

سؤالات موضوعی نهایی

((هندسه ۲))

پایه دوازدهم رشته‌ی ریاضی و فیزیک



تهیه‌کننده: جابر عامری

www.m.y-dars.ir

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان

((فصل اوّل : ماتریس و کاربردها))

درس ۱ : ماتریس و اعمال روی ماتریس ها

(*) مفهوم ماتریس و ماتریس های خاص

نمره ۰/۲۵	دی ۱۳۹۷	۱
-----------	---------	---

۱ : جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

هر ماتریس قطری که درایه های روی قطر اصلی آن با هم برابر باشند، را ماتریس می نامند.

نمره ۱	تیر ۱۳۹۸	۲
--------	----------	---

۲ : در ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $a_{ij} = \begin{cases} i-2j & i < j \\ -i+j & i \geq j \end{cases}$ می باشد. مجموع درایه های ستون دوم ماتریس A را

به دست آورید.

نمره ۰/۲۵	دی ۱۳۹۸	۳
-----------	---------	---

۳ : جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

در ماتریس $A = [a_{ij}]_{4 \times 3}$ که در آن $a_{ij} = \frac{2i}{j-1}$ باشد، درایه های واقع در سطر سوم و ستون دوم ماتریس A برابر

است با :

نمره ۰/۲۵	دی ۱۳۹۸	۴
-----------	---------	---

۴ : درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

هر ماتریس اسکالر یک ماتریس قطری است.

نمره ۰/۲۵	خرداد ۱۳۹۹	۵
-----------	------------	---

۵ : جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

اگر ماتریسی قطری باشد و تمام درایه های روی قطر اصلی با هم برابر باشند، آن را یک ماتریس می نامیم.

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل اول درس هندسه ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی ریاضی فیزیک

۶	خرداد ۱۳۹۹ خارج کشور	۰/۲۵ نمره
---	----------------------	-----------

۶: در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

اگر ماتریس A فقط از یک سطر تشکیل شده باشد (فقط دارای یک سطر باشد) آنگاه آن را یک ماتریس می نامیم.

۷	خرداد ۱۳۹۹ خارج کشور	۰/۲۵ نمره
---	----------------------	-----------

۷: درستی یا نادرستی گزاره‌ی زیر را معلوم کنید.

ماتریس مربعی که تمام درایه های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند، ماتریس اسکالر نامیده می شود.

۸	شهریور ۱۳۹۹	۰/۲۵ نمره
---	-------------	-----------

۸: جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ m-۱ & ۴ \end{bmatrix}$ مقدار m برابر است.

۹	دی ۱۳۹۹	۰/۲۵ نمره
---	---------	-----------

۹: اگر $A = [a_{ij}]$ یک ماتریس 3×3 با درایه های $i = j$ ۲ باشد، درایه های $a_{۳۳}$ و $a_{۳۱}$ و $a_{۱۲}$ را

$$a_{ij} = \begin{cases} i - j & i < j \\ ۲ & i = j \\ i + j & i > j \end{cases}$$

به دست آورید.

۱۰	شهریور ۱۴۰۰	۰/۲۵ نمره
----	-------------	-----------

۱۰: جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

ماتریس مربعی که همه‌ی درایه های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند را ماتریس گویند.

(*) ماتریس های مساوی

۱	شهریور ۱۳۹۸	۱/۲۵ نمره
---	-------------	-----------

۱: اگر $A = \begin{bmatrix} ۲x & ۵ \\ z & ۱ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۳ & ۲x+y \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix}$ و $A = B$ ، در این صورت حاصل $x + y + z$ را بیابید.

۲	شهریور ۱۳۹۹	۱/۵ نمره
---	-------------	----------

۲: اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x-۱ & ۸ \\ ۳ & z+۱ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} y+۱ & x-۲ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix}$ مساوی باشند. مقدار $x + y + z$ را بیابید.

(*) اعمال روی ماتریس ها

۱	دی ۱۳۹۷	۰/۲۵ نمره
---	---------	-----------

۱: جای خالی را با یک کلمه‌ی مناسب پر کنید.

حاصل ضرب ماتریس‌های خاصیت جابجایی

۱ نمره	دی ۱۳۹۷	۲
--------	---------	---

۲: درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف: اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد. مجموع درایه‌های سطر دوم A^3 برابر ۵ می‌باشد.

