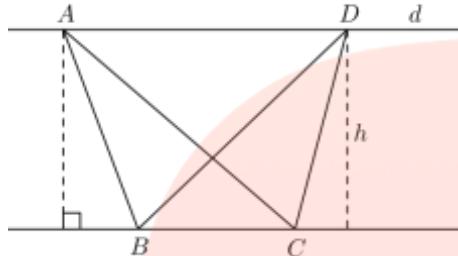


نمونه سوالات فصل اول

۱	<p>درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) ممکن است سه عمود منصف اضلاع یک مثلث همسر نباشند.</p> <p>ب) دو مثلث همنهشت ، هم مساحت هستند.</p> <p>ج) هیچ متوازی الاضلاعی نمی توان رسم کرد که طول ضلع هایش ۳ و ۵ و طول یک قطر آن ۹ سانتیمتر باشد.</p> <p>د) در استدلال استنتاجی از جزء به کل می رسیم .</p> <p>ه) برای هر عدد طبیعی n ، می توان گفت $\sqrt{n} \geq \frac{n+1}{2}$.</p>
۲	<p>جاهای خالی را با کلمات یا عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) اگر نقطه ای روی نیمساز یک زاویه قرار داشته باشد،</p> <p>(ب) نتیجه گیری منطقی بر پایه واقعیت‌هایی که درستی آنها را پذیرفته ایم ، استدلال نامیده می شود.</p> <p>(ج) اگر در مثلثی ، دو ضلع نابرابر باشند، زاویه مقابل به ضلع بزرگتر، از زاویه مقابل به ضلع کوچکتر و برعکس.</p> <p>(د) وتر دلخواه از یک دایره همواره از مرکز دایره می گذرد.</p> <p>ه) واسطه هندسی بین دو پاره خط به طول های 10 و 8 سانتی متر پاره خطی است که طول آن برابر 5 است.</p> <p>و) در هر مثلث، نسبت اندازه های هر دو ضلع، با عکس نسبت وارد بر آنها برابر است.</p> <p>ز) برای پیدا کردن نقاطی از صفحه که از یک سر پاره خط به طول a، به اندازه b واز سر دیگر آن به اندازه c باشد شرط وجود جواب این است که</p> <p>ح) نتیجه گیری منطقی بر پایه واقعیت‌هایی که درستی آنها را پذیرفته استدلال گفته می شود و نتایج پر کاربرد آن را می گوییم.</p> <p>ط) اگر دو مثلث قاعده مشترکی داشته باشندوراس های روی روی قاعده آنها روی یک خط موازی قاعده باشند، این مثلث ها هستند.</p> <p>ی) با برهان غیر مستقیم (خلف) فرض می کنیم حکم باشد و به یک می رسیم .</p>
۳	<p>(الف) نقیض گزاره زیر را بنویسید.</p> <p>مجموع زاویه های داخلی هر چهار ضلعی محدب 360 درجه است.</p> <p>(ب) عکس قضیه زیر را بنویسید.</p> <p>اگر یک چهار ضلعی لوزی باشد، قطرهایش عمود منصف یکدیگرند.</p>
۴	قضیه دوشرطی را تعریف کنید و مثال بزنید.
۵	توضیح دهید که چگونه می توان مثلثی با اضلاع 4 و 5 و 6 رسم کنید.
۶	پاره خط AB ، با اندازه 2 واحدرا در نظر بگیرید، چگونه می توان مربعی رسم کرد که AB قطر آن باشد.(مراحل کار را با رسم شکل شرح دهید).
۷	متوازی الاضلاعی رسم کنید که طول اضلاعش 3 و 5 باشد و طول قطر آن 6 باشد.
۸	اگر $AB = 4\text{ cm}$ و $AC = 3\text{ cm}$ و $AH = 2\text{ cm}$ مثلث ABC را رسم کنید.
۹	ثابت نقطه ای که روی عمود منصف یک پاره خط قرار دارد از دو سر آن به یک فاصله است .

در شکل روبرو خط d با BC موازی است. چرا ارتفاعهای وارد قاعده BC در مثلثهای ABC و DBC با هم برابرند؟ اگر طول این ارتفاعها را h و طول BC را a بانشان دهیم مساحت این مثلثها چقدر است؟



۱۰

ثابت کنید نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث هم‌رسند.

۱۱

ثابت کنید: اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبرو به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه روبرو به ضلع کوچکتر.

۱۲

- الف) نقیض گزاره «مستطیلی وجود دارد که مربع نیست» را بنویسید.
ب) گزاره روبرو را اثبات یا رد کنید: «در هر مثلث، اندازه بزرگ ترین زاویه، از چهار برابر اندازه کوچکترین زاویه کوچکتر است»

۱۳

ج) یک قضیه دو شرطی به دلخواه بنویسید.

