشد. فاصله مرکز دایره $M(5, -4)$ به مرکز $d: 3x + 4y = 0$ مفروض است. اگر نقطه c روی محيط دایره باشد. فاصله d به دایره را مشخص کنید.

۱۵۶- نقاطی روی خط $y = 2x - 1$ بیابید که فاصله آنها از مبدأ مختصات با فاصله آنها از خط $3y - 4x = 2$ برابر باشد.

۱۵۷- دو انتهای یکی از قطرهای دایره ای نقاط $B(4, 2), A(2, -4)$ هستند.

(الف) اندازه شعاع و مختصات مرکز این دایره را بیابید.

(ب) آیا نقطه $C(6, -2)$ بر روی محيط دایره قرار دارد؟ چرا؟

۱۵۸- اگر $M(a, b)$ نقطه ای روی سهمی $y = x$ باشد که از دو نقطه $B(1, -2), A(-2, 1)$ به یک فاصله باشد، مختصات M را مشخص کنید.

۱۵۹- فاصله نقطه $(m, 0)$ از $A(2, 0)$ دو برابر فاصله A از نقطه $C(2m - 1, 0)$ است. حاصل ضرب مقدارهای ممکن برای m کدام است؟

$$\frac{32}{15} \quad (4)$$

$$\frac{16}{15} \quad (3)$$

$$\frac{32}{5} \quad (2)$$

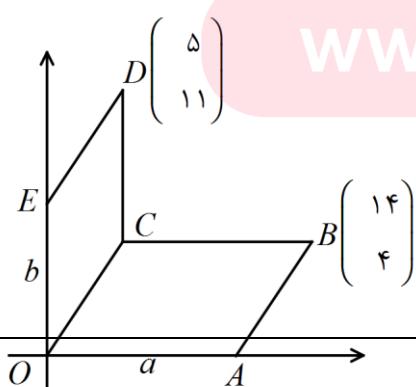
$$\frac{16}{5} \quad (1)$$

۱۶۰- در مثلث ABC به رئوس $A(-1, 6)$ و $C(3, 1)$ و $B(5, -1)$ ، طول میانه CM و معادله میانه $'BM$ را بدست آورید.

۱۶۱- مساحت مربعی را بیابید که یک راس آن به مختصات $(-1, 3)$ و یک ضلع آن واقع بر خط $4y + 1 = 3x$ باشد.

۱۶۲- دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط به معادلات $3y = x + 1$ و $2y = x - 2$ هستند. مساحت این مربع چقدر است؟

۱۶۳- در شکل مقابل $OABC, OCDE$ متوازی الاضلاع هستند. مقدار $a + b$ چقدر است؟



www.my-dars.ir

۱۵۲

۱۴۱

۱۸۴

۱۶۳

۱۶۴- برای مثلث به رئوس $C = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ مطلوب است

الف) محل برخورد ارتفاع های مثلث

۱۶۵- معادله میانه وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه ای که با محور مختصات و خط $x + 2y = 12$ تشکیل می شود کدام است؟

$$2x + y = 0 \quad (4)$$

$$x - y = 0 \quad (3)$$

$$x - 2y = 0 \quad (2)$$

$$x + 2y = 0 \quad (1)$$

۱۶۶- اگر فاصله نقطه $A(1, 2)$ از نقطه $B(2, m)$ برابر m است. مقدار m کدام است؟

$$\frac{5}{4} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{4}{5} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

۱۶۷- دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط $2x - 2y = 3$ ، $y = x + 1$ هستند. مساحت این مربع چقدر است؟

$$\frac{25}{4} \quad (4)$$

$$\frac{25}{8} \quad (3)$$

$$\frac{9}{4} \quad (2)$$

$$\frac{9}{8} \quad (1)$$

۱۶۸- فاصله خط های موازی $ax + 3y + 5 = 0$ ، $2x + y + k = 0$ ، اگر $k > 0$ ، مقدار $a + k$ چقدر است؟

$$\frac{53}{3} \quad (4)$$

$$\frac{47}{3} \quad (3)$$

$$\frac{35}{3} \quad (2)$$

$$\frac{32}{3} \quad (1)$$

۱۶۹- دو نقطه i $A(4, 10)$ ، $B(-2, 8)$ را در نظر بگیرید.

الف) فاصله ای نقطه i $(3, 2)$ از وسط پاره خط AB را به دست آورید.

ب) معادله ای عمود منصف پاره خط AB را بنویسید.

۱۷۰- نقطه i $C = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ رأس های یک مثلث را تشکیل می دهند:

الف) مثلث را رسم کنید.

ب) طول اضلاع و محیط مثلث را محاسبه کنید. پ) نوع این مثلث را از لحاظ قائم الزاویه یا متساوی الساقین بودن مشخص کنید.