ب: اگر $A^2 = A$ باشد. در این صورت داریم: $(A + I)^2 = I + 3A$

۱/۲۵ نمره	دی ۱۳۹۷	۳
-----------	---------	---

۳: اگر ماتریس A به صورت زیر تعریف شده باشد. ماتریس $2A - 3I$ را به دست آورید.

$$A = [a_{ij}]_{3 \times 3}, \quad a_{ij} = \begin{cases} i \cdot j & i > j \\ i^2 & i = j \\ 2i - j & i < j \end{cases}$$

۱/۵ نمره	دی ۱۳۹۷	۴
----------	---------	---

۴: اگر ضرب ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ تعویض پذیر باشد.

حاصل $[x \ 2 \ -y] \times \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -x \end{bmatrix}$ را بیابید.

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۳۹۸	۵
-----------	------------	---

۵: درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

اگر برای ماتریس‌های متمایز A و B و C داشته باشیم، $AB = AC$ آنگاه لزوماً $B = C$ است.

۱/۲۵ نمره	خرداد ۱۳۹۸	۶
-----------	------------	---

۶: در معادله‌ی ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x & 2 \end{bmatrix}$ مقدار x را بیابید.

۱/۵ نمره	دی ۱۳۹۸	۷
----------	---------	---

۷: اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس A^7 را به دست آورید.

نمره ۱/۲۵	دی ۱۳۹۸	۸
-----------	---------	---

۸: ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} a+b & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 4a+b \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. مقادیر a و b را

چنان بیابید که داشته باشیم: $A^2 - B = \bar{O}$ (\bar{O} ماتریس صفر است).

نمره ۰/۲۵	خرداد ۱۳۹۹	۹
-----------	------------	---

۹: درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

در حالت کلی حاصل ضرب ماتریس‌ها خاصیت جابجایی دارد.

نمره ۱/۲۵	خرداد ۱۳۹۹ خارج کشور	۱۰
-----------	----------------------	----

۱۰: اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & a \end{bmatrix}$ ، مقادیر a و b را طوری به دست آورید که حاصل ضرب $A \times B$

ماتریس قطری باشد.

نمره ۱/۲۵	شهریور ۱۳۹۹	۱۱
-----------	-------------	----

۱۱: معادله‌ی ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 3 \end{bmatrix}$ را حل کنید.

نمره ۰/۲۵	دی ۱۳۹۹	۱۲
-----------	---------	----

۱۲: جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

حاصل ضرب ماتریس‌ها، خاصیت جابجایی

نمره ۰/۲۵	دی ۱۳۹۹	۱۳
-----------	---------	----

۱۳: درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

اگر برای ماتریس‌های متمایز A و B و C داشته باشیم، $AB = AC$ ، آنگاه لزوماً $B = C$ است.

نمره ۱	دی ۱۳۹۹	۱۴
--------	---------	----

۱۴: مقادیر x و y را از معادله‌ی زیر به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} x & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & y-2 \end{bmatrix}$$

۱۵	دی ۱۳۹۹	۱ نمره
----	---------	--------

۱۵: اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ، مقادیر a و b را طوری به دست آورید که $A \times B$ ماتریس قطری باشد.

۱۶	خرداد ۱۴۰۰	۲۵+ نمره
----	------------	----------

۱۶: درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.
اگر ماتریس A و B دو ماتریس هم مرتبه و r یک عدد حقیقی و مخالف صفر باشد و $rA = rB$ ، آنگاه داریم: $A = B$

۱۷	خرداد ۱۴۰۰	۱ نمره
----	------------	--------

۱۷: دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & m-2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ n+1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m & 0 & n \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ مفروض اند، اگر A یک ماتریس قطری باشد، حاصل AB را محاسبه کنید.

۱۸	شهریور ۱۴۰۰	۲۵+ نمره
----	-------------	----------

۱۸: درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.
اگر A و B دو ماتریس 3×3 دلخواه باشند، آنگاه عبارت $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ همواره برقرار است.

۱۹	شهریور ۱۴۰۰	۱/۵ نمره
----	-------------	----------

۱۹: اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ باشد. مقادیر a و b را طوری به دست آورید که حاصل ضرب $A \times B$ ماتریس قطری باشد.

درس ۲: وارون ماتریس و دترمینان

(*) دترمینان

۱	دی ۱۳۹۷	۷۵+ نمره
---	---------	----------

۱: اگر A ماتریس 3×3 باشد و $|A| = -2$ ، حاصل $|A| \cdot |A|$ را بیابید.

۲	خرداد ۱۳۹۸	۱ نمره
---	------------	--------

۲: اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $|A^3|$ را محاسبه کنید.

۲۵/۰ نمره	تیر ۱۳۹۸	۳
-----------	----------	---

۳: جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

دترمینان هر ماتریس قطری برابر است با حاصل ضرب

۱ نمره	تیر ۱۳۹۸	۴
--------	----------	---

۴: اگر A ماتریس 3×3 باشد و $|A| = 2$. حاصل $|\frac{1}{|A|}A|$ را بیابید.

۲۵/۰ نمره	شهریور ۱۳۹۸	۵
-----------	-------------	---

۵: جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $|A|$ برابر است با

۲ نمره	شهریور ۱۳۹۸	۶
--------	-------------	---

۶: اگر ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & i = j \\ i - j & i > j \\ j - i & i < j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ باشد.

الف) حاصل ماتریس $A \times B$ را به دست آورید.

ب) دترمینان ماتریس B را به دست آورید.

۲۵/۰ نمره	دی ۱۳۹۸	۷
-----------	---------	---

۷: جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $|-A|$ برابر است با

۱/۲۵ نمره	دی ۱۳۹۸	۸
-----------	---------	---

۸: اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ دو ماتریس باشند. دترمینان ماتریس BA را بدست آورید.

۲۵+ نمره	۱۳۹۹ خرداد	۹
----------	------------	---

۹: درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

اگر A یک ماتریس 3×3 و $|A| = 2$ باشد، آنگاه $|2A| = 16$ است.

۱/۷۵ نمره	۱۳۹۹ خرداد	۱۰
-----------	------------	----

۱۰: دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & m-2 \\ n+1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m & 0 & n \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ مفروض اند. اگر A یک ماتریس قطری باشد،

حاصل $|A| + |B|$ را محاسبه کنید.

۷۵+ نمره	۱۳۹۹ خرداد خارج کشور	۱۱
----------	----------------------	----

۱۱: اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ -4 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ ، در این صورت حاصل $|A|$ را بیابید.

۲۵+ نمره	۱۳۹۹ شهریور	۱۲
----------	-------------	----

۱۲: جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

اگر A یک ماتریس 3×3 و $|A| = 5$ باشد، آنگاه $|\frac{1}{2}A|$ برابر است.

۱/۵ نمره	۱۳۹۹ شهریور	۱۳
----------	-------------	----

۱۳: اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ باشند، حاصل $|A| + |B^2|$ را بیابید.

۲ نمره	۱۳۹۹ شهریور	۱۴
--------	-------------	----

۱۴: اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مقادیر m و n را طوری بیابید که رابطه‌ی $A^2 = mA + nI_2$ برقرار باشد.

(I_2 ماتریس همانی است.)

۱/۲۵ نمره	۱۳۹۹ دی	۱۵
-----------	---------	----

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل اول درس هندسه ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی ریاضی فیزیک

۱۵: اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ و I_3 ماتریس همانی 3×3 باشد، حاصل عبارت زیر را به

دست آورید.

$$|A + B| + |2I_3| =$$

۱۶	خرداد ۱۴۰۰	۲۵+ نمره
----	------------	----------

۱۶: جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

اگر ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 0 & f \\ 0 & a & 0 \\ e & c & b \end{bmatrix}$ اسکالر باشد، حاصل دترمینان ماتریس برابر است.

۱۷	شهریور ۱۴۰۰	۱/۷۵ نمره
----	-------------	-----------

۱۷: دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید.

الف: آیا جمع دو ماتریس B و A تعریف می شود؟ چرا؟

ب: حاصل $|A \times B|$ را به دست آورید

(*) وارون ماتریس

۱	خرداد ۱۳۹۸	۲۵+ نمره
---	------------	----------

۱: جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

شرط لازم و کافی برای اینکه ماتریس مربعی A وارون پذیر باشد، آن است که دترمینان ماتریس A باشد.