د) برای حکم کلی روبرو مثال نقض بیاورید: «هر چهار ضلعی که چهار ضلع برابر داشته باشد، مربع است.»

با برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلث ABC ، $AB \neq AC$ ، آنگاه $\hat{B} \neq \hat{C}$

۱۴

با استفاده از برهان خلف ثابت کنید:

از یک نقطه خارج یک خط، نمی توان بیش از یک عمود بر آن خط رسم کرد.

۱۵

با استفاده از برهان خلف نشان دهید "اگر خطی که یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می کند."

۱۶

الف) عکس قضیه زیر را بنویسید و آنرا به صورت دو شرطی بیان کنید.

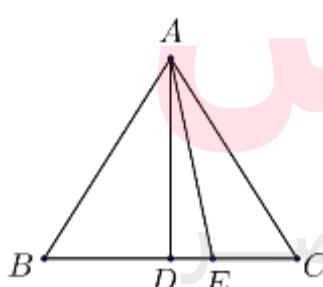
۹۱۷

"اگر در یک چهار ضلعی زاویه های مجاور مکمل باشند آن چهار ضلعی متوازی الاضلاع است".

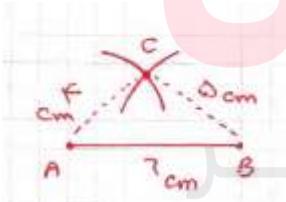
ب) نقیض گزاره "مجموع زاویه های داخلی هر n ضلعی محدب برابر $(n-2) \cdot 180^\circ$ می باشد." را بنویسید.

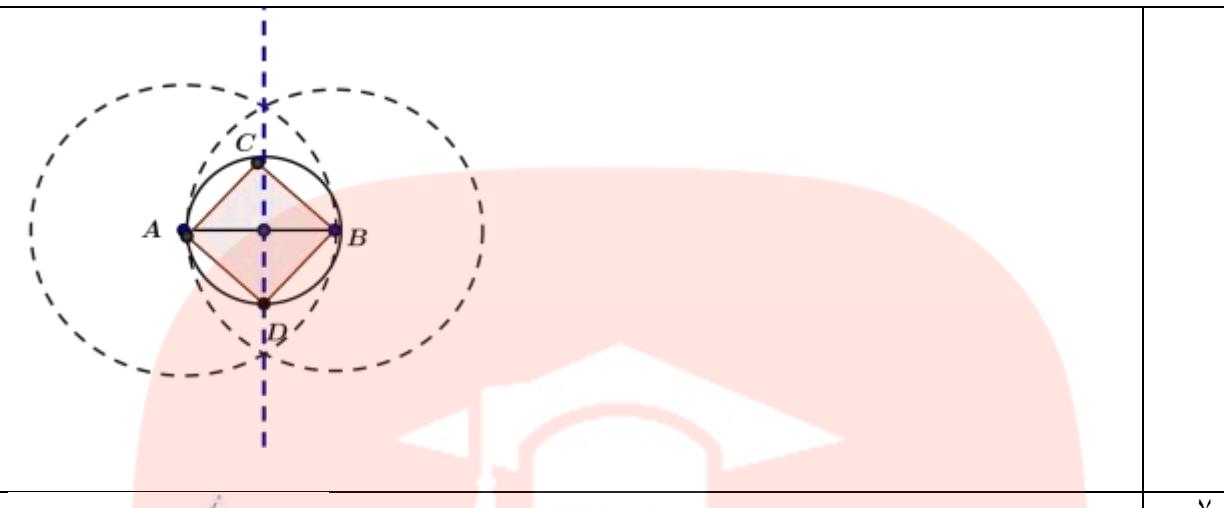
در شکل مقابل مساحت مثلث ABC سه برابر مساحت مثلث ADE و دو برابر مساحت ABD می باشد.

نسبت های $\frac{BC}{DE}$ و $\frac{DE}{BD}$ را بدست آورید.



۱۸

۱	الف) نادرست ب) درست ج) نادرست د) نادرست ه) نادرست
۲	الف) تا دو ضلع زاویه به یک فاصله است. ب) استنتاجی ج) بزرگتر د) بزرگترین ه) ارتفاع های $a < b + c$ ح) استنتاجی - قضیه ط) هم مساحت ی) نادرست - تناقض
۳	الف) چهار ضلعی محبدی وجود دارد که مجموع زاویه های داخلی آن 360° درجه نیست. ب) اگر قطرهای یک چهار ضلعی عمود منصف یکدیگر باشند، آن چهارضلعی لوزی است.
۴	قضیه ای که خودش و عکسش هر دو درست باشند. مثلا: "اگر در مثلثی ، دو ضلع نابرابر باشند، زاویه مقابل به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه مقابل به ضلع کوچکتر و برعکس"
۵	ابتدا پاره خطی به طول ۶ واحد رسم می کنیم (AB) کمانی به مرکز A و به شعاع ۴ واحد و کمانی به مرکز B و به شعاع ۵ واحد رسم می کنیم محل برخورد دو کمان را C نامیده و نقاط A و C را به هم وصل می کنیم.
۶	 ابتدا پاره خط $AB = 2$ سانتیمتر را رسم می کنیم. سپس عمود منصف آن را کشیده و محل تقاطعش را با مشخص نموده. از این نقطه دایره ای به ضلع نصف AB یعنی ۱ سانتیمتر رسم نموده و محل تقاطع این دایره و عمود منصف AB را مشخص می کنیم. نقاط C و D . چهارضلعی $ACBD$ مربع مورد نظر است.



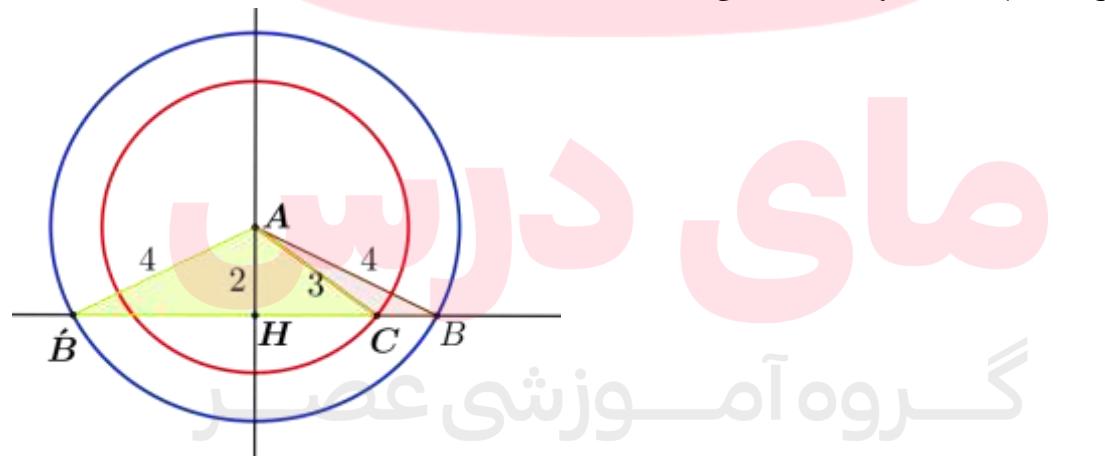
۷



ابتدا پاره خط AB را به طول 6 رسم می‌کنیم. به مرکز A و به شعاع‌های 3 و 5 دو کمان رسم می‌کنیم. سپس به مرکز B با همان شعاع‌های 3 و 5 دو کمان دیگر رسم می‌کنیم. مانند شکل دو تال از نقاط برخورد کمان‌های C و D مینامیم. چهارضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع موردنظر است زیرا اضلاع روبرویش دو به دو برابرند.

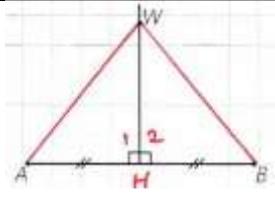
ابتدا دو خط d و d' را عمود بر هم رسم می‌کنیم و محل تقاطушان را H می‌نامیم. روی خط d ، $AH=2\text{cm}$ را جدا نموده (نقطه A). از A یکبار دایره‌ای به شعاع 3 و بار دیگر دایره‌ای به شعاع 4 سانتیمتر رسم می‌کنیم تا خط d' را در نقاط B و C قطع کند. مثلثهای $\triangle ACB$ و $\triangle A'CB$ بدست می‌آیند.

۸



فرض می‌کنیم W نقطه‌ای روی عمود منصف AB باشد. باید ثابت کنیم $WA = WB$

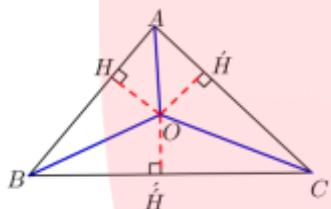
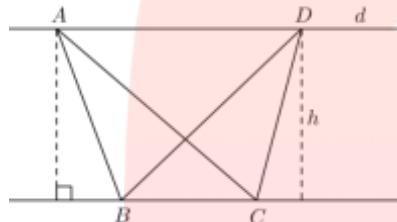
۹



$$\left\{ \begin{array}{l} AH = HB \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \rightarrow \Delta AHW \cong \Delta HWB \rightarrow WA = WB \\ HW = HW \end{array} \right.$$

زیرا فاصله دو خط موازی هستند.

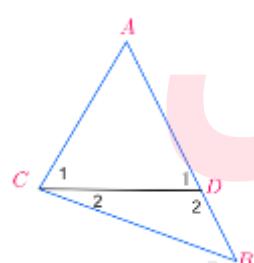
مساحت هر دو مثلث با توجه به این که قاعده های هر دو مثلث برابر a و ارتفاع هر دو برابر h است، برابر $\frac{1}{2}ah$ است.



برهان: نیمسازهای دو زاویه A و B را رسم میکنیم تا یکدیگر را در نقطه O قطع کنند. نقطه O روی نیمساز زاویه A قرار دارد پس $OH = OH'$ همچنین نقطه O روی نیمساز زاویه B قرار دارد پس $OH = OH''$.

$$\begin{aligned} OH &= OH' \parallel \\ OH &= OH'' \end{aligned}$$

بنابر این نقطه O از دو ضلع زاویه C به یک فاصله است. پس نیمساز CH زاویه C نیز از O رد می شود.



فرض: $BC > AC$

حکم: $\hat{A} > \hat{B}$

اثبات: می دانیم طبق فرض $BC > AC$ لذا می توان نقطه D را روی AB جایی انتخاب کرد که

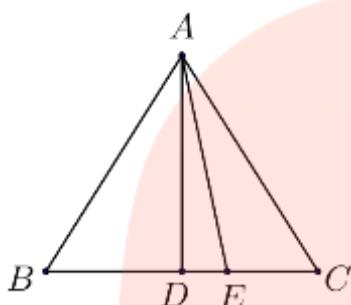
$$AC = AD$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{C} > \hat{C}_1 \\ \Delta ADC \rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C}_1 \\ \text{متساوی الساقین است} \\ \text{برای مثلث } ADC \rightarrow \hat{D}_1 > \hat{C}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{D}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{D}_1 > \hat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C} > \hat{B}$$

<p>الف) هر مربعی ، مستطیل است..</p> <p>ب) نادرست است زیرا مثلا اگر در مثلث ABC داشته باشیم: $\hat{A} = 20^\circ$ و $\hat{B} = 60^\circ$ و $\hat{C} = 110^\circ$ نمیتوان نتیجه گرفت که $4 \times 20 + 10 > 110$</p> <p>ج). در هر مثلث ، ضلع روبرو به زاویه‌ی بزرگتر، بزرگتر است از ضلع روبرو به زاویه‌ی کوچکتر و برعکس.</p> <p>د) مثلا لوزی که قطرهایش برابر نیست.</p>		۱۳
<p>فرض خلف کنیم که چنین نباشد، ($\hat{C} = \hat{B}$). میدانیم مثلثی که دو زاویه برابر دارد متساوی الساقین است پس دو ضلع نظیر آنها نیز با هم برابر می شود. بنابراین $AB=AC$ و این خلاف فرض است. پس فرض خلف باطل و حکم ثابت میشود.</p>		۱۴
<p>فرض: نقطه‌ای مانند A غیر واقع بر خط d وجود دارد. حکم: از نقطه A نمی توان بیش از یک عمود بر d رسم کرد.</p> <p>استدلال: فرض خلف می کنیم که حکم غلط باشد یعنی فرض می کنیم از نقطه A دو عمود بر d رسم کرده ایم که مانند شکل خط d را در نقاط B و C قطع کرده اند. در این صورت مجموع زوایای داخلی مثلث ABC بزرگتر از 180° درجه خواهد شد و این غیر ممکن است و فرض خلف باطل می شود و حکم ثابت می شود.</p>		۱۵
<p>فرض کنیم دو خط d' و d'' با هم موازیند و خط d را قطع کرده می خواهیم ثابت کنیم d' را نیز قطع می کند.</p> <p>فرض خلف کنیم چنین نباشد . بنابراین از نقطه A توانسته ایم دو خط موازی d' رسم کنیم و این خلاف اصل اقلیدس است. پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می شود.</p>		۱۶

۱۷

- الف) **عکس قضیه**: اگر یک چهارضلعی متوازی الاضلاع باشد، آنگاه زوایه های مجاورش با هم مکملند..
قضیه دو شرطی: یک چهارضلعی متوازی الاضلاع است اگر و تنها اگر زوایای مجاورش، مکمل باشند.
ب) یک n ضلعی محدب وجود دارد که مجموع زوایه های داخلی آن برابر $(n-2) \cdot 180^\circ$ نیست.



چون در مثلثها ارتفاع گذرا از راس A برابر است پس نسبت مساحت ها با نسبت قاعده های نظیر برابر است. بنابراین داریم:

$$\frac{BC}{DE} = \frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{DE}{BD} = \frac{S_{ADE}}{S_{ABD}} \frac{\frac{1}{3} S_{ABC}}{\frac{1}{2} S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

۱۸

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir