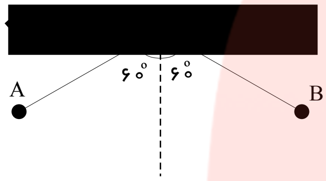
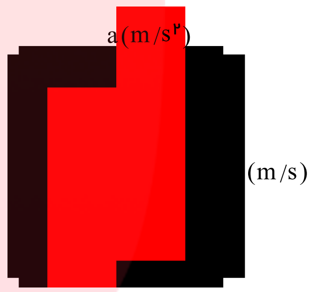
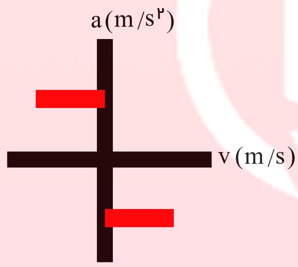
۱) مطابق شکل زیر آونگی از نقطهٔ رها می‌شود و پس از مدت ۲ ثانیه برای اولین بار به نقطهٔ در طرف مقابل می‌رسد. اگر اندازهٔ سرعت متوسط گلولهٔ آونگ s ، باشد، تندی متوسط گلوله چند متر بر ثانیه است؟

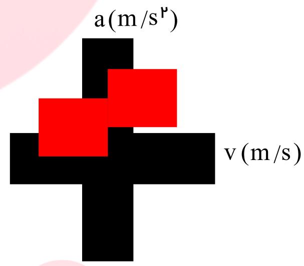


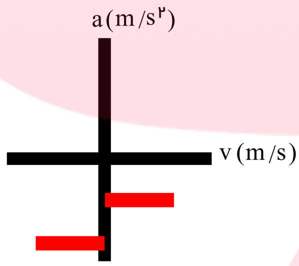
۱) $\sqrt{۳}$
۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
۳) $\frac{\pi}{۳}$
۴)

۲) متحرکی در مبدأ زمان در جهت مثبت محور ها با شتاب ثابت در حال حرکت است. پس از مدتی شتاب حرکت متحرک تغییر می‌کند. کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند نمودار شتاب – سرعت این متحرک باشد؟

۱)


۲)


۳)


۴)


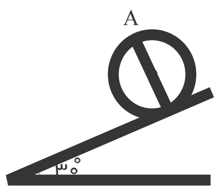
۳) مطابق شکل زیر، متحرکی در مسیر مشخص‌شده از نقطهٔ به نقطهٔ می‌رود. حداکثر نسبت مسافت طی‌شده توسط متحرک به جابه‌جایی آن، کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$
۲) $\sqrt{۲}$
۳) ۲
۴) برای این نسبت، حداکثری وجود ندارد.

۴) دونده‌ای $\frac{۱}{۴}$ مسیر مستقیمی را با سرعت ثابت و بقیهٔ مسیر را با سرعت ثابت $۲v$ بدون تغییر جهت دویده است. اندازهٔ سرعت متوسط او در کل مسیر حرکت چند برابر است؟

۱) ۳٫۲
۲) ۱٫۶
۳) ۰٫۸
۴) ۶٫۱

۵) در شکل مقابل چرخی به شعاع $۲۰cm$ روی سطحی قرار دارد و موقعیت نقطهٔ روی لبهٔ چرخ در یک لحظه نشان داده شده است. اگر بعد از این موقعیت، چرخ نیم‌دور به سمت پایین بچرخد، نقطهٔ چند سانتی‌متر جابه‌جا شده است؟ $(\pi \simeq ۳)$



۱) ۶۰
۲) $۲۰\sqrt{۱۳}$
۳) ۴۰
۴) $۳۰\sqrt{۲}$

۶) نقطه‌ای روی محیط چرخ خودرویی در تماس با سطح افقی قرار دارد. اگر شعاع چرخ خودرو ۲۵ سانتی‌متر باشد، در مدت ۵ ثانیه این نقطه نیم دور می‌چرخد. سرعت متوسط حرکت این نقطه چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ $(\pi^2 \simeq 10)$

۱) $14\sqrt{5}$　۲) $5\sqrt{14}$　۳) $7\sqrt{5}$　۴) $5\sqrt{7}$

۷) متحرکی در صفحهٔ xoy در مدت $5(s)$ از نقطهٔ $A(1,4)$ روی یک ربع دایره به نقطهٔ $B(4,0)$ می‌رود. این متحرک به‌طور متوسط در هر ثانیه چه مسافتی را می‌پیماید؟

۱) $\frac{\pi}{2}$　۲) $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$　۳) $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$　۴) ۱

۸) ذره‌ای در مدت زمان $12s$، جابه‌جایی‌هایی: $7m$ و $5m$ و $10m$ را انجام دهد. کمترین مقدار سرعت متوسط متحرک در طول مسیر حرکت چند m/s می‌تواند باشد؟

۱) صفر　۲) $\frac{2}{3}$　۳) ۱　۴) $\frac{1}{6}$

۹) جسمی از سطح زمین با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه در راستای قائم به‌سمت بالا پرتاب می‌شود. جسم ۱٫۲۵ ثانیه پس از پرتاب به نقطهٔ اوج می‌رسد و ۳٫۷۵ ثانیه پس از پرتاب با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه به نقطهٔ پرتاب بازمی‌گردد. اگر شتاب متوسط جسم در بالا رفتن a_1 و شتاب متوسط آن در پایین آمدن a_2 باشد، مقدار $|a_1 + a_2|$ برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

۱) ۸　۲) ۱۰　۳) ۱۲　۴) ۲۰

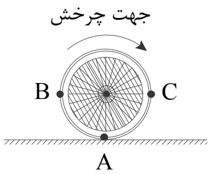
۱۰) متحرکی از فاصلهٔ ۴ متری مبدأ مکان روی محور x شروع به حرکت می‌کند. اگر این متحرک ۲ بار از مبدأ مکان بگذرد، بیشینه و کمینهٔ دفعاتی که این متحرک می‌تواند تغییر جهت بدهد به‌ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟

۱) ۲، صفر　۲) ۲، ۱　۳) بی‌شمار، صفر　۴) بی‌شمار، ۱

۱۱) متحرکی فاصلهٔ A تا B را با سرعت متوسط به بزرگی $40\ m/s$ بدون تغییر جهت طی می‌کند. این متحرک پس از رسیدن به نقطهٔ B در مدت زمانی به اندازهٔ نیمی از زمان رفت، مسیر را با سرعت متوسط به بزرگی $20\ m/s$ بدون تغییر جهت باز می‌گردد. نسبت تندی متوسط در کل مدت زمان حرکت به بزرگی سرعت متوسط در کل مدت زمان حرکت کدام است؟

۱) ۱　۲) ۲　۳) $\frac{3}{2}$　۴) $\frac{5}{3}$

۱۲) هنگامی که چرخ روبه‌رو نیم‌دور می‌غلتد و بدون لغزش پیش می‌رود، کدام‌یک از نقطه‌های روی چرخ بیش‌تر جابه‌جا می‌شود؟



۱) A　۲) B　۳) C　۴) هر سه به یک اندازه جابه‌جا می‌شوند.

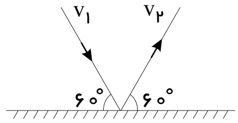
۱۳) از ارتفاع ۱۶ متری سطح زمین یک توپ را رها می‌کنیم. اگر حداکثر ارتفاع توپ از سطح زمین بعد از هر برخورد ۵۰ درصد نسبت به حالت قبل کاهش یابد. مسافت طی شده توسط توپ از لحظهٔ پرتاب تا لحظه‌ای که برای آخرین بار بزرگی جابه‌جایی توپ از نقطهٔ پرتاب برابر با ۱۴ متر می‌شود، چند متر است؟

۱) ۴۸　۲) ۴۲　۳) ۴۴　۴) ۳۲

۱۴) یک ذره روی محیط دایره‌ای به قطر $90cm$ در یک سو می‌چرخد. اگر اندازهٔ جابه‌جایی این ذره $45cm$ باشد، مسافت پیموده‌شده توسط ذره برحسب سانتی‌متر کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

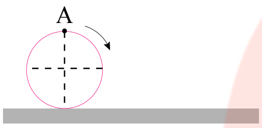
۱) 75π　۲) 105π　۳) 135π　۴) 165π

۱۵ مطابق شکل توپی با تندی $۴m/s$ به سطح افقی برخورد می‌کند و با همان مقدار سرعت در جهت نشان داده شده از سطح بازمی‌گردد. اگر مدت زمان تماس توپ با سطح افق $۰/۱$ ثانیه باشد، مقدار شتاب متوسط در این مدت چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) $۲۰\sqrt{۳}$ ۲) ۲۰ ۳) $۴۰\sqrt{۳}$ ۴) ۴۰

۱۶ در شکل مقابل، اگر حلقه یک دور کامل بزند سرعت متوسط و جابه‌جایی نقطهٔ A چند برابر زمانی است که $\frac{۱}{۲}$ دور بزند؟



۱) جابه‌جایی ۲ برابر، سرعت متوسط ۲ برابر

۲) جابه‌جایی ۲ برابر، سرعت متوسط ۴ برابر

۳) جابه‌جایی $\sqrt{۲}$ برابر، سرعت متوسط ۲ برابر

۴) جابه‌جایی $\frac{۲\pi}{\sqrt{\pi^۲+۴}}$ برابر، سرعت متوسط $\frac{\pi}{\sqrt{\pi^۲+۴}}$ برابر