۲	شهریور ۱۳۹۸	۷۵+ نمره
---	-------------	----------

۲: مقدار m را طوری بیابید که ماتریس $A = \begin{bmatrix} m & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد.

۳	خرداد ۱۳۹۹	۲۵+ نمره
---	------------	----------

۳: جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

اگر $A = \begin{bmatrix} a & 8 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد، مقدار a برابر است.

نمره ۱/۲۵	خرداد ۱۳۹۹	۴
-----------	------------	---

۴: الف: اگر $A = \begin{bmatrix} |A| & ۸ \\ ۳ & ۵ \end{bmatrix}$ در این صورت حاصل $|A|$ را بیابید.

ب: ماتریس وارون A را حساب کنید.

نمره ۱/۵	خرداد ۱۴۰۰	۵
----------	------------	---

۵: اگر $۲A = \begin{bmatrix} |A| & -۴ \\ ۱ & |A| \end{bmatrix}$ باشد، در این حاصل $|A^{-۱}|$ را بیابید.

نمره ۱	شهریور ۱۴۰۰	۶
--------	-------------	---

۶: ماتریس $A^{-۱} = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۲ & ۳ \end{bmatrix}$ مفروض است، ماتریس A را به دست آورید.

(*) حل دستگاه معادلات

نمره ۱	دی ۱۳۹۷	۱
--------	---------	---

۱: دستگاه زیر به ازای چه مقادیر m دارای جواب منحصر به فرد می باشد.

$$\begin{cases} (m-3)x + 3y = m \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$$

نمره ۱/۲۵	خرداد ۱۳۹۸	۲
-----------	------------	---

۲: مقدار m را چنان بیابید که دستگاه $\begin{cases} mx + 3y = -3 \\ 4x + (m+4)y = 2 \end{cases}$ جواب نداشته باشد.

نمره ۰/۲۵	تیر ۱۳۹۸	۳
-----------	----------	---

۳: درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، اگر داشته باشیم $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ در این حالت دستگاه هیچ جوابی ندارد.

نمره ۱/۵	تیر ۱۳۹۸	۴
----------	----------	---

۴: دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را به روش ماتریس وارون حل کنید.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

نمره ۰/۲۵	شهریور ۱۳۹۸	۵
-----------	-------------	---

۵: درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب باشد و $|A| \neq 0$ ، در این حالت دستگاه هیچ جوابی

ندارد.

۶	شهریور ۱۳۹۸	۱/۵ نمره
---	-------------	----------

۶: دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.

۷	دی ۱۳۹۸	۱/۲۵ نمره
---	---------	-----------

۷: جواب دستگاه زیر را در صورت وجود با استفاده از ماتریس وارون بیابید.

$$\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

۸	خرداد ۱۳۹۹	۱/۲۵ نمره
---	------------	-----------

۸: در تساوی $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$ مقدار x را بیابید.

۹	خرداد ۱۳۹۹	۲ نمره
---	------------	--------

۹: الف: حدود m را طوری بیابید که دستگاه معادلات $\begin{cases} 2mx + 3y = 1 \\ 4x - y = 3 \end{cases}$ دارای جواب منحصر بفرد باشد.

ب: جواب دستگاه مذکور را به ازای $m = 2$ با استفاده از ماتریس وارون محاسبه کنید.

۱۰	خرداد ۱۳۹۹ خارج کشور	۱/۵ نمره
----	----------------------	----------

۱۰: دستگاه معادلات خطی تشکیل دهید که $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه بوده و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ماتریس

معلومات آن باشد و سپس جواب دستگاه را با استفاده از A^{-1} بیابید.

۱۱	شهریور ۱۳۹۹	۰/۲۵ نمره
----	-------------	-----------

۱۱: درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

الف: در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد، دستگاه جواب منحصر بفرد دارد.

۱۲	شهریور ۱۳۹۹	۲ نمره
----	-------------	--------

۱۲: الف : به ازای چه مقداری از m دستگاه معادلات $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ mx + 6y = -4 \end{cases}$ فاقد جواب است؟

ب : دستگاه معادلات $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + 6y = -4 \end{cases}$ را با استفاده از A^{-1} حل کنید.

۱۳	دی ۱۳۹۹	۱/۵ نمره
----	---------	----------

۱۳: دستگاه مقابل را با استفاده از A^{-1} حل کنید.

$$\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

۱۴	خرداد ۱۴۰۰	۱ نمره
----	------------	--------

۱۴: جواب دستگاه زیر را در صورت وجود، با استفاده از ماتریس وارون بیابید.

$$\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

۱۵	شهریور ۱۴۰۰	۱/۲۵ نمره
----	-------------	-----------

۱۵: مقدار m را طوری بیابید که دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} 2x + my = 1 \\ (m-1)x + y = 3 \end{cases}$ جواب نداشته باشد.

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان خوزستان

www.mathtower.ir

@amerimath

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

فصل اول هندسه ۳ پایه دوازدهم ریاضی فیزیک

درس ۱: ماتریس و اعمال روی ماتریس ها

(* مفهوم ماتریس و ماتریس های خاص

۱: اسکالر

۲:

$$a_{12} = 1 - 2(2) = -3 \text{ و } a_{22} = -2 + 2 = 0 \text{ و } a_{32} = -3 + 2 = -1$$

$$a_{12} + a_{22} + a_{32} = -3 + 0 + (-1) = -4$$

۳: ۶

۴: درست

۵: اسکالر

۶: سطری

۷: نادرست

۸: $m = 1$

۹:

$$a_{33} = 2 \text{ و } a_{31} = 3 + 1 = 4 \text{ و } a_{12} = 1 - 2 = -1$$

۱۰: قطری

(* ماتریس های مساوی

www.my-dars.ir

۱:

$$A=B \rightarrow \begin{cases} 2x=3 \rightarrow x=\frac{3}{2} \\ 2x+y=5 \xrightarrow{x=\frac{3}{2}} y=2 \Rightarrow x+y+z=\frac{3}{2}+2+(-2)=\frac{3}{2} \\ z=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-1=y+1 \\ x-2=8 \\ z+1=4 \end{cases} \rightarrow x=10, y=8, z=3 \rightarrow x+y+z=21 \quad : 2$$

(* اعمال روی ماتریس ها

۱ : ندارد.

ب : درست

۲ : الف : نادرست

۳ :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

$$2A - 3I = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 4 & 8 & 2 \\ 6 & 12 & 18 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 4 & 8 & 2 \\ 6 & 12 & 18 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \\ 6 & 12 & 15 \end{bmatrix}$$

۴ :

$$A \times B = \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x+3y & 3x+4y \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B \times A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x+6 & 4y-3 \\ 3x+8 & 3y-4 \end{bmatrix}$$

$$A \times B = B \times A \rightarrow \begin{cases} 3x + 8 = 5 \rightarrow x = -1 \\ 3y - 4 = 2 \rightarrow y = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow [x \quad 2 \quad -y] \times \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -x \end{bmatrix} = [-1 \quad 2 \quad -2] \times \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = -3 + 4 - 2 = -1$$

۵: نادرست

۶:

$$[3x - 6 \quad -6x + 12] \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow -3x + 6 - 6x + 12 = 0 \rightarrow -9x + 18 = 0 \rightarrow x = 2$$

۷:

$$A^T = \begin{bmatrix} \cdot & 2 \\ -1 & \cdot \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cdot & 2 \\ -1 & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & \cdot \\ \cdot & -2 \end{bmatrix} = -2 \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 1 \end{bmatrix} = -2I$$

$$A^Y = (A^T)^3 \cdot A = (-2I)^3 \cdot A = -8I^3 A = -8IA = -8A = -8 \begin{bmatrix} \cdot & 2 \\ -1 & \cdot \end{bmatrix}$$

۸:

$$A^T = B \rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+b & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 4a+b \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} a+b=5 \\ 4a+b=5 \end{cases} \rightarrow a=\cdot, b=5$$

۹: نادرست

۱۰:

$$A \times B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ b & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -4+2a \\ 2b-2 & -b-a \end{bmatrix}$$

و چون در ماتریس قطری باید درایه های غیر واقع بر قطر اصلی صفر باشد، پس:

$$-4 + 2a = 0 \rightarrow 2a = 4 \rightarrow a = 2 \quad \text{و} \quad 2b - 2 = 0 \rightarrow 2b = 2 \rightarrow b = 1$$

۱۱:

$$[x \quad ۳] \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ -۱ & ۴ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix} = ۰ \rightarrow [x-۳ \quad ۱۲] \begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix} = ۰ \rightarrow ۳x-۲۱=۰ \rightarrow x=۷$$

۱۲: ندارد.

۱۳: نادرست

: ۱۴

$$[۲x \quad ۴x-۲] = [۴ \quad y-۲] \rightarrow \begin{cases} ۲x=۴ \rightarrow x=۲ \\ ۴x-۲=y-۲ \rightarrow y=۸ \end{cases}$$

: ۱۵

$$A \times B = \begin{bmatrix} ۴ & a \\ b & -۱ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴+۳a & -۸+۲a \\ b-۲ & -۲b-۲ \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{cases} ۲a-۸=۰ \rightarrow ۲a=۸ \rightarrow a=۴ \\ b-۳=۰ \rightarrow b=۳ \end{cases}$$

۱۶: درست

: ۱۷

$$\begin{cases} m-۲=۰ \\ n+۱=۰ \end{cases} \rightarrow m=۲, n=-۱$$

$$AB = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۳ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۳ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۲ & ۱ & ۱ \\ ۲ & ۰ & -۱ \\ ۳ & -۱ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴ & ۲ & ۲ \\ ۶ & ۰ & -۳ \\ ۹ & -۳ & ۶ \end{bmatrix}$$

۱۸: نادرست

: ۱۹

$$A \times B = \begin{bmatrix} ۴ & a \\ b & -۱ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴+۳a & -۸+۲a \\ b-۳ & -۲b-۲ \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -۸+۲a=۰ \rightarrow a=۴ \\ b-۳=۰ \rightarrow b=۳ \end{cases}$$

درس ۲: وارون ماتریس و دترمینان

(*) دترمینان

: ۱

$$\|A\| \cdot \|A\| = \|-2A\| = (-2)^3 \|A\| = -8 \times (-2) = 16$$

: ۲

$$\|A\| = 2(4 - 3) = 2 \rightarrow \|A^3\| = \|A\|^3 = 8$$

: ۳ درایه های روی قطر اصلی

: ۴

$$\left| \frac{1}{|A|} \cdot A \right| = \left| \frac{1}{2} A \right| = \left(\frac{1}{2} \right)^3 \|A\| = \frac{1}{8} \times 2 = \frac{1}{4}$$

: ۵ -۳۰

: ۶

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 12 \\ 1 & 10 & 11 \\ 19 & 5 & 42 \end{bmatrix}$$

$$\|B\| = 2(-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} + 1(-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + 0(-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 2(15) - 1(-9) + 0(-6) = 39$$

www.my-dars.ir

: ۷ -۸

: ۸

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 17 & 8 \end{bmatrix}$$

$$|BA| = 3(-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 17 & 8 \end{vmatrix} + 1(-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} + -1(-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 17 \end{vmatrix}$$

$$|BA| = 3(-1 \cdot 0) - 1(-1 \cdot 0) - 1(-2 \cdot 0) = -3 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 0$$

۹: درست

۱۰:

$$\begin{cases} m - 2 = 0 \\ n + 1 = 0 \end{cases} \rightarrow m = 2, n = -1$$

$$\rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & m-2 \\ n+1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow |A| = 2$$

$$\rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m & 0 & n \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow |B| = 2(-1) - 1(7) + 1(-2) = -11$$

$$|A| + |B| = 2 + (-11) = -9$$

۱۱: ابتدا دترمینان ماتریس A را محاسبه می کنیم. در اینجا این محاسبه را به روش ساروس انجام می دهیم.

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ -4 & 4 & 5 & -4 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

- - - + + +

$$|A| = (-1)(2)(5) + (0)(2)(-4) + (0)(0)(4) - (0)(2)(-4) - (0)(0)(5) - (-1)(2)(4)$$

$$\rightarrow |A| = -10 + 8 = -2$$

$$\|A\| |A| = |-2A| = (-2)^3 |A| = (-8) \times (-2) = 16$$

$$\frac{5}{8} : 12$$

: 13

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 2 \times 10 = 20$$

$$|B| = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 3 \times (-2) = -6 \rightarrow |B^2| = |B|^2 = 36$$

$$|A| + |B^2| = 20 + 36 = 56$$

: 14

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$$

$$mA + 2I_2 = m \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 4m \\ 2m & m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4m \\ 2m & m+2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} n=8 \\ m=1 \end{cases}$$

: 15

$$|A| = (4 - 9 - 4) - (-4 - 12 + 3) = -9 + 13 = 4$$

$$|B| = -6$$

$$|A+B| + |2I_2| = |A| \times |B| = 8 |I| = (4)(-6) + 8 = -24 + 8 = -16$$

۸ : 16

: 17

الف : خیر، زیرا دو ماتریس هم مرتبه نیستند.

ب :

$$A \times B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -2 \\ -4 & 6 & -4 \\ -8 & 11 & -6 \end{bmatrix} \rightarrow |A \times B| = \dots$$

(*) وارون ماتریس

۱: غیر صفر

۲: $|A| = 0 \rightarrow 2m - 4 = 0 \rightarrow m = 2$

۳: -۶

۴: الف: بگیریم که $|A| = d$ باشد. در این صورت:

$d = 5d - 24 \rightarrow d = 6$

ب:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^* = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 5 & -8 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$$

۵: فرض کنید که $|A| = d$ باشد. در این صورت:

$$2A = \begin{bmatrix} |A| & -4 \\ 1 & |A| \end{bmatrix} \rightarrow 2A = \begin{bmatrix} d & -4 \\ 1 & d \end{bmatrix} \rightarrow |2A| = \begin{vmatrix} d & -4 \\ 1 & d \end{vmatrix}$$

$\rightarrow 2|A| = d^2 + 4 \rightarrow 2d = d^2 + 4 \rightarrow d^2 - 2d + 4 = 0 \rightarrow (d - 2)^2 = 0 \rightarrow d = 2$

$\rightarrow |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{2}$

۶:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow |A^{-1}| = 8$$

$$A = (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{|A^{-1}|} (A^{-1})^* = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

(*) حل دستگاه معادلات

www.my-dars.ir

۱:

$$\begin{vmatrix} m-3 & 3 \\ 4 & m+1 \end{vmatrix} \neq 0 \rightarrow (m-3)(m+1) - 12 \neq 0 \rightarrow m \neq 5, m \neq -3$$

$$m \in R - \{5, -3\}$$

: ۲

$$\frac{m}{4} = \frac{3}{m+4} \neq \frac{-3}{2} \rightarrow m(m+4) - 12 = 0 \rightarrow \begin{cases} m = -6 \\ m = 2 \end{cases}$$

که $m = -6$ قابل قبول نیست.

: ۳ نادرست

: ۴

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = (3)(-1) - (1)(2) = -3 - 2 = -5$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^* = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}D \rightarrow X = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} + \frac{6}{5} \\ \frac{4}{5} - \frac{9}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 2, y = -1$$

: ۵ نادرست

: ۶

$$\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = (3)(2) - (-1)(-4) = 6 - 4 = 2$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^* = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}D \rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+2 \\ \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow x=3, \quad y=2$$

:۷

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow |A| = 13 \neq 0. \quad \text{لذا دستگاه دارای جواب است.}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^* = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1}D = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow x=3, \quad y=2$$

:۸

$$\begin{bmatrix} 1 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+x & 4+2x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 4+2x+4+2x=0 \rightarrow x=-2$$

:۹

$$\frac{2m}{2} \neq \frac{3}{-1} \rightarrow m \neq -3$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow |A| = -10 \neq 0$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^* = \frac{1}{-10} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-10} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$$

۱۰ : دستگاه مورد انتظار مسئله به صورت زیر است.

$$\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow |A| = (3)(2) - (-5)(4) = 6 + 20 = 26$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times A^* = \frac{1}{26} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{26} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow x = 2, \quad y = 1$$

۱۱: نادرست

: ۱۲

: الف

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ m & 6 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow 6 + 2m = 0 \rightarrow m = -3$$

: ب

$$A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

: ۱۳

$$\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow |A| = 3 + 10 = 13 \text{ دستگاه دارای جواب است.}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow X = A^{-1}B = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} -1 + 40 \\ 2 + 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow x = 3, \quad y = 2$$

: ۱۴

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow |A| = 3 + 8 = 11 \text{ دستگاہ جواب دارد.}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^* = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1} D = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

:۱۵

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \rightarrow \frac{2}{m-1} = \frac{m}{1} \neq \frac{1}{3} \rightarrow m(m-1) = 2 \rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان

www.mathtower.ir

@amerimath

مای دررس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir