

۱- اگر $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & x & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $x + y$ کدام است؟

- (۱) -۵ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) ۵

سراسری <= انسانی <= ۸۱

۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A^7 - A^4$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$

سراسری <= ریاضی <= ۸۳

۳- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ و $A^2 = \alpha A + \beta I_2$ دوتایی (α, β) کدام است؟

- (۱) $(11, 2)$ (۲) $(2, 13)$ (۳) $(4, 11)$ (۴) $(4, 13)$

سراسری <= ریاضی <= ۸۴

۴- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ آن گاه، $A^2 - A$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

سراسری <= تجربی <= ۸۵

۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$ ماتریس $\left(\frac{1}{2}A\right)^3$ کدام است؟

- (۱) I_2 (۲) $2I_2$ (۳) $-2I_2$ (۴) $-I_2$

سراسری <= ریاضی <= ۸۷

۶- اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ و $B = [b_{ij}]_{4 \times 3}$ باشند، کدام ضرب ماتریس ها تعریف شده است؟

- (۱) AB (۲) $A^t B$ (۳) $B^t A^t$ (۴) AB^t

سراسری <= ریاضی <= ۹۴

۷- اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه های ماتریس $A \times A$ ، کدام است؟

- ۳۶ (۱) ۴۰ (۲) ۴۲ (۳) ۴۴ (۴)

سراسری => تجربی => ۹۷

۸- از رابطه ی ماتریس $\begin{bmatrix} X \\ 2X \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} |X - 2X - 1|$ ، عدد غیر صفر X ، کدام است؟

- $\frac{2}{9}$ (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴)

سراسری => ریاضی => ۹۸

۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -7 & -8 & -9 \\ -2 & -5 & -6 \end{bmatrix}$ ، در ماتریس $3A + B$ کدام درایه وجود ندارد؟

- ۵ (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۴ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۰- ماتریس $A = [a_{ij}]$ یک ماتریس 3×2 است، به طوری که $a_{ij} = \begin{cases} i^2 + j^2 & : i > j \\ i - j & : i = j \\ j^2 - i^2 & : i < j \end{cases}$ ، مجموع درایه های

سطر دوم این ماتریس کدام است؟

- ۶ (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) صفر (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۱- ماتریس A دارای $m - 2$ سطر و m ستون است. اگر A ماتریس سطری باشد، کدام یک از ماتریس های زیر قطری است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} m-3 & 1-m \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & m \\ 2m-6 & m \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} m & 1-m \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 & m-3 \\ 0 & m \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۲- اگر دو ماتریس $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ x+y & x^2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} x-y & 3 \\ 1-x & x^2 \end{bmatrix}$ برابر باشند، مقدار $x + y$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۱ (۲) ۵ (۳) -۵ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۳- ماتریس A به صورت 3×5 مفروض است. در کدام حالت ماتریس های $A \times B$ و $B \times A$ قابل تعریف هستند؟

(۱) $B = [b_{ij}]_{5 \times 4}$ (۲) $B = [b_{ij}]_{3 \times 5}$ (۳) $B = [b_{ij}]_{3 \times 5}$ (۴) $B = [b_{ij}]_{4 \times 5}$

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۴- اگر $A = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix}$ حاصل $(I - A)^{100}$ کدام است؟
 (۱) A (۲) I (۳) $I - A$ (۴) $I + A$

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۵- اگر $X = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ و $Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ حاصل $(XY)^{1397}$ کدام است؟
 (۱) XY (۲) I (۳) YX (۴) \bar{O}

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۶- اگر A و B دو ماتریس مربعی هم مرتبه باشند و $(A - B)^2 = A^2 + B^2$ ، کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) $AB - \bar{O}$ (۲) $AB - BA$ (۳) $BA - \bar{O}$ (۴) $AB - -BA$

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۷- اگر $A(A - I) - \bar{O}$ حاصل $(A + I)^4$ کدام است؟

(۱) $A + I$ (۲) $12A + I$ (۳) $16I$ (۴) $15A + I$

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۸- در ماتریس $\begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} \end{pmatrix}^{20}$ ، درایه ی سطر دوم و ستون دوم کدام است؟

(۱) 4^{20} (۲) 2^{10} (۳) 2^{20} (۴) 4^{40}

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۹- اگر $A = [\tan(i^2 - j^2)]_{n \times n}$ ، مجموع درایه های ماتریس A کدام است؟

(۱) n (۲) $n \tan 1$ (۳) $n^2 \tan 1$ (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 2x & 1 \\ -1 & y \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ و $A \times B$ یک ماتریس قطری باشد، مجموع درایه های $A \times B$ کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) صفر (۳) ۶ (۴) -۶

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۱- اگر $A = 3B^2 - 2B + I$ ، حاصل $(A + B)^2 - (A - B)^2$ کدام است؟

- (۱) $2BA$ (۲) $2(A + B)$ (۳) $4AB$ (۴) $4(A + B)$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه های ماتریس A^6 کدام است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۱۲۸ (۳) ۲۵۶ (۴) ۵۱۲

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۳- در ماتریس مربعی درایه ی سطر اول و ستون آخر، $\frac{4}{3}$ برابر درایه ی سطر آخر و ستون اول است.

این ماتریس چند سطر دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۴- اگر $A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، آنگاه B, A کدام است؟

- (۱) [۱] (۲) $\begin{bmatrix} -8 & 4 & -12 \\ -6 & 3 & -9 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -8 & 4 & -12 \\ -6 & 3 & -9 \\ -4 & 2 & -6 \end{bmatrix}$ (۴) قابل محاسبه نیست.

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۵- مجموع درایه های ستون دوم ماتریس 3×3 $A = [i^2 \mid 3j]$ کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۷ (۳) ۳۸ (۴) ۳۲

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۶- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس A^3 کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 0 & 8 \\ -8 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 & -8 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -8 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، درایه های سطر اول ماتریس A^3 کدام است؟

- (۱) $[-25 \quad 71 \quad 92]$ (۲) $[-25 \quad 51 \quad 92]$ (۳) $[-27 \quad 71 \quad 112]$ (۴) $[-27 \quad 51 \quad 112]$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۸- در ماتریس $A = [3i - 5j - ij]_{(p \times q)}$ درایه های سطر آخر و ستون آخر برابر صفر است. این ماتریس چند درایه دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۹- در ماتریس $A = [{}_2(i^2 + j^2)]_{(3 \times 3)}$ ، مجموع درایه های بالای قطر اصلی X و مجموع درایه های پایین قطر اصلی Y است. نسبت $\frac{X}{Y}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) 2^2 (۳) 2^4 (۴) 2^8

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۰- اگر $f(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه های ماتریس $A = f(0) + f(\pi) + f(2\pi)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۱- ماتریس های $A = \begin{bmatrix} a & b-2 \\ 2c & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 & 3b \\ -c+4 & 1 \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر ماتریس $A+B$ ماتریسی

اسکالر باشد، مقدار $a+2b-c$ کدام است؟

(۱) ۱۱ (۲) ۸ (۳) ۳ (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A^2 - 2A$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

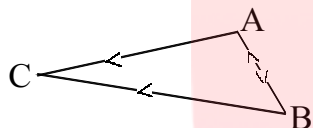
آزمایشی سنجش => انسانی => ۸۱

۳۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A^2 - A$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => انسانی => ۸۱

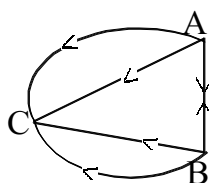
۳۴- در ماتریس شبکه مقابل عناصر مربوط به سطر A به ترتیب ستون‌ها ABC کدام است؟



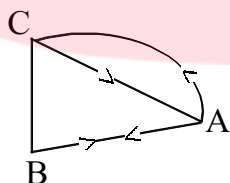
- (۱) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۱

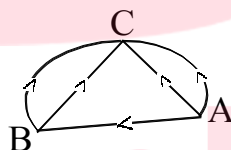
۳۵- ماتریس کدام شبکه به صورت $\begin{matrix} & A & B & C \\ A & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$ است؟



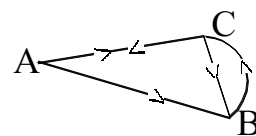
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۱

۳۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ مجموع دایره‌های ماتریس A^2 کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۲

آزمایشی سنجش => انسانی => ۸۱

www.my-dars.ir

۳۷- در ماتریس 2×2 $\begin{bmatrix} i & j \\ i & j \end{bmatrix}$ مجموع دایره‌ها برابر کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۱

۳۸- از رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} -6 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & b \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ مقدار b کدام است؟

(۱) -۵ (۲) -۴ (۳) -۳ (۴) -۱

آزمایشی سنجش => انسانی => ۸۱

۳۹- از تساوی $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ مقدار $x + y$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۱ و آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۱

۴۰- اگر I ماتریس واحد و $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس A^4 کدام است؟

(۱) $4I$ (۲) $2I$ (۳) $-2I$ (۴) $-4I$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۲

۴۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A \times (A + I)$ کدام است؟ (I ماتریس واحد است.)

(۱) $3 \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ (۲) $3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $3 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ (۴) $3 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۲

۴۲- از رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = 1 - x \begin{bmatrix} 2 \\ x \\ 3 \end{bmatrix}$ مقدار x کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۲

۴۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، به طوریکه $A^2 = \alpha A + \beta I$ مقدار $\alpha\beta$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) -۴

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => ۸۲

۴۴- اگر بدانیم $A = \begin{bmatrix} 1 & x \\ 2 & y \end{bmatrix}$ و $A^2 = \begin{bmatrix} 11 & 15 \\ a & b \end{bmatrix}$ آنگاه حاصل $x + y$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۴۵- اگر برای دو ماتریس A و B بدانیم $A + B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، $2A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ آنگاه مجموع تمام درایه های

ماتریس B^2 کدام است؟

- ۶ (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۲ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۴۶- اگر برای دو ماتریس A و B بدانیم $AB - BA - I$ آنگاه حاصل $AB^2 - B^2A$ برابر کدام گزینه است؟

- ۰ (۱) $2I$ (۲) $2A$ (۳) $2B$ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۴۷- اگر برای ماتریس A بدانیم $A^2 = 3A + I$ آنگاه حاصل $A(A - 2I)^2$ چیست؟

- $2A - I$ (۱) $5I - A$ (۲) $2A + I$ (۳) $5A + I$ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۴۸- جمع درایه های ماتریس X کدام باشد تا تساوی $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ برقرار باشد؟

- ۲ (۱) ۱ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۲

۴۹- از تساوی $-2 = \begin{bmatrix} x & 1 \\ 3 & x \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ مقدار $|x - 1|$ کدام است؟

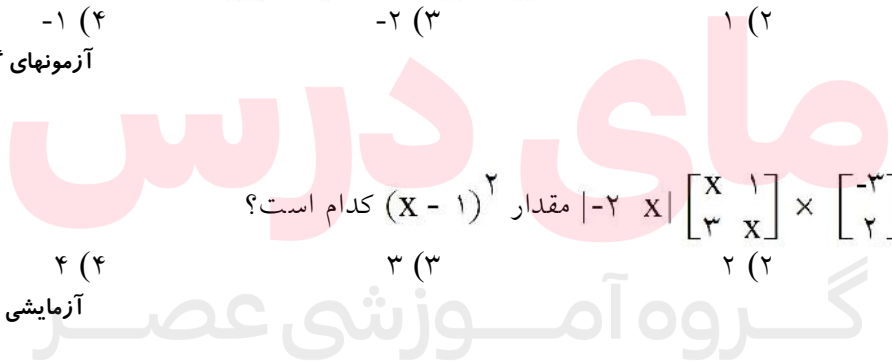
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۲

مقدار $(x - 1)^2$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۲



۵۱- از رابطه $2x + 7 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} |x - 1|$ مقدار x کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

آزمایشی سنجش = تجربی = ۸۲

۵۲- اگر $A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ حاصل $A^3 \cdot B^4$ کدام است؟

- (۱) $32I$ (۲) $-64I$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & -64 \\ 64 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 & 32 \\ -32 & 0 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = ۸۳

۵۳- اگر $A = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس A^4 کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش = ریاضی = ۸۳

۵۴- در ماتریسهای $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ و $B = [b_{ij}]_{4 \times 3}$ کدام ضرب قابل تعریف است؟

- (۱) $A^t \cdot B$ (۲) $A \cdot B^t$ (۳) $A \cdot B$ (۴) $B \cdot A$

آزمایشی سنجش = ریاضی = ۸۳

۵۵- از رابطه $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ x & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ مقدار x کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) -۱ و $\frac{1}{3}$ (۴) نشدنی

آزمایشی سنجش = تجربی = ۸۳

۵۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = |3 \ 4|$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس BA کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۴ (۴) ۲۵

آزمایشی سنجش = تجربی = ۸۳

۵۷- با فرض آنکه $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $x - y$ کدام است؟

- ۸ (۱) -۸ (۲) ۶ (۳) -۶ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۳

۵۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ به طوری که $A^2 = \alpha A + \beta I$ مقدار $\alpha + \beta$ کدام است؟

- ۱ (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۲ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۳

۵۹- از رابطه ی $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ x & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & 0 \\ 0 & 21 \end{bmatrix}$ مقدار $t - x$ کدام است؟

- ۴ (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴)

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۴

۶۰- اگر در ماتریس $A_{3 \times 4}$ بدانیم $a_{ij} = \begin{cases} -i & i > j \\ 0 & i = j \\ j & i < j \end{cases}$ مجموع اعضای ماتریس A چیست؟

- ۱۲ (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۸ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۴

۶۱- حاصل $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- ۱۲ (۱) -۱۲ (۲) ۶ (۳) ۱۴ (۴)

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۵

۶۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ حاصل $A^4 - 15A - A^3$ کدام است؟

- ۶I (۱) ۷I (۲) ۱۲I (۳) ۱۴I (۴)

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۵

۶۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ حاصل $A^2 - 4A$ برابر کدام است؟

(۴) $5I_3$
آزمایشی سنجش = ریاضی <= ۸۵

(۳) $3I_3$

(۲) صفر

(۱) $-3I$

۶۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ حاصل $(A + 3I)(A - 4I)$ کدام است؟

(۴) $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$
آزمایشی سنجش = تجربی <= ۸۵

(۳) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

۶۵- اگر $\begin{bmatrix} 1 & 2 & b \\ 5 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ باشد، $a + b$ کدام است؟

(۴) -۱

(۳) ۱

(۲) $-\frac{13}{4}$

(۱) $\frac{13}{4}$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی <= ۸۶ و آزمونهای گزینه ۲ = تجربی <= ۸۶

۶۶- از رابطه ی $|2x - 1| \cdot x = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ مقدار x کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) -۲

(۱) -۳

آزمایشی سنجش = تجربی <= ۸۶

۶۷- اگر I ماتریس واحد و $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ماتریس $(A + I)^2$ کدام است؟

(۴) $2A$

(۳) $2I$

(۲) $-2A$

(۱) $-2I$

آزمایشی سنجش = تجربی <= ۸۶

۶۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ ماتریس $\frac{1}{3} A \times (A + I)$ کدام است؟

(۴) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش = تجربی <= ۸۶

مای داریس
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۶۹- از رابطه ماتریسی $x - 1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$ مقدار x چقدر است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$
- آزمایشی سنجش = تجربی = ۸۶

۷۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ مجموع درایه های ماتریس A^4 کدام است؟

- (۱) ۳۸ (۲) ۴۸ (۳) ۵۲ (۴) ۵۸
- آزمایشی سنجش = ریاضی = ۸۶

۷۱- از تساوی $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 1 \\ 3 & x \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} x & -2 \\ -2 & x \end{vmatrix}$ حاصل $(x - 1)^2$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- آزمایشی سنجش = ریاضی = ۸۶

۷۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 7 & -8 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A^{11} - A^4$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 7 & -8 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 6 & -8 \\ 6 & -8 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -6 & 8 \\ -6 & 8 \end{bmatrix}$
- آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = ۸۶ و آزمونهای گزینه ۲ = تجربی = ۸۶

۷۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، به طوریکه $A^2 = \alpha A + \beta I$ مقدار $\alpha\beta$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) -۴
- آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = ۸۶

۷۴- هرگاه داشته باشیم $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $A^2 = xA + yI$ ، مجموع اعداد x و y برابر است با:

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱۰ (۴) ۷
- آزمونهای گزینه ۲ = تجربی = ۸۶

۷۵- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر B یک ماتریس مربعی مرتبه‌ی ۲ بوده و ضمناً $A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

باشد، در این صورت مجموع درایه‌های واقع بر قطر اصلی ماتریس B کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۷ (۴) -۷

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶ و آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

۷۶- از رابطه‌ی $9 = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & x \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ مقدار x کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۷

۷۷- مقدار x از رابطه‌ی $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ x & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

- (۱) -۱ و $\frac{1}{2}$ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) نشدنی

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۷

۷۸- اگر $A = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ماتریس A^4 کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۷ و آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= ۸۷

۷۹- در ماتریس $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ و $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ کدام ضرب قابل تعریف است؟

- (۱) $A^t B$ (۲) AB^t (۳) AB (۴) BA

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۷ و آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= ۸۷

۸۰- از رابطه‌ی $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -10 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$ ، مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۶ (۳) صفر (۴) نشدنی

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۸

۸۱- از رابطه ی $5 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \end{bmatrix}$ مقدار x کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ و 1 (۲) $-\frac{1}{3}$ و 1 (۳) $\frac{1}{3}$ و 1 (۴) $-\frac{1}{3}$ و -1

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۹

۸۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، کدام یک از ماتریس های زیر برابر A نیست؟

- (۱) A^{1387} (۲) A^{1388} (۳) A^{1389} (۴) A^{2009}

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۰ - ۸۹

۸۳- ماتریس $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{bmatrix}$ مفروض است، حاصل ماتریس A^4 کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۹

۸۴- جواب های معادله ی $0 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) -3 و -1 (۲) 3 و -1 (۳) -3 و 1 (۴) 3 و 1

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۹

۸۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، حاصل $A^2 - 4A$ کدام است؟

- (۱) $-4I$ (۲) $3I$ (۳) $4I$ (۴) $5I$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۹

۸۶- از رابطه $\begin{bmatrix} 3 & a+b \\ 2 & 1-b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$ مقدار a کدام است؟

- (۱) -2 (۲) -5 (۳) 2 (۴) 3

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۹۰

۸۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس A^V کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش = ریاضی <= ۹۰

۸۸- مقدار x از رابطه $4 = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ x \end{bmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 5 \end{vmatrix}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

آزمایشی سنجش = تجربی <= ۹۰

۸۹- جواب های معادله ماتریس $10 = \begin{bmatrix} x \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{vmatrix} x & 2 \end{vmatrix}$ کدام است؟

- (۱) $-2, -3$ (۲) $-2, 3$ (۳) $-3, 2$ (۴) $2, 3$

آزمایشی سنجش = ریاضی <= ۹۰

۹۰- اگر $A^2 + 2A = \bar{O}$ و A و I هر دو ماتریس های $n \times n$ باشند، حاصل $(A + I)(-3A - 2I)$ کدام است؟

- (۱) A (۲) $A - 2I$ (۳) $A + 2I$ (۴) $5A - 2I$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ و آزمونهای گزینه ۲ = تجربی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۹۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ حاصل $A^2 + 2AB + B^2$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 28 & -30 \\ -10 & 13 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -16 & 10 \\ -40 & 9 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 & -18 \\ -27 & 39 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 4 & -14 \\ -26 & 25 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۹۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $(I - A)^2$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -11 & -18 \\ 8 & 13 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 11 & 18 \\ -8 & -13 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -35 & -81 \\ -15 & -36 \end{bmatrix}$ (۴) $\bar{O}_{2 \times 2}$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ و آزمونهای گزینه ۲ = تجربی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۹۳- دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. می دانیم $AB = \bar{O}$ چند مورد از گزاره های زیر همواره

صحیح است؟

(الف) $c+d=0$

(ب) $AB=BA$

(ج) اگر $AB=BA$ ، آن گاه ماتریس B بالا مثلثی است.

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۹۴- اگر بدانیم $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ، حاصل $A^n - A^{n-1}$ چقدر است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{2n-1} \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{n-1} \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۹۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & x \\ -1 & a \end{bmatrix}$ و داشته باشیم: $A^2 = A$ ، آن گاه $-ax$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) -۲

(۳) ۴

(۴) -۴

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۹۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه های سطر اول ماتریس $A^2 + 2A - 3I$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۶

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۹۷- از رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 2-x & \\ x-1 & \\ 1+x & \end{bmatrix} = -2$ | ۲ ۳ ۵ | عدد x کدام است؟

(۱) $-\frac{4}{3}$

(۲) $-\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{4}{3}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۰-۹۱ و آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۰-۹۱

www.my-dars.ir

۹۸- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و داشته باشیم $a_{ij} = \begin{cases} i+j & i > j \\ ij & i = j \\ |i-j| & i < j \end{cases}$ ، آن گاه مجموع درایه های ماتریس A کدام است؟

(۱) ۱۳

(۲) ۳۰

(۳) ۳۵

(۴) ۳۱

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۹۹- ماتریس مفروض است. حاصل جمع درایه های ماتریس A^{91} کدام است؟

- ۱۸۲ (۱) ۱۸۵ (۲) ۹۱ (۳) ۹۵ (۴)
- آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۰۰- مجموع درایه های ستون دوم ماتریس $3 \times 3 [i^2 | 3j]$ کدام است؟

- ۲۸ (۱) ۲۹ (۲) ۳۱ (۳) ۳۲ (۴)
- آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۱۰۱- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ با تعریف $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - j^2 & : i \leq j \\ j^2 - i^2 & : i > j \end{cases}$ باشد، آنگاه ماتریس A ، است.

- مثلی (۱) قطری (۲) متقارن (۳) پادمتقارن (۴)
- آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۰۲- اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -6 \\ 5 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ و $C = AB$ باشد، درایه ی سطر دوم و ستون دوم ماتریس C

- کدام است؟
۱۰ (۱) -۱۸ (۲) ۱۲ (۳) -۲۴ (۴)
- آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۰۳- اگر A ماتریسی مربعی و $-I - A(A + I)$ باشد، آنگاه حاصل A^{200} کدام است؟

- I (۱) A (۲) A^2 (۳) O (۴)
- آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۰۴- اگر $A = [i + 2j]_{3 \times 3}$ و $B = [i^2 - j]_{3 \times 3}$ باشد، درایه ی سطر اول و ستون دوم ماتریس $2A + B$ کدام است؟

- ۱۱ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴)
- آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۰۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل A^{1393} برابر است با:

- (۱) I (۲) I^{696} (۳) A (۴) A^{696}

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۰۶- دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} b+1 & 2 \\ d & 2a+b \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2a & c \\ 4 & -b \end{bmatrix}$ مساوی اند. $a - b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۰۷- ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ با تعریف $a_{ij} = \begin{cases} i+j & i \leq j \\ j+1 & i > j \end{cases}$ مفروض است. مجموع درایه های سطر دوم این

ماتریس کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۱۰۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -4 \\ 9 & 0 \end{bmatrix}$ و $C = AB$ باشد، درایه ی سطر دوم و ستون دوم ماتریس C کدام است؟

- (۱) -۱۹ (۲) ۲۰ (۳) -۱۲ (۴) ۱۰

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۱۰۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس $A^n - I$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 0 & 16 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 & 16 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 16 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 & 16 \\ 0 & 16 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۱۱۰- اگر $2A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ ، حاصل $A \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 10 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۱۱۱- A ماتریسی $n \times n$ ، وارون پذیر و $A^2 - 2A = O$ است. در این صورت مجموع درایه های ماتریس A کدام است؟

- (۱) n (۲) 2^n (۳) $2n$ (۴) n^2

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۱۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه های ماتریس A^{10} کدام است؟

- (۱) 2^{10} (۲) 2^5 (۳) 2 (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۱۳- اگر $A + B - 5I$ باشد، حاصل $A^2 + 5B + AB$ کدام است؟

- (۱) $5I$ (۲) $10I$ (۳) $25I$ (۴) $15I$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۱۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل A^{1394} کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{bmatrix}^{1394}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{bmatrix}^{1394}$ (۴) O

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۱۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ باشد. مجموع درایه های ماتریس A^2 کدام است؟

- (۱) ۲۹ (۲) ۲۵ (۳) ۲۲ (۴) ۲۰

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۱۶- اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ و $B = [b_{ij}]_{4 \times 3}$ باشند. کدام ضرب قابل تعریف است؟

- (۱) $A.B$ (۲) $A.B^t$ (۳) $A^t.B$ (۴) $B.A$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۱۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه های ماتریس $(A - 2I) \times A$ کدام است؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۳۲ (۳) ۳۳ (۴) ۳۴

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۱۸- اگر ، مقدار ab کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۴

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۱۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ مجموع درایه های ماتریس A^{100} کدام است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰۱ (۳) ۱۰۲ (۴) ۱۰۳

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۲۰- اگر $A^2 - A + I = O$ ، حاصل A^{1396} کدام است؟

- (۱) A (۲) $-I$ (۳) $-A$ (۴) O

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۲۱- مجموعه جواب های معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} X^2 + 2X & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^2 + 2X \\ 1 \end{bmatrix} = 0$ کدام است؟

- (۱) $\{3, 1, -1\}$ (۲) $\{-3, -1, 1\}$ (۳) $\{-2, -1, 2\}$ (۴) $\{-1, 0, 2\}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۲۲- مجموع درایه های ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 20 & 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) ۲۱۰ (۲) ۲۱۱ (۳) ۲۱۲ (۴) ۲۱۴

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۲۳- اگر A یک ماتریس باشد به طوری که $A^2 = A + I$ ، ماتریس A^4 کدام است؟

- (۱) $3A + 2I$ (۲) $A^2 + I$ (۳) $3A^2 + 4I$ (۴) $2A + 3I$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۲۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ ، ماتریس $A^{1394} - A^{1395}$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی >= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۲۵- اگر $A = [2i + 3j]_{3 \times 3}$ ، مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس A کدام است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴) ۳۵

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی >= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۲۶- اگر $A + 2B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $B + 2A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 9 & -1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس $A + B$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی >= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ ، ماتریس A^4 کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -45 & 46 \\ -29 & 30 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 29 & -30 \\ 45 & -46 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -29 & 45 \\ 30 & -46 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -29 & 30 \\ -45 & 46 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی >= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۲۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & & & \end{bmatrix}$ ، و $C = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ باشند، مجموع درایه‌های قطری

مای درس

ماتریس C^2 کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۲ (۴) ۲۴

آزمایشی سنجش <= ریاضی >= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

گروه آموزشی عصر

۱۲۹- حاصل ضرب $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ کدام ماتریس است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 9 & 10 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 10 & 9 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 10 & 8 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= تجربی >= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۳۰- مجموع درایه های قطری حاصل ضرب دو ماتریس $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 6 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

(۱) ۲۷ (۲) ۳۱ (۳) ۳۳ (۴) ۳۷

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، درایه های سطر اول ماتریس A^3 کدام است؟

(۱) $[-5 \quad 30 \quad -6]$ (۲) $[-3 \quad 21 \quad 4]$ (۳) $[-5 \quad 32 \quad 2]$ (۴) $[-7 \quad 16 \quad 2]$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

مای دررس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & x & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -y+4 \\ y+2x-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} y=5 \\ x=-1 \end{cases} \Rightarrow x+y=4$$

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \Rightarrow A^{2k} = I, A^{2k+1} = A \Rightarrow A^7 - A^6 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$$

۳- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ در معادله ی $A^2 - (a+d)A + |A|I_2 = 0$ صادق

$$A^2 = \alpha A + \beta I_2 \Rightarrow A^2 - \alpha A - \beta I_2 = 0$$

است.

$$\Rightarrow \alpha - a + d - 2$$

$$\beta - |A| - 13$$

راه حل دوم:

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -2\alpha + \beta = 9 \\ \alpha - 2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \beta = 13 \Rightarrow (\alpha, \beta) = (2, 13)$$

۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^2 - A = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{2}A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}A\right)^2 = \begin{pmatrix} R_{\frac{\pi}{3}} \end{pmatrix}^2 = R_{\frac{2\pi}{3}} = -I$$

www.my-dars.ir

شرط ضرب پذیری : $A_{m \times n} \times B_{n \times p}$

۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 9 & 22 \end{bmatrix}$$

مجموع = ۴۴

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا حاصل ضرب داده شده را به دست می آوریم.

$$[X \quad 2X \quad -1]_{1 \times 3} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3} = [11X - 1 \quad -X - 2 \quad -3X]_{1 \times 3}$$

$$[X \quad 2X \quad -1] \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ 2X \\ -1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow [11X - 1 \quad -X - 2 \quad -3X]_{1 \times 3} \begin{bmatrix} X \\ 2X \\ -1 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = 0$$

$$\Rightarrow [11X^2 - X - 2X^2 - 4X + 3X]_{1 \times 1} = 0 \Rightarrow 9X^2 - 2X = 0 \Rightarrow X = 0 \text{ یا } X = \frac{2}{9}$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته : $r[a_{ij}]_{m \times n} = [ra_{ij}]_{m \times n}$

نکته : $[a_{ij}]_{m \times n} \pm [b_{ij}]_{m \times n} = [a_{ij} \pm b_{ij}]_{m \times n}$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$3A + B = 3 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -7 & -8 & -9 \\ -4 & -5 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-1 & 6-2 & 9-3 \\ 12-7 & 15-8 & 18-9 \\ 21-4 & 24-5 & 27-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & 9 \\ 17 & 19 & 21 \end{bmatrix}$$

۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به ماتریس داده شده داریم:

$$a_{ij} = \begin{cases} i^2 + j^2 & : i > j \\ i - j & : i = j \\ j^2 - i^2 & : i < j \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{21} = 2^2 + 1^2 = 5 \\ a_{22} = 2 - 2 = 0 \\ a_{23} = 3^2 - 2^2 = 5 \end{cases}$$

بنابراین مجموع درایه های سطر دوم این ماتریس برابر است با:

$$a_{21} + a_{22} + a_{23} = 5 + 0 + 5 = 10$$

۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: ماتریس سطری، ماتریسی است که از یک سطر تشکیل شده باشد. فرم کلی ماتریس سطری A به صورت $A = [a_{ij}]_{1 \times n}$ است.

نکته: ماتریس قطری، یک ماتریس مربعی است که تمام درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن صفر است. (درایه‌های واقع بر قطر اصلی می‌توانند صفر باشند یا نباشند).

با توجه به نکات بالا داریم:
اکنون هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱ (گزینه ۱) غیر قطری $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

گزینه ۲ (گزینه ۲) غیر قطری $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

گزینه ۳ (گزینه ۳) غیر قطری $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

گزینه ۴ (گزینه ۴) قطری $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: دو ماتریس هم‌مرتبه‌ای با هم مساوی باشد، یعنی: $a_{ij} = b_{ij}$

با توجه به نکته می‌توان نوشت:

$$\begin{bmatrix} x-y & 3 \\ 1-x & x^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ x+y & x^2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x-y=5 \\ 1-x=x+y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=5 \\ 2x+y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}$$

بنابراین: $x+y-2-3-1$

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$A: 3 \times 5$ $A: n \times m$

و

$B: n \times m$ $B: 3 \times 5$

ماتریس AB تعریف شده است اگر $n-5$ باشد و ماتریس BA تعریف شده است اگر $m-3$ باشد الزاماً هر دو تعریف شده‌اند اگر ماتریس B به صورت 5×3 باشد.

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر A ماتریسی مربعی باشد، توان های A را به صورت

$$A^n = a^{n-1} \times A \text{ و } \dots, A^3 = A^2 \times A, A^2 = A \times A$$

نکته: اگر ماتریس های A و B تعویض پذیر باشند $(AB - BA)$ ، آنگاه همه ی اتحادهای جبری برای آنها برقرار است.

نکته: ماتریس همانی I با هر ماتریسی تعویض پذیر است. $(AI - IA)$

ابتدا ماتریس A^2 را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} A^2 &= \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos^3 \alpha + \sin^3 \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos^3 \alpha + \sin^3 \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \sin^4 \alpha \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) & \sin \alpha \cos \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) \\ \sin \alpha \cos \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) & \sin^2 \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \end{aligned}$$

بنابراین $A^2 = A$ اکنون داریم:

$$\begin{aligned} (I - A)^2 &= I^2 + A^2 - 2A = I + A - 2A = I - A \Rightarrow (I - A)^3 = (I - A)^2 = I - A \\ \Rightarrow (I - A)^4 &= (I - A)^3 = I - A \\ \Rightarrow \dots \Rightarrow (I - A)^{100} &= I - A \end{aligned}$$

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر A ماتریسی مربعی باشد، توان های A را به صورت $A^3 = A^2 \times A$ ، $A^2 = A \times A$ و ...

$$A^n = a^{n-1} \times A \text{ تعریف می کنیم:}$$

نکته: ماتریس 1×1 را مساوی با عدد حقیقی a تعریف می کنیم.

ابتدا داریم:

$$YX = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 \end{vmatrix} = |1| = 1$$

$$(XY)^{1397} = \underbrace{XYXYXY \dots XY}_{1397 \text{ بار}} = XY$$

۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق فرض داریم:

$$(A - B)^2 = A^2 + B^2 \Rightarrow A - B(A - B) = A^2 + B^2 \Rightarrow A^2 - AB - BA + B^2 = A^2 + B^2 \Rightarrow -AB - BA = \bar{O} \Rightarrow AB = -BA$$

تذکر: اگر A و B جابه‌جا شونده نباشند ($AB \neq BA$) در محاسبه عبارت‌ها نمی‌توان از اتحادها برای ماتریس‌ها استفاده نمود.

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر A و B دو ماتریس تعویض‌پذیر باشند، یعنی $AB = BA$ ، آنگاه تمامی اتحادهای جبری برای آن‌ها برقرار است.

نکته: ماتریس همانی (I) با هر ماتریس دیگری تعویض‌پذیر است.

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n} b^n$$

طبق فرض داریم:

$$A(A - I) = \bar{O} \Rightarrow A^2 - A = \bar{O} \Rightarrow A^2 = A$$

$$A^2 = A \Rightarrow A^3 = A^2 = A \Rightarrow A^4 = A^3 = A$$

پس تمامی توان‌های A برابر خود A است (به این ماتریس‌ها، خود توان می‌گوییم). اکنون داریم:

$$(A + I)^2 = \binom{4}{0} A^4 + \binom{4}{1} A^3 I + \binom{4}{2} A^2 I^2 + \binom{4}{3} A I^3 + \binom{4}{4} I^4 = \left[\binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} \right] A + \binom{4}{4} I = (2^4 - 1)A + I = 15A + I$$

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^n & 0 \\ 0 & b^n \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16 & 0 \\ 0 & -16 \end{bmatrix}$$

$$A^{20} = (A^2)^{10} = \begin{bmatrix} (-16)^{10} & 0 \\ 0 & (-16)^{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4^{20} & 0 \\ 0 & 4^{20} \end{bmatrix}$$

ابتدا داریم:

بنابراین:

پس درایه‌ی سطر دوم و ستون دوم این ماتریس برابر 4^{20} است.

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$

$$\tan(i^2 - j^2) = -\tan(j^2 - i^2)$$

با توجه به نکته‌ی بالا در ماتریس $A = [\tan(i^2 - j^2)]_{n \times n}$ داریم:

پس به ازای هر i و j داریم $a_{ij} = -a_{ji}$. بنابراین درایه‌های متناظر بالا و پایین قطر اصلی A قرینه‌ی یکدیگرند. از طرفی $\tan(i^2 - i^2) = \tan 0 = 0$. پس درایه‌های روی قطر اصلی نیز صفر است. بنابراین مجموع تمام درایه‌های A برابر صفر است.

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر $A_{m \times p} \times B_{p \times n} = C_{m \times n}$ ، آنگاه درایه‌ی c_{ij} در ماتریس C ، از ضرب سطر i ام A در ستون j ام B به دست می‌آید.

نکته: ماتریس قطری، ماتریسی مربعی است که تمام درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن، صفر هستند.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2x & 1 \\ -1 & y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x-1 & 2x+2 \\ -1-y & -1+2y \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 2x+2=0 \Rightarrow x=-1 \\ -1-y=0 \Rightarrow y=-1 \end{cases}$$

باید درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی برابر صفر باشند، پس:

$$\text{بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس } A \times B = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \text{ برابر است با: } -3 + (-3) = -6$$

۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر A و B دو ماتریس تعویض پذیر باشند، یعنی $AB = BA$ ، آنگاه همه‌ی اتحادهای جبری برای آن‌ها برقرار است.

$$A = 3B^2 - 2B + I \Rightarrow \begin{cases} AB = 3B^3 - 2B^2 + B \\ BA = 3B^3 - 2B^2 + B \end{cases} \Rightarrow AB = BA$$

ابتدا داریم:

بنابراین A و B تعویض پذیرند، پس اتحادهای جبری برای آن‌ها برقرار است. بنابراین با استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

$$(A+B)^2 - (A-B)^2 = [(A+B) - (A-B)][(A+B) + (A-B)]$$

$$= (2B)(2A) - 4BA - 4AB$$

تذکر: اگر ماتریس A را بتوان به صورت یک چند جمله‌ای بر حسب B نوشت، آنگاه A و B تعویض پذیرند، یعنی:

$$AB = BA$$

۲۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر A ماتریسی مربعی باشد، توان‌های A به صورت $A^2 = A \times A$ ، $A^3 = A \times A^2$ ، $A^4 = A \times A^3$ و ... و $A^n = A \times A^{n-1}$ تعریف می‌شود.

نکته:
$$\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} a^n & 0 \\ 0 & b^n \end{bmatrix}$$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^6 = (A^2)^3 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} 4^3 & 0 \\ 0 & 4^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64 & 0 \\ 0 & 64 \end{bmatrix}$$

$$64 + 0 + 0 + 64 = 128$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس A^6 برابر است با:

۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

طبق فرض در ماتریس $A = [2i + 3j - 1]_{n \times n}$ داریم:

$$a_{1n} = \frac{4}{3} a_{n1} \Rightarrow (2 + 3n - 1) = \frac{4}{3} (2n + 3 - 1) \Rightarrow 3n + 1 = \frac{4}{3} (2n + 2) \\ \Rightarrow 9n + 3 - 8n + 8 \Rightarrow n = 5$$

بنابراین ماتریس $A_{5 \times 5}$ دارای ۵ سطر است.

۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر $A_{m \times p} \times B_{p \times n} = C_{m \times n}$ ، آنگاه درایه c_{ij} در ماتریس C از ضرب سطر i ام A در ستون j ام B به دست می‌آید.

با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$B \cdot A = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}_{3 \times 1} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}_{1 \times 3} \\ = \begin{bmatrix} -4 \times 2 & -4 \times (-1) & -4 \times 3 \\ -3 \times 2 & -3 \times (-1) & -3 \times 3 \\ 2 \times 2 & 2 \times (-1) & 2 \times 3 \end{bmatrix}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} -8 & 4 & -12 \\ -6 & 3 & -9 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

www.my-dars.ir

۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a_{12} = 1 + 6 = 7 \quad a_{22} = 4 + 6 = 10 \quad a_{32} = 9 + 6 = 15$$

مجموع هر سه درایه حاصل $7 + 10 + 15 = 32$

۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^3 = \begin{bmatrix} 2 & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

پس $A^3 = \begin{bmatrix} 0 & -8 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$

۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^3 = (A.A).A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} . A = \begin{bmatrix} 0 & 17 & 27 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -27 & 71 & 112 \end{bmatrix}$$

۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

طبق فرض ماتریس $A = [3i - 5j - ij]_{p \times q}$ ، باید درایه‌ی سطر p ام و ستون q ام برابر صفر باشد، پس:

$$3p - 5q - pq = 0 \Rightarrow p(3 - q) = 5q \Rightarrow p = \frac{5q}{3 - q}$$

چون $p > 0$ ، پس باید $3 - q > 0$ ، بنابراین $q < 3$ ، از طرفی $q \geq 1$ ، پس دو حالت امکان پذیر است:

$$\begin{cases} q = 1 \Rightarrow p = \frac{5}{3-1} = \frac{5}{2} \text{ غیر قابل قبول} \\ q = 2 \Rightarrow p = \frac{10}{3-2} = 10 \end{cases}$$

بنابراین A یک ماتریس با ۱۰ سطر و ۲ ستون است. پس دارای $20 - 10 \times 2$ درایه است.

۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

در ماتریس $A = [2(i^2 + j^2)]_{3 \times 3}$ به ازای هر i و j داریم: $a_{ij} = a_{ji}$ ، پس درایه‌های متناظر بالا و پایین قطر اصلی برابرند. بنابراین مجموع درایه‌های بالای قطر اصلی با مجموع درایه‌های پایین قطر اصلی برابر است، پس:

$$\frac{X}{Y} = 1$$

۳۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: $[a_{ij}]_{m \times n} \pm [b_{ij} \pm b_{ij}]_{m \times n}$

با جای گذاری مقادیر صفر، π و 2π به جای x در ماتریس $I(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$ داریم:

$$A = I(0) + I(\pi) + I(2\pi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس، برابر است با: $1 + 1 = 2$

۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: ماتریس اسکالر، یک ماتریس قطری است که تمام درایه‌های روی قطر اصلی آن با هم برابر است.
نکته: برای جمع کردن دو ماتریس هم‌مرتبه، باید درایه‌های متناظر را در دو ماتریس نظیر به نظیر با هم جمع کنیم.
ابتدا $A + B$ را به دست می‌آوریم:

$$A + B = \begin{bmatrix} a - 2 & 3b + b - 2 \\ 2c - c + 4 & 1 + 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a - 2 & 4b - 2 \\ c + 4 & 4 \end{bmatrix}$$

طبق فرض این ماتریس، ماتریسی اسکالر است. پس:

$$4b - 2 = 0 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$c + 4 = 0 \Rightarrow c = -4$$

$$a - 2 = 4 \Rightarrow a = 6$$

$$a + 2b - c = 6 + 2 \times \frac{1}{2} - (-4) = 6 + 1 + 4 = 11$$

بنابراین:

۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, -2A = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 - 2A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, -A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 - A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} A & B & C \\ A & 0 & 1 \end{matrix} \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}$$

۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید تعداد مسیرهای مستقیم A به رئوس دیگر را بنویسیم.

www.my-dars.ir

۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به ماتریس داده شده، و رسم رئوس به هم متصل شده، گزینه ۴ به دست می‌آید.

۳۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow$ مجموع درایه ها = ۲

۳۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $[i + j]_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow$ مجموع درایه ها = ۱۶

۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $\begin{bmatrix} -6 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -6a + 1 = 1 \\ a + b + 6 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -5 \end{cases}$

۳۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y - 4 \\ 3x + 2y - 5 \end{cases} \Rightarrow x + y = 1$

۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^4 = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} = -4I$

۴۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $A + I = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

$A(A + I) = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 9 & -3 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

۴۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $|2 \times 3| \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = 1 - x \Rightarrow 2 + 2x + 0 = 1 - x \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$

۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 2\alpha \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha - 4 \Rightarrow \alpha = 2 \\ \alpha + \beta - 1 \Rightarrow \beta = -1 \end{cases} \Rightarrow \alpha\beta = -2$

۴۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\Lambda^2 - \begin{bmatrix} 1 & x \\ 2 & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x \\ 2 & y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2x+1 & x+xy \\ 2+2y & 2x+y^2 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} 2x+1 &= 11 \Rightarrow x=5 \\ (1+y)5 &= 15 \Rightarrow y=2 \Rightarrow x+y=7 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \\ \Lambda + B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

۴۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-B = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow B^2 \text{ های جمع درایه های } = 10$$

$$AB^2 - B^2A = (AB)B - B(BA)$$

۴۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$= (I + BA) \cdot B - B(AB - I) = B + BAB - BAB + B = 2B$$

۴۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون A با 2I در ضرب خاصیت جابجایی دارد، پس اتحادهای جبری برای (A - 2I)²

$$A(A - 2I)^2 = A(A^2 + 4I - 4A) = A(3A + I + 4I - 4A)$$

برقرار است.

$$= A(5I - A) = 5A - (3A + I) = 2A - I$$

۴۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+2c & b+2d \\ a & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+2c=2 \Rightarrow c=0 \\ b+2d=0 \Rightarrow d=0 \end{cases} \Rightarrow x = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

گروه آموزشی عصر

۴۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$|-2 \quad x| \begin{bmatrix} x & 1 \\ 3 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & x^2-2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = -3x + 2x^2 - 4 = -2 \Rightarrow x = 2$$

۵۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$|-2 \ x| + \begin{bmatrix} x & 1 \\ 3 & x \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = x$$

$$\Rightarrow [x \ -2 + x^2] \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = x \Rightarrow -3x - 4 + 2x^2 = x$$

$$: 2x^2 - 4x - 4 = 0 : \underbrace{x^2 - 2x - 2 = 0}_{(x-1)^2 - 1} : (x-1)^2 = 3$$

۵۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است .

$$-x - 2 + 6x - 2x + 7 \Rightarrow 3x - 9 \Rightarrow x = 3$$

۵۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = 2 \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = 2R_{30} \Rightarrow A^3 = 8R_{90}$$

$$B = \sqrt{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_{-45} \Rightarrow B^4 = 4R_{(-180)} = 4 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$$

$$A^3 B^4 = 32 \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 32 \\ -32 & 0 \end{bmatrix}$$

۵۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

می دانیم: $(R\alpha)^n = R(n\alpha)$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} = R_{\frac{\pi}{4}} \Rightarrow A^4 = R_{\pi} = \begin{bmatrix} \cos \pi & -\sin \pi \\ \sin \pi & \cos \pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

۵۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$A : 2 \times 3$
 $B^t : 3 \times 4 \Rightarrow A \cdot B^t : 2 \times 4$ www.my-dars.ir

۵۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} 3 + 2x = 1 \\ 3x + 5x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x - \frac{1}{2} \end{cases} \text{ نشدنی است}$$

۵۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $BA = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 27 & -2 \end{vmatrix} \Rightarrow$ مجموع درایه ها

۵۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} -y + 4 = -1 \Rightarrow y = 5 \\ y + 2x + 2 = 1 \Rightarrow x = -3 \end{cases} \Rightarrow x - y = -8$$

۵۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} A^2 &= xA + yI \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x & 0 \\ x & 2x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+y & 0 \\ x & 2x+y \end{bmatrix} \\ \begin{cases} x=3 \\ x+y=1 \Rightarrow y=-2 \end{cases} &\Rightarrow A^2 = 3A - 2I \\ A^3 &= 3A^2 - 2A = 3(3A - 2I) - 2A = 7A - 6I \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 7 \\ \beta = -6 \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = 1 \end{aligned}$$

۵۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

توجه: $A \times A^* = |A| \cdot I \Rightarrow \begin{bmatrix} x & y \\ x & t \end{bmatrix} = A^* = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$
 $\Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & 0 \\ 0 & 21 \end{bmatrix} \Rightarrow x=3, t=2 \Rightarrow t-x=-1$

توجه:

$$A^* = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \leftarrow A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

۶۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A_{3 \times 4} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 0 & 3 & 4 \\ -3 & -3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

مجموع اعضا = ۱۲

۶۱- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$|1 - 2| \times \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} = |1 - 4 - 6|$$

$$\Rightarrow |1 - 4 - 6| \times \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = (4 - 4 - 12) = -12$$

۶۲- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow A^4 = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 15 & 16 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 15A - A^4 = \begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 15 & 30 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 15 & 16 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 14 & 0 \\ 0 & 14 \end{bmatrix} = 14I$$

۶۳- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A(A-4I) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = 5I_3$$

۶۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$(A + 3I)(A - 4I) - \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

۶۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. با ضرب ماتریس ها داریم:

$$\begin{bmatrix} 4 + ab \\ 10 + 3a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4 + ab = -2 \\ 10 + 3a = 1 \rightarrow a = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4a + ab = -2 \Rightarrow 4 + (-3)b = -2 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a + b = -1$$

۶۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$|2x - 1 \quad x| \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = 2x + 7 \Rightarrow 6x - 2 - x = 2x + 7 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$$

۶۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$(A + I)^2 = \left(\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = 2A$$

۶۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{3}A(A + I) = \frac{1}{3}A^2 + \frac{1}{3}A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 6 & -3 \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 9 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

۶۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$2 \times 1 + x \times 2 + 3 \times 0 = 1 - x \Rightarrow 2 + 2x = 1 - x \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = \frac{-1}{3}$$

۷۰- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29 & 12 \\ 12 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A^4 \text{ مجموع درایه های ماتریس } = 29 + 12 + 12 + 5 = 58$$

۷۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$|-2 \ x| \times \begin{bmatrix} x & 1 \\ 3 & x \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = [x \ -2 + x^2] \times \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = 1$$

$$: -3x - 4 + 2x^2 = 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0, x = \begin{cases} -1 \\ +\frac{5}{4} \end{cases}; (x-1)^2 = \begin{cases} 4 \\ \frac{9}{4} \end{cases}$$

مای داریس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۷۲- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 7 & -8 \\ 6 & -7 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 7 & -8 \\ 6 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = I_2 \cdot A = A$$

$$\Rightarrow A^n = \begin{cases} I_2 & \text{زوج باشد } n \\ A & \text{فرد باشد } n \end{cases} \Rightarrow A^4 = A^{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -8 \\ 6 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 8 \\ -6 & 8 \end{bmatrix}$$

نکته درسی:

(۱) قاعده ی ضرب ماتریس ها

$$A_{n \times n} \times I_n = I_n \times A_{n \times n} = A_{n \times n} \quad (2)$$

۷۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 2\alpha \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha - 4 \Rightarrow \alpha - 2 \\ \alpha + \beta - 1 \Rightarrow \beta - 1 \end{cases} \Rightarrow \alpha\beta = -2$$

۷۴- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix} \\ xA + yI_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} x & 2x \\ 3x & 4x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+y & 2x \\ 3x & 4x+y \end{bmatrix} \end{cases}$$

با برابر قرار دادن دو ماتریس بالا خواهیم داشت: $x + y = 7$

۷۵- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا ماتریس A^{-1} را محاسبه می نماییم:

$$A^{-1} = \frac{1}{3 \times 2 - 1 \times 5} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

با ضرب A^{-1} در طرفین رابطه ی داده شده داریم:

$$A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} \times A \times B = A^{-1} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \times A = I \Rightarrow B = A^{-1} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -1 \end{bmatrix}$$

بنابراین درایه های واقع بر قطر اصلی B، ۳ و -۱ هستند که مجموعی برابر ۲ دارند.

۷۶- گزینه ی ۲ صحیح است.
$$[۶ \quad ۳X] \begin{bmatrix} -۱ \\ ۴ \end{bmatrix} = ۹ \Rightarrow -۶ + ۱۲X = ۹ \Rightarrow X = \frac{۵}{۴}$$

۷۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.
$$\begin{cases} ۳ + ۲X - ۱ \\ ۳X + ۵X - ۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۲X - ۲ \\ ۸X - ۴ \end{cases} \text{ نشدنی}$$

۷۸- گزینه ی ۳ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{4} & -\sin \frac{\pi}{4} \\ \sin \frac{\pi}{4} & \cos \frac{\pi}{4} \end{bmatrix} \xrightarrow{R(\frac{\pi}{4})} A^4 \xrightarrow{R(\frac{\pi}{4})} R(\frac{\pi}{4}) \xrightarrow{R(\frac{\pi}{4})} R(\frac{\pi}{4}) \xrightarrow{R(\frac{\pi}{4})} R(\pi)$$

$$\Rightarrow A^4 = \begin{bmatrix} \cos \pi & -\sin \pi \\ \sin \pi & \cos \pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ & ۰ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix}$$

توجه: $R_\alpha^n = R(n\alpha)$ (ماتریس دوران)

۷۹- گزینه ی ۲ صحیح است.
$$\begin{matrix} ۲ \times ۳ \\ ۳ \times ۴ \end{matrix} \Rightarrow A \times B^t \text{ قابل تعریف}$$

۸۰- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a - ۲b - ۵ \\ b - ۲a - ۳ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۲a + ۲b = -۱۰ \\ -۲b + ۲a = -۶ \end{cases} \Rightarrow -a - b = ۸ \Rightarrow a + b = -۸$$
 (تکراری)

۸۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$[۲ + ۲X \quad -۲ + ۳X] \begin{bmatrix} ۳ \\ X \end{bmatrix} = ۵ \Rightarrow ۶ + ۶X - ۲X + ۳X^2 = ۵ \Rightarrow ۳X^2 + ۴X + ۱ = ۰ \Rightarrow X = -۱, -\frac{۱}{۳}$$

۸۲- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} = I \Rightarrow A^{2k} = I^k = I \Rightarrow A^{2k+1} = A$$

بنابراین تمامی توان های فرد A برابر A می باشند.

۸۳- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. توجه: $R_{\alpha}^n = R(n\alpha)$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A = R\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow A^2 = R_{\pi} = \begin{bmatrix} \cos \pi & -\sin \pi \\ \sin \pi & \cos \pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

۸۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$|-x + 2 \ 3| \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0 \Rightarrow x = -1, 3$$

۸۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 - 4A = A(A - 4I) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = 5I$$

۸۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. برای حل کافی است ضرب ۲ ماتریس را انجام دهیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} 15 + 4a + 4b - 3 \\ 10 + 4 - 4b - 6 \end{cases} \Rightarrow 25 + 4a = 5 \quad a = -5$$

۸۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ پس

$A^2 = -I$ در نتیجه ماتریس A^3 چنین است:

$$A^3 = (A^2)^3 A \Rightarrow A^3 = (-I)^3 A \Rightarrow A^3 = -A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

۸۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

ضرب ماتریس ها

$$\rightarrow -2 + 3x + 5x = 4 \Rightarrow 8x = 6 \quad : \quad x = \frac{3}{4}$$

۸۹- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$|-x+6 \quad x-4| \begin{bmatrix} x \\ -1 \end{bmatrix} = 10 \Rightarrow -x^2 + 6x - x + 4 = 10 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = 2, 3$$

۹۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A^2 + 2A = \bar{O} \Rightarrow A^2 = -2A$$

$$(A + I)(-3A - 2I) = -3A^2 - 2AI - 3IA - 2I \cdot I = 6A - 2A - 3A - 2I = A - 2I$$

۹۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & -10 \\ -25 & 19 \end{bmatrix}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix}$$

$$2AB = 2 \times \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ -2 & 28 \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{A^2 + 2AB + B^2}{A^2 + 2AB + B^2} = \begin{bmatrix} 2 & -18 \\ -27 & 39 \end{bmatrix}$$

۹۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. داریم: $IA - AI$ پس خاصیت جابه جایی برای ضرب وجود دارد، بنابراین اتحادها برقرارند، داریم:

$$\begin{cases} (I - A)^2 = I - 2A + A^2 \\ A^2 = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -4 & -6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -4 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \bar{O}_{2 \times 2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (I - A)^2 = I - 2A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 12 & 18 \\ -8 & -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & -18 \\ 8 & 13 \end{bmatrix}$$

۹۳- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{بررسی الف: } AB = \begin{bmatrix} c & d \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix} = \bar{O} \Rightarrow c = d = \cdot$$

پس الف صحیح است.

$$\text{بررسی ب: } AB = \bar{O} \quad BA = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & a \\ \cdot & c \end{bmatrix} \Rightarrow AB \neq BA$$

پس ب لزوماً درست نیست.

بررسی ج: برای آن که $AB = BA$ ، چون $c = d = \cdot$ است و $\begin{bmatrix} c & d \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & a \\ \cdot & c \end{bmatrix}$ پس باید $a = \cdot$ باشد.

$$\text{پس خواهیم داشت: } B = \begin{bmatrix} \cdot & b \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

یعنی B بالا مثلثی است. (دقت کنید که اگر فرض $AB = \bar{O}$ برقرار نبود از $AB = BA$ نتیجه می شود $a = d$ و $c = \cdot$ ، لذا $B = \begin{bmatrix} a & b \\ \cdot & a \end{bmatrix}$ است که باز هم بالا مثلثی است.)

۹۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} \Lambda^2 - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} \Lambda^3 - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \Lambda^n - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda^n - \Lambda^{n-1} - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix}$$

۹۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\Lambda^2 - \begin{bmatrix} 4-x & 2x+ax \\ -2-a & -1+a^2 \end{bmatrix} - A - \begin{bmatrix} 2 & x \\ -1 & a \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4-x=2 \Rightarrow x=2 \\ -2-a=-1 \Rightarrow a=-1 \end{cases} \Rightarrow -ax-2$$

۹۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-2 & 2+2 \\ -1-1 & -2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$2A = 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$-3I = -3 \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & \cdot \\ \cdot & -3 \end{bmatrix}$$

$$A^2 + 2A - 3I = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & \cdot \\ \cdot & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 8 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$$

که مجموع درایه هایش صفر است. البته سوال، جمع درایه های سطر اول را می خواهد که می شود ۶.

۹۷- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. بنا به تعریف ضرب ماتریس ها داریم:

$$2(2-x) + 3(x-1) + 5(1+x) - 2 \Rightarrow 4 - 2x + 3x - 3 + 5 + 5x - 2 \Rightarrow 6x - 8 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$$

۹۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه ها = ۳۰

۹۹- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

پس به صورت استقرایی می توان حدس زد:

$$A^n = \begin{bmatrix} 1 & n & n \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین: $A^{91} = \begin{bmatrix} 1 & 91 & 91 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ و مجموع درایه ها برابر است با:

$$1 + 91 + 91 + 1 + 1 = 185$$

۱۰۰- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. ماتریس مفروض را فقط در ستون دوم مشخص می کنیم که در آن i شماره ی سطر و

$$[i^2 + 3j]_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \\ 15 \end{bmatrix}_{i^2} \Rightarrow 7 + 10 + 15 = 32$$

۲- j شماره ی ستون است.

۱۰۱- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$a_{11} = a_{22} = a_{33} = 0$$

$$a_{12} = 1^2 - 2^2 = -3, a_{13} = 1^2 - 3^2 = -8, a_{22} = 2^2 - 3^2 = -5$$

$$a_{21} = 1^2 - 2^2 = -3, a_{31} = 1^2 - 3^2 = -8, a_{32} = 2^2 - 3^2 = -5$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & -8 \\ -3 & 0 & -5 \\ -8 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

واضح است که ماتریس A، متقارن است.

۱۰۲- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 5 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -6 \\ 5 & -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \square \end{bmatrix}$$

برای یافتن درایه های سطر دوم و ستون سوم ماتریس C، باید سطر دوم A در ستون سوم B ضرب شود:

$$\text{جواب} = 3 \times (-6) + 0 \times 0 = -18$$

۱۰۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$A(A+I) = -I \Rightarrow A^2 + A + I = O \Rightarrow A^2 = -(A+I) \Rightarrow A^3 = A^2 \cdot A = -(A+I)A$$

$$A^2 \cdot (-I) - I$$

$$A^2 \cdot (-I) - (A^3) \times A^2 - I \times A^2 - A^2$$

۱۰۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} A = [i + 2j]_{3 \times 3} \Rightarrow a_{12} = 1 + 2 \times 2 = 5 \\ B = [i^2 - j]_{3 \times 3} \Rightarrow b_{12} = 1^2 - 2 = -1 \end{cases} \Rightarrow 2A + B$$

درایه ی سطر اول و ستون دوم $2 \times 5 - 1$

گروه آموزشی عصر

۱۰۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = 2I$$

$$A^{1392} = (A)^{696} = 2^{696} I \Rightarrow A^{1392} = A^{1392} \cdot A = 2^{696} I \cdot A = 2^{696} A$$

۱۰۶- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 2a & c \\ 4 & -b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b+1 & 2 \\ d & 2a+b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a - b + 1 \\ -b - 2a + b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - b + 1 \xrightarrow{(*)} 2a - -a + 1 \Rightarrow a - \frac{1}{3} \xrightarrow{(*)} b - -\frac{1}{3} \\ 2a + 2b = 0 \Rightarrow b = -a \quad (*) \end{cases}$$

بنابراین: $a - b = \frac{2}{3}$

۱۰۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a_{ij} = \begin{cases} i + j \\ j + 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} i \leq j \\ i > j \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} a_{21} \xrightarrow{2 > 1} \text{ضابطه ی دوم} & 1 + 1 = 2 \\ a_{22} \xrightarrow{2 \leq 2} \text{ضابطه ی اول} & 2 + 2 = 4 \\ a_{23} \xrightarrow{2 \leq 3} \text{ضابطه ی اول} & 2 + 3 = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_{21} + a_{22} + a_{23} = 2 + 4 + 5 = 11$$

۱۰۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: درایه های سطر i ام و ستون j ام ماتریس AB از ضرب سطر i ام ماتریس A در ستون j ام ماتریس B حاصل می شود. طبق نکته ی بالا باید سطر دوم ماتریس A را در ستون دوم ماتریس B ضرب کنیم:

$$C = AB = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \end{bmatrix}$$

۱۰۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^8 = A^4 \times A^4 = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 16 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^8 - I = \begin{bmatrix} 1 & 16 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 16 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۱۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا ماتریس A را تعیین می کنیم:

$$2A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

اکنون داریم:

$$A \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1(1) + 2(3) & 1(2) + 2(4) \\ 0(1) + 1(3) & 0(2) + 1(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

۱۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: ماتریس B وارون ماتریس A است، هرگاه $AB - BA - I$

$$A^2 - 2A = O \Rightarrow A^2 = 2A \xrightarrow{\times A^{-1}} A = 2I = \begin{bmatrix} 2 & & \dots & \\ & 2 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ & & & 2 \end{bmatrix}_{n \times n}$$

بنابراین مجموع درایه های ماتریس A برابر است با: $2 + 2 + \dots + 2 = 2n$ تا n

۱۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = -A \quad A^2 = -A \xrightarrow{\times A} A^3 = -A^2 = -(-A) = A$$

بنابراین: $\Lambda^n = \begin{cases} \Lambda & \text{فرد } n \\ -A & \text{زوج } n \end{cases}$

پس مجموع درایه های ماتریس $A^{10} = -A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ برابر است با: $-1 + 1 - 2 + 2 = 0$

۱۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: برای ماتریس دلخواه $A_{n \times n}$ و ماتریس همانی I_n داریم: $AI - IA - A$

نکته: برای ماتریس های دلخواه $A_{n \times m}$ ، $B_{m \times p}$ و $C_{m \times p}$ داریم: $A(B + C) = AB + AC$

$$A^2 + 5B + \Lambda B = \underbrace{\Lambda(\Lambda + B)}_{5I} + 5B = 5\Lambda + 5B = 5(\Lambda + B) = 5 \times 5I = 25I$$

گروه آموزشی عصر

۱۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} = O$$

چون $A^3 = O$ ، پس به ازای هر $n \geq 3$ داریم: $A^n = O$

۱۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 14 \\ 0 & 1 & 8 \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

مجموع درایه های ماتریس A^2 برابر است با $1+4+14+1+8+1-29$

۱۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ضرب دو ماتریس وقتی قابل تعریف است که شماره ستون اولی با شماره سطر دومی برابر باشد. لذا ماتریس $A \cdot B^t$ قابل تعریف است.

۱۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A - 2I = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 21 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow 12+21-7+5=31$$

۱۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$AB = BA \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 2a-b \\ 7 & a+2b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6+a & -3+2a \\ 4+b & -2+2b \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6+a-4 \Rightarrow a-2 \\ 4+b-7 \Rightarrow b-3 \end{cases} \Rightarrow ab = -6$$

۱۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = A$$

بنابراین به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ داریم: $A^n = A$ در نتیجه:

$$A^{100} = A = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس A^{100} برابر است با: $1 + 100 - 101$

۱۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر A و B دو ماتریس تعویض پذیر باشند $(AB - BA)$ ، آن‌گاه همه اتحادهای جبری برای آن‌ها برقرار است. به عنوان مثال:

$$(A + B)(A^2 - AB + B^2) = A^3 + B^3$$

$$A^2 - A + I = O \xrightarrow{\times (A + I)} (A + I)(A^2 - A + I)$$

$$= O \xrightarrow{A \text{ و } I \text{ تعویض پذیر}} A^3 + I^3 = O \Rightarrow A^2 = -I$$

$$\Rightarrow (A^2)^{465} = (-I)^{465} = -I \Rightarrow A^{1395} = -I \xrightarrow{\times A} A^{1396} = -A$$

۱۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در ضرب ماتریس‌ها داریم

$$\begin{bmatrix} x^2 + 2x & 1 \\ -x^2 - 2x + 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^2 + 2x \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} -x^2 - 2x + 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^2 + 2x \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow -(x^2 + 2x)^2 + 2(x^2 + 2x) + 3 = 0$$

$$(x^2 + 2x)^2 - 2(x^2 + 2x) - 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0, 3$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0, x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x \in \{-3, -1, 1\}$$

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ b & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a+b & 1 \end{bmatrix} \text{ نکته:}$$

با توجه به نکته ی بالا، حاصل ضرب ماتریس های داده شده برابر است با:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1+2+3+\dots+20 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{20 \times 21}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 210 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه های این ماتریس برابر ۲۱۲ است.

۱۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\Lambda^2 - A + I \Rightarrow \Lambda^4 - (A^2)^2 - (\Lambda + I)^2 - \Lambda^2 + 2A + I$$

$$\xrightarrow{A^2 = A + I} (\Lambda + I) + 2A + I = 3A + 2I$$

۱۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\Lambda^2 - I \Rightarrow (A^2)^{697} - I \Rightarrow \Lambda^{1394} - I \Rightarrow \Lambda^{1395} - A$$

$$A^{1395} - A^{1394} = A - I = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$$

۱۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A = [2i + 3j]_{3 \times 3} \Rightarrow a_{ij} = 2i + 3j$$

بنابراین مجموع درایه های ستون دوم این ماتریس برابر است با:

$$a_{12} + a_{22} + a_{32} = (2 + 6) + (4 + 6) + (6 + 6) = 8 + 10 + 12 = 30$$

۱۲۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا طرفین دو تساوی را با هم جمع می کنیم:

$$(A + 2B) + (B + 2A) = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 9 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow 3(A + B) = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 12 & 3 \end{bmatrix}$$

اکنون با تقسیم طرفین تساوی لالا بر عدد ۳ خواهیم داشت:

$$A + B = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 12 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

۱۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا ماتریس A^2 را محاسبه می کنیم:

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -9 & 10 \end{bmatrix}$$

حال داریم:

$$A^4 = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -9 & 10 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -9 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -29 & 30 \\ -45 & 46 \end{bmatrix}$$

۱۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$C^2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ \frac{1}{3} & 1 & 2 & 8 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 1 & 4 \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ \frac{1}{3} & 1 & 2 & 8 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 1 & 4 \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & - & - & - \\ - & 4 & - & - \\ - & - & 4 & - \\ - & - & - & 4 \end{bmatrix}$$

اجزا سطر ماتریس اول و اجزا ستون هم نام ماتریس دوم، وارون هم اند و حاصل ضرب متناظر آن ها ۱ می باشد، در نتیجه هر درایه قطری ماتریس C^2 برابر ۴ می باشد که مجموع آن ها برابر است با ۱۶.

۱۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اجزاء سطر ماتریس اول در ستون ماتریس دوم نظیر به نظیر ضرب شوند.

$$\begin{bmatrix} 2+2+1 & 4+0-3 \\ 3+8-1 & 6+0+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 10 & 9 \end{bmatrix}$$

۱۳۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2+16-10 & 0+6+21 & 6 \\ 6 & 6 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 27 & 6 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه های قطری آن ۳۷ می باشد.

گروه آموزشی عصر

۱۳۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم $A^3 = A^2 \times A = A \times A^2$ است:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 32 & -5 \end{bmatrix}$$

۴	۳	۲	۱		۴	۳	۲	۱		۴	۳	۲	۱	
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲۸	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲۹	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۳۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۳۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۸	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۹	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۸
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۴	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۷۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۳
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۴
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۵
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۷۹	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۶
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۸۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۷
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۸
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۸۲	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۹
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۰
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۱
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۲
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۸۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۳
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۴
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۸۸	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۵
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۶
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۷
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۱	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۸
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۹
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۰
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۱
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۲
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۶	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۳
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۴
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹۸	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۵
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹۹	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۶
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۷
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۸
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۰۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۹
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۰
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۰۴	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۱
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۲
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۰۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۳
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۰۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۴
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۵
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۰۹	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۶
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۷
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۸
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۹
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۰
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۴	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۱
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۲
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱۶	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۳
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۴
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱۸	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۵
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱۹	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۶
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۷
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۸
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۹
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۲۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۰
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۱
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۲

موسسه تخصصی تدریس

گروه آموزشی عصر

www.my-car.com

۱- اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -7 & 6 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس A کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{33}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) ۱ (۴) ۳۳

سراسری => تجربی => ۸۰ و سنجش علمی آزمون یار => ۸۱-۸۰ => متوسطه

۲- اگر در دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & a \\ 6 & -2 & 3 \end{vmatrix}$ به عنصر واقع در سطر دوم و ستون سوم ۲ واحد اضافه شود به مقدار دترمینان کدام عدد افزوده می شود؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

سراسری => ریاضی => ۸۰

۳- از تساوی $\begin{vmatrix} ab & bc & ca \\ 1 & 1 & 1 \\ c(a+b) & a(b+c) & b(a+c) \end{vmatrix} = 0$ کدام نتیجه گیری درست است؟

- (۱) $abc = 0$ (۲) a و b و c هر عدد دلخواه اند.
(۳) $a + b + c = 0$ (۴) $ab + bc + ca = 0$

سراسری => ریاضی => ۸۱

۴- اگر $a + b + c = -5$ حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} a & b & c+2 \\ a & b+2 & c \\ a+2 & b & c \end{vmatrix}$ کدام است؟

- (۱) -۱۲ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) ۱۲

سراسری => ریاضی => ۸۲

۵- اگر $\text{Log}(3x - 2) = \begin{vmatrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{vmatrix}$ باشد، مقدار x کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

سراسری => تجربی => ۸۲

۶- اگر $abc \neq 0$ باشد، از معادله $\begin{vmatrix} 1 & a+1 & b+1 \\ -a & \cdot & c \\ -b & -c & \cdot \end{vmatrix} = 0$ کدام نتیجه گیری صحیح است؟

(۱) $a + b + c = 0$ (۲) $a - b + c = 0$ (۳) $a + b - c = 0$ (۴) $-a + b + c = 0$

سراسری <= ریاضی <= ۸۳

۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & \cdot \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه های سطر اول ماتریس معکوس A^{-1} کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۳

سراسری <= تجربی <= ۸۳

۸- در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = f \\ cx + dy = 1 \end{cases}$ معکوس ماتریس ضرایب مجهول، به صورت $\begin{bmatrix} -1 & \cdot \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ است. اگر $X = 1$ ، مقدار y کدام است؟

(۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

سراسری <= ریاضی <= ۸۶

۹- اگر $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & \cdot \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس A^{-1} کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

سراسری <= تجربی <= ۸۶

۱۰- اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس $A^2 + A$ کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

سراسری <= تجربی <= ۸۷

۱۱- به ازای کدام مجموعه مقادیر α معادله ی ماتریسی $\begin{bmatrix} \alpha + 1 & 2 \\ -1 & \alpha - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ 1 \end{bmatrix}$ جواب دارد؟

(۱) $\{-1, 1\}$ (۲) $R - \{0, 1\}$ (۳) \emptyset (۴) R

سراسری <= تجربی <= ۸۸

۱۲- اگر a, b دو عدد حقیقی و i و j شماره‌ی سطر و ستون هر درایه باشند، دترمینان ماتریس $A = [ai + bj]_{3 \times 3}$ کدام است؟
 (۱) صفر (۲) $a + b$ (۳) $a \cdot b$ (۴) $ab(a + b)$

سراسری => ریاضی => ۸۹

۱۳- اگر $X + \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد وارون ماتریس X کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

سراسری => تجربی => ۹۱

۱۴- به هر درایه‌ی سطر سوم دترمینان $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 7 \\ -2 & 3 & 4 \\ 9 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ کدام عدد افزوده شود تا مقدار دترمینان ۸ واحد بیش‌تر گردد؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

سراسری => ریاضی => ۹۱

۱۵- اگر $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\tan \alpha \\ \tan \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ و I ماتریس همانی مرتبه‌ی ۲ باشد. سطر اول ماتریس $(I + A)^{-1}(I - A)$ ، کدام است؟

(۱) $[\cos 2\alpha - \sin 2\alpha]$ (۲) $[\cos 2\alpha \quad \sin 2\alpha]$ (۳) $[\sin 2\alpha \quad \cos 2\alpha]$ (۴) $[-\sin 2\alpha \quad \cos 2\alpha]$
 سراسری => ریاضی => ۹۲ (سراسری - آزاد)

۱۶- اگر دترمینان $\begin{vmatrix} a+b & b & ab \\ b+c & c & bc \\ a+c & a & ac \end{vmatrix} = D$ باشد، حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ bc & ac & ab \\ ac & ab & bc \end{vmatrix}$ کدام است؟
 (۱) $-D$ (۲) D (۳) $(a + b + c) D$ (۴) $abcD$

سراسری => ریاضی => ۹۳ (سراسری - آزاد)

۱۷- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر $A \times B$ ماتریس واحد باشد. مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس B کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $1/5$ (۳) ۲ (۴) $2/5$

سراسری => تجربی => ۹۳ (سراسری - آزاد)

۱۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 12 & -8 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ باشند، ماتریس $(A - B)^{-1}$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -0/2 & 0/1 \\ 0/3 & 0/2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0/3 & -0/2 \\ 0/2 & 0/4 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0/2 & -0/2 \\ 0/3 & 0/4 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0/2 & 0/2 \\ -0/3 & 0/2 \end{bmatrix}$

سراسری => تجربی => ۹۴

۱۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ باشند، وارون ماتریس $A \times B$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 7 & -8 \end{bmatrix}$ (۲) $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$ (۳) $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -7 & -8 \end{bmatrix}$ (۴) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -9 & -8 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$

سراسری => تجربی => ۹۵

۲۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ باشند، ماتریس $(2B) \cdot A^{-1}$ ، کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -11 & 15 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 8 & -15 \\ -7 & 11 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 10 & -7 \\ -9 & 13 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 10 & -14 \\ -11 & 15 \end{bmatrix}$

سراسری => تجربی => ۹۶

۲۱- اگر به تمام درایه‌های ستون دوم ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & a & 7 \\ 3 & b & 6 \end{bmatrix}$ ، یک واحد اضافه شود، به مقدار دترمینان ماتریس اولیه، کدام عدد اضافه می‌شود؟

(۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) ۶

سراسری => ریاضی => ۹۶

۲۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ، از رابطه‌ی ماتریسی $AX - A - 2I$ ، ماتریس X ، کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

سراسری => ریاضی => ۹۸

۲۳- اگر A ماتریس 3×3 باشد و $4 - |A|$ ، آن‌گاه دترمینان ماتریس $|A|A$ ، کدام است؟

(۱) ۶۴ (۲) ۹۶ (۳) ۱۲۸ (۴) ۲۵۶

سراسری => ریاضی => ۹۸

۲۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$ ، B ماتریسی وارون پذیر باشد و $A + B - 8AB$ ، مجموع درایه های ماتریس B^{-1} کدام است؟

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۲۵- اگر دستگاه $\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ 2x + my = m \end{cases}$ فاقد جواب باشد، مجموعه مقادیر قابل قبول برای m کدام است؟

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- (۱) $\{-1\}$ (۲) $\{2\}$ (۳) $\{1, 2\}$ (۴) $\{-1, 2\}$

۲۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$ و ماتریس $A - mI$ وارون پذیر نباشد، مجموعه مقادیر قابل قبول برای m کدام است؟

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- (۱) $\{3, 4\}$ (۲) $\{1, 6\}$ (۳) $\{2, 4\}$ (۴) $\{2, 6\}$

۲۷- اگر ماتریس $A + I$ و $2A$ وارون هم باشند، ماتریس A^4 کدام است؟

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- (۱) $\frac{3}{4}I$ (۲) $2A + \frac{3}{4}I$ (۳) $\frac{3}{4}I - 2A$ (۴) $2A - \frac{3}{4}I$

۲۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه های ماتریس X در دستگاه $AB - B$ ، کدام است؟

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- (۱) ۶ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) صفر

۲۹- از معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} 3 & -7 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \times B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ، ماتریس B کدام است؟

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- (۱) $\begin{bmatrix} 19 & 21 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 19 & 17 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 14 & 21 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 19 & 21 \\ 8 & 11 \end{bmatrix}$

۳۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 6 & 4|A^2| \\ 5|A| & |A| \end{bmatrix}$ و $|A| > 0$ ، حاصل $(|A|^3 - 1)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{7}{8}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۱- دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 5 & -2 \\ 5 & 4 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

- (۱) -60 (۲) -30 (۳) 20 (۴) 40

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۲- به ازای کدام مقدار m ، دستگاه معادلات $\begin{cases} 3x + my - m + 3 \\ (2m + 1)x + 12y - 4m + 5 \end{cases}$ بی شمار جواب دارد؟

- (۱) $-\frac{9}{4}$ (۲) $-\frac{9}{2}$ (۳) 4 (۴) 5

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۳- مقدار دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -2 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix}$ ، کدام است؟

- (۱) 18 (۲) 20 (۳) 24 (۴) 28

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & m \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس A به ازای کدام مقدار m ماتریس وارون پذیر نیست؟

- (۱) -2 (۲) 3 (۳) هر مقدار (۴) هیچ مقدار

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۵- دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \\ -2 & -5 & 0 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱۰ (۳) -۲۰ (۴) ۲۰

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 10 \end{bmatrix}$ ، ماتریس X از رابطه $AX - 3A - 4I$ ، کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -17 & 8 \\ 14 & -3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -17 & 14 \\ 8 & -3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -12 & 8 \\ 9 & -4 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -15 & 7 \\ 13 & -4 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۷- اگر $2A = \begin{bmatrix} |A| & 3 \\ -1 & |A| \end{bmatrix}$ و $|A| > 1$ ، آنگاه حاصل $|A - I|$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۸- مجموعه جواب معادله $\begin{vmatrix} 0 & X-4 & X-3 \\ X+2 & 0 & -2 \\ X+1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0$ کدام است؟

- (۱) $\{-1, 4\}$ (۲) $\{-2, 3\}$ (۳) $\{-5, 2\}$ (۴) $\{-3, 6\}$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۹- اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + (b-1)y - 2 \\ (a+2)x + 2by - 3 \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۷ (۴) ۷

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۰- اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس $2(A + I)^{-1}$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 6 & -4 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۱- اگر وارون ماتریس $\begin{bmatrix} m & 1 \\ -1 & -m \end{bmatrix}$ با خودش برابر باشد، دترمینان این ماتریس کدام است؟

- ۱ (۱) -1 (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $-\sqrt{2}$ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۲- اگر $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = A$ باشد، دترمینان ماتریس A^{-1} کدام است؟

- ۱ (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{-1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۳- دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 11 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- ۱ (۱) -4 (۲) صفر (۳) ۴ (۴) ۱۲

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ باشند، آنگاه $|A \times B|$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۳۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۲۶۰

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۵- به ازای کدام مقدار m دستگاه معادلات $\begin{cases} mx - 3y - 5 \\ 4x + (m - 8)y - 3m + 4 \end{cases}$ بی شمار جواب دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) هیچ مقدار m

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۶- به ازای کدام مقدار a ، ماتریس $C = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 3a \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ وارون پذیر است؟

- ۱ (۱) -8 (۲) ۸ (۳) $R - \{-8\}$ (۴) $R - \{8\}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$ باشند، ماتریس $A^{-1}B$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 47 \\ -18 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 47 \\ -16 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 45 \\ -18 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 45 \\ -16 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۸- به ازای کدام مقادیر m ، دستگاه معادلات $\begin{cases} (m-1)x + 2y - 5 \\ 5x + (m+2)y - 9 \end{cases}$ جواب دارد؟

(۱) $\{-4, 3\}$ (۲) $\{4, -3\}$ (۳) $R - \{4, -3\}$ (۴) $R - \{-4, 3\}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 4 & -1 & 7 \\ -3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، $|A|$ کدام است؟

(۱) -258 (۲) -248 (۳) 215 (۴) 225

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۵۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ باشد، وارون ماتریس A^2 کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 12 & -7/5 \\ -10/5 & 8 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 12 & 9 \\ -7/5 & -10/5 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 14 & -11/25 \\ -9 & 7/5 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 14 & -10/25 \\ -9 & 8/5 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۵۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ وارون ماتریس $\frac{1}{2}A^2 + A^{-1}$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۴

۵۲- از رابطه $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ مقدار a, d کدام است؟

(۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{3}{4}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۰

۵۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ، معکوس ماتریس A^{-1} کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۱ و آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۱

۵۴- از رابطه ی ماتریسی $A \cdot X - B$ ماتریس X چگونه است؟ (دترمینان ماتریس A غیر صفر است.)

(۱) AB^{-1} (۲) $A \cdot B^{-1}$ (۳) $\frac{B}{A}$ (۴) $A^{-1} \cdot B$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۱

۵۵- دستگاه معادلات $\begin{cases} m(x-1) - 3(x-y) \\ 4x + (m+1)y - 2 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار m بیشمار جواب دارد؟

(۱) -۵ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) ۵

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۱

۵۶- اگر A یک ماتریس 2×2 باشد، که $2A + I_2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ آنگاه دترمینان ماتریس A کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) صفر (۴) $\frac{3}{4}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۲

۵۷- مقدار m کدام باشد که دستگاه $\begin{cases} (2m-1)x - 2y - 0 \\ -5x + (m-1)y - 0 \end{cases}$ دارای بیشمار جواب باشد؟

(۱) $\frac{3}{2}, -3$ (۲) فقط -۳ (۳) فقط $\frac{3}{2}$ (۴) ۳, $-\frac{3}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۲

۵۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ باشد عنصر واقع بر سطر دوم و ستون اول در وارون ماتریس $2A$ کدام عدد است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۱ (۳) -۴ (۴) -۱

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۲

۵۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $2A^{-1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۲ و آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۲

۶۰- اگر $A + I = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & . \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس A^3 کدام است؟

- (۱) -۶۴ (۲) -۸ (۳) ۱ (۴) ۲۷

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۲

۶۱- اگر $A + 2I = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & . \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس A کدام است؟ (I ماتریس واحد است)

- (۱) -۶ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) ۶

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۲

۶۲- به ازای کدام مقدار m دستگاه معادلات $\begin{cases} my + 2x - 5 \\ y + (m - 1)x - 2m - 3 \end{cases}$ جواب ندارد؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۲

۶۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ از رابطه $AX = B$ ماتریس X کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۲

۶۴- با فرض $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & a \end{bmatrix}$ مقدار a کدام باشد تا دترمینان ماتریس A^{-1} برابر ۲ باشد؟

(۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -2 (۴) $-\frac{3}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۲

۶۵- اگر $I_2 = 2A + I_2 = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان $2A^{-1}$ چقدر است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۶۶- در دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ -2 & 2 & 1 \\ a & 2 & -3 \end{vmatrix}$ اگر به عنصر واقع در سطر دوم و ستون سوم ۲ واحد اضافه کنیم، مقدار دترمینان یک واحد اضافه خواهد شد. مقدار a کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{5}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۶۷- تعداد جوابهای معادله $\begin{vmatrix} 2x & 8 & x+1 \\ x+1 & 9 & 2x \\ x-1 & -1 & 1-x \end{vmatrix} = 0$ چیست؟

(۴) بی شمار

(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۳

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۶۸- با فرض آنکه $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \\ x & 1 & 2 \end{vmatrix} = a + x \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$ مقدار a کدام است؟

(۱) -8 (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) -4

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۶۹- حاصل $\begin{vmatrix} a & \cdot & a \\ \cdot & a & \cdot \\ a & \cdot & a \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \cdot & b & \cdot \\ b & \cdot & b \\ \cdot & b & \cdot \end{vmatrix}$ کدام است؟

(۴) صفر
آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

(۳) $a - b$

(۲) $a + b$

(۱) ab

۷۰- اگر $2A - I_3 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ جمع درایه‌های A^{-1} چقدر است؟

(۴) ۱
آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۲

(۳) $\frac{5}{7}$

(۲) ۵

(۱) $\frac{1}{7}$

۷۱- اگر $A = \begin{bmatrix} \cdot & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $(A \cdot A^{-1} - A)$ کدام است؟

(۴) ۴
آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۳

(۳) ۲

(۲) -۲

(۱) -۶

۷۲- در دستگاه $\begin{cases} ax+by-2 \\ cx+dy-1 \end{cases}$ معکوس ماتریس ضرایب مجهولات به صورت $\begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ است. $x+y$ کدام است؟

(۴) ۹
آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۳

(۳) ۷

(۲) ۵

(۱) ۳

۷۳- هرگاه $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ مقدار دترمینان ماتریس $A^2 \cdot |A|$ کدام است؟

(۴) ۸۱
آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۳

(۳) ۱

(۲) ۱۶

(۱) $\frac{1}{16}$

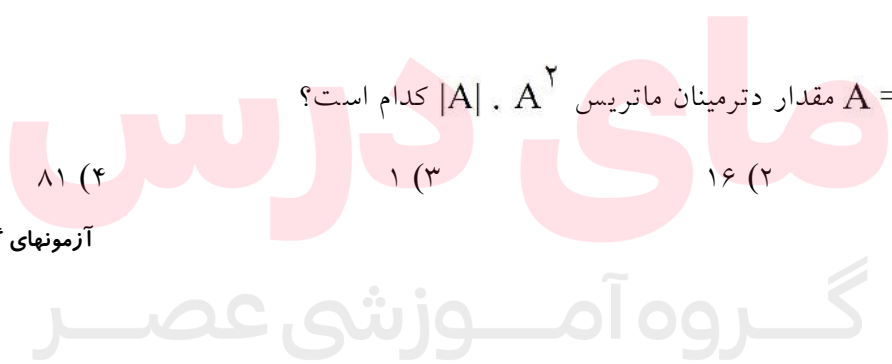
۷۴- در دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & \cdot & 4 \\ 3 & 2 & 4 \\ 2 & -5 & 1 \end{vmatrix}$ به عنصر واقع در سطر دوم، ستون سوم ۳ واحد اضافه شده است به مقدار دترمینان کدام عدد اضافه می‌شود؟

(۴) ۱۸
آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۳

(۳) ۱۵

(۲) ۶

(۱) ۱۲



۷۵- با فرض آنکه $m = \begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ a & 1 & 2 \end{vmatrix}$ مقدار $\begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ 2a & 2 & 4 \\ 0 & -1-a & -2 \end{vmatrix}$ کدام است؟

(۱) $2m$ (۲) $-\frac{m}{2}$ (۳) $\frac{m}{2}$ (۴) $-2m$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۳

۷۶- اگر به درایه واقع بر سطر دوم و ستون سوم ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ ، ۴ واحد بیفزائیم به مقدار دترمینان آن ۶

واحد اضافه می‌گردد، مقدار a کدام است؟

(۱) -4 (۲) -3 (۳) 3 (۴) $\frac{15}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۳

۷۷- در ماتریس $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ اگر $a_{ij} = ij - 3i$ باشد، مقدار $|A|$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) 8 (۳) 4 (۴) -4

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۳

۷۸- اگر $A^{-1} = 2 \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ دترمینان $3A^2$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{1}{48}$ (۴) $\frac{1}{54}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۳

۷۹- دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$. $|3 \ 1|$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) 12 (۳) -12 (۴) دترمینان برای آن تعریف نشده است.

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۳

www.my-dars.ir

۸۰- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، جمع درایه‌های $(I - A)^{-1}$ کدام است؟

(۱) 4 (۲) -6 (۳) -2 (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۳

۸۱- با فرض $A^{-1} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $2A$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۳

۸۲- اگر $\begin{vmatrix} a & a & a+2 \\ 3a & 3a+2 & 3a \\ 6a+2 & 6a & 6a \end{vmatrix} = 12$ باشد، عدد a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{10}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{1}{3}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۳

۸۳- حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 5 & 7 & 9 \end{vmatrix}$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۹

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۳

۸۴- اگر $\begin{vmatrix} -a & b & a \\ -1 & -b & a \\ a & -b & b \end{vmatrix} = \frac{3}{2}$ باشد، مقدار $\begin{vmatrix} b-a & 1 & 0 \\ -b-1 & -1 & 2a \\ a-b & -1 & 2b \end{vmatrix}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{a}$ (۲) $\frac{3}{b}$ (۳) $3b$ (۴) $3a$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۳

۸۵- با کدام مقادیر a دستگاه معادلات $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ a(a+1) \\ 5 \end{bmatrix}$ سازگار است؟

- (۱) ۲ و -۱ (۲) -۲ و ۱ (۳) ۱ و -۳ (۴) -۱ و ۳

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۳

۸۶- به ازای کدام مقدار a دستگاه معادلات $(x + y = a^2 + a + 1, x + 2y = 5, 3x - y = 1)$ جواب دارد؟
 (۱) ۲ و -۱ (۲) ۱ و -۳ (۳) ۲ و -۱ (۴) ۳ و -۱

آزمایشی سنجش => تجربی <= ۸۳

۸۷- اگر $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ و مقدار دترمینان ماتریس $A(A^{-1} - I)$ برابر ۶ باشد، a کدام است؟
 (۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۲ (۴) ۳

آزمایشی سنجش => ریاضی <= ۸۳

۸۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$ باشد دترمینان ماتریس A^{-1} کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{7}$ (۳) $\frac{1}{14}$ (۴) $\frac{1}{21}$

آزمایشی سنجش => تجربی <= ۸۴

۸۹- اگر دترمینان معکوس ماتریس $\begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ برابر با -۲ باشد a کدام است؟

(۱) $\frac{17}{2}$ (۲) $\frac{17}{4}$ (۳) $\frac{31}{2}$ (۴) $\frac{31}{4}$

آزمایشی سنجش => تجربی <= ۸۴

۹۰- مقدار دترمینان $\begin{bmatrix} 7 & -2 & -7 \\ 9 & -2 & -10 \\ 3 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

آزمایشی سنجش => ریاضی <= ۸۴

۹۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس $(A^{-1} - I)$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

آزمایشی سنجش => تجربی <= ۸۴

۹۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ باشد دترمینان ماتریس $3A^{-1}$ برابر کدام است؟

- (۱) -۹ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) ۹

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۴

۹۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس $(A^2 - I)$ کدام است؟

- (۱) ۱۰۸ (۲) ۱۱۴ (۳) ۱۲۶ (۴) ۱۴۷

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۴

۹۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس $(A - A^{-1})$ کدام است؟

- (۱) -۶۴ (۲) -۱۶ (۳) ۱۶ (۴) ۶۴

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۴

۹۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & a \end{bmatrix}$ و دترمینان ماتریس $(A - 2I)$ برابر ۹ باشد، a کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۴

۹۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ باشد دترمینان ماتریس $(I - 2A^{-1})$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۴

۹۷- اگر $A = \begin{bmatrix} a & 7 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ و دترمینان ماتریس A^{-1} برابر $\frac{1}{4}$ باشد، a کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) $\frac{29}{8}$ (۴) $-\frac{27}{8}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۴

۹۸- اگر $2A + I = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ ، مقدار دترمینان A کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۴

۹۹- هرگاه $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس $(2A)^{-1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{12}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۴

۱۰۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس $2A^{-1}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) -۴ (۳) -۱ (۴) -۲

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۴

۱۰۱- هرگاه $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ مقدار دترمینان ماتریس A^2 . $|A|$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) ۱۶ (۳) ۱ (۴) ۸۱

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۴

۱۰۲- مقدار x از معادله‌ی زیر کدام است؟

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۴

۱۰۳- اگر $a + b + c - x = 16$ و $\begin{vmatrix} a & b & c+x \\ a & b+x & c \\ a+x & b & c \end{vmatrix} = 16$ باشد مقدار x چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۴

۱۰۴- اگر دستگاه
$$\begin{cases} (1-m)x + 2y - m \\ -3x + my - 2 \end{cases}$$
 جواب نداشته باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۲

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۴

۱۰۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد معکوس ماتریس A^3 کدام است؟

- (۱) $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ (۲) $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ (۳) $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$ (۴) $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۴

۱۰۶- ریشه های معادله $0 = \begin{vmatrix} 1 & 4 & x^2 \\ 1 & 2 & x \\ 1 & 8 & x^3 \end{vmatrix}$ چگونه است؟

- (۱) فقط یک ریشه (۲) دو ریشه مساوی (۳) سه ریشه متمایز (۴) سه ریشه مساوی

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۴

۱۰۷- در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by - 4 \\ cx + dy - 1 \end{cases}$ معکوس ماتریس ضرایب مجهولات به صورت $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ است مقدار

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۴

۱۰۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ باشد مجموع درایه های ماتریس A^{-1} کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{-1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{-2}{3}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۵

۱۰۹- وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & -8 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -8 & 5 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -8 & 3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 8 & -3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۵

۱۱۰- اگر A ماتریس وارون پذیر و $|A + B| = ۲$ - آن گاه $|I + BA^{-1}|$ کدام است؟

(۱) $۲|A|$

(۲) $\frac{۲}{|A|}$

(۳) $\frac{۴}{|A|}$

(۴) $\frac{۱}{۳}|A|$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۵

۱۱۱- به ازای کدام مقدار m دستگاه سه معادله ی $x + ۲y = ۴$ و $mx + y = ۲m$ و $۳x - ۴y = ۲$ سازگار هستند؟

(۱) -۱

(۲) ۲

(۳) هر مقدار

(۴) هیچ مقدار

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۵

۱۱۲- اگر $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۵ \\ ۱ & ۳ \end{bmatrix}$ ماتریس x از معادله $AX - I$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -۲ & ۱ \\ ۵ & -۳ \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} -۳ & ۵ \\ ۱ & -۲ \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} ۳ & -۵ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} ۳ & ۱ \\ ۵ & ۲ \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۵

۱۱۳- اگر هر یک از دو سطر دترمینان را در ۳ و یک ستون آن را در ۲- ضرب کنیم مقدار دترمینان مفروض در کدام عدد ضرب می شود؟

(۱) -۱۸

(۲) -۶

(۳) ۶

(۴) ۱۸

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۵

۱۱۴- اگر دترمینان معکوس ماتریس $\begin{bmatrix} ۲ & a \\ ۳ & -۱ \end{bmatrix}$ برابر ۲- باشد a کدام است؟

(۱) $-\frac{۱}{۲}$

(۲) -۲

(۳) $\frac{۱}{۲}$

(۴) ۲

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۵

۱۱۵- اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} ۲x + ay = -۱ \\ bx - y = ۰ \end{cases}$ فقط جواب صفر داشته باشد آن گاه:

(۱) $ab \neq ۲$

(۲) $ab \neq -۲$

(۳) $ab = ۲$

(۴) $ab = -۲$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

۱۱۶- به ازای چه مقدار از m ، دستگاه زیر جواب ندارد؟

$$\begin{cases} mx + y - m + 1 \\ 4x + my - 6 \end{cases}$$

(۱) صفر (۲) ± 2 (۳) ۱ (۴) -2

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

۱۱۷- اگر بدانیم $A^{-1} + I = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ آن گاه حاصل دترمینان ماتریس $A + I$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) -1

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۱۱۸- اگر حاصل دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} x + y + 2z & x & y \\ z & 2x + y + z & y \\ z & x & x + 2y + z \end{bmatrix}$ برابر ۱۶ باشد، مجموع اعضای درون ماتریس چیست؟

(۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۱۱۹- اگر A و $I - BA^{-1}$ ماتریس های وارون پذیر باشند، کدام ماتریس وارون پذیر است؟

(۱) $A + B$ (۲) $A - B$ (۳) AB (۴) $A^{-1}B$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۱۲۰- حاصل دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1+x & y & z \\ x & 1+y & z \\ x & y & 1+z \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۱) $x + y + z$ (۲) $1 + x + y + z$ (۳) xyz (۴) $3(x + y + z)$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۱۲۱- اگر به درایه‌ی واقع در سطر دوم و ستون سوم ماتریس $A = \begin{bmatrix} x & 6 & -1 \\ 2 & a & b \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ ، k واحد اضافه کنیم، دترمینان ماتریس

تغییر نمی‌کند. مقدار x کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

۱۲۲- اگر $\begin{cases} ax + by = 0 \\ (a + b)x + cy = 0 \end{cases}$ چه رابطه‌ای بین a ، b ، c برقرار باشد تا دستگاه جواب غیرصفر داشته باشد؟

- ۱ (۱) $b^2 = ab + ac$ ۲ (۲) $ac = b^2 - c^2$ ۳ (۳) $b^2 = ac - ab$ ۴ (۴) $ac = b^2 + c^2$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ m^3 x - y = 7 \\ 13x - 10y = 3 \end{cases}$$

۱۲۳- به ازای چه مقداری از m دستگاه مقابل سازگار است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) -۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

۱۲۴- به ازای کدام مقدار m دستگاه $\begin{cases} mx + y = 13 \\ my + x = -13 \end{cases}$ جواب ندارد؟

- ۱ (۱) فقط $m = 1$ ۲ (۲) فقط $m = -1$ ۳ (۳) $m = \pm 1$ ۴ (۴) $m = 0$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

۱۲۵- اگر دستگاه $\begin{cases} 2x - ay = 0 \\ x - 4y = 0 \end{cases}$ دارای جواب‌های متمایز باشد، مقدار a کدام است؟

- ۱ (۱) -۸ ۲ (۲) -۴ ۳ (۳) ۴ ۴ (۴) ۸

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

۱۲۶- اگر $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & -a \end{bmatrix}$ آن گاه، $(A^{-1})^2$ کدام است $(a \neq \pm 1)$ ؟

(۱) $\frac{1}{a^2 - 1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\frac{1}{a^2 - 1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(۳) $\frac{1}{a^2 - 1} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\frac{1}{a^2 - 1} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶ و آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

۱۲۷- اگر A یک ماتریس 2×2 معکوس پذیر باشد و در رابطه $A^2 = 3A + I$ صدق کند، دترمینان ماتریس $A - A^{-1}$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۹

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶ و آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

۱۲۸- اگر $B = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه های قطر فرعی ماتریس $(B^{-1})^2$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{-1}{6}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{-1}{9}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶ و آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

۱۲۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ماتریس X از رابطه $AX - I$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۶

۱۳۰- اگر $2A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس A^{-1} کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{5}{4}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۶

۱۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ و I ماتریس یکه باشد از معادله $AX - 5I$ ماتریس X کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۶

۱۳۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، مجموعه جواب های X از رابطه ی $|A - X| = 0$ کدام است؟

- (۱) $\{-2, 2, 4\}$ (۲) $\{-1, 2, 5\}$ (۳) $\{-2, 2, 5\}$ (۴) $\{-3, 1, 4\}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶

۱۳۳- در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = -1 \end{cases}$ معکوس ماتریس ضرایب $\begin{bmatrix} a & -1 \\ c & 1 \end{bmatrix}$ است $x + y$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶

۱۳۴- اگر $\begin{vmatrix} 1 & 2 & b \\ 0 & 3 & 4 \\ -1 & a & 5 \end{vmatrix} = 15$ باشد، دترمینان $\begin{vmatrix} 0 & 6 & 8 \\ 3 & 2 & b \\ -3 & a & 5 \end{vmatrix}$ چقدر است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۹۰ (۳) -۹۰ (۴) -۳۰

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶

۱۳۵- اگر $A + I = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس A^3 کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۲۷ (۳) -۸ (۴) -۲۷

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶

۱۳۶- از رابطه $X = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ماتریس X کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶

۱۳۷- اگر در دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & -a \\ 3 & 1 & b \end{vmatrix}$ ، عنصر واقع در سطر دوم و ستون سوم را دو برابر کنیم، مقدار دترمینان چه تغییری می کند؟

- (۱) دو برابر می شود.
 (۲) قرینه می شود.
 (۳) دو برابر و قرینه می شود.
 (۴) ثابت می ماند.

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۱۳۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس $(A^{-1} - I)$ کدام است؟

- (۱) ۴
 (۲) ۶
 (۳) ۷
 (۴) ۸

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۷

۱۳۹- حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 5 & 10 \\ 6 & 9 & 18 \end{vmatrix}$ کدام است؟

- (۱) صفر
 (۲) ۱۲
 (۳) ۱۵
 (۴) ۲۱

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۷ و آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= ۸۷

۱۴۰- اگر $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ و مقدار دترمینان ماتریس $A(A^{-1} - I)$ برابر ۶ باشد، a کدام است؟

- (۱) -۲
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۷

۱۴۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس $(A \cdot A^{-1} - A)$ کدام است؟

- (۱) -۶
 (۲) -۲
 (۳) ۲
 (۴) ۴

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۷

۱۴۲- اگر $\begin{vmatrix} a & a & a+2 \\ 3a & 3a+2 & 3a \\ 6a+2 & 6a & 6a \end{vmatrix} = 12$ باشد. A کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{10}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{1}{2}$
 آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۷

۱۴۳- اگر $\begin{vmatrix} a & 1 & -a \\ -b & b & b \\ 0 & a & b \end{vmatrix} = \frac{3}{2}$ باشد، مقدار $\begin{vmatrix} a-b & b+1 & b-a \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2a & 2b \end{vmatrix}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{b}$ (۲) $\frac{2}{a}$ (۳) $2b$ (۴) $3a$
 آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۷

۱۴۴- حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & \text{Log } a & \text{Log } bc \\ 1 & \text{Log } b & \text{Log } ac \\ 1 & \text{Log } c & \text{Log } ab \end{vmatrix}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $\text{Log } abc$ (۳) $-\text{Log } abc$ (۴) $\text{Log } a \text{Log } b \text{Log } c$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۸

۱۴۵- اگر مقدار دترمینان $\begin{vmatrix} a & 7 & 7 \\ a & 10 & 9 \\ -1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$ برابر ۱ باشد، a کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲
 آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۸

۱۴۶- اگر دترمینان معکوس ماتریس $\begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ برابر ۲- باشد، a کدام است؟

(۱) $\frac{17}{4}$ (۲) $\frac{17}{2}$ (۳) $\frac{31}{4}$ (۴) $\frac{31}{2}$
 آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۸

۱۴۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & a \end{bmatrix}$ و دترمینان ماتریس $(A - 2I)$ برابر ۹ باشد، a کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)
 آزمایشی سنجش = تجربی <= ۸۸

۱۴۸- $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس $(4A^{-1} - I)$ کدام است؟

- ۳ (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)
 آزمایشی سنجش = تجربی <= ۸۸

۱۴۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & . \end{bmatrix}$ ، معکوس ماتریس A^4 کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}$
 آزمایشی سنجش = ریاضی <= ۸۸

۱۵۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس $A^2 - A^{-1}$ کدام است؟

- ۳ (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)
 آزمایشی سنجش = ریاضی <= ۸۸

۱۵۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ ، از رابطه $(A + aA^{-1}) = 8I$ عدد حقیقی a کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴)
 آزمایشی سنجش = ریاضی <= ۸۸

۱۵۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ و دترمینان ماتریس $(A - aI)$ برابر صفر باشد، مقدار a کدام است؟

- ۱ و ۸ (۱) ۳ و ۴ (۲) ۴ و ۶ (۳) ۱ و ۶ (۴)
 آزمایشی سنجش = ریاضی <= ۸۸

۱۵۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ دترمینان $(A^{-1})^2$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
 آزمایشی سنجش = تجربه = ۸۹

۱۵۴- اگر $A = \begin{bmatrix} -\frac{5}{4} & -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ماتریس B از رابطه $A \cdot B = I_2$ کدام است؟

۱ (۱) $\begin{bmatrix} -2 & 6 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -2 & -6 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$
 آزمایشی سنجش = تجربه = ۸۹

۱۵۵- حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} a^2 + b^2 & \frac{1}{c} & (a+b)^2 \\ b^2 + c^2 & \frac{1}{a} & (b+c)^2 \\ c^2 + a^2 & \frac{1}{b} & (c+a)^2 \end{vmatrix}$ برابر کدام است؟

۱ (۱) $a^2 + b^2 + c^2$ (۲) abc (۳) $\frac{1}{abc}$ (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = سال تحصیلی ۹۰ - ۸۹

۱۵۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس A^{-1} کدام است؟

۱ (۱) -3 (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۳

آزمایشی سنجش = تجربه = ۸۹

۱۵۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -\operatorname{tg} x \\ \operatorname{tg} x & 1 \end{bmatrix}$ ، حاصل $|A^{-1}|$ کدام است؟

۱ (۱) $\cos^2 x$ (۲) $\sin^2 x$ (۳) $\cos x$ (۴) $\sin x$
 آزمایشی سنجش = ریاضی = ۸۹

۱۵۸- اگر $\frac{1}{c} \begin{vmatrix} b-a & a+1 & -1 \\ c & 0 & a \\ c & -c & b \end{vmatrix} = 0$ باشد، کدام نتیجه گیری صحیح است؟

- (۱) $a + c - b$ (۲) $a + b - c$ (۳) $b + c - a$ (۴) $a + b + c = 0$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۹

۱۵۹- اگر $A = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ و حاصل دترمینان ماتریس $(A^2)^{-1}$ برابر ۱ باشد a کدام است؟

- (۱) -1 و -2 (۲) -1 و -3 (۳) 1 و 2 (۴) 1 و 3

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۹

۱۶۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & 4 & 7 \\ 7 & 12 & 5 \end{bmatrix}$ مقدار دترمینان ماتریس $\frac{1}{2}A$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) صفر (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) $\frac{5}{2}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۹

۱۶۱- اگر $\begin{vmatrix} 5 & 7 & -3 \\ 2 & -4 & x \\ -1 & 6 & 3 \end{vmatrix} = A - x \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}$ مقدار عدد A کدام است؟

- (۱) -126 (۲) -116 (۳) -94 (۴) -84

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۹۰

۱۶۲- از رابطه $X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ، ماتریس X کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۹۰

۱۶۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ سطر اول ماتریس A^{-1} کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 3 & -2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -3 & 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 6 & -4 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -6 & 4 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۹۰

۱۶۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ حاصل دترمینان ماتریس $\frac{1}{2}A$ کدام است؟

- (۱) ۲/۵ (۲) ۵ (۳) ۷/۵ (۴) ۱۰

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۹۰

۱۶۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 9 & 7 \\ 4 & 7 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ حاصل دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) -۹ (۲) صفر (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۹۰

۱۶۶- اگر درایه‌ی سطر دوم و ستون سوم ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & a \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ را دو برابر کنیم، از حاصل دترمینان آن ۹ واحد کاسته می‌شود، در این صورت a کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰

۱۶۷- حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ a-b & b-c & c-a \\ a & b & c \end{vmatrix}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $(a+b+c)$ (۳) abc (۴) $2(a+b+c)$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۹۰

۱۶۸- کدام نادرست است؟ $(A_{2 \times 2})$

(۱) $(A^2)^{-1} = (A^{-1})^2$ (۲) $(\det A)^2 = \det(A^2)$

(۳) $A \times (B + C) = A \times B + A \times C$ (۴) $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۶۹- در کدام گزینه $A = A^{-1}$ است؟ www.my-dars.ir

- (۱) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ (۲) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ و آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۷۰- در دستگاه معادلات $\begin{cases} 2x+ay-3 \\ x+by-5 \end{cases}$ مقدار y برابر یک می باشد. حاصل $2b-a$ چقدر است؟

(۱) ۷ (۲) -۷ (۳) ۵ (۴) -۵

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۷۱- A یک ماتریس است به طوری که $A^2 + A = I$ در این صورت وارون A^2 کدام است؟

(۱) $I+A$ (۲) $2I - A$ (۳) $I-A$ (۴) $2I+A$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۷۲- به ازای کدام مقدار m دستگاه معادلات $\begin{cases} mx+y-3 \\ 2x+(m-1)y-6 \end{cases}$ بی جواب است؟

(۱) ۲ (۲) -۱ (۳) هیچ مقدار (۴) گزینه ۱ و ۲

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۷۳- اگر $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} + 2X = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل ضرب تمام درایه های ماتریس وارون X کدام است؟

(۱) $\frac{1}{18}$ (۲) $-\frac{1}{162}$ (۳) $\frac{1}{162}$ (۴) $-\frac{1}{81}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۷۴- کدام ویژگی در مورد ماتریس وارون درست است؟ (I ماتریس همانی است.)

(۱) $(AB)^{-1} = A^{-1} B^{-1}$ (۲) $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$

(۳) $(A^{-1})^{-1} = A$ (۴) $I^{-1} = -I$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۷۵- به ازای کدام مقدار a معادله ی ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & a+1 \\ 4 & a-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ جواب ندارد؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۲۰۱۲

برابر کدام است؟

$$\left(A \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \sqrt{\frac{3}{2}} \end{bmatrix} A^{-1} \right)$$

۱۷۶- اگر $A_{2 \times 2}$ ماتریسی وارون پذیر باشد، ماتریس

$$\begin{aligned} & A \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} A^{-1} \quad (۱) \\ & A^{-1} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\sqrt{\frac{3}{2}} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} A \quad (۳) \\ & A \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} A^{-1} \quad (۴) \end{aligned}$$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۷۷- حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & -b-c & (b+c)^2 \\ 1 & -a-c & (a+c)^2 \\ 1 & -a-b & (a+b)^2 \end{vmatrix}$ کدام است؟

(۱) صفر
(۲) $(a-b)(b-c)(c-a)$
(۳) $(a+b)(b+c)(c+a)$
(۴) $a^3 + b^3 + c^3$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۷۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ماتریس X از رابطه $AX = A - I$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۰-۹۱ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۰-۹۱

گروه آموزشی عصر

۱۷۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ حاصل دترمینان ماتریس $B \times A$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۶

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۱۸۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ مجموع درایه های معکوس ماتریس $(A-2I)^2$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۱۸۱- کدام نادرست است؟ (A مربع مرتبه ۲)

(۱) $(A^2)^{-1} = (A^{-1})^2$ (۲) $(\det A)^2 = \det A^2$
 (۳) $A \times (B+C) = A \times B + A \times C$ (۴) $(AB)^{-1} = A^{-1} B^{-1}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱-۹۲ و آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۱۸۲- در دستگاه $\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = m \end{cases}$ ، وارون ماتریس ضرایب برابر $\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ و $X = 4$ می باشد. مقدار y کدام است؟

(۱) $-\frac{40}{3}$ (۲) $\frac{40}{3}$ (۳) $-\frac{8}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱-۹۲ و آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۱۸۳- اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ و $X_{2 \times 2}$ و $AXA - I_{2 \times 2}$ ، ماتریس X کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 8 & 9 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 4 & 9 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱-۹۲ و آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۱۸۴- اگر $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ آن گاه $a + c$ کدام است؟

(۱) $-0/2$ (۲) $-0/1$ (۳) $0/1$ (۴) $0/2$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۱-۹۲ و آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۱۸۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس A^2 کدام است؟

- (۱) ۱۵۲۱ (۲) ۱۶۸۱ (۳) ۲۰۲۵ (۴) ۴۰۰۰

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۱۸۶- اگر $A^3 = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس A^2 چه قدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۱۸۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ماتریس $(AB)^{-1}$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۲-۹۳ و آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۱۸۸- اگر $X = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ، $X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن گاه مجموع درایه های سطر دوم ماتریس X کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) -۸ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) $-\frac{8}{3}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۸۹- اگر $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 9 \\ 2 & x & 1 \\ 1 & 7 & 2 \end{vmatrix} = A + x \begin{vmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ مقدار A کدام است؟

- (۱) ۸۵ (۲) ۹۶ (۳) ۱۱۲ (۴) ۱۱۵

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۱۹۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ، آن گاه مجموع درایه های سطر دوم ماتریس A^{-1} کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۹۱- اگر $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \\ a & a+b & b \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & a+b & b \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ باشد، حاصل $3b - 2a$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۹۲- در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = -1 \end{cases}$ ، وارون ماتریس ضرایب، به صورت $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ است. $x + y$ کدام است؟

(۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۴

سوالات گردآوری شده <= سری ۱ <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ و سراسری <= ریاضی <= ۸۲

۱۹۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $(2A - 3I)$ کدام است؟

(۱) ۴۷ (۲) ۴۳ (۳) ۳۹ (۴) ۳۶

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۳-۹۲ و آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۳-۹۲

۱۹۴- اگر $\begin{vmatrix} a & b & 3c \\ a+b & 2 & -1 \\ 2a & 1 & 3 \end{vmatrix} = 5$ باشد و به درایه‌ی سطر اول و ستون اول ۱ واحد اضافه کنیم، حاصل دترمینان ماتریس جدید کدام خواهد بود؟

(۱) $a + b + c$ (۲) ۱۴ (۳) $a - b + c$ (۴) ۱۲

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۹۵- تعداد ریشه‌های $0 = \begin{vmatrix} a^2 & b^2 & x^2 \\ a & b & x \\ a^3 & b^3 & x^3 \end{vmatrix}$ ، $a > b > 0$ ، کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۱۹۶- دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & -X & 3 & -1 \\ 5 & X & 0 & 2 \\ 1 & X & X & 3 \\ -4 & 2X & -6 & 2 \end{bmatrix}$ به ازای چند مقدار X برابر صفر است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) هیچ مقدار (۴) بی شمار مقدار

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۹۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $XA - I$ باشد. مجموع درایه های ماتریس X کدام است؟

(۱) ۰/۲ (۲) ۰/۳ (۳) ۰/۴ (۴) ۰/۵

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۹۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ ماتریس X از رابطه ی $AX = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۹۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ باشد معکوس ماتریس A^2 کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 64 & 27 \\ 45 & 19 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -64 & 27 \\ 45 & -19 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 64 & -27 \\ -45 & 19 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 64 & 27 \\ 45 & 19 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۲۰۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$ مجموع درایه های ماتریس X از رابطه $AX - 3A - 2I$ کدام است؟

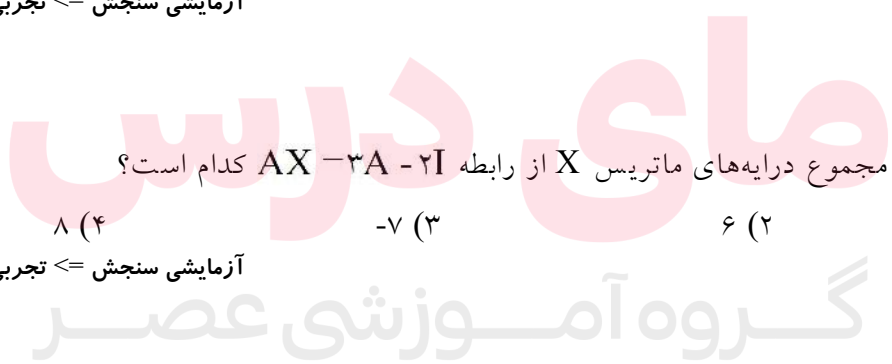
(۱) -۵ (۲) ۶ (۳) -۷ (۴) ۸

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۲۰۱- به ازای کدام مقدار a ماتریس $\begin{bmatrix} 3 & a-3 \\ a+1 & 4 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست؟

(۱) ۲، -۳ (۲) ۵، -۲ (۳) ۵، -۳ (۴) ۲، -۵

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴



۲۰۲- دترمینان کدام ماتریس، مربع کامل است؟

$$(1) \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 9 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3) \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \quad (4) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۲۰۳- اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}$ و $B + A^{-1} = 3I$ باشد، دترمینان ماتریس B کدام است؟ (I ماتریس واحد است.)

$$(1) 5 \quad (2) -5 \quad (3) -\frac{1}{5} \quad (4) \frac{1}{5}$$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۲۰۴- ماتریسهای $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ و $A - 4I$ معکوس یکدیگرند. مقدار a کدام است؟

$$(1) 1 \quad (2) -1 \quad (3) 3 \quad (4) -3$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۲۰۵- اگر در حل دستگاه $\begin{cases} ax + by = 4 \\ cx + dy = -5 \end{cases}$ به کمک روش ماتریس وارون، ماتریس وارون ماتریس ضرایب باشد، مقدار $x + y$ کدام است؟ (a, b, c و d اعدادی حقیقی هستند.)

$$(1) -28 \quad (2) -26 \quad (3) -25 \quad (4) -24$$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۲۰۶- اگر $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = A \times \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس A^{-1} کدام است؟

$$(1) -\frac{1}{3} \quad (2) \frac{1}{3} \quad (3) -3 \quad (4) 3$$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۲۰۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، $(A^{-1})^*$ کدام است؟ (A^* ماتریس الحاقی A است.)

(۱) $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -2 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -2 \\ \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۲۰۸- اگر $\begin{vmatrix} n & n-9 & n-6 \\ n & n & n+1 \\ n & n & n \end{vmatrix} = 18$ باشد، n کدام است؟

(۱) ۴ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۱

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۲۰۹- اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان $A + A^{-1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۵ (۴) ۲

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۲۱۰- ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & a+1 \\ a-2 & 4 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست. مجموع درایه های مربع ماتریس $\begin{bmatrix} a & -1 \\ 1 & a \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۱) ۴ یا ۱۲ (۲) ۶ یا ۱۶ (۳) ۶ یا ۱۲ (۴) ۴ یا ۱۶

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۲۱۱- حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b+c & c+a & a+b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ کدام است؟

(۱) $a + b + c$ (۲) abc (۳) $2(a + b + c)$ (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۲۱۲- مجموع ریشه های معادله ی $\begin{vmatrix} X & 1 & 5 \\ X & X & 2 \\ X & X & X \end{vmatrix} = 0$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۳ (۴) ۶

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۱۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ ماتریس X از رابطه $A^2 X = 49I$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 19 & -28 \\ -11 & 21 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -31 & 18 \\ 30 & -19 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 19 & 18 \\ -30 & 31 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 31 & -18 \\ -30 & 19 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۱۴- $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ معکوس ماتریس A^2 کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 0 & 0/5 \\ 0/5 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 & 0/2 \\ 0/2 & 0 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -0/2 & 0 \\ 0 & -0/2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -0/5 & 0 \\ 0 & -0/5 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۱۵- مجموع درایه های معکوس ماتریس $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

(۱) ۰/۳۶ (۲) ۰/۱۴ (۳) ۰/۲۸ (۴) ۰/۲۱

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۱۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = A^2 - 7I$ باشد ماتریس B^{-1} کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۱۷- از معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-1 \\ y+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$ مقدار x کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۳ (۴) ۴

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۱۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$, $B = A^2 - 2A$ باشند، مجموع درایه های ماتریس B^{-1} کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۱۹- اگر $A^3 = 7I$ و A وارون ماتریس $A^2 - A - I$ کدام است؟

- (۱) $A + I$ (۲) $\frac{1}{4}(A + I)$ (۳) $\frac{1}{4}(A - I)$ (۴) $\frac{1}{8}(A + I)$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۲۰- اگر a و b دو عدد حقیقی غیر صفر باشند، حاصل دترمینان ماتریس 3×3 $[a_i + b_j]$ کدام است؟

- (۱) $a^2 + b^2$ (۲) $a^3 + b^3$ (۳) $a^2 b + ab^2$ (۴) صفر

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۲۱- اگر $A^* = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$ مجموع درایه های ماتریس A^{-1} کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{5}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۲۲- کدام نقطه روی خط $0 = \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$ قرار دارد؟

- (۱) $(5, 14)$ (۲) $(0, 0)$ (۳) $(4, -8)$ (۴) $(3, 2)$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۲۳- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر $A + B - I$ ، مجموع درایه های ماتریس B^{-1} کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{8}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{5}{4}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۲۴- اگر $A = [(i - j)]_{3 \times 3}$ ، دترمینان ماتریس $\frac{1}{4}A$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{64}$ (۳) $\frac{1}{16}$ (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۲۵- مقدار X از معادله $8 = \begin{vmatrix} X & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix} + X \begin{vmatrix} X & -3X & 2 \\ 0 & 2X & 1 \\ 1 & X & 1 \end{vmatrix}$ کدام است؟

(۱) ± 1 (۲) ± 2 (۳) ± 6 (۴) ± 4

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۲۶- A ماتریسی مربعی است که در رابطه $A \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 7 & -9 \end{bmatrix} = 5I$ صدق می کند. دترمینان ماتریس A کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۱۰ (۳) ۲۵ (۴) ۵

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & a \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ و دترمینان ماتریس $A^2 - A$ برابر ۹ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) -۱ یا ۵ (۲) ۱ یا -۵ (۳) ۱ یا ۵ (۴) -۱ یا ۵

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۲۸- اگر A یک ماتریس 3×3 با دترمینان ۲ باشد، دترمینان وارون ماتریس $2A^3$ کدام است؟

- (۱) 2^{-5} (۲) 2^{-4} (۳) 2^{-6} (۴) 2^{-8}

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۲۹- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} m+1 & m \\ m-1 & m+3 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد، دترمینان ماتریس $B = \begin{bmatrix} m & 3 \\ 4 & 25m \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) -۵

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۳۰- اگر $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس A کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 5 & -1 & 6 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس $\frac{1}{3} A^3$ کدام است؟

(۱) ۳۲ (۲) -۶۴ (۳) ۱۶ (۴) -۱۲۸

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۳۲- حاصل $\begin{vmatrix} x & 12 & 6+7x \\ y & 28 & 14+7y \\ z & 2 & 2+7z \end{vmatrix}$ کدام است؟

(۱) $x + y + z$ (۲) $7(x + y + z)$ (۳) ۲۲ (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۳۳- اگر $A + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ ، وارون ماتریس $A + 2I$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} \frac{3}{8} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{8} & \frac{3}{8} \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -\frac{3}{8} & \frac{3}{8} \\ \frac{3}{8} & -\frac{3}{8} \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} \frac{3}{16} & -\frac{1}{16} \\ -\frac{1}{16} & \frac{3}{16} \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۳۴- با توجه به معادله $\begin{vmatrix} x & -2x & -1 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{vmatrix} + x \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \\ -1 & 4 & 5 \end{vmatrix} = 8$ مقدار X کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) -۳

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۳۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 0 & 1 \\ 2 & 7 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ باشند، دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۱) ۵۰ (۲) صفر (۳) -۳۰ (۴) ۳۰

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۳۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$ باشد ماتریس B از رابطه $B - 23I = A$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۳۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ باشند، معکوس ماتریس $(A - 2B)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۴) وارون پذیر نیست.

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۳۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 5 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۱) ۳۲ (۲) ۳۵ (۳) ۴۱ (۴) ۳۷

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۳۹- اگر $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{vmatrix} = 0$ باشد، عدد a کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) -۱

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

گروه آموزشی عصر

۲۴۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} A \\ \dots \\ B \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

(۱) -۳۱۲ (۲) -۲۷۸ (۳) ۳۰۶ (۴) ۲۵۸

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۴۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ باشند. دترمینان ماتریس $A \times B$ کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) -۶ (۳) ۵ (۴) صفر

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۴۲- ماتریس X از رابطه $X = I_2 \times 2$ ، $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 7 & -3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -7 & -3 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶ و آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۴۳- اگر دستگاه $\begin{cases} mx - 2y - 3 \\ 6x - 3my - n \end{cases}$ دارای بیشمار جواب باشد، مقدار $m + n$ کدام است؟

- (۱) -۱۱ (۲) -۱۳ (۳) ۲۲ (۴) $\frac{17}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= تابستان ۸۳ و آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= تابستان ۸۳

۲۴۴- اگر $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ a & 3 \end{bmatrix}$ مقدار دترمینان ماتریس $(A^{-1})^2$ کدام است؟

- (۱) $4a^2$ (۲) $\frac{1}{4a}$ (۳) $2a$ (۴) $\frac{1}{2a}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= تابستان ۸۳ و آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= تابستان ۸۳

۲۴۵- اگر دستگاه $\begin{cases} mx - 2y - 3 \\ 6x - 3my - n \end{cases}$ دارای بیشمار جواب باشد، مقدار $m + n$ کدام است؟

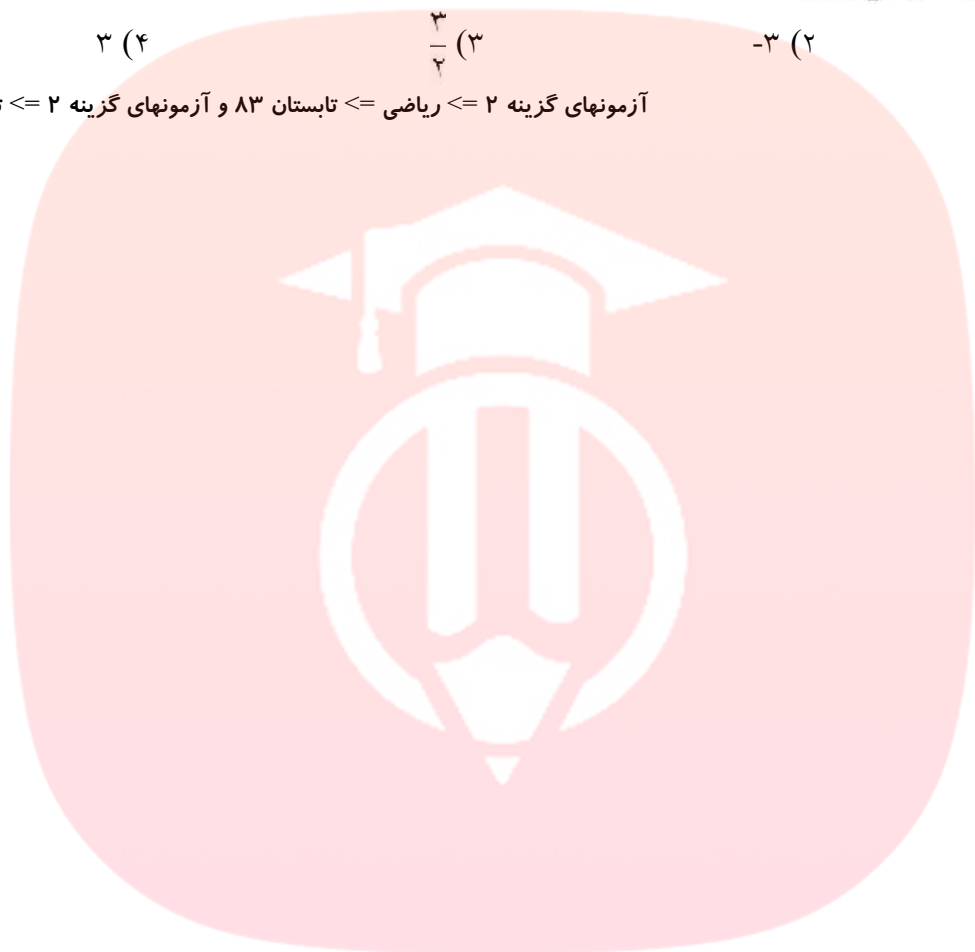
- (۱) -۱۱ (۲) -۱۳ (۳) ۲۲ (۴) $\frac{17}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= تابستان ۸۳ و آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= تابستان ۸۳

۲۴۶- اگر $A = \begin{bmatrix} \text{Log } a & \text{Log } a \\ \text{Log } b & \text{Log } c \end{bmatrix}$ و $(a \neq 1)$ و $|A| = \text{Log } a$ حاصل $\frac{c+2b}{c-2b}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) -3 (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) 3

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= تابستان ۸۳ و آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= تابستان ۸۳



مای دررس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = ad - bc \text{ و } |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \text{ می دانیم ۱-}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -7 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^{-1}| = 12 + 21 = 33 \Rightarrow |A| = \frac{1}{33} \text{ پس:}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
راه حل دوم:

$$\text{می دانیم } |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \text{ چون } |A^{-1}| = 12 + 21 = 33 \text{ پس } |A| = \frac{1}{33}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & a+2 \\ 6 & -2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & a \\ 6 & -2 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \\ 6 & -2 & 3 \end{vmatrix} = |A| + (-2) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 6 & -2 \end{vmatrix} = |A| + 40. \quad -2$$

بسط بر حسب سطر دوم

پس ۴۰ واحد اضافه می شود بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} ab & bc & ca \\ 1 & 1 & 1 \\ c(a+b) & a(b+c) & b(a+c) \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{جمع سطر اول با سوم}} \quad -3 \text{ گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.}$$

$$\begin{vmatrix} ab & bc & ca \\ 1 & 1 & 1 \\ ab+ac+bc & ab+ac+bc & ab+ac+bc \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{سطر سوم } k \text{ برابر سطر دوم}} 0$$

یعنی دترمینان همواره صفر است، پس a و b و c دلخواه هستند.

۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر سطر اول را از سطرهای دوم و سوم کم کنیم خواهیم داشت:

$$\begin{vmatrix} a & b & c+2 \\ 0 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = a(4) + 2(-2b - 2c - 4) \Rightarrow -4(a+b+c) - 8 = 20 - 8 = 12$$

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گروه آموزشی www.my-dars.ir

$$\text{Log}(3x-2) = (\text{Log}5)^2 - (\text{Log}2)^2$$

$$\text{Log}(3x-2) = (\text{log}5 - \text{log}2)(\text{log}5 + \text{log}2)$$

$$\text{Log}(3x-2) = \text{Log} \frac{5}{2} \Rightarrow 3x-2 = \frac{5}{2} \Rightarrow 3x = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 1 & a+1 & b+1 \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{سطر دوم } b]{\text{جمع } a \text{ برابر سطر اول با}} \begin{vmatrix} 1 & a+1 & b+1 \\ 0 & a(a+1) & a(b+1)+c \\ 0 & b(a+1)-c & b(b+1) \end{vmatrix} = 0$$

بسط بر حسب سطر اول

$$\rightarrow ab(a+1)(b+1) - [(b(a+1) - c)(a(b+1) + c)] = 0 \Rightarrow$$

$$ab(a+1)(b+1) - ab(a+1)(b+1) - bc(a+1) + ac(b+1) + c^2 = 0 \Rightarrow$$

$$c(-ab - b + ab + a + c) = 0 \Rightarrow c(a - b + c) = 0 \Rightarrow a - b + c = 0$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow (A^2)^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -2 & -6 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ \frac{3}{4} & \frac{7}{4} \end{bmatrix} \text{ مجموع درایه های سطر اوا} = \frac{-1}{2} - \frac{6}{4} = -2$$

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} ax + by = f \\ cx + dy = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$Ax = B \Rightarrow X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f-1 \\ 2f-1 \end{bmatrix} \xrightarrow{x=1} \begin{cases} -f-1 \\ y-2f-1 \end{cases} \Rightarrow y = -3$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = 2$$

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 9 \\ -12 & 13 \end{bmatrix}$$

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 + A = \begin{bmatrix} -8 & 9 \\ -12 & 13 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 12 \\ -16 & 18 \end{bmatrix} \rightarrow |A^2 + A| = -180 + 192 = 12$$

۱۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} \alpha + 1 & 2 \\ -1 & \alpha - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} (\alpha + 1)x + 2y = \alpha \\ -x + (\alpha - 1)y = 1 \end{cases}$$

$$\frac{\alpha + 1}{-1} \neq \frac{2}{\alpha - 1} \Rightarrow \alpha^2 - 1 \neq -2 \Rightarrow \alpha^2 \neq -1 \Rightarrow \alpha \in \mathbb{R}$$

۱۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A = [ai + bj] = \begin{bmatrix} a+b & a+2b & a+3b \\ 2a+b & 2a+2b & 2a+3b \\ 3a+b & 3a+2b & 3a+3b \end{bmatrix} : |A| \xrightarrow[\text{به دوم و سوم}]{\text{۱- برابر ستون اول}} \begin{vmatrix} a+b & b & 2b \\ 2a+b & b & 2b \\ 3a+b & b & 2b \end{vmatrix} = 0$$

۱۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$X = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$X^{-1} = \frac{1}{4-3} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

توجه: $|A| \neq 0$: $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

۱۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 5 & 6 & 7 \\ -2 & 3 & 4 \\ 9+x & 1+x & 2+x \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & 6 & 7 \\ -2 & 3 & 4 \\ 9 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 8 \Rightarrow \begin{vmatrix} 5 & 6 & 7 \\ -2 & 3 & 4 \\ x & x & x \end{vmatrix} = 8 \Rightarrow x = -2$$

توجه: $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a' & b' & c' \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+a' & b+b' & c+c' \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$

مای دارس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱۵- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$(I - A)^{-1} = \left(\begin{bmatrix} 1 & \tan \alpha \\ -\tan \alpha & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \begin{bmatrix} 1 & -\tan \alpha \\ +\tan \alpha & 1 \end{bmatrix} ;$$

$$(I + A) = \begin{bmatrix} 1 & \tan \alpha \\ 1 + \tan \alpha & 1 \end{bmatrix}$$

$$(I - A)^{-1} (I + A) = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \begin{bmatrix} 1 & -\tan \alpha \\ +\tan \alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \tan \alpha \\ 1 + \tan \alpha & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} & \frac{-2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \\ \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} & \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \end{bmatrix} = [\cos 2\alpha \quad -\sin 2\alpha]$$

۱۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. از روش عددگذاری استفاده می کنیم:

$$\begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = -4 \\ \Rightarrow K = -D \\ K = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 4 \end{cases}$$

۱۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. از این که حاصل $A \times B$ ، ماتریس واحد (I) است نتیجه می گیریم که دو ماتریس A و

B، وارون یکدیگرند. یعنی: $A \times B = I \Rightarrow B = A^{-1}$

می دانیم وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix}$ به صورت $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ است.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 14 - 12 = 2, A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

در این مثال:

بنابراین سطر اول این ماتریس به صورت $\begin{bmatrix} \frac{7}{2} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$ می باشد که مجموع درایه های آن برابر ۲ است. $\frac{7}{2} + \left(-\frac{3}{2}\right) = 2$

۱۸- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A - B = \begin{bmatrix} 12 & -8 \\ 10 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

می دانیم که وارون یک ماتریس مربعی از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{*} (A - B)^{-1} = \frac{1}{2 \times 2 - 3 \times (-2)} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/2 & 0/2 \\ -0/3 & 0/2 \end{bmatrix}$$

بنابراین داریم:

۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 - 12 & 0 + 4 \\ 2 - 9 & 0 + 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 4 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(A \times B)^{-1} = \frac{1}{-24 + 28} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 7 & -8 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 7 & -8 \end{bmatrix}$$

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 12 - 10 = 2 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \times 2B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 - 6 & -24 + 10 \\ -20 + 9 & 30 - 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -14 \\ -11 & 15 \end{bmatrix}$$

۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در حقیقت باید حاصل $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 5 & a+1 & 7 \\ 3 & b+1 & 6 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & a & 7 \\ 3 & b & 6 \end{vmatrix}$ را به دست آوریم. از قاعده

تفکیک استفاده کرده می نویسیم:

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 5 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 6 \end{vmatrix} = 2(6 - 7) - 1(30 - 21) + 4(5 - 3) = -2 - 9 + 8 = -3$$

۲۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طرفین تساوی داده شده را در A^{-1} از سمت چپ ضرب می کنیم.

$$AX = A - 2I \xrightarrow{A^{-1} \times} X = I - 2A^{-1} \quad (1)$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6-4} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

حال از تساوی های ۱ و ۲ نتیجه می گیریم:

۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$||A|A| = |A|^3 |A| = |A|^4 = 4^4 = 256$$

۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ با شرط $ad - bc \neq 0$ ، برابر است با: $A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

ابتدا داریم:

$$A + B = \wedge AB \xrightarrow{A^{-1} \times} I + A^{-1} B \xrightarrow{\times B^{-1}} B^{-1} + A^{-1} = \wedge I \quad (*)$$

اکنون وارون ماتریس A را به دست می آوریم:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{20 - 21} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 7 & -5 \end{bmatrix}$$

با جای گذاری در (*) داریم:

$$B^{-1} + A^{-1} = \wedge I \Rightarrow B^{-1} + \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 7 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \wedge & 0 \\ 0 & \wedge \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -7 & 13 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه های ماتریس B^{-1} برابر ۱۵ است.

مای دارس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: برای دستگاه دو معادله و دو مجهول $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، سه حالت امکان پذیر است:

الف) اگر $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ ، آنگاه دستگاه یک جواب یکتا دارد.

ب) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ ، آنگاه دستگاه فاقد جواب است.

پ) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ ، آنگاه دستگاه بی شمار جواب دارد.

با توجه به نکته، باید در دستگاه $\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ 2x + my = m \end{cases}$ داشته باشیم: $\frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} \neq \frac{2}{m^2}$

$$\frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} \Rightarrow m^2 - m = 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow m = 2, m = -1$$

اکنون قابل قبول بودن هر یک از این مقادیر را بررسی می کنیم.

$$\frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} \neq \frac{2}{m^2} : \begin{cases} m = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \times \\ m = -1 \Rightarrow \frac{-2}{2} = \frac{1}{-1} \neq \frac{2}{1} \checkmark \end{cases}$$

بنابراین فقط $m = -1$ قابل قبول است.

۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: ماتریس مربعی A وارون پذیر است، اگر و تنها اگر: $|A| \neq 0$

نکته: دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ برابر است با: $|A| = ad - bc$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A - mI = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-m & 1 \\ 6 & 4-m \end{bmatrix}$$

طبق فرض $A - mI$ وارون پذیر نیست، پس:

$$|A - mI| = \begin{vmatrix} 3-m & 1 \\ 6 & 4-m \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (3-m)(4-m) - 6 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 7m + 12 - 6 = 0 \Rightarrow m^2 - 7m + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (m-1)(m-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 6 \end{cases}$$

۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر دو ماتریس مربعی A و B به گونه ای باشند که $AB - BA = I$ ، آنگاه A و B وارون یکدیگرند.
نکته: اگر ماتریس های A و B تعویض پذیر باشند $(AB - BA)$ ، آنگاه همه ی اتحادهای جبری برای آنها برقرار است.

نکته: ماتریس همانی I با هر ماتریسی تعویض پذیر است $(AI - IA)$.

طبق فرض دو ماتریس $A + I$ و $2A$ وارون یکدیگرند، پس با استفاده از نکته ی بالا داریم:

$$2A(A + I) = I \Rightarrow 2A^2 + 2A = I \Rightarrow 2A^2 = I - 2A \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4A^4 = (I - 2A)^2 = I + 4A^2 - 4A$$

$$\Rightarrow 4A^4 = I + 2(2A^2) - 4A \xrightarrow{2A^2 = I - 2A} I + 2(I - 2A) - 4A = 3I - 4A \Rightarrow A^4 = \frac{3}{4}I - 2A$$

۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: در دستگاه دو معادله و دو مجهول $AX = B$ ، با شرط $|A| \neq 0$ می توان مجهولات را از رابطه ی $X = A^{-1}B$ به دست آورد.

نکته: اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، آنگاه با شرط $ad - bc \neq 0$ داریم: $A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2+2} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 12 \\ -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow x + y = 3 - 3 = 0$$

۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$B = A^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 21 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$$

۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$|A| - |A| \begin{vmatrix} 6 & 4|A^2| \\ 5 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 4|A^2| \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = 6 - 20|A^2| \Rightarrow 6 - 20|A^2| = 1 \Rightarrow |A^2| = \frac{-5}{20} = -\frac{1}{4}$$

در نتیجه $|A^2| = \frac{1}{4}$ یا $|A| = \frac{1}{2}$ پس $|A|^3 - 1 = \frac{-7}{8}$

۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 0 & 11 & -2 \\ 0 & 19 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 11 & -2 \\ 19 & 2 \end{bmatrix}$$

مضربى از سطر سوم را به سطر دیگر اضافه می کنیم.

$$\text{پس حاصل برابر } -60 - (22 + 38) =$$

۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3}{2m+1} = \frac{m}{12} = \frac{m+3}{4m+5}$$

شرط بی شماری جواب:

جواب مشترک دو معادله درجه دوم حاصل $m = 4$ است

۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. روی سطر دوم بسط داده شود.

$$2 \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 2(10) - 4(-2) = 28$$

۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

شرط وارون ناپذیری $|A| = 0$

$$A = \begin{bmatrix} 30 & 5m-3 \\ 5m-3 & m^2+9 \end{bmatrix} \Rightarrow 30 \cdot m^2 + 270 - 25m^2 + 30m - 9 = 0$$

معادله درجه دوم $5m^2 + 30m + 261 = 0$ فاقد جواب است پس به ازای هیچ مقدار m ماتریس A وارون پذیر نیست.

۳۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \\ -2 & -5 & 0 \end{vmatrix} = 0 + \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -5 \end{vmatrix} = 10 - 10 = 0$$

گروه آموزشی عصر

۳۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$AX = \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 28 & 26 \end{bmatrix} \Rightarrow X = A^{-1} \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 21 & 26 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 10 & -4 \\ -7 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 21 & 26 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -17 & 8 \\ 14 & -3 \end{bmatrix}$$

۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ برابر است با: $|A| = ad - bc$

نکته: اگر A ماتریسی 2×2 و m عدد حقیقی باشد، داریم: $|mA| = m^2 |A|$
با استفاده از نکات بالا داریم:

$$2A = \begin{bmatrix} |A| & 3 \\ -1 & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |2A| = \begin{vmatrix} |A| & 3 \\ -1 & |A| \end{vmatrix} \Rightarrow 4|A| = |A|^2 + 3 \Rightarrow |A|^2 - 4|A| + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (|A| - 1)(|A| - 3) = 0 \xrightarrow{|A| > 1} |A| = 3$$

با جای گذاری این مقدار داریم:

$$2A - \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A - \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A - I - \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A - I| = \frac{1}{4} - \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{4}{4} = 1$$

۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ برابر است با:

$$|A| = a_{11} \times \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

با استفاده از نکته ی بالا داریم:

$$\begin{vmatrix} 0 & x-2 & x-3 \\ x+2 & 0 & -2 \\ x+1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = (4-x) \begin{vmatrix} x+2 & -2 \\ x+1 & 0 \end{vmatrix} + (x-3) \begin{vmatrix} x+2 & 0 \\ x+1 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 2(x+1)(4-x) + 3(x+2)(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow 2(4x+4-x^2) + 3(x^2-x-6) = 0 \Rightarrow x^2+3x-10=0 \Rightarrow (x+5)(x-2)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-5 \\ x=2 \end{cases}$$

۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: شرط آنکه دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ بی شمار جواب داشته باشد، آن است که: $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$
با توجه به نکته ی بالا داریم:

$$\begin{cases} ax + (b-1)y = 2 \\ (a+2)x + 2by = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{a+2} = \frac{b-1}{2b} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{a+2} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3a = 2a + 4 \Rightarrow a = 4 \\ \frac{b-1}{2b} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3b - 2b - 3 = 0 \Rightarrow b = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a - b - 4 - (-3) = 0$$

۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: برای محاسبه ی حاصل جمع دو ماتریس هم مرتبه، باید درایه های نظیر آنها را با هم جمع کنیم.
نکته: برای ضرب عدد در ماتریس، آن عدد را در تمام درایه های ماتریس ضرب می کنیم.

نکته: اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، آن گاه وارون A یعنی A^{-1} از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}; |A| = ad - bc$$

با توجه به نکات بالا داریم:

$$A + I = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A + I| = -2 + 3 = 1$$

$$\Rightarrow (A + I)^{-1} = \frac{1}{1} \times \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow 2(A + I)^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

۴۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ برابر است با: $ad - bc$

طبق فرض $A = A^{-1}$ ، پس:

$$A^2 = AA^{-1} = I \Rightarrow \begin{bmatrix} m & 1 \\ -1 & -m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m & 1 \\ -1 & -m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} m^2 - 1 & m - m \\ m - m & m^2 - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow m^2 - 1 = 1 \Rightarrow m^2 = 2$$

بنابراین: $|A| = -m^2 + 1 = -2 + 1 = -1$

www.my-dars.ir

۴۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 13 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 13 - 2 = 11 \Rightarrow |A| = \frac{-1}{11}$$

۴۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نسبت به سطر اول بسط دهیم.

$$2 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 11 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 1 & 11 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2(34) + (-38) + 3(-10) = 68 - 68 = 0$$

۴۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(|A \times B| - |A| \times |B|) - (20 + 6) \times 6 + 4 - 260$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۴۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{m}{4} = \frac{-3}{m-8} = \frac{5}{3m+4} \Rightarrow m^2 - 8m + 12 = 0 \Rightarrow m = 6, 2$$

فقط به ازای $m = 2$ هر سه نسبت برابرند.

۴۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$C = \begin{bmatrix} a-2 & 2-6a \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow -5(a-2) - 2 + 6a \neq 0 \Rightarrow a \neq -8$$

پس $a \in \mathbb{R} - \{-8\}$

۴۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{1}{-6+5} \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 47 \\ -18 \end{bmatrix}$$

۴۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دترمینان ضرایب مخالف صفر باشد.

$$\begin{vmatrix} m-1 & 2 \\ 5 & m+2 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$m^2 + m - 2 - 10 \neq 0 \Rightarrow m^2 + m - 12 \neq 0 \Rightarrow m \neq -4, 3$$

مجموع مقادیر حقیقی m به صورت $\mathbb{R} - \{-4, 3\}$ است.

گروه آموزشی عصر

۴۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

دترمینان را بر حسب سطر اول:

$$|A| = 2 \begin{vmatrix} -1 & 7 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} 4 & 7 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$|A| = 2(-5 - 14) - 5(20 + 21) - 3(8 - 3) = -28 - 205 - 15 = -258$$

۵۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29 & 45 \\ 36 & 56 \end{bmatrix}$$

$$(A^2)^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 56 & -45 \\ -36 & 29 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & -11/25 \\ -9 & 7/25 \end{bmatrix}$$

۵۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اول باید A^2 و A^{-1} را پیدا کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[A] - \text{dct}(A) = 1 \times 0 - 2 \times (-1) = 2 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$A^2 - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{2} A^2 - \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$$

پس $\frac{1}{2} A^2 + A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ و وارون آن $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ است. (یعنی $-2I$)

تذکر: وارون ماتریس قطری $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$ به صورت $\begin{bmatrix} \frac{1}{a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{b} \end{bmatrix}$ است.

۵۲- یادآوری: وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ برابر است با: $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} t & -y \\ -z & x \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A \times B = C \Rightarrow \begin{cases} B = A^{-1}C \\ C = I \end{cases} \Rightarrow B = A^{-1}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 \\ -\frac{3}{8} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = B \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ d = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow ad = \frac{1}{8}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۵۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. یادآوری:

$$B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^2)^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

۵۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Lambda^{-1} \cdot (A \cdot X) - \Lambda^{-1} \cdot B \Rightarrow (\Lambda^{-1} \cdot A) \cdot X - \Lambda^{-1} \cdot B \Rightarrow I \cdot X - \Lambda^{-1} \cdot B \Rightarrow X - \Lambda^{-1} \cdot B$$

۵۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} (m - 3)x + 3y = m \\ 4x + (m + 1)y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{m - 3}{4} = \frac{3}{m + 1} = \frac{m}{2}$$

$$\frac{m - 3}{4} = \frac{m}{2} \Rightarrow m - 3 = 2m \Rightarrow m = -3$$

باید هر دو تساوی فوق برقرار باشند:
که در معادله دیگر نیز صدق می کند.

۵۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2A + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \frac{1}{4}$$

۵۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{2m - 1}{-5} = \frac{-2}{m - 1} \Rightarrow (2m - 1)(m - 1) = 10$$

$$2m^2 - m - 2m + 1 = 10 \Rightarrow 2m^2 - 3m - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

گروه آموزشی عصر

۵۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 10 \end{bmatrix} \Rightarrow (2A)^{-1} = \frac{1}{20 - 24} \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

۵۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$|2A^{-1}| = 2 \cdot 2 \cdot |A^{-1}| = \frac{4}{|A|} = \frac{4}{10+6} = \frac{1}{4}$$

۶۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A + I = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$|A^3| = |A|^3 = (-4)^3 = -64$$

۶۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -6$$

۶۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

غ ق ق ق $\Rightarrow m = \frac{2}{m-1} = \frac{5}{2m-3}$

$$\frac{m}{1} = \frac{2}{m-1} \neq \frac{5}{2m-3} \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \Rightarrow m = \frac{2}{m-1} = \frac{5}{2m-3} \\ m = 2 \end{cases}$$

پس فقط $m = 2$ قابل قبول است.

۶۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

طرفین را در A^{-1} ضرب می کنیم

$$\Lambda X = B \xrightarrow{\text{طرفین را در } A^{-1} \text{ ضرب می کنیم}} A^{-1} \Lambda X = A^{-1} B \Rightarrow X = A^{-1} B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \xrightarrow{|A| \neq 0} A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

۶۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. توجه: $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

$$|A| = a + 2 \Rightarrow |A^{-1}| = \frac{1}{a+2} = 2 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

۶۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |2A^{-1}| = 4|A^{-1}| = 4 \times \frac{1}{|A|} = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \quad |A| = 2 \neq 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ -2 & 2 & 1+2 \\ a & 2 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ -2 & 2 & 1 \\ a & 2 & -3 \end{vmatrix} + \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \\ a & 2 & -3 \end{vmatrix}}_1$$

۶۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ a & 2 \end{vmatrix} = 1 \Rightarrow -2(2-a) = 1 \Rightarrow 2-a = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

۶۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. سطر سوم را به سطر دوم اضافه می کنیم، نتیجه می گیریم:

$$\begin{vmatrix} 2x & 8 & x+1 \\ x+1 & 9 & 2x \\ x-1 & -1 & 1-x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x & 8 & x+1 \\ 2x & 8 & x+1 \\ x-1 & -1 & 1-x \end{vmatrix} = 0 \quad (x \in \mathbb{R})$$

چون دو سطر دوترمینان مساوی است حاصل دترمینان صفر است، پس x هر عددی می تواند باشد.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \\ x & 1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \times \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - 3 \times \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + x \times \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 1 - 3 \times (-1) + x \times \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -8 + x \times \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

اگر حاصل را با $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$ مساوی قرار دهیم، نتیجه می گیریم $a = -8$.

۶۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} a & 0 & a \\ 0 & a & 0 \\ a & 0 & a \end{vmatrix} = 0$$

دو سطر برابر دارد، پس دترمینان صفر است.

$$\begin{vmatrix} 0 & b & 0 \\ b & 0 & b \\ 0 & b & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$2A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

۷۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \text{ های جمع درایه های } = \frac{3}{7} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

۷۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(A \cdot A^{-1} - A) = I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{دترمینان} = -4 - 2 = -6$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

۷۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = -\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

در واقع $A^{-1} = A$ پس $\begin{cases} x + 0 \times y = 2 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$ لذا $x = 2, y = 5$ پس $x + y = 7$

راه حل دوم:

$$X = A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow x + y = 7$$

۷۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر k عدد حقیقی و A یک ماتریس مربع از مرتبه n باشد داریم:

$$|kA| = k^n \cdot |A| \Rightarrow |A \cdot A^2| = |A^2| \cdot |A^2| = |A|^2 \cdot |A|^2 = |A|^4 = 1$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & a+3 \\ 2 & -5 & 1 \end{vmatrix} = |A| + \begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \\ 2 & -5 & 1 \end{vmatrix} = |A| + (-3)(-5) = +15 + |A|$$

۷۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$m = - \begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ a & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{-1}{2} \begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ 2a & 2 & 4 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ 2a & 2 & 4 \\ 0 & -1-a & -2 \end{vmatrix}$$

۷۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2m = \begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ 2a & 2 & 4 \\ 0 & -1-a & -2 \end{vmatrix}$$

گروه آموزشی عصر

۷۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$B = \begin{bmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & 0 & 2+4 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = \begin{vmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow -4(6-a) = 6 \Rightarrow a = \frac{15}{4}$$

۷۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
 $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 4 - 4 = 0$

۷۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
 $|3A^2| = 9|A|^2 \quad |A^{-1}| = 4 \times -3 = -12 \Rightarrow |A| = -\frac{1}{12} \quad |3A^2| = 9 \times \frac{1}{144} = \frac{1}{16}$

۷۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
 $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot |3 \quad 1| = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -6 - (-6) = 0 \Rightarrow |A| = 0$

۸۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
 $I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
 $(I - A)^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow = \text{جمع درایه ها}$

۸۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
 $\Lambda^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \Lambda = \frac{1}{20 - 24} \begin{bmatrix} 10 & -4 \\ -6 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{5}{4} & 1 \\ 3 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow 2\Lambda = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 6 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |2\Lambda| = 5 - 6 = -1$

۸۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$\begin{vmatrix} a & a & a+2 \\ 3a & 3a & 2 \\ 6a+2 & 6a & 6a \end{vmatrix}$	-۱ برابر ستون اول	$\begin{vmatrix} a & 0 & 2 \\ 3a & 2 & 0 \\ 6a+2 & -2 & -2 \end{vmatrix}$	سطر دوم به سطر سوم اضافه شود.	$\begin{vmatrix} a & 0 & 2 \\ 3a & 2 & 0 \\ 9a+2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$	سطر بر حسب ستون دوم.
--	-------------------	---	-------------------------------	--	----------------------

اضافه شود.

$= +2 \begin{vmatrix} a & 2 \\ 9a+2 & -2 \end{vmatrix} = 2(-2a - 18a - 4) = 12 \Rightarrow a = \frac{-1}{2}$

۸۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
 $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 7 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix} \begin{array}{l} -2 \text{ برابر سطر اول با دوم} \\ \text{و } -3 \text{ برابر سطر اول با سوم} \\ \text{جمع گردد} \end{array} \begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & -3 & -3 \\ 0 & -6 & -6 \end{vmatrix} = 0$

۸۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} b-a & 1 \\ -b-1 & -1 \\ a-b & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 2a \\ 2b \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{به ستون اول اضافه شود}]{-b \text{ برابر ستون دوم}} \begin{vmatrix} -a & 1 \\ -1 & -1 \\ a & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 2a \\ 2b \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{فاکتور } \frac{1}{b} \text{ از ستون دوم}]{\text{فاکتور } 2 \text{ از ستون سو}} \frac{2}{b} \begin{vmatrix} -a & b \\ -1 & -b \\ a & -b \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 2a \\ 2b \end{vmatrix} \xrightarrow{\frac{2}{b} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{b}} \frac{3}{b}$$

۸۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x+1 \\ 2x-y \\ x+2y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \\ a(a+1) \\ 5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} 2x+1-y=5 \\ 2x-y-a(a+1) \\ x+2y=5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-1 \\ x-1 \\ y-2 \end{cases} \xrightarrow[\text{در معادله دوم}]{\text{جاگذاری}} a(a+1)-2 \rightarrow a - \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

۸۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ 3x-y=1 \end{cases} \Rightarrow x=1, y=2 \quad a^2+a+1=3 \quad a^2+a-2=0 \quad a=1, -2$$

$$I - A = \begin{bmatrix} 1-a & 2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow -4+2a-2=6 \Rightarrow a=3 \quad \text{۸۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.}$$

۸۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{توجه: } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{21} \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{21} & -\frac{5}{21} \\ \frac{3}{21} & \frac{2}{21} \end{bmatrix} \Rightarrow -\frac{6+15}{(21)^2} = \frac{1}{21}$$

۸۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

توجه:

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

$$\Rightarrow |A| = -\frac{1}{2} \Rightarrow 15-2a = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2a = \frac{31}{2} \Rightarrow a = \frac{31}{4}$$

۹۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 7 & -2 & -7 \\ 9 & -2 & -10 \\ 3 & -1 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & -4 \\ 3 & -1 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = -1$$

۹۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{1}{7-8} \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -7 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} - I = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -8 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^{-1} - I| = 16 - 8 = 8$$

۹۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.
توجه:

$$\begin{cases} |kA| = k^n \cdot |A| \\ |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \end{cases}$$

$$3A^{-1} = -3 \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} = -9$$

روش دوم:

$$|3A^{-1}| = 3^2 \times \frac{1}{|A|} = -9$$

۹۳- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 - I = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & -21 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} = -147 \Rightarrow |A^2 - I| = 147$$

۹۴- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

توجه: $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

$$A - A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & -4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow |A - A^{-1}| = 64$$

www.my-dars.ir

۹۵- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$(A - 2I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & a-2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A - 2I| = 3a - 6 - 6 = 9 \Rightarrow a = 7$$

۹۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{-1}{2} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}, I - 2A^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow |I - 2A^{-1}| = 3 \times 6 - (-4)(-3) = 6$$

۹۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} |A| = 4a + 14 \\ |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \end{cases} \Rightarrow 4a + 14 = 2 \Rightarrow 4a = -12 \Rightarrow a = -3$$

۹۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$2A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -1$$

۹۹- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$2A = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow (2A)^{-1} = \frac{1}{24 - 12} \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(2A)^{-1} = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$|(2A)^{-1}| = \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{12}$$

$$\begin{cases} |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \\ |KA| = K^n \cdot |A| \text{ و } n \text{ مرتبه ماتریس} \end{cases}$$

$$|(2A)^{-1}| = \frac{1}{|2A|} = \frac{1}{2^2 \times |A|} = \frac{1}{4|A|} = \frac{1}{12}$$

توجه:

مای داریس
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱۰۰- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$|A| = ad - bc$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

شرط وارون پذیری ماتریس A آن است که $|A| \neq 0$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow |2A^{-1}| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = -2$$

توجه:

$$\begin{cases} |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \\ |KA| = K^n \cdot |A| \end{cases} \quad |2A^{-1}| = 2^2 \times |A^{-1}| = 4 \times \frac{1}{|A|} = 4 \times \frac{1}{-2} = -2$$

۱۰۱- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. اگر k عدد حقیقی و A یک ماتریس مربع از مرتبه ی n باشد، داریم:

$$|kA| = k^n \cdot |A|$$

$$\Rightarrow |A| \cdot |A|^2 = |A|^2 \cdot |A|^2 = |A|^2 \cdot |A|^2 = |A|^4$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^{-1}| = 6 - 5 = 1 \Rightarrow |A| = 1 \Rightarrow |A|^4 = 1$$

۱۰۲- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} x & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 & 6 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -5x - 6 + 18 = 2 \Rightarrow -5x = -10 \Rightarrow x = 2$$

۱۰۳- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} a & b & c+x \\ a & b+x & c \\ a+x & b & c \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{۱ برابر ستون دوم و سوم} \\ \text{را به ستون اول اضافه می کنیم} \end{array} \\ &= \begin{vmatrix} a+b+c+x & b & c+x \\ a+b+c+x & b+x & c \\ a+b+c+x & b & c \end{vmatrix} = (a+b+c+x) \begin{vmatrix} 1 & b & c+x \\ 1 & b+x & c \\ 1 & b & c \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{کم کردن سطر سوم از سطر} \\ \text{دوم و اول} \end{array} \\ &(a+b+c+x) \begin{vmatrix} 0 & 0 & x \\ 0 & x & 0 \\ 1 & b & c \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{اول و سوم}]{\text{تعویض سطر}} - (a+b+c+x) \begin{vmatrix} 1 & b & c \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & x \end{vmatrix} \\ &= \frac{(a+b+c+x)}{x} (-x^2) = -2x^3 = 16 \Rightarrow x = -2 \end{aligned}$$

۱۰۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. برای آنکه دستگاه فاقد جواب باشد باید دو معادله ی داده شده مثل دو خط موازی با یکدیگر باشند پس لازم است که شیب آنها برابر باشد.

$$\frac{1-m}{-3} = \frac{2}{m} \Rightarrow m - m^2 = -6$$

$$m^2 - m - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = -2 \\ -3x - 2y = 2 \end{cases} \text{ دو خط بر هم منطبق هستند پس بیشمار ریشه دارد} \\ m = 3 \Rightarrow \begin{cases} -2x + 2y = 3 \\ -3x + 3y = 2 \end{cases} \text{ قابل قبول است} \end{cases}$$

یعنی در حالت $m = -2$ دستگاه بیشمار جواب دارد و در حالت $m = 3$ فاقد جواب است.

۱۰۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^3)^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

۱۰۶- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & x^2 \\ 1 & 2 & x \\ 1 & 8 & x^3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x - 1, x - 0, x - 2$$

سه ریشه متمایز $x - 1, x - 0, x - 2$

توجه: اگر همه ی درایه های یک سطر یا ستون صفر باشند یا یک سطر و ستون K برابر سطر و ستون دیگر باشند دترمینان صفر است.

۱۰۷- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. در دستگاه معادلات $Ax - B$ جواب دستگاه به صورت $x = A^{-1}B$ است.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}}_{\text{معکوس ماتریس ضرایب}} \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = 8 \end{cases} \Rightarrow x + y = 2$$

$$\det A = 6 - 3 - 3$$

۱۰۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \text{ مجموع درایه های } = 1 - 1 - \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

۱۰۹- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$|A| = 2 \times (-8) - (-3) \times 5 = -1$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-1} \times \begin{bmatrix} -8 & 3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$$

نکته:

(۱) در ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ داریم $|A| = ad - bc$ دترمینان A

(۲) اگر $|A| \neq 0$ آن گاه وارون ماتریس بالا برابر است با: $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

۱۱۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$|I + BA^{-1}| = |AA^{-1} + BA^{-1}| = |(A + B)A^{-1}| = |A + B| \times |A^{-1}| = |A + B| \times \frac{1}{|A|} = \frac{2}{|A|}$$

۱۱۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$2 \begin{cases} x+2y-4 \\ 3x-2y-2 \end{cases} \Rightarrow 2m+1 = 2m$$

۱۱۲- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$X = A^{-1} \Rightarrow x = \frac{1}{6-5} \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

توجه: اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ باشد آنگاه:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

۱۱۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

می دانیم اگر از سطر یا ستون ماتریس عدد فاکتور بگیریم می توانیم آن را به صورت ضرب پشت درمیان بنویسیم پس:

$$|A_2| = 3 \times 3 \times (-2) \times |A_1| = -18 \times |A_1|$$

۱۱۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

$$|A^{-1}| = -2 = \frac{1}{-2+3a} \Rightarrow 4-6a = 1 : a = \frac{1}{2}$$

۱۱۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. شرط آن که یک دستگاه همگی (دستگاهی که همگی مقادیر ثابت آن، صفر باشند) جواب غیر صفر داشته باشند این است که درمیان ضرایب آن صفر باشد. پس بنابراین شرط این که فقط جواب صفر داشته

باشد این است که درمیان ضرایب آن مخالف صفر باشند:

$$\begin{vmatrix} 2 & a \\ b & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow -2-ab \neq 0 \Rightarrow ab \neq -2$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱۱۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. شرط جواب نداشتن دستگاه:

$$\frac{m}{4} = \frac{1}{m} \neq \frac{m+1}{6}$$

$$\frac{m}{4} - \frac{1}{m} \Rightarrow m^2 - 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

$$\frac{m}{4} = \frac{1}{m} = \frac{m+1}{6}$$

$$\frac{m}{4} = \frac{1}{m} \neq \frac{m+1}{6}$$

اما به ازای $m = 2$ داریم:

یعنی دستگاه بی شمار جواب دارد. و به ازای $m = -2$ داریم:

نکته ی درسی: دستگاه معادلات: $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ الف) با شرط $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ یک جواب دارد.

ب) با شرط $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ بی شمار جواب دارد. ج) با شرط $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ جواب ندارد.

۱۱۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$|A + I| = \frac{|A + I| \times |A^{-1}|}{|A^{-1}|} = \frac{|(A + I) \times A^{-1}|}{|A^{-1}|} = \frac{|A \times A^{-1} + I \times A^{-1}|}{|A^{-1}|} = \frac{|I + A^{-1}|}{|A^{-1}|} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

$$A^{-1} + I = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$|A^{-1} + I| = 6 \quad |A^{-1}| = 14$$

۱۱۸- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} x + y + 2z & x & y \\ z & 2x + y + z & y \\ z & x & x + 2y + z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x + 2y + 2z & x & y \\ 2x + 2y + 2z & 2x + y + x & y \\ 2x + 2y + 2z & x & x + 2y + z \end{vmatrix}$$

$$= (2x + 2y + 2z) \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & 2x + y + z & y \\ 1 & x & x + 2y + z \end{vmatrix}$$

$$= 2(x + y + z) \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x + y + z & 0 \\ 1 & x & x + y + z \end{vmatrix} = 2(x + y + z)^3$$

$$2(x + y + z)^3 = 16 \Rightarrow x + y + z = 2 \Rightarrow \text{مجموع اعضای ماتریس} = 6(x + y + z) = 12$$

نکته ی درسی: در هر دترمینان می توان ضرایبی از ستون ها (یا سطرها) را به ستون (یا سطر) دیگر افزود و حاصل دترمینان تغییر نمی کند. دترمینان ماتریس های قطری و مثلثی، همواره با حاصل ضرب عناصر روی قطر اصلی برابر است.

۱۱۹- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$I - BA^{-1} = AA^{-1} - BA^{-1} = (A - B)A^{-1}$$

$$|I - BA^{-1}| = |A - B| |A^{-1}| \neq 0 \Rightarrow |A - B| \neq 0 \Rightarrow A - B \text{ وارون پذیر است}$$

۱۲۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1+x & y & z \\ x & 1+y & z \\ x & y & z+1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1+x+y+z & y & z \\ 1+x+y+z & 1+y & z \\ 1+x+y+z & y & z+1 \end{vmatrix} =$$

$$(1+x+y+z) \begin{vmatrix} 1 & y & z \\ 1 & 1+y & z \\ 1 & y & z+1 \end{vmatrix} = \text{ستون دوم و سوم را به ستون اول می افزاییم}$$

$$(1+x+y+z) \begin{vmatrix} 1 & y & z \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1+x+y+z$$

۱۲۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. چون دترمینان تغییر نمی کند پس باید $A_{۳۳} = 0$ باشد.

$$A_{۳۳} = (-1)^5 \cdot (3x - 12) = 0 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

۱۲۲- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{c} \Rightarrow ab + b^2 = ac \Rightarrow b^2 = ac - ab$$

۱۲۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. با حل دستگاه $\begin{cases} x+y-2 \\ 13x-10y-3 \end{cases}$ خواهیم داشت: $x=1, y=1$. حال $\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$ را در معادله ی دوم قرار می دهیم:

$$m^3 - 1 = 7 \Rightarrow m^3 = 8 \Rightarrow m = 2$$

۱۲۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. نکته: دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ در حالت $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ جواب ندارد. در این جا:

$$\begin{cases} mx + y = 13 \\ x + my = -13 \end{cases} \Rightarrow \frac{m}{1} = \frac{1}{m} \neq \frac{13}{-13} \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

۱- m قابل قبول نیست چون در این حالت $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ می شود، یعنی دستگاه بی شمار جواب دارد. پس فقط $m = 1$ قابل قبول است.

۱۲۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. نکته: دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ cx + dy = c' \end{cases}$ فقط وقتی دارای جواب های غیر صفر است که

$$\begin{cases} 2x - ay = c \\ x - 2y = c' \end{cases} \Rightarrow ad - bc \neq 0 \text{ باشد (یعنی دترمینان ماتریس ضرایب دستگاه صفر نباشد). در این جا: } a = 8$$

۱۲۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } (A^{-1})^n = (A^n)^{-1}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & -a \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & -a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2-1 & 0 \\ 0 & a^2-1 \end{bmatrix}$$

$$|A^2| = (a^2-1)^2 \Rightarrow (A^2)^{-1} = \frac{1}{(a^2-1)^2} \Rightarrow \begin{bmatrix} a^2-1 & 0 \\ 0 & a^2-1 \end{bmatrix} = \frac{1}{a^2-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۱۲۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. دو طرف رابطه داده شده را در A^{-1} ضرب می کنیم:

$$A^2 = 3A + I \xrightarrow{\times A^{-1}} A^{-1} A^2 = A^{-1} (3A + I) \rightarrow A = 3I + A^{-1} \rightarrow A - A^{-1} = 3I \rightarrow |A - A^{-1}| = 9$$

توجه شود که چون A یک ماتریس 2×2 است لذا I نیز 2×2 بود و دترمینان ماتریس $3I$ برابر ۹ خواهد بود چون:

$$3I = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

گروه آموزشی عصر

۱۲۸- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$|B| = 4 \times 0 - (-3) \times 2 = 6$$

$$B^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(B^{-1})^2 = B^{-2} = \frac{1}{36} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{36} \begin{bmatrix} -6 & 12 \\ 8 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{9} & \frac{5}{18} \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه های قطر فرعی} = \frac{1}{36}(12 - 8) = \frac{1}{9} \quad \text{یا} \quad -\frac{2}{9} + \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

نکته درسی:

۱) دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ و وارون ماتریس A به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$|A| = ad - bc$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

۱۲۹- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$AX = I \Rightarrow X = A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

۱۳۰- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \quad \text{و} \quad |A| = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & \frac{3}{2} \end{vmatrix} = -\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = -\frac{5}{4} \Rightarrow |A^{-1}| = \frac{4}{5}$$

۱۳۱- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \\ = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ -15 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

۱۳۲- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$A - xI = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1-x \end{bmatrix} - x \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-x & 0 & 3 \\ 0 & 2-x & 0 \\ 2 & 0 & 1-x \end{bmatrix}$$

$$|A - xI| = \begin{vmatrix} 2-x & 0 & 3 \\ 0 & 2-x & 0 \\ 2 & 0 & 1-x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (2-x)|(2-x)(1-x) - 12| = 0$$

$$\Rightarrow (2-x)(2-3x+x^2-12) = 0 \Rightarrow (2-x)(x^2-3x-10) = 0$$

$$\Rightarrow (2-x)(x-5)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=5 \\ x=-2 \end{cases}$$

۱۳۳- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = -1 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}}_A \times \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_B = \underbrace{\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}}_C \Rightarrow B = A^{-1} \times C$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \rightarrow x + y = 4$$

۱۳۴- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. از سطر اول عدد ۲ و از ستون اول عدد ۳ را فاکتور می گیریم:

$$\begin{vmatrix} 0 & 6 & 8 \\ 3 & 2 & b \\ -3 & a & 5 \end{vmatrix} = 2 \times 3 \begin{vmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & b \\ -1 & a & 5 \end{vmatrix} = \text{تعویض سطر اول و دوم} \Rightarrow -6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & b \\ 0 & 3 & 4 \\ -1 & a & 5 \end{vmatrix} = -6 \times 15 = -90$$

۱۳۵- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A| = -1 - (-3) = 2 \Rightarrow |A^3| = |A|^3 = 8$$

توجه: $|A^n| = |A|^n$

۱۳۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}}_A \cdot X = \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}}_B \Rightarrow X = A^{-1} \times B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ +1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$$

۱۳۷- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. برای یافتن دترمینان آن را نسبت به ستون سوم بسط می دهیم:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & -a \\ 3 & 1 & b \end{vmatrix} = a \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + b \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 7a$$

بنابراین با دو برابر کردن درایه ی سطر دوم و ستون سوم مقدار a نیز دو برابر شده و لذا حاصل دترمینان دو برابر می شود.

۱۳۸- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = -1 \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} - I = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -8 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{دترمینان} = 16 - 8 = 8$$

۱۳۹- گزینه ی ۱ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \\ 6 & 9 & 12 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & 5 & 5 \\ 6 & 9 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

توجه: هرگاه ۱ سطر یا ستون k برابر سطر یا ستون دیگر باشد، دترمینان صفر است.

۱۴۰- گزینه ی ۴ صحیح است.

$$A(A^{-1} - I) = I - A = \begin{bmatrix} 1-a & -2 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$|I - A| = -4(1-a) - (-2)(-1) = -4 + 4a - 2 = 6 - 4a = 3 - a$$

۱۴۱- گزینه ی ۱ صحیح است.

$$A \cdot A^{-1} - A = I - A = A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow |I - A| = -4 - 2 = -6$$

۱۴۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} a & a & a+2 \\ 3a & 3a+2 & 3a \\ 6a+2 & 6a & 6a \end{vmatrix} = 12 \xrightarrow{\substack{\text{۳- برابر سطر اول را به سطر دوم} \\ \text{و ۶- برابر سطر اول را به سطر سوم اضافه می کنیم}}} \begin{vmatrix} a & a & a+2 \\ 0 & 2 & -6 \\ 0 & 0 & -12 \end{vmatrix} = 12 \xrightarrow{\text{بسط}} a(-24) + 2(-6a - 2a - 4) = 12$$

نسبت به ستون اول

$$\Rightarrow -24a - 16a - 8 = 12 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

۱۴۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} a-b & b+1 & b-a \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2a & 2b \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{به سطر اول}]{-b \text{ برابر سطر دوم}} \begin{vmatrix} a & 1 & -a \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2a & 2b \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{فاکتور ۲ از سطر سوم}]{\text{ضرب سطر دوم در } b} = \frac{2}{b} \begin{vmatrix} a & 1 & -a \\ -b & b & b \\ 0 & a & b \end{vmatrix} = \frac{2}{b} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{b}$$

۱۴۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\xrightarrow[\text{به ستون سوم اضافه می کنیم}]{\text{۱ برابر ستون دوم را}} \begin{vmatrix} 1 & \text{Log } a & \text{Log } abc \\ 1 & \text{Log } b & \text{Log } abc \\ 1 & \text{Log } c & \text{Log } abc \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{ستون سوم } k \text{ برابر ستون اول}]{=} 0$$

۱۴۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\xrightarrow[\text{به سوم اضافه می کنیم}]{\text{۱- برابر ستون دوم را}} \begin{vmatrix} a & 7 & 0 \\ a & 10 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 1 \Rightarrow \begin{vmatrix} a & 7 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \Rightarrow 3a + 7 = 1 \Rightarrow a = -2$$

$$\begin{vmatrix} 3 & a \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} \quad 15 - 2a = -\frac{1}{2} \quad a = \frac{31}{4}$$

۱۴۶- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

۱۴۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$A - 2I = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & a-2 \end{bmatrix} \Rightarrow 3a - 6 - 6 = 9 \Rightarrow a = 7$$

۱۴۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow 4A^{-1} - I = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{دترمینان} = 4 - 6 = -2$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

۱۴۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^4 = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^4)^{-1} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$$

۱۵۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.
 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = A \Rightarrow A^2 - A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{دترمینان} = ۰$

۱۵۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = -\begin{bmatrix} 7 & -4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A + aA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 - 7a & 4 + 4a \\ 2 + 2a & 7 - a \end{bmatrix} \Rightarrow a = -1$

۱۵۲- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$\begin{vmatrix} 2 - a & 1 \\ 4 & 5 - a \end{vmatrix} = ۰ \Rightarrow 10 - 7a + a^2 - 4 = ۰ \Rightarrow a^2 - 7a + 6 = ۰ \Rightarrow a = 1, 6$

$|A| = 9 - 8 = 1$

۱۵۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = 1 \Rightarrow |(A^{-1})^2| = |A^{-1}|^2 = 1^2 = 1$

۱۵۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$B = A^{-1} = \frac{1}{-\frac{5}{8} + \frac{3}{8}} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{5}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -6 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

۱۵۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. منهای ستون اول را به ستون سوم اضافه می کنیم:

$$\begin{vmatrix} a^2 + b^2 & \frac{1}{c} & (a+b)^2 \\ b^2 + c^2 & \frac{1}{a} & (b+c)^2 \\ c^2 + a^2 & \frac{1}{b} & (c+a)^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a^2 + b^2 & \frac{1}{c} & 2ab \\ b^2 + c^2 & \frac{1}{a} & 2bc \\ c^2 + a^2 & \frac{1}{b} & 2ca \end{vmatrix} = 2abc \begin{vmatrix} a^2 + b^2 & \frac{1}{c} & \frac{1}{c} \\ b^2 + c^2 & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ c^2 + a^2 & \frac{1}{b} & \frac{1}{b} \end{vmatrix} = ۰$$

۱۵۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$|A| = -۸ + ۵ - ۳$$

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{-۳}$$

۱۵۷- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{1 + \lg^2 x} = \cos^2 x$$

۱۵۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$c \neq 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} b-a & a+1 & -1 \\ c & 0 & a \\ c & -c & b \end{vmatrix} = -c(ab + b - c) - a(-bc + ac - ac - c) = 0$$

$$-abc - bc + c^2 + abc + ac = 0 \Rightarrow -b + c + a = 0 \Rightarrow a + c = b$$

۱۵۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$|A| = 2a + 3 \Rightarrow |(A^2)^{-1}| = \frac{1}{(|A|^2)} \Rightarrow (2a + 3)^2 = 1$$

$$\Rightarrow 2a + 3 = \pm 1 \Rightarrow a = -1, -2$$

۱۶۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left| \frac{1}{2}A \right| = \frac{1}{2^3} |A|$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & 4 & 7 \\ 7 & 14 & 5 \end{vmatrix} \xrightarrow[\substack{\text{۷ برابر سطر ۱ به سطر ۲} \\ \text{۵ برابر سطر ۱ به سطر ۳}}]{\text{ماتریس}} \begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 17 & 39 & 0 \\ 17 & 39 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

۱۶۱- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه ی $\begin{vmatrix} 5 & 7 & -3 \\ 2 & -4 & x \\ -1 & 6 & 3 \end{vmatrix} = A - x \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}$ ماتریس مرتبه ی سوم

برحسب اجزاء سطر دوم بسط داده شده است لذا خواهیم داشت:

$$-2 \begin{vmatrix} 7 & -3 \\ 6 & 3 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} - x \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -1 & 6 \end{vmatrix} = A - x \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -1 & 6 \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$A = -2 \begin{vmatrix} 7 & -3 \\ 6 & 3 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = -2(39) - 4(12) \Rightarrow A = -78 - 48 = -126$$

۱۶۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. از رابطه مفروض خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = -1 \rightarrow X^{-1} = - \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

پس ماتریس معکوس محاسبه شود.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \cdot \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

توجه:

۱۶۳- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$|\Lambda| = 6 - 8 = -2 \Rightarrow A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{سطر اول} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{توجه: } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2}A = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \text{دترمینان} = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2} = 2/5$$

۱۶۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc \text{ توجه:}$$

۱۶۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. منظور از ماتریس $\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ افزودن ۲ ماتریس است که:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 9 & 7 \\ 4 & 7 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{مجموع دو سطر} \\ \text{سطر دوم برابر سطر اول} \end{array} \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 9 & 7 \\ 4 & 7 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{array}{l} - \\ - \\ \text{و ۲} \\ - \end{array}$$

۱۶۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2a \end{vmatrix} + 9$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} - a \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} - 2a \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 9 \Rightarrow 3a = 6a + 9 \Rightarrow a = -3$$

۱۶۷- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر سطر اول به سطر دوم اضافه شود دو سطر

$$\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ a-b & b-c & c-a \\ a & b & c \end{vmatrix}$$

متناسب ایجاد می گردد. اگر دو سطر دترمینان متناسب باشد حاصل دترمینان صفر است.

$$\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ 2a & 2b & 2c \\ a & b & c \end{vmatrix}$$

۱۶۸- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. در گزینه ی ۴، $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ می باشد.

۱۶۹- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{1}{1(-1) - 0} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = A$$

توجه : $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

۱۷۰- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. از روش کرامر استفاده می کنیم:

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & a \\ 1 & b \end{vmatrix}} = \frac{7}{2b-a} \Rightarrow 1 = \frac{7}{2b-a} \Rightarrow 2b-a = 7$$

راه حل دوم:

$$y=1 \Rightarrow \begin{cases} 2x+a=3 \\ x+b=5 \end{cases}$$

معادله ی اول را از دو برابر معادله ی دوم کم می کنیم:

$$2(x+b-5) - (2x+a-3) = 0 \Rightarrow 2b-a-10+3=0 \Rightarrow 2b-a=7$$

۱۷۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 + A = I \Rightarrow A(A+I) = I \Rightarrow A^{-1} = A+I$$

$$(A^2)^{-1} = (A^{-1})^2 = (A+I)^2 = A^2 + 2A + I = A^2 + A + A + I = 2A + I$$

۱۷۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. این دو معادله خط باید به صورتی باشند که دو خط موازی باشند ولی منطبق نباشند تا شرط مسئله برقرار شود یعنی:

$$\frac{m}{2} = \frac{1}{m-1} \neq \frac{-3}{6} \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=-1 \end{cases}$$

که جواب $m=-1$ به خاطر نامساوی سمت راست قابل قبول نیست یعنی فقط یک جواب داریم.

۱۷۳- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا ماتریس X را می خواهیم:

$$2X = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -4 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$$

حالا وارون ماتریس X را می خواهیم:

$$X^{-1} = \frac{1}{-2-4} \begin{bmatrix} -2 & +2 \\ +2 & 1 \end{bmatrix} = -\frac{1}{6} \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

و حاصل ضرب درایه های آن برابر $\frac{-1}{162}$ است.

۱۷۴- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. وارون مجموع دو ماتریس، مجموع وارون های آنها نیست. در حاصل ضرب هم باید

$$(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$$

جای دو ماتریس را عوض کنیم:

$$I^{-1} = I$$

وارون I هم خودش است.

۱۷۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. دستگاه زمانی جواب ندارد که دترمینان ماتریس ضریبها صفر شود:

$$\begin{vmatrix} 1 & a+1 \\ 4 & a-2 \end{vmatrix} = 1(a-2) - 4(a+1) = a-2-4a-4 = -3a-6 = 0 \Rightarrow a=-2$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱۷۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. طبق تمرین کتاب درسی می دانیم اگر A و P ماتریس مربعی هم مرتبه و P وارون پذیر

$$(PAP^{-1})^n = P \Lambda^n P^{-1}$$

باشد، داریم:

با توجه به این که ماتریس دوران $\frac{\pi}{6}$ است، پس خواهیم داشت:

$$(AR_{\frac{\pi}{6}}A^{-1})^{2012} = AR_{\frac{\pi}{6}}^{2012} A^{-1} = AR_{\frac{2012\pi}{6}} A^{-1} = AR_{(335\pi + \frac{2\pi}{6})} A^{-1} = AR_{\pi + \frac{2\pi}{6}} A^{-1} =$$

$$A \begin{bmatrix} \frac{-1}{2} & \sqrt{\frac{3}{2}} \\ \sqrt{\frac{3}{2}} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} A^{-1}$$

نکته: $R_{\pi + \theta} = R_{\theta}$

$$x = -b - c \text{ و } y = -a - c, z = -a - b$$

۱۷۷- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

اگر در نظر بگیریم:

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix}$$

که مطابق دترمینان و اندرموند مقدار آن برابر است با: $(y - x)(z - x)(z - y)$

بنابراین خواهیم داشت:

$$(-(b + c) + (a + c))(-a + c) + (a + b)(-a + b) + (b + c) - (a - b)(b - c)(c - a)$$

۱۷۸- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. بنابر صورت پرسش

$$AX = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow AX = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$X = A^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ الزاماً معکوس ماتریس A محاسبه شود.

$$A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

۱۷۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$B \times A = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} |7 \ 5| = \begin{bmatrix} 21 & 15 \\ 28 & 20 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 21 & 15 \\ 28 & 20 \end{vmatrix} = 420 - 420 = 0$$

۱۸۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A - 2I = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A - 2I)^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |(A - 2I)^2| = 4 - 0 = 4$$

پس معکوس ماتریس به صورت $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ می باشد که مجموع درایه ها $\frac{1}{4}(-\frac{3}{4} + 0 + \frac{4}{4}) = \frac{1}{4}$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

۱۸۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. در گزینه ی ۴، $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ می باشد.

۱۸۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$AX = C \Rightarrow X = A^{-1} \cdot C \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ m \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 - 3m \\ 5m \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -4 - 3m \Rightarrow m = \frac{-x-4}{3} \\ y = 5m \Rightarrow y = \frac{-5x-20}{3} \end{cases}$$

۱۸۳- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Lambda X \Lambda = I \Rightarrow A^{-1}(\Lambda X \Lambda) = A^{-1}I \Rightarrow \underbrace{(A^{-1}\Lambda)}_I X \Lambda = A^{-1}$$

$$\Rightarrow X \cdot \Lambda = A^{-1} \Rightarrow (X \Lambda) \Lambda^{-1} = \Lambda^{-1} \cdot \Lambda^{-1} \Rightarrow X \underbrace{(\Lambda \cdot \Lambda^{-1})}_I = \Lambda^{-1} \cdot \Lambda^{-1} \Rightarrow X = (A^{-1})^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{-8+6} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \right)^2$$

$$X = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 10 & 6 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\text{توجه} / A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

۱۸۴- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. ضرب دو ماتریس برابر I شده است، بنابراین دو ماتریس معکوس یکدیگرند، پس خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = -\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow a = -0/3, c = 0/4 \Rightarrow a + c = 0/1$$

توجه: $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

۱۸۵- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم $|A^2| = |A| \cdot |A| = |A|^2$ پس مقدار دترمینان A را محاسبه کنید.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -20 - 25 = -45$$

پس حاصل برابر $2025 = (-45)^2$

۱۸۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر A و B دو ماتریس 2×2 باشند آنگاه نکات زیر را داریم:

۱) $|kA| = k^2 |A|$

۲) $|AB| = |A| |B|$

۳) $|A^2| = |A|^2$

۴) $|A^n| = |A|^n$

۵) $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

$$A^3 = \begin{bmatrix} A & \\ a & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^3| = 8 \Rightarrow |A|^3 = 8 \Rightarrow |A| = 2$$

$$||A| |A^2| = |A|^2 |A|^2 = |A|^4 = (2)^4 = 16$$

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

۱۸۷- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$11 (A.B)^{-1} = 11 \times \frac{1}{-11} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

۱۸۸- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: برای هر ماتریس وارون پذیر مانند A داریم: $AA^{-1} = A^{-1}A = I$ که در آن $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

نکته: $AI - IA - A$

طرفین تساوی را از چپ در $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$ ضرب می کنیم:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1}}_I \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

۱۸۹- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. کافی است که دترمینان مفروض را نسبت به سطر دوم بسط دهیم.

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 9 \\ 2 & x & 1 \\ 1 & 7 & 2 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} -1 & 9 \\ 7 & 2 \end{vmatrix} + x \begin{vmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 7 \end{vmatrix}$$

با توجه به صورت پرسش خواهیم داشت: $A = -2(-2 - 2 - 63) - (14 + 1) - 115$

۱۹۰- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. نکته: معکوس ماتریس $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ عبارت است از: $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{4 - 6} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

مای دارس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱۹۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. نکته: اگر جای دو سطر (یا ستون) را در یک ماتریس عوض کنیم، دترمینان قرینه می شود.
نکته:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a & b & c \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} - a & a_{22} - b & a_{23} - c \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

این خاصیت برای همه ی سطر (ستون) ها برقرار است.

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \\ a & a+b & b \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & a+b & b \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \\ a & a+b & b \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 5 \\ a & a+b & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & a+b & b \end{vmatrix}$$

۶ طبق فرض $-3b - 2a$

۱۹۲- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

می توان دستگاه معادلات را با استفاده از ماتریس ها به صورت $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ نوشت. اگر در این رابطه

و در نتیجه $X = A^{-1}B$ پس: $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ آن گاه $AX = B$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow x + y = 4$$

۱۹۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. در این رابطه ماتریس منظور از I ماتریس واحد مرتبه ی دوم است.

$$2A - 3I = 2 \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$$

در نتیجه دترمینان ماتریس حاصل برابر $47 - (-2 \times 6) = 47 + 12 = 59$ است.

۱۹۴- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} a+1 & b & 3c \\ a+b & 2 & -1 \\ 2b & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & 3c \\ a+b & 2 & -1 \\ 2b & 1 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & b & 3c \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 5 + \begin{vmatrix} 1 & b & 3c \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 5 + 1 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 5 + 7 = 12$$

۱۹۵- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} a^2 & b^2 & x^2 \\ a & b & x \\ a^3 & b^3 & x^3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} a^2 - x^2 & b^2 - x^2 & x^2 \\ a - x & b - x & x \\ a^3 - x^3 & b^3 - x^3 & x^3 \end{vmatrix} = 0$$

هر سه ستون دترمینان دارای فاکتور هستند.

$$x(a-x)(b-x) \begin{vmatrix} a+x & b+x & x \\ a^2+ax+x^2 & b^2+bx+x^2 & x^2 \end{vmatrix} = 0$$

اولاً a, b, x ثانیاً ستون سوم را از دو ستون اول و دوم کم می کنیم.

$$\begin{vmatrix} a & b & x \\ a^2+ax & b^2+bx & x^2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} a & b \\ a^2+ax & b^2+bx \end{vmatrix} = 0$$

$$ab \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ a+x & b+x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow ab(b-a) = 0$$

نشدنی است.

پس ۳ ریشه متمایز دارد.

۱۹۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. دو سطر اول و چهارم دترمینان متناسب هستند.

$$\begin{bmatrix} 2 & -x & 3 & -1 \\ 5 & x & 0 & 2 \\ 1 & x & x & 3 \\ -4 & 2x & -6 & 2 \end{bmatrix}$$

پس همواره حاصل دترمینان برابر صفر است لذا x هر عدد دلخواه می تواند باشد پس بی شمار مقدار

۱۹۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}, X = A^{-1} = \begin{bmatrix} 0/8 & -0/2 \\ -0/6 & 0/4 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه های آن برابر $0/4$ می باشد.

۱۹۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. گروه آموزشی عصر

$$AX = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = A^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$X = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 10 & -8 \\ -6 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

۱۹۹- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 27 \\ 45 & 64 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^2)^{-1} = \begin{bmatrix} 64 & -27 \\ -45 & 19 \end{bmatrix}$$

۲۰۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. طرفین رابطه ماتریس $AX - 3A - 2I$ را در ماتریس A^{-1} از چپ ضرب می کنیم.

$$A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 8 & -7 \\ -6 & 5 \end{bmatrix} \text{ را محاسبه می کنیم. } X = 3I - 2A^{-1}$$

$$X = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & -7 \\ -6 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & -7 \\ -6 & 8 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه های ماتریس X به صورت $11 - 7 - 6 + 8 = 6$ می باشد.

۲۰۱- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. اگر مقدار دترمینان ماتریس صفر باشد آن گاه ماتریس وارون پذیر نیست.

$$\begin{vmatrix} 3 & a-3 \\ a+1 & 4 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 12 \Rightarrow a^2 - 2a - 15 = 0 \Rightarrow a = -3, 5$$

۲۰۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$1) \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 9 \end{vmatrix} = 2 \times 9 - 3 \times 4 = 6 \quad \times$$

$$2) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{بسط نسبت به سطر اول}} 1 \times \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = -9 \quad \times$$

$$3) \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = -5 - 2 \times 4 = -13 \quad \times$$

$$4) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \\ 0 & -1 & 4 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{بسط نسبت به سطر اول}} 1 \times \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = 6 \times 4 + 1 = 25 \quad \checkmark$$

مای دارس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۲۰۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

نکته: $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

ابتدا وارون ماتریس A را محاسبه می کنیم:

$$A^{-1} = \frac{1}{-14 - (-15)} \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$$

طبق فرض داریم:

$$B + \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -5 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = -20 + 15 = -5$$

۲۰۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: اگر ماتریس های A و B معکوس یک دیگر باشند، داریم: $AB - BA - I$ با استفاده از نکته ی بالا داریم:

$$A(A - 4I) = I \Rightarrow \begin{bmatrix} a & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a-4 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a(a-4) + 4 & 2a-2 \\ 2(a-4) + 6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 - 4a + 4 = 1 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } 3 \\ 2a - 2 = 0 \Rightarrow a = 1 \\ 2a - 2 = 0 \Rightarrow a = 1 \end{cases} \rightarrow a = 1$$

۲۰۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای حل این دستگاه به کمک روش ماتریس وارون می توان نوشت:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$$

طبق فرض $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ ، بنابراین:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -19 \end{bmatrix}$$

در نتیجه:

$$x + y = -6 - 19 = -25$$

۲۰۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: اگر A و B ماتریس های 2×2 باشند، داریم:

$$|AB| = |A| \times |B|$$

نکته: اگر ماتریس $A_{2 \times 2}$ وارون پذیر باشد، داریم:

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

نکته: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

می دانیم $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $I \times A - A$ ، اکنون داریم:

$$A \times \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| \times \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow |A| \times 1 = -3 \Rightarrow |A| = -3$$

$$\Rightarrow |A^{-1}| = -\frac{1}{3}$$

۲۰۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: $B^{-1} = \frac{B^*}{|B|} \Rightarrow B^* = |B|B^{-1}$

نکته: $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$ ، $(A^{-1})^{-1} = A$

با استفاده از نکته ی بالا داریم:

$$(A^{-1})^* = |A^{-1}|(A^{-1})^{-1} = \frac{1}{|A|}A = \frac{1}{6-4} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -2 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

۲۰۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر در ماتریسی 3×3 مانند A ، حاصل ضرب درایه های یک سطر (ستون) در یک عدد ثابت را به سطر (ستون) دیگری بیفزاییم تا ماتریس جدید حاصل شود، آن گاه دترمینان ماتریس جدید با دترمینان ماتریس A برابر است.

نکته: دترمینان ماتریس بالامثلثی (پایین مثلثی) برابر حاصل ضرب درایه های روی قطر اصلی آن است. با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\begin{vmatrix} n & n-9 & n-6 \\ n & n & n+1 \\ n & n & n \end{vmatrix} \xrightarrow{\substack{R_3 - R_2 \rightarrow R_3 \\ R_2 - R_1 \rightarrow R_2}} \begin{vmatrix} n & n-9 & n-6 \\ 0 & 9 & 7 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} = -9n \Rightarrow n = -2$$

۲۰۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: $(A^{-1})^{-1} = A$

نکته: اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ وارون پذیر باشد، آنگاه وارون آن به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^{-1})^{-1} = A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$A + A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

بنابراین دترمینان $A + A^{-1}$ برابر است با:

$$|A + A^{-1}| = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & \frac{5}{2} \end{vmatrix} = 2 \times \frac{5}{2} = 5$$

۲۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: شرط وارون پذیری ماتریس مربعی A ، داشتن دترمینان غیر صفر است. بنابراین دترمینان ماتریس وارون ناپذیر، صفر است.

با توجه به نکته‌ی بالا چون ماتریس وارون پذیر نیست، پس باید دترمینان آن برابر صفر باشد:

$$\begin{vmatrix} 1 & a+1 \\ a-2 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 4 - (a^2 - a - 2) = 0 \Rightarrow a^2 - a - 6 = 0 \Rightarrow (a-3)(a+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-3 \\ a-2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 1 & a \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} a^2-1 & -2a \\ 2a & a^2-1 \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه ها} = a^2 - 1 - 2a + 2a + a^2 - 1 = 2a^2 - 2 \Rightarrow \begin{cases} a^2 - 2 = 6 \\ a^2 - 3 = 16 \end{cases}$$

۲۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر در یک ماتریس، مضرب یک سطر (ستون) را به سطر (ستون) دیگری اضافه کنیم، دترمینان تغییری نمی‌کند.
نکته: اگر در یک ماتریس یک سطر (ستون) مضربی از سطر (ستون) دیگری باشد، دترمینان آن ماتریس برابر صفر است.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b+c & c+a & a+b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{R_2 + R_3 \rightarrow R_2} \begin{vmatrix} a+b+c & a+b+c & a+b+c \\ b+c & c+a & a+b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

چون سطر اول ماتریس مضربی از سطر سوم است، پس حاصل دترمینان برابر صفر است.

۲۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 5 \\ x & x & 2 \\ x & x & x \end{vmatrix} \xrightarrow{R_3 - R_2 \rightarrow R_3} \begin{vmatrix} x & 1 & 5 \\ x & x & 2 \\ 0 & x & x-2 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{بسط نسبت به سطر سوم}} (x-2) \begin{vmatrix} x & 1 \\ x & x \end{vmatrix}$$

$$= (x-2)(x^2 - x) \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 0 \Rightarrow x=2, x=1, x=0$$

بنابراین مجموع ریشه‌ها برابر است: $0 + 1 + 2 - 3$

۲۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از رابطه ماتریسی داریم:

$$\Lambda^2 X - 49I \Rightarrow X - 49(A^2)^{-1}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 18 \\ 30 & 31 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^2| = 49$$

$$X = \begin{bmatrix} 31 & -18 \\ -30 & 19 \end{bmatrix} \text{ پس}$$

۲۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^2)^{-1} = \frac{1}{25} \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2 & 0 \\ 0 & -0.2 \end{bmatrix}$$

۲۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنابر دستور A^{-1} داریم:

$$A^{-1} = \frac{1}{21+4} \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.28 & 0.04 \\ -0.16 & 0.12 \end{bmatrix}$$

مجموع هر چهار درایه برابر است با 0.28 .

۲۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-3 & -2-4 \\ 6+12 & -3+16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -6 \\ 18 & 13 \end{bmatrix}$$

$$B = A^2 - 7I = \begin{bmatrix} -6 & -6 \\ 18 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{72} \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ -18 & -6 \end{bmatrix} = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$12B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} \text{ در نتیجه}$$

۲۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از ضرب دو ماتریس خواهیم داشت:

$$\begin{cases} 2x - 2 + y + 2 - 5 \\ 3x - 3 + 2y + 4 - 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y - 5 \\ 3x + 2y - 6 \end{cases} \Rightarrow x = 4$$

۲۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$B = A^2 - 2A = A(A - 2I) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 12 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\text{پس } B^{-1} = -\frac{1}{8} \begin{bmatrix} 11 & 3 \\ -12 & -4 \end{bmatrix} \text{ پس مجموع درایه های آن } \frac{11 + 3 - 12 - 4}{-8} = \frac{1}{4} \text{ است.}$$

۲۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر A و B دو ماتریس مربعی باشند و $AB - I$ آن گاه A و B وارون یکدیگر هستند.

نکته: اگر A و B دو ماتریس تعویض پذیر باشند $(AB - BA)$ ، داریم:

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

$$A^3 = 7I \Rightarrow A^3 + I^3 = 7I + I^3 \Rightarrow A^3 + I^3 = 8I$$

$$\Rightarrow (A + I)(A^2 - A + I) = 8I \Rightarrow \frac{1}{8}(A + I)(A^2 - A + I) = I$$

پس وارون ماتریس $A^2 - A + I$ ، ماتریس $\frac{1}{8}(A + I)$ است.

۲۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دترمینان مطلوب بنا به تعریف چنین است

$$\begin{vmatrix} a+b & a+2b & a+3b \\ 2a+b & 2a+2b & 2a+3b \\ 3a+b & 3a+2b & 3a+3b \end{vmatrix} = 0$$

اگر سطر اول به سطر سوم اضافه شود دو برابر سطح دوم می شود الزاماً حاصل دترمینان صفر است.

مای دارس
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۲۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: $A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^*$

نکته: اگر A یک ماتریس $n \times n$ باشد، داریم: $|A^*| = |A|^{n-1}$

$$A^* = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^*| = |A|^{2-1} \Rightarrow |A| = |A^*| = 8$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^* = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های A^{-1} برابر است با: $\frac{1}{8}(4+2+8+6) = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$

۲۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

راه حل اول: نکته: معادله $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ a & b & 1 \\ c & d & 1 \end{vmatrix} = 0$ ، معادله خط گذرا از نقاط (a, b) و (c, d) در R^2 است.

با توجه به نکته بالا، معادله خط گذرا از نقاط $(2, 4)$ و $(3, -2)$ است که به صورت زیر می‌باشد:

$$y - 4 = \frac{4+2}{2-3}(x - 2) \Rightarrow y = -6x + 16$$

در بین گزینه‌ها، فقط نقطه $(4, -8)$ روی این خط قرار دارد.

راه حل دوم: حاصل دترمینان را ساده می‌کنیم:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = x \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= -6x - y + 16 \stackrel{\text{طبق فرض}}{=} 0 \Rightarrow y = -6x + 16$$

در بین گزینه‌ها، فقط نقطه $(4, -8)$ روی این خط قرار دارد.

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۲۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: وارون ماتریس $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ (در صورت وجود)، عبارت است از:

$$\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

ابتدا ماتریس B را تعیین می کنیم:

$$A + B = I \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} + B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}$$

حال با استفاده از نکته ی بالا داریم:

$$B^{-1} = \frac{1}{4 - 12} \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{8} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{8} \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه های ماتریس B^{-1} برابر است با:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = -\frac{1}{4}$$

۲۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: اگر A یک ماتریس $n \times n$ و λ یک عدد حقیقی باشد، آنگاه:

$$|\lambda A| = \lambda^n |A|$$

$$A = |i - j|_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 0 + 1 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \left| \frac{1}{4} A \right| = \frac{1}{4^3} |A| = 0$$

مای دررس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۲۲۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر همه درایه‌های یک سطر (ستون) ماتریس مربعی A را در عدد حقیقی λ ضرب کنیم، آن‌گاه ماتریس جدیدی حاصل می‌شود که دترمینان آن λ برابر دترمینان ماتریس A است.
نکته (قانون تفکیک در دترمینان):

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ b_{31} + c_{31} & b_{32} + c_{32} & b_{33} + c_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} x & -3x & 2 \\ 0 & 2x & 1 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} + x \begin{vmatrix} x & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & -3x & 2 \\ 0 & 2x & 1 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & -3x & 2 \\ 0 & 2x & 1 \\ -1 & -x & 0 \end{vmatrix} = 8$$

طبق عکس قانون تفکیک در دترمینان، حاصل جمع دو دترمینان بالا برابر است با:

$$\begin{vmatrix} x & -3x & 2 \\ 0 & 2x & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 8 \Rightarrow 2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

۲۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر A و B دو ماتریس $n \times n$ باشند، آن‌گاه: $|AB| = |A||B|$
نکته: دترمینان ماتریس پایین مثلثی (بالا مثلثی) حاصل ضرب عناصر روی قطر اصلی است.

نکته: اگر A یک ماتریس $n \times n$ و λ یک عدد حقیقی باشد، آن‌گاه: $|\lambda A| = \lambda^n |A|$
با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 5 \end{vmatrix} |A| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 7 & -9 \end{vmatrix} = |5I| = 5^3 |I| \Rightarrow (-5)|A|(-25) = 5^3 \Rightarrow |A| \times 5^3 = 5^3 \Rightarrow |A| = 1$$

۲۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ برابر است با: $|A| = ad - bc$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & a \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & a \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+a & a \\ 1 & a+1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 - A = \begin{bmatrix} 4+a & a \\ 1 & a+1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & a \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+a & 0 \\ 0 & a+2 \end{bmatrix}$$

$$|A^2 - A| = (a+2)^2 \stackrel{\text{طبق فرض}}{=} 9 \Rightarrow a+2 = \pm 3 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } -5$$

۲۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اگر A ماتریسی وارون پذیر باشد، داریم: $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

$$|2A^3| = 2^3 |A^3| = 2^3 |A|^3 = 2^3 \times 2^3 = 2^6$$

$$\left| (2A^3)^{-1} \right| = \frac{1}{|2A^3|} = \frac{1}{2^6} = 2^{-6}$$

۲۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: ماتریس A وارون پذیر نیست، اگر و تنها اگر $|A| \neq 0$

نکته: دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ برابر است با:

$$|A| = ad - bc$$

چون A وارون پذیر نیست، داریم:

$$|A| = 0 \Rightarrow (m+1)(m+3) - m(m-1) = 0 \Rightarrow m^2 + 4m + 3 - m^2 + m = 0 \Rightarrow m = \frac{-3}{5}$$

حال دترمینان ماتریس B را محاسبه می کنیم:

$$|B| = 25m^2 - 12 = 25\left(\frac{9}{25}\right) - 12 = -3$$

۲۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: اگر $A \times B = I$ ، آنگاه ماتریس A و B وارون یکدیگر هستند.

نکته: وارون ماتریس $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ (در صورت وجود) عبارت است از:

$$\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} a & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \times A = I \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{3-2} \begin{bmatrix} 3 & -(-2) \\ -(-1) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

۲۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر A یک ماتریس $n \times n$ و k عددی حقیقی باشد، داریم: $|kA| = k^n |A|$

نکته: اگر m عددی طبیعی باشد، داریم: $|A^m| = |A|^m$

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 5 & -1 & 6 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{بسط نسبت به ستون دوم}} (-1) \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -8$$

$$\left| \frac{1}{2} A^3 \right| = \left(\frac{1}{2}\right)^3 |A^3| = \frac{1}{8} |A|^3 = \frac{1}{8} (-8)^3 = -64$$

مای دارس

گروه آموزشی ریاضیات

www.my-dars.ir

۲۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} x & 12 & 6+7x \\ y & 28 & 14+7y \\ z & 4 & 2+7z \end{vmatrix} \xrightarrow{c_3 - 7c_1} c_3 \quad \begin{vmatrix} x & 12 & 6 \\ y & 28 & 14 \\ z & 4 & 2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} x & 6 & 6 \\ y & 14 & 14 \\ z & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

چون دو ستون این دترمینان برابر است، پس حاصل آن برابر صفر است.

۲۳۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ (در صورت وجود)، عبارت است از:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$A + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A + 2I = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

حال با استفاده از نکته بالا داریم:

$$(A + 2I)^{-1} = \frac{1}{9 - 1} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{8} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{8} & \frac{3}{8} \end{bmatrix}$$

۲۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر در یک دترمینان جای دو سطر (ستون) را عوض کنیم، دترمینان قرینه می شود.

نکته: $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} a_{11} + kb_{11} & a_{12} + kb_{12} & a_{13} + kb_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

در دترمینان دوم: جای سطرهای ۲ و ۳ را عوض می کنیم. در این صورت دترمینان آن در یک منفی ضرب می شود. سپس با استفاده از نکته بالا، حاصل را به صورت یک دترمینان می نویسیم.

$$\begin{vmatrix} x & -2x & -1 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{vmatrix} - x \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & -2x & -1 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x & -2x & x \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & -1-x \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 8 \Rightarrow (-1-x) \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 8 \Rightarrow 1(x+1) = 8 \Rightarrow x = 7$$

۲۳۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اجزاء سطر دوم را به اجزاء سطر سوم اضافه می کنیم

$$\begin{vmatrix} A \\ B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \\ 2 & 7 & 4 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & 7 & 4 & 3 \\ 2 & 7 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

دو سطر سوم و چهارم در دترمینان حاصل برابرند. پس حاصل دترمینان صفر است.

۲۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A \cdot B = 23I \Rightarrow B = 23A^{-1} = 23 \times \frac{1}{-23} \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$$

۲۳۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A - 2B = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 9 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

مقدار دترمینان ماتریس حاصل برابر است با $0 = 3 - 3$ پس وارون پذیر نیست.

۲۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مرتبه دترمینان پایین می آوریم.

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 5 & 3 \\ 2 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & 6 & 4 & 3 \\ 0 & -7 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 4 & 3 \\ -7 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -8 & -21 \\ 0 & 13 & 29 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -8 & -21 \\ 13 & 29 \end{vmatrix} = -232 + 273 - 41$$

۲۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. سطرهای دوم و سوم را به سطر اول افزوده و از $a + 3$ فاکتور می گیریم.

$$\begin{vmatrix} a+3 & a+3 & a+3 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{vmatrix} = (a+3) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{vmatrix} = (a+3) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{vmatrix} = a^2(a+3)$$

$$a^3 + 3a^2 = 20 \Rightarrow a^3 - 2a^2 + 5a^2 - 20 = 0 \quad a^2(a-2) + 5(a-2)(a+2) = 0$$

$$(a-2)(a^2 + 5a + 10) = 0$$

پس $a = 2$

۲۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 3 & -6 \\ -7 & 6 & 7 & -22 \\ 9 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & 3 & -6 \\ -7 & 7 & -22 \\ 9 & 4 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 3 & -6 \\ 0 & 7 & -22 \\ 13 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 13 \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ 7 & -22 \end{vmatrix} = 13 \times 6 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 7 & -11 \end{vmatrix} = 78(-11 + 7) = -312$$

۲۴۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 13 & 11 \\ -5 & 7 & 19 \\ -1 & 8 & 6 \end{bmatrix}$$

مضاربی از سطر سوم به دو سطر اول اضافه می شود.

$$|A \times B| = \begin{vmatrix} 0 & -3 & -1 \\ 0 & -33 & -11 \\ -1 & 8 & 6 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 33 & 11 \end{vmatrix} = 0$$

۲۴۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ماتریس X معکوس ماتریس مفروض است، پس خواهیم داشت:

$$X = A^{-1} = -1 \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -7 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

۲۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

(۱) $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$: زمانی بیشمار جواب داریم که $(c, c' \neq 0)$, $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ در دستگاه

(۲) $\frac{m}{6} = \frac{-2}{-3m} = \frac{3}{n} \Rightarrow -3m^2 = -12 \Rightarrow m = \pm 2 \Rightarrow n = \pm 9 \Rightarrow m + n = \pm 11$

۲۴۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} |(A^{-1})^2| = |A^{-1}|^2 = \frac{1}{|A|^2} \Rightarrow |(A^{-1})^2| = \frac{1}{4a^2} \\ |A| = 3a - a = 2a \end{cases}$$

www.my-dars.ir

۲۴۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{m}{6} = \frac{-2}{-3m} = \frac{3}{n} \Rightarrow -3m^2 = -12 \Rightarrow m = \pm 2 \Rightarrow n = \pm 9 \Rightarrow m + n = \pm 11$$

۲۴۶- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$|A| = \text{Log } a \cdot \text{Log } c - \text{Log } a \cdot \text{Log } b$$

$$- \text{Log } a (\text{Log } c - \text{Log } b) - \text{Log } a \cdot \text{Log } \frac{c}{b}$$

طبق فرض $|A| - \text{Log } a$ داریم:

$$\text{Log } a \cdot \text{Log } \frac{c}{b} = \text{Log } a \xrightarrow{a \neq 1} \text{Log } \frac{c}{b} = 1 \Rightarrow \frac{c}{b} = 10$$

$$\Rightarrow c = 10b \Rightarrow \frac{c + 2b}{c - 2b} = \frac{12b}{8b} = \frac{3}{2}$$

مای دررس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