۱۷ یک ذرهٔ متحرک که در صفحهٔ xy حرکت می‌کند، ابتدا در جهت محور x و سپس در جهت محور y حرکت می‌کند. اگر نسبت مسافت پیموده‌شده به اندازهٔ جابه‌جایی توسط این ذره $\sqrt{۱/۶}$ باشد، نسبت اندازهٔ جابه‌جایی ذره در جهت محور x به اندازهٔ جابه‌جایی ذره در جهت محور y کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۷ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۸ شخصی در حال انجام مسابقه ۳ گانه‌ای است به این صورت که ابتدا $۲۰km$ را با دوچرخه با سرعت km طی می‌کند، سپس $۵km$ را پیاده‌روی به مدت $۲h$ و در آخر با اتومبیل با سرعت km به مدت نیم ساعت مسیر مسابقه را طی می‌کند. سرعت متوسط او در مسیر چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱) ۳۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۵ ۴) ۲۰

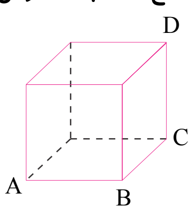
۱۹ اندازهٔ سرعت متوسط نوک عقربهٔ ثانیه‌شمار یک ساعت دیواری با طول ۲۰ سانتی‌متر در مدت ۴۰ ثانیه چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) $۲\sqrt{۲}$

۲۰ یک خودرو در میدانی بزرگ با شعاع ۱۵۰ متر، در مدت نیم‌دقیقه با تندی متوسط $۱۵/۷$ متر بر ثانیه در یک سو می‌چرخد. اندازهٔ سرعت متوسط خودرو در این حرکت چند متر بر ثانیه است؟ $(\pi = ۳/۱۴)$

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۳۰

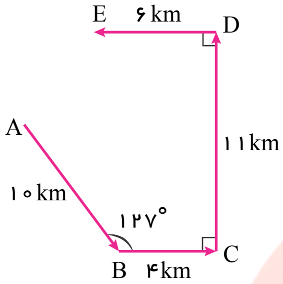
۲۱ مطابق شکل متحرکی با تندی ثابت v مسیر $ABCD$ را طی می‌کند. سرعت متوسط در این جابه‌جایی کدام است؟ (هر ضلع مکعب L فرض می‌شود.)



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}v$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}v$

۳) $۴v$ ۴) $۳v$

۲۲ متحرکی روی مسیر مشخص‌شده در شکل از نقطهٔ A به E می‌رود. جابه‌جایی این متحرک چند کیلومتر است؟ ($\sin ۳۷^{\circ} = ۰٫۶$)



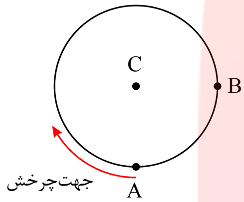
۱) $\sqrt{۶۱}$

۲) $۴\sqrt{۲}$

۳) $۳\sqrt{۲}$

۴) ۵

۲۳ متحرکی دور میدانی به شعاع ۳۰ متر، از نقطهٔ A شروع به حرکت می‌کند و پس از طی $۲\frac{۳}{۴}$ دور به نقطهٔ B رسیده و سپس به نقطهٔ C می‌رود. اگر مدت زمان این حرکت ۱۵ ثانیه باشد، سرعت متوسط و تندی متوسط این متحرک به‌ترتیب از راست به چپ چقدر است؟ ($\pi = ۳$ و C مرکز میدان است.)



۱) ۴ متر بر ثانیه و ۳۵ متر بر ثانیه

۲) ۳۵ متر بر ثانیه و ۲ متر بر ثانیه

۳) ۲ متر بر ثانیه و ۳۳ متر بر ثانیه

۴) ۲ متر بر ثانیه و ۳۵ متر بر ثانیه

۲۴ متحرکی با تندی $۴m/s$ در جهت مثبت محور x شروع به حرکت می‌کند. اگر متحرک در لحظهٔ $t = ۱s$ تغییر جهت دهد و شتاب متوسط متحرک در ثانیهٔ ۳اُم حرکت صفر باشد، معادلهٔ سرعت – زمان متحرک کدام است؟

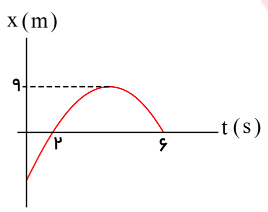
۱) $۳t^۲ + ۲t + ۱$

۲) $۲(t-۱)^۲$

۳) $t^۲ - ۵t + ۴$

۴) $t^۲ + ۵t - ۴$

۲۵ در نمودار مکان – زمان شکل روبه‌رو، تندی متوسط متحرک در مدت زمان حرکت برابر ۵ متر بر ثانیه است. سرعت متوسط آن در مدت زمان حرکت چند متر بر ثانیه بوده است؟



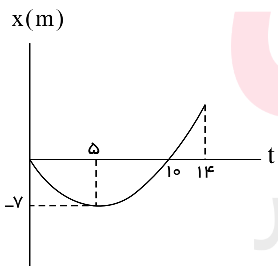
۱) ۲

۲) ۲٫۵

۳) ۴

۴) ۴٫۵

۲۶ تندی متوسط متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند و نمودار $x - t$ آن به‌صورت شکل روبه‌رو است، چند متر بر ثانیه از اندازهٔ سرعت متوسط آن بیشتر است؟



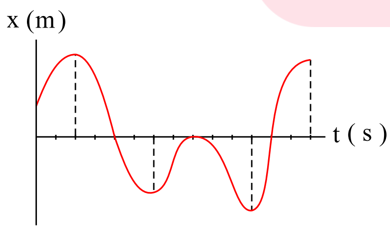
۱) ۲

۲) ۱٫۴

۳) ۱

۴) ۰٫۷

۲۷ نمودار مکان – زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. در طی این حرکت به‌ترتیب از راست به چپ، چند بار جهت بردار مکان متحرک تغییر می‌کند و متحرک در کل چند ثانیه در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟ (محور زمان به واحدهای یک ثانیه درجه‌بندی شده است.)



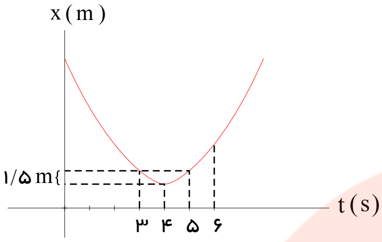
۱) ۲ و ۷

۲) ۴ و ۸

۳) ۴ و ۷

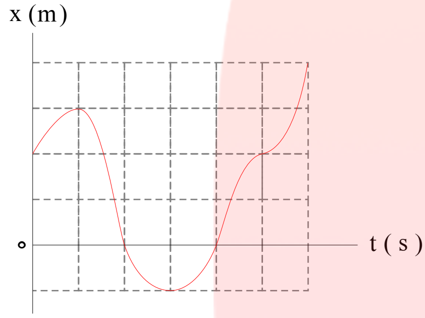
۴) ۲ و ۸

۲۸) نمودار مکان – زمان متحرکی که روی محور حرکت می‌کند، به صورت سهمی شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در ۳ ثانیهٔ دوم حرکت s ، باشد، سرعت متوسط متحرک در ۳ ثانیهٔ دوم چند متر بر ثانیه است؟



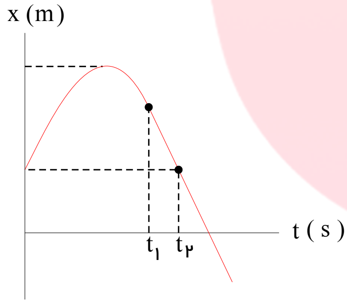
۱) صفر
۲) ۱٫۵
۳) ۲
۴) ۲٫۵

۲۹) نمودار مکان – زمان متحرکی که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. تندی متوسط متحرک در شش ثانیهٔ اول حرکت چند برابر بزرگی سرعت متوسط متحرک در سه ثانیهٔ دوم حرکت است؟ (هریک از اضلاع مربع‌های کوچک یک واحد است.)



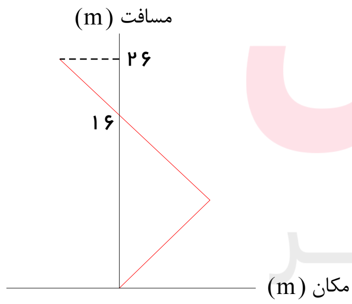
۱) $\frac{۳}{۵}$
۲) ۱
۳) $\frac{۵}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۳}$

۳۰) نمودار مکان برحسب زمان یک متحرک که روی محور ها حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل مقابل است. اگر تندی متوسط و سرعت متوسط متحرک در بازهٔ صفر تا t_1 برابر با و و تندی متوسط و سرعت متوسط متحرک در بازهٔ صفر تا t_2 برابر با و باشد، در این صورت کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد مقایسهٔ تندی متوسط و سرعت متوسط در این دو بازهٔ زمانی صحیح است؟



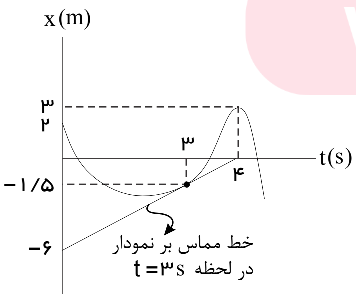
۱) $< v_{av}$ و $> s_{av}$
۲) $< v_{av}$ و $< s_{av}$
۳) $> v_{av}$ و $> s_{av}$
۴) $> v_{av}$ و $< s_{av}$

۳۱) معادلهٔ حرکت متحرکی که روی محور حرکت می‌کند در به‌صورت $x = mt^2 + nt$ است. اگر نمودار مسافت طی‌شده توسط متحرک برحسب مکان در ۵ ثانیهٔ اول حرکت آن مطابق شکل زیر باشد، در کدام است؟



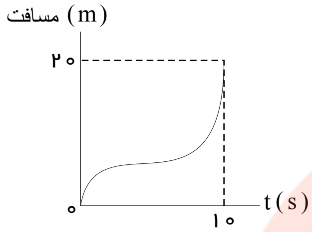
۱)
۲) ۲−
۳) ۱
۴) ۴−

۳۲) نمودار مکان – زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب متوسط در ثانیهٔ چهارم چند m/s^2 است؟



۱)
۲)
۳)
۴) ۸

۳۳ نمودار مسافت طی شده برحسب زمان متحرکی که در مبدأ زمان در خلاف جهت محور در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اگر جهت حرکت متحرک در لحظه‌ای که در فاصلهٔ ۴ متری مبدأ حرکت است عوض شود، بردار سرعت متوسط آن در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت در کدام است؟



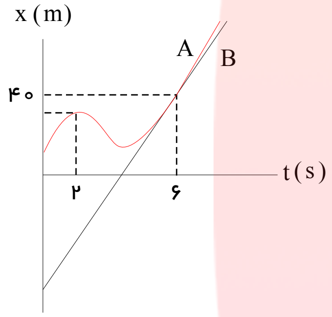
(۱) $-۲\vec{i}$

(۲)

(۳) $۱/۲\vec{i}$

(۴) $-۱/۲\vec{i}$

۳۴ نمودار مکان - زمان متحرک و که بر روی محور حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۶s$ برابر با $۴\frac{m}{s^۲}$ است. اگر دو نمودار در لحظهٔ $t_۲ = ۶s$ بر یکدیگر مماس باشند، مکان اولیهٔ متحرک برحسب متر کدام است؟



(۱)

(۲)

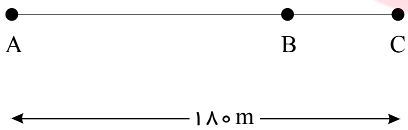
(۳)

(۴) -۹۶

۳۵ معادلهٔ حرکت متحرکی در به‌صورت $x = (t^۲ + t - ۲)(-۲t + ۸)$ است. بردار مکان متحرک چند ثانیه در جهت محور است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۶ دو متحرک هم‌زمان از نقطه‌های و با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطهٔ از کنار هم می‌گذرند و در ادامه، $۱۶s$ طول می‌کشد تا متحرک اول از به برسد و $۲۵s$ طول می‌کشد تا دومی از به برسد. بزرگی سرعت متحرک اول چند متر بر ثانیه است؟



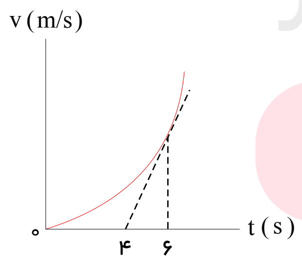
(۱) ۳ (۲) ۵

(۳) ۶ (۴) ۸

۳۷ رابطهٔ سرعت - زمان دو متحرک و که روی محور حرکت می‌کنند. در به‌صورت $= ۶t - ۵$ و $= -۴t - ۱۵$ می‌باشد. اگر حرکت متحرک‌ها در لحظهٔ صفر آغاز شده باشد، در لحظه‌ای که تندی متحرک‌ها برابر می‌شود، تندی هر متحرک چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۷۷ (۲) ۵۵ (۳) ۳۳ (۴) ۱۱

۳۸ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خطی راست در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اندازهٔ شتاب متحرک در لحظهٔ $t = ۶s$ چند برابر اندازهٔ شتاب متوسط آن در ۶ ثانیهٔ ابتدایی حرکت است؟



(۱) $\frac{۱}{۳}$ (۲) $\frac{۲}{۳}$

(۳) ۳ (۴) $\frac{۳}{۲}$

۳۹ معادلهٔ سرعت - زمان یک متحرک روی خط راست به شکل $v = t^۲ - ۶t + ۹$ است. در کدام بازهٔ زمانی تندی متوسط از اندازهٔ سرعت متوسط بزرگ‌تر است؟

(۱) دو ثانیهٔ اول (۲) دو ثانیهٔ دوم (۳) ۴ ثانیهٔ سوم (۴) هیچ‌کدام

۴۰) یک شناگر اگر در خلاف جهت حرکت آب شنا کند فاصلهٔ بین دو نقطه را که $۱km$ است در ۱۰ دقیقه طی می‌کند و اگر در جهت جریان آب حرکت کند همان فاصله را ۶ دقیقه طی می‌کند. سرعت حرکت شناگر چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۲

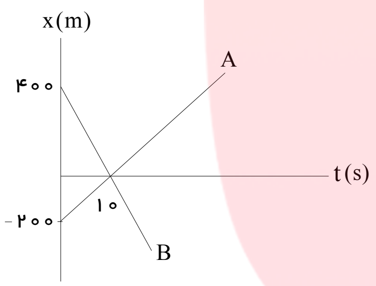
۴۱) پرنده‌ای روی قطاری که با سرعت $۷۲km/h$ روی یک ریل افقی در حال حرکت است روی لانهٔ خود نشسته است. در یک لحظه پرنده با سرعت از لانهٔ خود به‌سمت انتهای قطار شروع به پرواز می‌کند. با رسیدن به انتهای قطار بلافاصله با همین سرعت به محل اولیهٔ خود پرواز می‌کند و پس از $۱۵s$ از شروع پرواز به نقطهٔ آغازش بازمی‌گردد. سرعت متوسط پرنده چند m/s است؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۲٫۵ ۳) ۲۵ ۴) ۲۷٫۵

۴۲) فاصلهٔ دو قطار از یکدیگر $۱۰۰km$ است. هر قطار با سرعت $۲۰km/h$ با سرعت ثابت روی خط راست به سمت دیگری در حرکت است. پرنده‌ای با تندی متوسط $۵km/h$ بین دو قطار با حرکت رفت و برگشت پرواز می‌کند. هنگامی که دو قطار به هم می‌رسند پرنده چه مسافتی برحسب کیلومتر پیموده است؟

۱) ۱۲٫۵ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۱۲٫۵ ۴) ۸۷٫۵

۴۳) نمودار مکان – زمان دو خودرو مطابق شکل است. چند ثانیه پس از شروع حرکت فاصلهٔ دو خودرو به ۲۰۰ متر می‌رسد؟



۱) $\frac{۴۰}{۳}$

۲) $\frac{۲۰}{۳}$

۳) $\frac{۴۰}{۳}$, $\frac{۲۰}{۳}$

۴) ۴۰ و ۲۰

۴۴) متحرکی فاصلهٔ مستقیم بین دو نقطهٔ مشخص را بدون تغییر جهت طی می‌کند. اگر تندی متوسط متحرک در نیمهٔ اول مسیر برابر با $۱۰m/s$، تندی متوسط متحرک در $\frac{۱}{۳}$ از زمان باقی‌ماندهٔ حرکت برابر با $۴m/s$ و تندی متوسط متحرک در بقیهٔ مسیر برابر با $۳m/s$ باشد، تندی متوسط متحرک در کل مسیر حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۸ ۳) ۷٫۵ ۴) ۶

۴۵) دو متحرک و روی محور ها با سرعت‌های ثابت در حال حرکت هستند و هم‌زمان با هم در لحظهٔ $t = ۰$ از مبدأ حرکت خود عبور می کنند. متحرک در ثانیهٔ دوم حرکت از مکان $x_۱ = -۲۰m$ تا مبدأ مکان جابه‌جا می‌شود و متحرک در ۴ ثانیهٔ دوم حرکت از مکان $x_۱ = ۶۰m$ تا $x_۲ = ۲۰m$ جابه‌جا می‌شود. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه این دو متحرک به یکدیگر می‌رسند؟

۱) ۱۶ ۲) $\frac{۱۶}{۳}$ ۳) $\frac{۱۴}{۳}$ ۴) ۱۴

۴۶) دو متحرک و روی خطی راست با سرعت ثابت حرکت می‌کنند و مکان آن‌ها در لحظهٔ $t = ۰$ به‌ترتیب برابر با $x_{۰A} = ۷۰۰m$ و $x_{۰B} = -۲۰۰m$ است. اگر سرعت متحرک برابر با s و سرعت متحرک برابر با s باشد، این دو متحرک در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه به هم می‌رسند؟

۱) ۳۶ ۲) ۱۲ ۳) ۹ ۴) دو متحرک هرگز به هم نمی‌رسند.

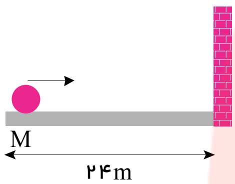
۴۷) دو متحرک و در مسیر مستقیم با سرعت ثابت $= ۱۰$ و $= ۵۴$ خلاف جهت هم و به سمت هم حرکت می‌کنند اگر فاصلهٔ دو متحرک ۱۵۰ متر باشد، حداکثر چند ثانیه بعد برای دومین بار فاصلهٔ دو متحرک به ۵۰ متر می‌رسد؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۴

۴۸) دو متحرک و با تندی‌های و در مسیری مستقیم به سمت هم حرکت می‌کنند. در مبدأ زمان فاصلهٔ آن‌ها باشد و پس از ثانیه به یکدیگر می‌رسند. سپس، پس از گذشت $\frac{۲}{۳}$ متحرک تندتر، به محل اولیه متحرک دیگر برسد. اگر $>$ باشد، نسبت —— کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۴۹) دو گلولهٔ و با سرعت ثابت از نقطهٔ مطابق شکل با سرعت‌های ثابت s و s به سمت دیواری در حال حرکت‌اند. اگر گلوله‌ای به دیوار برخورد کند، دقیقاً با همان سرعت برمی‌گردد. محل اولین ملاقات دو گلوله در زمانی که از کنار یکدیگر عبور می‌کنند تا نقطهٔ شروع حرکت چند متر است؟

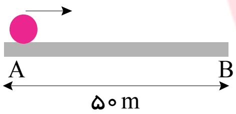


۱) ۱۶٫۸ ۲) ۱۷ ۳) ۱۷٫۶ ۴) ۱۹٫۲

۵۰) قطاری به طول $۲L$ با سرعت ثابت در حرکت است. در لحظهٔ $t = ۰$ به پلی به طول می‌رسد. ثانیه طول می‌کشد تا تمام قطار به‌طور کامل از پل عبور کند، چند بعد از $t = ۰$ وسط قطار به وسط پل می‌رسد؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۵۱) گلوله‌ای در لحظهٔ $t = ۰$ از نقطهٔ با تندی ثابت $\frac{۵}{۳}$ به سمت حرکت کرده و با همان تندی برمی‌گردد و این حرکت را به‌طور پیوسته ادامه می‌دهد. گلولهٔ (۲) در لحظهٔ $t = ۰$ از همان نقطهٔ با تندی ثابت s به سمت حرکت می‌کند و پس از رسیدن به آن متوقف می‌شود. گلولهٔ (۱) در حین حرکت گلولهٔ (۲) چند بار از کنار آن می‌گذرد؟



۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۵۲) عرض رودخانه‌ای ( ) و سرعت آب ( ) است شخص می‌خواهد پاروزنان عرض رودخانه را در کمترین زمان طی می‌کند. در این صورت جابه‌جایی قایق کدام است؟ (سرعت قایق نسبت به آب ساکن v' فرض شود.)

۱) $\frac{v'^۲}{v^۲} \cdot d$ ۲) $\frac{}{v'^۲} \cdot d$ ۳) $\sqrt{v^۲ + v'^۲} \cdot d$ ۴) $\frac{\sqrt{v^۲ + v'^۲} \cdot d}{v'}$

۵۳) دو متحرک و با سرعت‌های ثابت و روی مسیر مستقیم هم‌زمان شروع به حرکت می‌کنند. اگر و مکان‌های دو متحرک در $t = ۰$ باشند، در کدام یک از موارد زیر الزاماً دو متحرک به یکدیگر برخورد خواهند داشت؟

۱) $>$ و $v_A v_B > ۰$ ۲) $x_B x_A < ۰$ و $v_A v_B > ۰$
۳) $>$ و $v_A v_B < ۰$ ۴) $x_B v_B < ۰$ و $x_A v_A < ۰$ و $v_A v_B < ۰$

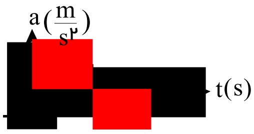
۵۴) متحرکی مسیر مستقیم ۲۶۰ متری را با سرعت ثابت طی می‌کند. اگر اندازهٔ سرعت این متحرک $۶m/s$ بیشتر شود، $۳s$ زودتر به مقصد می‌رسد. به‌ترتیب سرعت متحرک چند متر بر ثانیه و در مدت $۶s$ چه کسری از مسیر را می‌پیماید؟

۱) ۲۰ و $\frac{۶}{۱۳}$ ۲) ۱۰ و $\frac{۱۳}{۶}$ ۳) ۱۵ و $\frac{۶}{۱۳}$ ۴) ۲۰ و $\frac{۱۳}{۶}$

۵۵) اگر متحرکی در ثانیهٔ اول با سرعت s و در ثانیهٔ دوم با سرعت s و در ثانیهٔ سوم با سرعت s و در ثانیهٔ چهارم با سرعت s و ... به همین ترتیب حرکت کند، سرعت متوسطش از شروع حرکت تا ثانیه ام چند —— خواهد بود؟

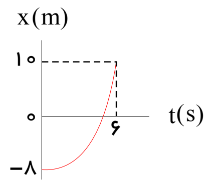
۱) $\frac{n^۲ + n}{۲}$ ۲) $\frac{۲n^۲ + ۳n + ۱}{۶}$ ۳) $\frac{n + ۱}{۲}$ ۴) مقدار مشخصی ندارد.

۵۶ نمودار شتاب- زمان متحرکی در مسیر مستقیم مطابق شکل است. اگر سرعت متوسط متحرک در این مدت $۶/۴m/s$ باشد، سرعت اولیه ی آن چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۸

۵۷ نمودارمکان–زمان متحرکی که باشتاب ثابت روی محور حرکت می کندمطابق شکل است.سرعت متحرک در لحظه ای که متحرک از مبدا مکان عبورکرده است چند —— است؟

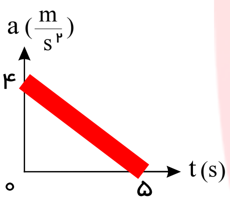


۱) ۰
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۸

۵۸ در یک مسیر مستقیم اتومبیلی با سرعت ثابت $\frac{}{s}$ در حرکت است. از ۳۶ متر جلوتر اتومبیل دیگری با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ از حال سکون در همان جهت به راه می افتد. در این حرکت اتومبیل ها دوبار از هم سبقت می گیرند. فاصله ی زمانی این دو سبقت چند ثانیه است؟

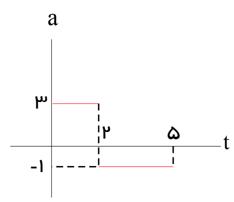
۱) ۲
۲) ۱۰
۳) ۱۶
۴) ۱۸

۵۹ متحرکی با سرعت اولیه‌ی $\frac{}{s}$ در مسیر مستقیم به حرکت در می‌آید و نمودار شتاب- زمان آن به صورت مقابل است. حرکت این متحرک در فاصله‌ی زمانی نشان داده شده چگونه است؟



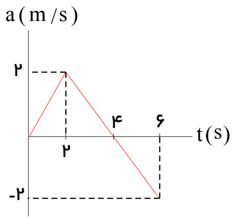
۱) پیوسته کند شونده
۲) پیوسته تند شونده
۳) تند شونده و سپس کند شونده
۴) کند شونده و سپس تند شونده

۶۰ نمودار شتاب ـ زمان متحرکی به صورت زیر است اگر سرعت اولیه متحرک $-۸m/s$ باشد سرعت متوسط پس از $۵s$ از شروع حرکت چقدر است؟



۱) $-۴/۱$
۲) -۴
۳) $-۲۰/۵$
۴) -۲۰

۶۱ نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که با سرعت اولیه $۲m/s$ شروع به حرکت می کند به صورت زیر است، نوع حرکت تا لحظه $t = ۶s$ چگونه است؟

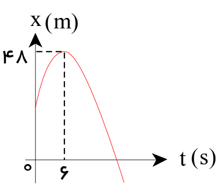


۱) تندشونده، یکنواخت، کندشونده
۲) کندشونده، کندشونده، تندشونده
۳) تندشونده، تندشونده، کندشونده
۴) تندشونده، کندشونده، یکنواخت

۶۲ قطار به طول ۲۰۰ متربا سرعت ثابت $\frac{}{s}$ در حال حرکت است. قطار به طول ۲۲۵ متر که روی ریل مجاور توقف کرده است، به محض این که قطار کاملاً از آن عبور کرد، با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ درهمان جهت حرکت قطار شروع به حرکت می‌کند و سرعت خودرا به $\frac{}{s}$ می رساند و با همان سرعت حرکت خود را ادامه می‌دهد. قطار چند ثانیه پس از شروع حرکت، ازقطار سبقت گرفته و از کنارآن کاملاً عبور می‌کند؟

۱) ۵۷/۵
۲) ۸۲/۵
۳) ۸۰
۴) ۱۰۵

۶۳ نمودارمکان ـ زمان متحرکی که روی محور حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر، به صورت سهمی است. اگر مسافت طی شده توسط متحرک در بازه‌ی زمانی $t = ۳s$ و $t = ۹s$ برابر ۱۲ متر باشد، جابجایی متحرک دراین بازه چند متر است؟



۱) صفر
۲) ۳
۳) ۶
۴) ۱۲

۶۴ اتومبیلی با سرعت $۹۰km/h$ در حرکت است. راننده ناگهان مانعی را در فاصله ی ۸۰ متری خود می بیند و ترمز می کند. اگر زمان تأخیر در واکنش راننده $۰٫۴s$ باشد و اندازه ی شتاب کند شدن اتومبیل در حین ترمز $۵m/s^۲$ باشد، اتومبیل:

۱) در ۷٫۵ متری مانع می ایستد.
۲) به مانع برخورد می کند.
۳) در فاصله ی ۱۰ متری مانع می ایستد.
۴) در لحظه‌ی رسیدن به مانع متوقف می شود.

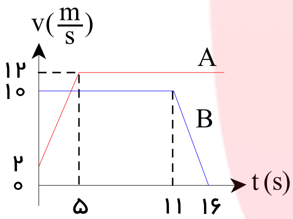
۶۵ رابطهٔ مکان - زمان دو متحرک که بر یک خط راست حرکت می‌کنند در به‌صورت $x_۱ = -۴t^۲ + ۱۱t - ۱۳$ و $x_۲ = -۹t + ۱۳$ است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه فاصلهٔ دو متحرک کمینه می‌شود؟

۱) ۰٫۵
۲) ۲٫۵
۳) ۴٫۵
۴) ۶٫۵

۶۶ دو متحرک روی خط مستقیمی به طرف یکدیگر در حرکت هستند. در زمانی که فاصله ی آنها ۱۱۲۵ متر است. سرعت متحرک اول s تند شونده و سرعت متحرک دوم s و آن هم تند شونده است. اگر شتاب متحرک اول $۲\frac{m}{s^۲}$ و شتاب متحرک دوم $۴\frac{m}{s^۲}$ باشد، پس از چند ثانیه به یکدیگر می رسند؟

۱) ۱۵
۲) ۱۹٫۴
۳) ۲۵
۴) ۳۷٫۵

۶۷ نمودار سرعت- زمان دو متحرک و که روی محور حرکت می کنند، مطابق شکل مقابل است. اگر در لحظه ی $t = ۰$، هر دو در مکان $x = ۰$ قرار داشته باشند، چند ثانیه پس از آن ، دو متحرک به هم می رسند؟



۱) ۷٫۵
۲) ۸
۳) ۱۲٫۵
۴) ۱۲

۶۸ متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیهٔ $v_۰$ در ۲ ثانیهٔ اول حرکت خود، ۱۳ متر ، و در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت خود، ۲۵ متر را طی می‌کند . شتاب حرکت در کدام است؟

۱) ۱٫۵
۲) ۲٫۵
۳) ۳
۴) ۵

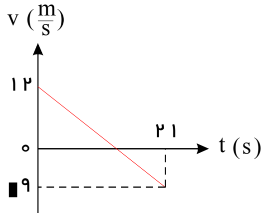
۶۹ اتومبیلی روی یک خط راست با سرعت ۱۰۸ $\frac{\;}{h}$ در حال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصله‌ی $۱۶۵m$ ، با شتاب ثابت $۳\frac{m}{s^۲}$ ترمز می‌کند و درست جلو مانع می‌ایستد. اگر زمان واکنش راننده $t_۱$ و زمانی که حرکت اتومبیل کند شونده بوده $t_۲$ باشد، $\frac{t_۲}{t_۱}$ کدام است؟

۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۱۵
۴) ۲۰

۷۰ یک دوچرخه‌سوار برای رسیدن به یک کامیون با سرعت به دنبال آن حرکت می‌کند. در لحظه‌ای که فاصلهٔ دوچرخه‌سوار و کامیون ۳۰ متر است کامیون از حال سکون با شتاب $۲m/s^۲$ هم‌جهت با حرکت دوچرخه‌سوار شروع به حرکت می‌کند. اگر کمترین فاصله دوچرخه‌سوار و کامیون ۱۷٫۵ متر باشد. سرعت دوچرخه‌سوار چند m/s است؟

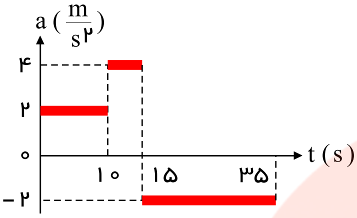
۱) ۵
۲) $۵\sqrt{۲}$
۳) $۲\sqrt{۵}$
۴) ۱۰

۷۱ نمودارسرعت – زمان متحرکی که روی محور حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. بزرگی جابجایی متحرک درفاصله‌ی زمانی $t = ۶s$ تا $t = ۱۲s$ چند متراست؟



۱) ۱۲
۲) ۱۸
۳) ۲۲٫۵
۴) ۳۲٫۵

۷۲) نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور در لحظه $t=۰$ از مبدأ می‌گذرد، مطابق شکل زیر است. اگر $v_۰=-۱۰m/s$ باشد، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ در بازه زمانی $t=۰$ تا $t=۳۵s$، چند متر است؟

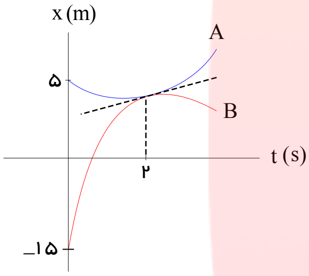


۱) ۲۱۰
۲) ۲۲۵
۳) ۳۲۵
۴) ۳۵۰

۷۳) معادله مکان - زمان متحرکی در به صورت $x=۴t^۲-۱۶t+۸$ است. در بازه $t=۰$ و $t=۴s$ مسافت طی شده چند متر است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۸ ۳) ۳۲ ۴) ۶۴

۷۴) نمودار مکان - زمان دو متحرک و که با شتاب ثابتی با بزرگی یکسان حرکت می‌کنند، به‌صورت مقابل است. بزرگی شتاب هریک چند $m/s^۲$ است؟



۱) ۲
۲) ۲/۵
۳) ۵
۴) ۷/۵

۷۵) سرعت متحرکی با شتاب ثابت کاهش می‌یابد و بعد از ۱۲ ثانیه متحرک متوقف می‌شود. مسافتی که متحرک در ۶ ثانیه اول این حرکت طی می‌کند، چند برابر مسافتی است که متحرک در ۶ ثانیهٔ پایانی طی می‌کند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

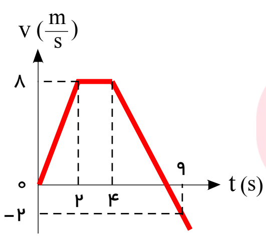
۷۶) متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت در مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند. جابه‌جایی این متحرک در ۲ ثانیه اول چند برابر جابه‌جایی آن در ثانیه دوم است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۷۷) اتومبیلی از حال سکون با شتاب ثابت $a_۱$ در مسیر مستقیم شروع به حرکت می کند. بعد از مدتی، ادامه ی مسیر را در همان جهت با شتاب ثابت $a_۲$ طی می کند تا بایستد. اگر مسافت طی شده در مرحله ی اول ۴ برابر مسافت طی شده در مرحله ی دوم باشد، اندازه ی $a_۲$ چند برابر $a_۱$ است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۷۸) نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی محور از مکان $x_۰=-۳۶m$ شروع به حرکت می کند، مطابق شکل روبرو است. پس از چند ثانیه متحرک برای اولین بار از مبدأ مکان می‌گذرد؟



۱) ۲ ۲) ۶
۳) ۸ ۴) ۱۰

۷۹) متحرکی روی محور با شتاب ثابت در حرکت است و در مبدأ زمان، با سرعت s از مکان $x=+۴m$ می گذرد. اگر متحرک در لحظه‌ی $t=۴s$ در جهت مثبت محور در بیش‌ترین فاصله‌ی خود از مبدأ باشد. در لحظه‌ی $t=۸s$ در چند متری مبدأ خواهد بود؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

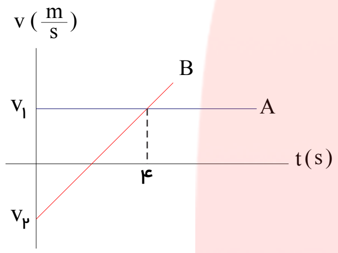
۸۰ معادله‌ی مکان جسمی در به صورت $x = -t^{۲} + ۴t - ۴$ درفاصله‌ی زمانی بین $t_۱ = ۰$ و $t_۲ = ۴s$ مسافت طی شده توسط جسم چند متر است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۸۱ ذره‌ای که از حال سکون بر مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند، در ثانیهٔ اول دارای سرعت متوسط $۳m/s$ و در ثانیهٔ بعد دارای سرعت متوسط $۴m/s$ و در ثانیهٔ آخر دارای سرعت متوسط $۳m/s$ می‌باشد. اگر شتاب در هر مرحله ثابت فرض شود، نوع حرکت در هر مرحله کدام است؟

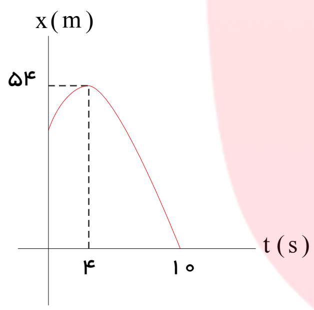
(۱) تندشونده – تندشونده – کندشونده (۲) تندشونده – کندشونده – کندشونده (۳) تندشونده – کندشونده – تندشونده (۴) کندشونده – تندشونده – تندشونده

۸۲ شکل مقابل نمودار سرعت – زمان دو متحرک و که از یک نقطه روی خط راست هم‌زمان شروع به حرکت می‌کند، را نشان می‌دهد. در چه لحظه‌ای متحرک از سبقت می‌گیرد؟



(۱)
(۲)
(۳) ۸
(۴) بستگی به $v_۱$ و $v_۲$ دارد.

۸۳ نمودار مکان – زمان متحرکی در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، مطابق شکل مقابل است. مکان اولیه $(x_۰)$ چند متر است؟



(۱) ۳۰
(۲) ۲۴
(۳) ۲۰
(۴) ۴۸

۸۴ در حرکت شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیه اول، ۱۰ متر و در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت ۲۶ متر است. جابه‌جایی متحرک در ۶ ثانیهٔ اول حرکت چند متر است؟

(۱) ۴۴ (۲) ۴۸ (۳) ۵۴ (۴) ۶۰

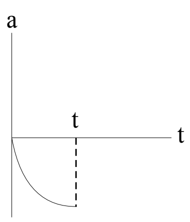
۸۵ متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست در حرکت است و هر ۲ ثانیه، ۱۰ متر کمتر از ۲ ثانیه قبل از آن حرکت می‌کند. اگر متحرک پس از ۱۸۰ متر متوقف شود، اندازهٔ سرعت آن در لحظهٔ $t = ۳(s)$ کدام است؟

(۱) ۳۰ (۲) ۳۷٫۵ (۳) ۲۲٫۵ (۴) ۱۵

۸۶ اتومبیل با سرعت اولیه $۲۰m/s$ و شتاب $۲m/s^{۲}$ به‌صورت تندشونده در جهت محور ها شروع به حرکت می‌کند. هم‌زمان با آن اتومبیل از ۴۰ متر عقب‌تر با شتاب $۴m/s^{۲}$ و سرعت اولیه $۱۰m/s$ به‌صورت تندشونده به دنبال به راه می‌افتد. تا قبل از رسیدن آن‌ها به‌هم حداکثر فاصله آن‌ها چند متر است؟

(۱) ۴۵ (۲) ۲۴۵ (۳) ۶۵ (۴) ۲۶۵

۸۷ نمودار شتاب – زمان حرکت جسمی بر مسیر مستقیم مطابق شکل است. کدام‌یک از عبارت‌های زیر در مورد حرکت جسم درست است؟



(۱) حرکت همواره کندشونده است.
(۲) حرکت ممکن است ابتدا تندشونده و سپس کندشونده باشد.
(۳) حرکت ممکن است ابتدا کندشونده و سپس تندشونده باشد.
(۴) حرکت همواره تندشونده است.

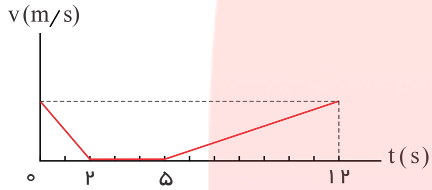
۸۸) اتومبیلی از حال سکون با شتاب a_1 به حرکت درمی‌آید و در مدت ۲۰ ثانیه سرعت خود را به v_1 می‌رساند سپس با شتاب $5a_1$ ترمز می‌کند تا متوقف شود. اگر سرعت متوسط در کلّ مسیر $20m/s$ باشد شتاب حرکت کندشونده چند m/s^2 است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵ ۴) ۵

۸۹) متحرکی که در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت در یک جهت حرکت می‌کند، در ۲ ثانیهٔ اول ۵۶ متر و در ۲ ثانیهٔ سوم مسافت ۴۰ متر را طی می‌کند. این متحرک از لحظهٔ آغاز حرکت تا توقف کامل مسافت چند متر را طی می‌کند؟

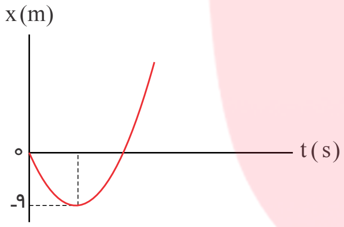
۱) ۲۰۰ ۲) ۲۲۵ ۳) ۲۷۵ ۴) ۳۰۰

۹۰) متحرکی در راستای خط راست در حال حرکت است و نمودار سرعت – زمان آن به‌صورت زیر است. اگر بیشترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ حرکت تا لحظهٔ $t = 12s$ برابر با $63m$ باشد، مسافت طی‌شده توسط آن در مرحلهٔ تندشونده چند متر خواهد بود؟



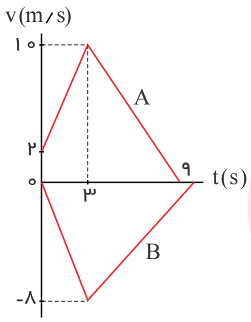
۱) ۴۹
۲) ۵۳
۳) ۱۷
۴) ۳۶

۹۱) نمودار مکان – زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت جسم در مکان $x = 27m$ برابر با $12\,m/s$ باشد، سرعت اولیهٔ متحرک چند متر بر ثانیه است؟



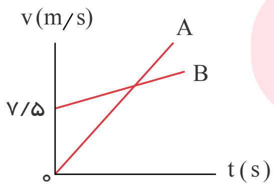
۱) ۳
۲) ۳-
۳) ۶-
۴) ۶

۹۲) در شکل زیر، نمودار سرعت – زمان دو متحرک A و B که از مبدأ مکان روی محور x و در دو سوی مخالف حرکت نموده‌اند رسم شده است. اگر جابه‌جایی دو متحرک یکسان باشد، چند ثانیه پس از توقف متحرک A، متحرک B متوقف می‌شود؟



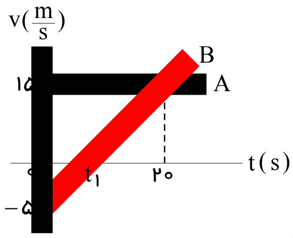
۱) ۱۲ ۲) ۳
۳) ۷ ۴) ۶

۹۳) نمودار سرعت – زمان دو متحرک A و B که در مبدأ زمان روی مسیری مستقیم از یک نقطه عبور می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر $a_A = 3m/s^2$ و $a_B = 1{,}5\,m/s^2$ باشد، به‌ترتیب از راست به چپ، چند ثانیه پس از شروع حرکت سرعت دو متحرک برابر می‌شود و چند ثانیه پس از شروع حرکت دو متحرک به‌هم می‌رسند؟



۱) ۷٫۵، ۱۵ ۲) ۵، ۱۰
۳) ۵، ۱۵ ۴) ۷٫۵، ۱۰

۹۴ نمودار سرعت – زمان دو متحرک و که در مبدأ زمان هر دو از یک نقطه در مسیری مستقیم عبور کرده‌اند، به صورت زیر است. تا لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، چند ثانیه جهت حرکت دو متحرک یکسان است؟

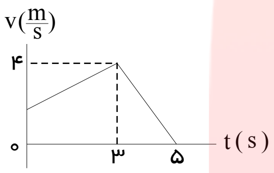


① ۵
② ۴۰
③ ۳۵
④ ۲۰

۹۵ متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیهٔ $18m/s$ در مسیری مستقیم در حال حرکت است. اگر جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ پنجم حرکت برابر با صفر باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ ابتدایی حرکت چند متر است؟

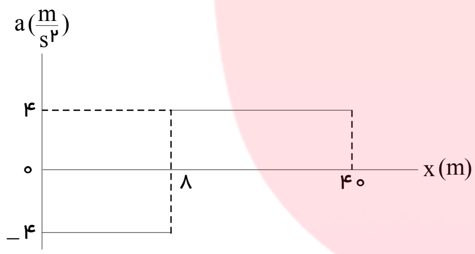
① ۸۲ ② ۸۰ ③ ۱۰۱ ④ ۹۵

۹۶ متحرکی در امتداد محور ها در حال حرکت است و نمودار سرعت – زمان آن مطابق شکل زیر است. اگر اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در ۵ ثانیهٔ اول حرکت، برابر با $0{,}4\,m/s^2$ باشد، سرعت متوسط متحرک در ۴ ثانیهٔ اول حرکت چند m/s است؟



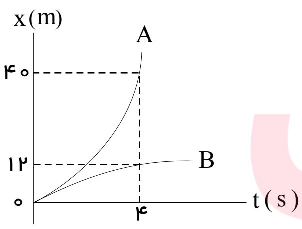
① ۲
② ۱
③ ۴
④ ۳

۹۷ نمودار شتاب – مکان متحرکی که روی محور حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظهٔ $t=0$ از مبدأ مکان با سرعت $8\,m/s$ عبور کند، سرعت متوسط آن در بازه‌ای که حرکت آن تندشونده است، چند متر بر ثانیه است؟



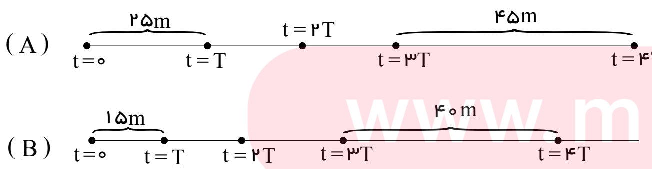
① ۱۶
② ۴
③ ۸
④ ۵

۹۸ نمودار مکان – زمان دو متحرک و که با شتاب ثابت روی محور ها حرکت می‌کنند مطابق شکل زیر است. اگر $\vec{v}$ و $\vec{v}$ به ترتیب از راست به چپ سرعت متحرک و در لحظهٔ $t=4s$ باشند، حاصل $\vec{v}-\vec{v}$ در کدام است؟ (دو نمودار در مبدأ زمان بر هم مماس هستند.)



①
②
③
④ $-7\vec{i}$

۹۹ هر یک از شکل‌های زیر مکان دو متحرک و را که با شتاب ثابت حرکت می‌کنند، در لحظه‌های $t=0\,,\,t=T\,,\,\cdots\,,\,t=4T$ نشان می‌دهد. در این صورت نسبت شتاب متحرک به شتاب متحرک کدام است؟

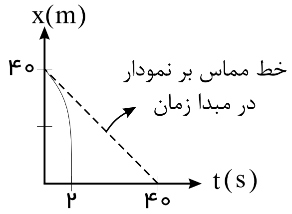


① $\frac{14}{11}$
② ۸
③ ۱۸
④ $\frac{4}{5}$

۱۰۰ دو متحرک و با سرعت‌های $40\,m/s$ و $50\,m/s$ در یک جهت در حال حرکت هستند. اگر هر دو متحرک در لحظه‌ای که مکان آن‌ها یکسان است، با شتاب ثابت ترمز کنند، پس از ۶ ثانیه سرعت آن‌ها با یکدیگر برابر می‌شود. در این لحظه فاصلهٔ دو متحرک از هم چند متر است؟

① ۳۵ ② ۱۵ ③ ۳۰ ④ ۲۵

۱۰۱ نمودار مکان – زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی محور ها حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. سرعت این متحرک در لحظه‌ای که از مبدأ مکان عبور می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟



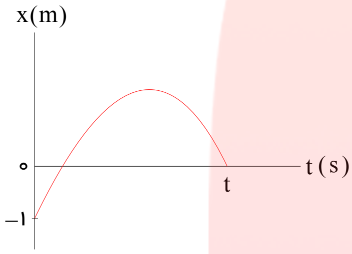
۱)

۲)

۳)

۴) −۳۸

۱۰۲ مطابق شکل زیر، نمودار مکان – زمان متحرکی که در امتداد محور حرکت می‌کند، به‌صورت یک سهمی داده شده است. اگر مسافت پیموده شده توسط متحرک در ثانیهٔ اول، ۵ برابر اندازهٔ جابه‌جایی‌اش در این مدت باشد، متحرک در چند متری مبدأ حرکتش، تغییر جهت می‌دهد؟



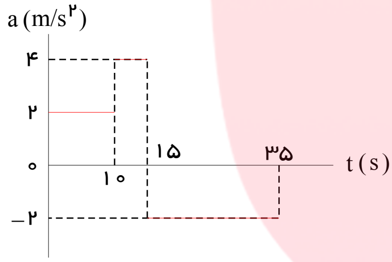
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۰۳ نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ از مبدأ مکان با سرعت $-۱۰m/s$ عبور کند، تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $۳۰s$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{۶۵}{۶}$

۲) $\frac{۶۰}{۷}$

۳) $\frac{۸۰}{۷}$

۴) $\frac{۲۵}{۲}$

۱۰۴ خودرویی با سرعت $۹۰km/h$ در مسیری مستقیم در حال حرکت است. راننده ناگهان اتومبیلی را در فاصلهٔ ۱۲۰ متری خود می‌بیند که با سرعت ثابت $۱۸km/h$ هم‌جهت با آن در حال حرکت است. اگر بزرگی شتاب ترمز $۴m/s^۲$ باشد، حداکثر زمان عکس العمل راننده چند ثانیه باشد تا به اتومبیل مقابل برخورد نکند؟ (اتومبیل دوم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.)

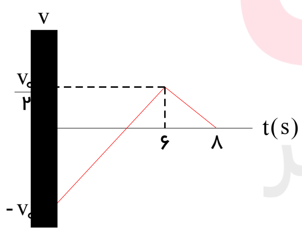
۱) ۳٫۵

۲) ۲

۳) ۱٫۵

۴) ۲٫۵

۱۰۵ نمودار سرعت – زمان متحرکی که بر روی محور ها حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. مسافت پیموده شده توسط متحرک در مدتی که حرکت آن تندشونده است، چند برابر مسافت پیموده شده توسط متحرک در مدتی است که حرکت کندشونده است؟



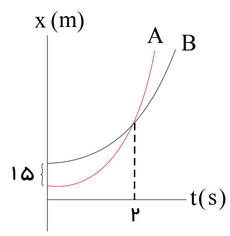
۱) ۲

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۵}$

۴) ۸

۱۰۶ نمودار مکان – زمان دو متحرک و که با شتاب ثابت، هم‌زمان و از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، اختلاف اندازهٔ سرعت دو متحرک $۱۲m/s$ می‌شود؟



۱) ۲٫۵

۲) ۰٫۸

۳) ۲

۴) ۱٫۶

۱۰۷) در مبدأ زمان، متحرک   با سرعت ثابت $۲۰m/s$ و متحرک   با سرعت اولیهٔ $-۲۰m/s$ و شتاب ثابت $۵m/s$ از مبدأ مکان روی محور   عبور می‌کنند. بیشترین فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر قبل از آن که به هم برسند، چند متر خواهد بود؟

۱) ۱۶۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۸۰ ۴) ۴۰

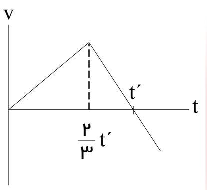
۱۰۸) متحرکی که با سرعت ثابت $۱۲m/s$ روی محور   در حال حرکت است در مبدأ زمان از مکان $x = -۲۳m$ عبور می‌کند. اگر این متحرک در مکان $x = ۳۷m$ سرعتش را با شتاب ثابت $۴m/s^۲$ افزایش دهد، جابه‌جایی آن در دو ثانیهٔ سوم حرکتش چند متر است؟

۱) ۷۸ ۲) ۲۸ ۳) ۳۸ ۴) ۲۶

۱۰۹) معادلهٔ مکان - زمان متحرکی در   به صورت $x = t^۲ - ۸t + ۱۵$ است. در بازهٔ زمانی که بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور   بوده تندی متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۱۰) در شکل مقابل، چه مدت پس از لحظهٔ t' سرعت متوسط متحرک در کل مسیر صفر می‌شود؟

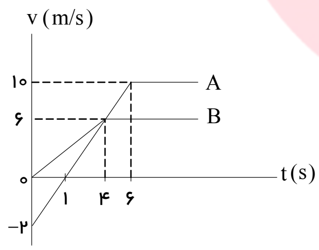


۱) $۲t'$ ۲) $۳t'$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}t'$ ۴) $\sqrt{۳}t'$

۱۱۱) متحرکی بر محور   در حرکت است و معادلهٔ سرعت متوسط متحرک در   به صورت $= -۳t + ۶$ است. سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $۲s$ تا $۴s$ چند (m/s) است؟

۱) -۳ ۲) -۴ ۳) -۱۲ ۴) -۲۴

۱۱۲) نمودار سرعت - زمان دو متحرک   و   که از یک نقطه شروع به حرکت کرده‌اند مطابق شکل است. در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، سرعت هر یک چند (m/s) است؟



۱) $= ۱۰ ,\quad = ۶$
۲) $= ۹ ,\quad = ۶$
۳) $= ۸ ,\quad = ۶$
۴) $= ۱۲ ,\quad = ۵$

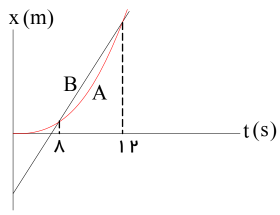
۱۱۳) معادلهٔ حرکت متحرکی بر روی محور   در   به صورت: $v = ۳\sqrt{x}$ می‌باشد. این حرکت ....

۱) تُند شونده و در جهت مثبت محور   است. ۲) کُند شونده و در خلاف جهت مثبت محور   است.
۳) کُند شونده و در جهت مثبت محور   است. ۴) تُند شونده و در خلاف جهت محور   است.

۱۱۴) اتومبیل   با سرعت ثابت   از اتومبیل   که با سرعت $\frac{}{۲}$ در حال حرکت است، سبقت می‌گیرد. در همین لحظه اتومبیل   با شتاب ثابت بر سرعت خود می‌افزاید. اتومبیل   با چه سرعتی به اتومبیل   خواهد رسید؟

۱) ۲) $\frac{۳}{۲}v_A$ ۳) $۲v_A$ ۴) بستگی به شتاب متحرک   دارد.

۱۱۵) شکل مقابل نمودار مکان - زمان دو متحرک   و   را نشان می‌دهد، که فاصلهٔ آن‌ها در مبدأ زمان برابر $x_۰$ است. چند ثانیه بعد از لحظهٔ $t = ۰$ سرعت دو متحرک یکسان می‌شود؟ (نمودار متحرک   قسمتی از یک سهمی است.)



۱) ۶٫۵ ۲) ۷ ۳) ۱۰ ۴) ۸٫۵

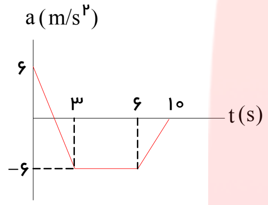
۱۱۶ در یک مسیر مستقیم، شخصی با سرعت ثابت ۳m/s به سمت یک اتوبوس که در یک ایستگاه اتوبوس، ساکن است می‌دود. هنگامی که شخص به فاصلهٔ ۶ متری انتهای اتوبوس می‌رسد، اتوبوس با شتاب ۱$m/s^۲$ در همان مسیر و همان جهت به حرکت در می‌آید. کمترین فاصلهٔ شخص تا انتهای اتوبوس در طول حرکت شخص، چند متر می‌باشد؟

(۱) ۱٫۵ (۲) ۳ (۳) ۴٫۵ (۴) ۶

۱۱۷ خودرویی از یک نقطه روی خط راست با شتاب ثابت ۳$m/s^۲$ به راه می‌اُفتد ۲ ثانیه پس از آن خودروی دیگری با سرعت ثابت ۲۴m/s از همان نقطه در همان جهت می‌گذرد. کدام گزینه در مورد فاصلهٔ دو متحرک درست است؟

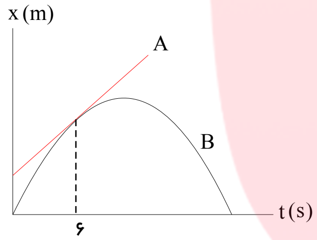
(۱) کاهش – افزایش (۲) کاهش – افزایش – کاهش – افزایش (۳) پیوسته افزایش (۴) کاهش – افزایش – کاهش

۱۱۸ نمودار شتاب – زمان متحرکی که روی محور حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. اگر این متحرک در مبدأ زمان دارای سرعت $v_۰ = ۱۲m/s$ باشد، شتاب متوسط این متحرک از لحظه‌ای که سرعت منفی می‌شود تا لحظهٔ $t = ۱۰s$ چند $m/s^۲$ است؟



(۱)
(۲) −۱۸
(۳) ۳٫۶
(۴) ۱۸

۱۱۹ نمودار مکان – زمان دو اتومبیل که یکی با سرعت ثابت ۴m/s و دیگری با شتاب ثابت $-۲m/s^۲$ بر روی محور حرکت می‌کنند، مطابق شکل مقابل است. فاصلهٔ دو اتومبیل از یکدیگر در مبدأ زمان $(t = ۰)$ چند متر است؟

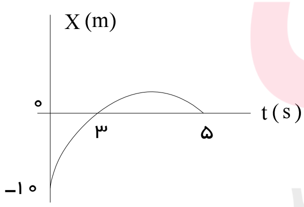


(۱) ۸
(۲) ۱۲
(۳) ۳۶
(۴) ۲۸

۱۲۰ دو اتومبیل و به ترتیب با سرعت‌های ۸m/s و ۱۲m/s در یک مسیر مستقیم به سوی یکدیگر حرکت می‌کنند. هنگامی‌که فاصلهٔ دو اتومبیل از یکدیگر ۱۰۲m می‌شود، هر دو راننده به طور همزمان ترمز می‌کنند. اگر سرعت هر دو اتومبیل با شتاب ۱$m/s^۲$ کُند شود، دو اتومبیل بعد از چند ثانیه پس از لحظهٔ ترمز، به یکدیگر برخورد می‌کنند؟

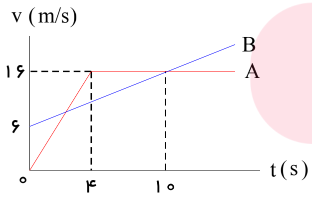
(۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) برخورد نمی‌کنند.

