

نام :

به نام خدا

تاریخ :

نام خانوادگی :

پایه : یازدهم

۱- نقطه‌ای در ناحیه اول دستگاه مختصات روی خط  $y = x$  بیابید که فاصله آن تا مبدأ مختصات برابر  $\sqrt{8}$  باشد.

۲- عرض از مبدأ خطی را که از محل برخورد دو خط  $3x - 4y = 23$  و  $-2x + 7y = -24$  می‌گذرد و بر نیم‌ساز ربع دوم و چهارم عمود باشد را بیابید.

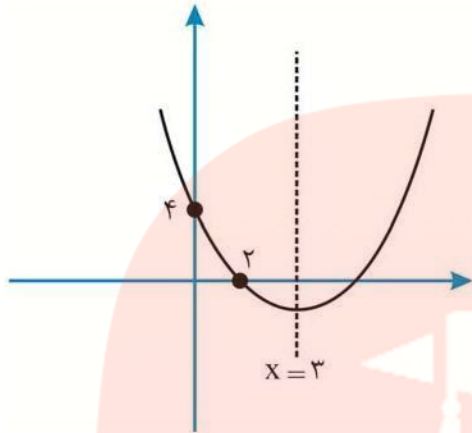
# مای درس

۳- خطی که از دو نقطه  $A(2\sqrt{3}, 0)$  و  $B(\sqrt{3}, 1)$  می‌گذرد، با محور  $y$  چه زاویه‌ای را می‌سازد؟

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)



۴- معادله سهمی متناسب با شکل زیر را بنویسید.



۵- معادله درجه دومی را بنویسید که جواب‌های آن قرینه جواب‌های معادله  $3x^2 + 7x - 2 = 0$  باشد.

(بدون حل معادله)

۶- چهارضلعی ساخته شده با خط‌های زیر چگونه چهارضلعی است؟

$$y = 2x + 5, 2y + x = 1, y = 2x + \frac{1}{5}, 4y - 2x - 1 = 0$$

۷- توپی را به طور عمودی پرتاب می‌کنیم.  $t$  ثانیه پس از پرتاب در ارتفاع  $h$  متری از سطح زمین قرار دارد. که در آن

$$h(t) = 10t - 5t^2$$

الف) چه قدر طول می‌کشد تا توپ به بالاترین ارتفاع ممکن برسد؟

ب) ارتفاع اوج توپ را محاسبه نمایید.

ج) چند ثانیه پس از پرتاب توپ به زمین برمی‌گردد؟

کلاسهای ریاضی مقدماتی ویزن

www.my-dars.ir

۸- معادله  $x^2 - 3x + 4 = 0$  مفروض است.

با فرض این که  $x_1$  و  $x_2$  جواب‌های معادله باشد بدون حل معادله مطلوب است:

الف)  $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$

ب)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$  سه رأس مثلث باشد. معادله‌ی ارتفاع وارد بر ضلع BC را بنویسید.

۱۰- مساحت مربعی که مختصات یک رأس آن  $A \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$  و معادله قطر آن  $y - 2 = 3x$  باشد را بیاید.

# مای درس

۱۱- چهارضلعی ABCD به طوری که  $D = (0, -1)$  و  $C = (-1, 3)$  و  $B = (3, 4)$  و  $A = (4, 0)$  را در نظر بگیرید. اگر وسط اضلاع این چهارضلعی را به طور متوالی به هم وصل کنیم، مساحت شکل حاصل را محاسبه نمایید.

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

۱۲- معادله نیم‌ساز دو خط  $3x + 2y + 1 = 0$  و  $2x + 3y - 4 = 0$  را بیابید.

۱۳- معادلات زیر را حل کنید.

الف)  $\sqrt{x^2 - x - 6} + \sqrt{x^2 - 5x^2 - 2x + 24} = 0$

ب)  $(x^2 + \sqrt{x+1})^2 + x^2 + \sqrt{x-1} = 0$

۱۴- محیط دایره‌ای که خط  $y = 3x - 2$  قطر آن و از نقاط  $(2, 3)$  و  $(4, 1)$  بگذرد را بیابید.

۱۵- اگر خطوط  $3x - 4y + 2 = 0$  و  $8y - 6x - 5 = 0$  دو ضلع مربع باشند، اندازه قطر دایره را محاسبه نمایید.

# مای دررس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)



-۳

شناسنامه علمی:

سطح سؤال: ساده

حل:

$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{0 - 1}{-2\sqrt{3} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan \alpha \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \beta = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

-۴

شناسنامه علمی:

سطح سؤال: ساده

حل:

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{cases} f(0) = 4 \rightarrow C = 4 \\ f(2) = 0 \rightarrow 4a + 2b + 4 = 0 \quad (I) \\ \frac{-b}{2a} = 3 \rightarrow b = -6a \quad (II) \end{cases}$$

$$(I), (II) \rightarrow a = \frac{1}{2}, b = -3$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4$$

www.my-dars.ir

شناسنامه علمی:

سطح سؤال: ساده

حل:

اگر  $x_1$  و  $x_2$  جوابهای معادله  $3x^2 + 7x - 2 = 0$  باشد آن گاه  $x_1' = -x_1$  و  $x_2' = -x_2$  جوابهای معادله جدید خواهد بود.

$$S' = x_1' + x_2' = \frac{7}{3}$$

$$P' = x_1'x_2' = (-x_1)(-x_2) = x_1x_2 = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow x^2 - Sx + P' = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{7}{3}x - \frac{2}{3} = 0$$

شناسنامه علمی:

سطح سؤال: متوسط

حل:

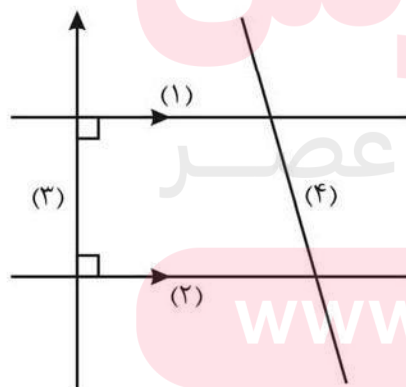
$$۱) y = 2x + 5 \rightarrow m = 2$$

$$۳) 2y + x = 1 \rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

$$۲) y = 2x + \frac{1}{5} \rightarrow m = 2$$

$$۴) 4y - 2x - 1 = 0 \rightarrow m = \frac{1}{2}$$

خطوط (۱) و (۲) با هم موازی‌اند.



هر یک از خطوط (۲) و (۱) بر (۳) عمودند و خط (۴) بر هیچ‌یک نه عمود

است و نه موازی. در این صورت چهارضلعی فرضی

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

کلاسهای ریاضی مقدماتی و پیش

-7

شناسنامه علمی:

سطح سؤال: متوسط

حل:

$$h(t) = -5t^2 + 100t$$

$$a = -5 < 0 \Rightarrow \downarrow_{\max} \Rightarrow \begin{cases} t_{\max} = -\frac{b}{2a} = 10 \rightarrow \text{الف} \\ h_{\max} = -\frac{\Delta}{4a} = 500 \rightarrow \text{ب} \end{cases}$$

$$h = 0 \rightarrow -5t^2 + 100t = 0 \begin{cases} t = 0 \text{ ق.ق} \\ t = 20 \text{ ق.ق} \end{cases}$$

ج

-8

شناسنامه علمی:

سطح سؤال: متوسط

حل:

$$\text{الف) } \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2 = x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2 = 7 \rightarrow \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{7}$$

$$\text{ب) } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = \frac{S}{P} = \frac{-b}{C} =$$

www.my-dars.ir



شناسنامه علمی:

سطح سؤال: متوسط

حل:

ارتفاع وارد بر ضلع BC خطی است که از نقطه A می‌گذرد و بر BC عمود است.

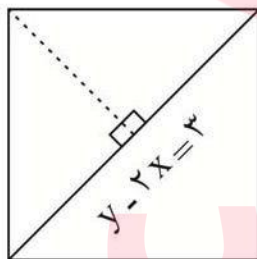
$$m_{BC} = \frac{3-1}{2-(-2)} = \frac{1}{2} \quad m_{AH} = -2, A = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad m_{AH} = -2$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y = -2x - 2$$

شناسنامه علمی:

سطح سؤال: متوسط

حل:



$$d = \frac{|2 - (-2) - 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|1|}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$S = \frac{d^2}{2} = \frac{\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2}{2} = \frac{1}{10}$$

گروه آموزشی عصر

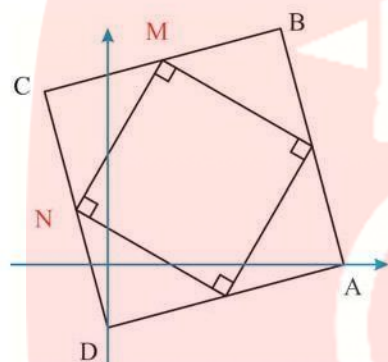
www.my-dars.ir

شناسنامه علمی:

سطح سؤال: سخت

حل:

$$|AB| = |BC| = |CD| = |DA| = \sqrt{17}$$



$$m_{CB} = -\frac{1}{m_{AB}} \Rightarrow \text{اضلاع بر هم عمودند}$$

$$m_{AB} = -\frac{1}{m_{DA}}$$

چون هم اضلاع بر هم عمودند و چهار ضلع برابر است بنابراین شکل حاصل مربع است.

$$\text{نقطه میانی } AB = \left(\frac{y}{2}, 2\right) \text{ و } BC = \left(1, \frac{y}{2}\right) \text{ و } DA = \left(2, -\frac{1}{2}\right) \text{ و } CD = \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$$

شکل حاصل از متصل نمودن وسط اضلاع مربع نیز مربع است.

پس برای یافتن مساحت کافی است اندازه طول یک ضلع آن را محاسبه نموده:

$$\begin{array}{l} \text{وسط } CD \\ \uparrow \\ |MN| = \sqrt{\left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2 + \left(\frac{y}{2} - 1\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{34}{4}} \\ \downarrow \\ \text{وسط } BC \end{array}$$

$$S = |MN|^2 = \left(\sqrt{\frac{34}{4}}\right)^2 = \frac{34}{4} = 8\frac{1}{2}$$

مای درسی  
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

شناسنامه علمی:  
سطح سؤال: سخت

حل:

فرض کنید  $(a, b)$  نقطه دلخواهی روی نیمساز باشد. فاصله‌ی آن را تا دو خط یافته و مساوی هم قرار می‌دهیم.

$$\frac{|2a+3b-4|}{\sqrt{2^2+3^2}} = \frac{|3a+2b+1|}{\sqrt{3^2+2^2}}$$

$$\Rightarrow 2a+3b-4 = \pm(3a+2b+1)$$

$$2a+3b-4 = 3a+2b+1 \rightarrow b = a+5 \rightarrow y = x+5$$

$$2a+3b-4 = -(3a+2b+1) \rightarrow b = -a + \frac{3}{5} \rightarrow y = -x + \frac{3}{5}$$

شناسنامه علمی:  
سطح سؤال: سخت

حل:

الف) حاصل رادیکال‌های دارای فرجه‌ی زوج نامنفی است.

پس در معادله‌ی داده شده مجموع دو عبارت نامنفی مساوی صفر است. پس باید تک‌تک آن‌ها برابر صفر باشد. یعنی:

$$\sqrt{x^2 - x - 6} = 0$$

$$\sqrt{x^2 - 5x^2 - 2x + 24} = 0$$

اما دو عبارت رادیکالی فوق به ازای ریشه‌های مشترک، هر دو برابر صفر می‌شوند پس کافی است، ریشه‌های اولی را پیدا کرده و در

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

دومی امتحان کنیم.

$$\sqrt{x^2 - x - 6} = 0 \xrightarrow{\text{دو طرف را به توان ۲ می‌رسانیم}} x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = -2, x = 3$$

کلاسهای ریاضی مقدماتی و تیز

اگر اعداد بالا را در معادله‌ی دوم قرار دهیم، می‌بینیم در آن صدق می‌کند.

بنابراین معادله‌ی داده شده دارای دو ریشه است.

ب) اگر به طرفین معادله ۲ واحد اضافه کنیم، داریم:

$$\underbrace{(x^2 + \sqrt{x} + 1)}_t + \underbrace{(x^2 + \sqrt{x} + 1)}_t = 2$$

$$\Rightarrow t^2 + t - 2 = 0 \begin{cases} t=1 \\ t=-1 \end{cases}$$

$$t=1 \rightarrow x^2 + \sqrt{x} + 1 = 1 \rightarrow x^2 + \sqrt{x} = 0 \rightarrow x = 0$$

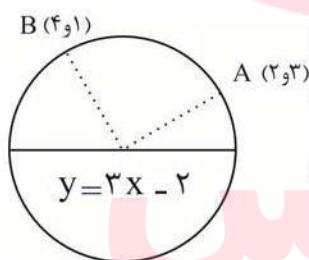
$$t=-1 \rightarrow \underbrace{x^2 + \sqrt{x} + 1}_{\text{مثبت}} = \underbrace{-1}_{\text{منفی}} \quad \text{غ.ق.ق}$$

-۱۴

شناسنامه علمی:

سطح سؤال: خیلی سخت

حل:



$$OA = \sqrt{(\alpha - 2)^2 + (3\alpha - 2 - 3)^2}$$

$$OB = \sqrt{(\alpha - 4)^2 + (3\alpha - 2 - 1)^2}$$

$$OA = OB$$

$$\Rightarrow \sqrt{(\alpha - 2)^2 + (3\alpha - 5)^2} = \sqrt{(\alpha - 4)^2 + (3\alpha - 3)^2}$$

$$\Rightarrow -34\alpha + 29 = 25 - 26\alpha \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{3}$$

$$O = (\alpha, 3\alpha - 2) = \left(-\frac{1}{3}, -\frac{7}{3}\right)$$

$$R = OA = \sqrt{\left(-\frac{1}{3} - 2\right)^2 + \left(-\frac{7}{3} - 3\right)^2} = \frac{\sqrt{194}}{3}$$

$$\Rightarrow \underbrace{1}_{\text{به‌علت (۱)}} + \underbrace{149}_{\text{مضارب ۲}} + \underbrace{39}_{\text{مضارب ۳}} = 189$$

www.my-dars.ir

گروه آموزشی عصر  
15280150  
3  
4

شناسنامه علمی:

سطح سؤال: خیلی سخت

حل:

می‌دانیم اضلاع مقابل یک مربع با هم موازی هستند و فاصله دو ضلع موازی برابر طول یک ضلع مربع خواهد بود. بنابراین:

$$\begin{cases} 3x - 4y + 2 = 0 \\ 8y - 6x - 5 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8y - 6x - 4 = 0 \\ 8y - 6x - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-4 - (-5)|}{\sqrt{(-6)^2 + 8^2}} = \frac{1}{10}$$

$$\text{مساحت مربع} = S = d^2 = \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{100}$$

$$= \frac{(\text{قطر})^2}{2} = \frac{1}{100} \Rightarrow \text{قطر} = \sqrt{\frac{2}{100}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

# مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)