۱۲۱ نمودار مکان – زمان متحرکی با شتاب ثابت مطابق سهمی شکل زیر است. مسافت طی شده در ۵ ثانیهٔ اول حرکت چند متر است؟



(۱) $\frac{۲۸}{۳}$ (۲) ۱۰
(۳) $\frac{۳۴}{۳}$ (۴) ۱۲

۱۲۲ نمودار سرعت – زمان دو متحرک و که در لحظهٔ $t = ۰$ به‌ترتیب از مکان‌های $x_{۰A} = ۲۰m$ و $x_{۰B} = ۱۳٫۵m$ عبور کرده‌اند، مطابق شکل زیر است. دو متحرک چند ثانیه پس از شروع حرکت به هم خواهند رسید؟

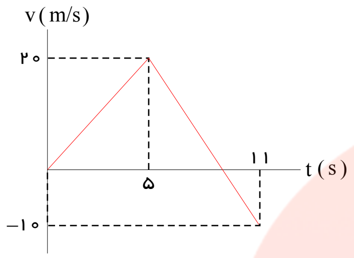


(۱) ۱۰ (۲) ۱۷
(۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۱۲۳ در مبدأ زمان متحرکی با تندی ۱۰m/s درجهت مثبت محور ها و از مکان $x = ۴۰m$ عبور می‌کند. اگر شتاب حرکت متحرک ثابت و برابر با $-۱۰m/s^۲$ باشد، تندی متوسط متحرک از مبدأ زمان تا لحظهٔ عبور آن از مبدأ مکان چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۱۲٫۵ (۲) ۱۰ (۳) ۲۵ (۴) ۲۰

۱۲۴ نمودار سرعت – زمان متحرکی که در لحظهٔ $t = 0$ از مکان $x = -10m$ روی محور عبور می‌کند، مطابق شکل زیر است. در بازهٔ زمانی مشخص شده، به‌ترتیب از راست به چپ بیش‌ترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان برابر با چند متر است و در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه رخ می‌دهد؟



۱)

۲)

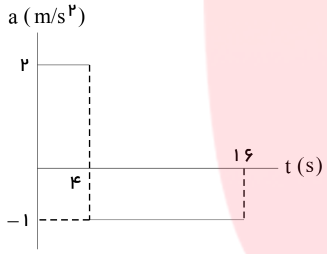
۳)

۴) ۹, ۸۰

۱۲۵ دو متحرک و به‌ترتیب با تندی‌های ثابت $= 12m/s$ و $= 10m/s$ در یک راستا به طرف هم در حال حرکت هستند. درلحظه‌ای که فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر برابربا $84m$ است، متحرک با شتاب $3m/s^2$ حرکت خود را کُند می‌کند تا بایستد. کمینهٔ اندازهٔ شتاب کندشوندهٔ متحرک از این لحظه به بعد چند متر بر مجذور ثانیه باشد تا دو متحرک به یکدیگر برخورد نکنند؟

۱) $\frac{5}{6}$ ۲) ۳ ۳) $\frac{6}{5}$ ۴) $\frac{1}{3}$

۱۲۶ نمودار شتاب – زمان حرکت متحرکی که از حال سکون در مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در ۱۶ ثانیهٔ ابتدایی حرکت چند متر بر ثانیه است؟



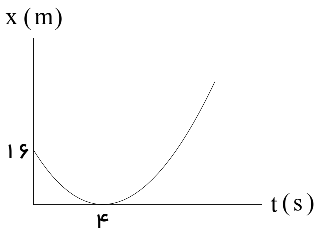
۱) ۳٫۵

۲) ۳

۳) ۲٫۵

۴) ۲

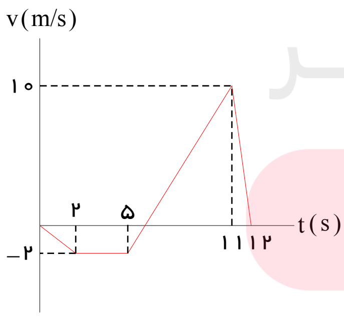
۱۲۷ نمودار مکان – زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در مدت ۱۲ ثانیهٔ اول حرکت، چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۴ ۲) $\frac{20}{3}$

۳) $\frac{40}{3}$ ۴) ۴۰

۱۲۸ نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در مبدأ زمان از مکان $x = -8m$ عبور کند، بیش‌ترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ در بازهٔ زمانی مشخص شده، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه خواهد بود؟



۱) ۵

۲) ۶

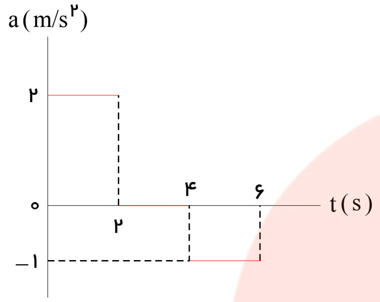
۳) ۱۱

۴) ۱۲

۱۲۹ معادلهٔ حرکت دو متحرک که بر روی خط راست حرکت می‌کنند در به‌صورت $= 4t^2 - 11t + 13$ و $= 9t - 13$ است. کمترین فاصلهٔ دو متحرک از هم چند متر است؟

۱) ۱ ۲) ۱٫۵ ۳) ۲ ۴) ۰٫۷۵

۱۳۰ نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ با بزرگی سرعت اولیهٔ s در خلاف جهت محور از مبدأ مکان عبور کرده باشد، در ۶ ثانیهٔ اول حرکت، چند ثانیه حرکت آن تندشونده بوده است؟

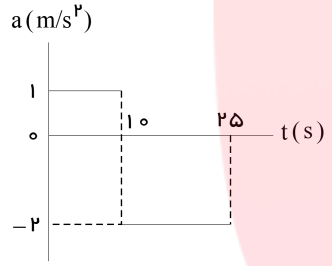


۱) صفر
۲) ۰٫۵
۳) ۱٫۵
۴) ۲

۱۳۱ متحرکی فاصلهٔ مستقیم بین دو نقطه را با شتاب ثابت و بدون تغییر جهت می‌پیماید. اگر سرعت متوسط متحرک در $\frac{۵}{۶}$ ابتدایی مسیر s و سرعت متوسط باقی‌ماندهٔ مسیر s باشد، بزرگی سرعت اولیهٔ متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۴ ۲) ۷ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲٫۵

۱۳۲ نمودار شتاب – زمان متحرکی که در مبدأ مکان و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $۲۰s$ چند متر بر ثانیه است؟



۱)
۲)
۳)
۴) −۵

۱۳۳ دو متحرک با تندی‌های s و s در یک مسیر مستقیم در حال حرکت به سمت هم هستند. در لحظه‌ای که فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر به ۸۰ متر می‌رسد، هم‌زمان سرعت خود را با اندازهٔ شتاب یکسان و ثابت کم می‌کنند تا متوقف شوند. کمینهٔ اندازهٔ شتاب دو متحرک برای این که به هم برخورد نکنند، چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۴٫۱ ۲) ۶٫۶ ۳) ۴ ۴) ۳٫۲

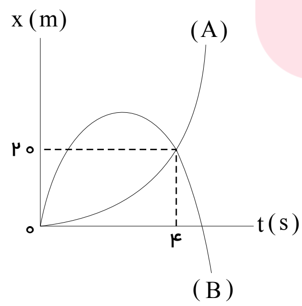
۱۳۴ در یک مسیر مستقیم، کامیونی از حال سکون و با شتاب ثابت از مبدأ مکان شروع به حرکت می کند. ثانیهٔ بعد، اتومبیلی با سرعت ثابت و در جهت حرکت کامیون از مبدأ مکان عبور می‌کند. اگر اتومبیل فقط در یک نقطه به کامیون برسد، اندازهٔ سرعت اتومبیل کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۳) $۲aT$ ۴) $۳aT$

۱۳۵ دو متحرک که با شتاب‌هایی ثابت در یک مسیر مستقیم در حال حرکت هستند، در مبدأ زمان از مبدأ مکان با سرعت‌های s و s عبور می‌کنند. اگر سرعت دو متحرک بعد از $۵s$ با هم برابر شود، آنگاه بیش‌ترین فاصلهٔ دو متحرک از هم در ۱۰ ثانیهٔ ابتدایی حرکت، چند متر است؟

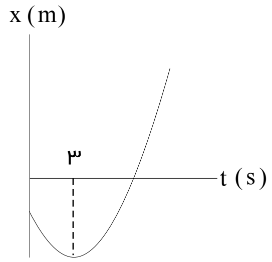
۱) ۱۵ ۲) ۱۰ ۳) ۷٫۵ ۴) ۵

۱۳۶ در شکل زیر نمودار مکان – زمان دو متحرک و که در مسیری مستقیم به‌طور هم‌زمان از مبدأ مکان با شتاب ثابت عبور می‌کنند، نشان داده شده است. اگر در لحظه‌ای که دو متحرک از کنار هم می‌گذرند، اندازهٔ سرعتشان برابر باشد، در لحظهٔ $t = ۲۰s$ فاصلهٔ دو متحرک از هم چند کیلومتر است؟ (خط مماس بر نمودار مکان – زمان متحرک در مبدأ زمان افقی است.)



۱) ۱۶۰۰
۲) ۱٫۶
۳) ۶۰۰
۴) ۰٫۶

۱۳۷ نمودار مکان – زمان متحرکی که روی محور ها با شتاب ثابت در حال حرکت است، مطابق سهمی شکل مقابل است. اگر تندی متحرک در لحظهٔ $t = ۸s$، برابر با $\frac{}{s}$ باشد، جهت حرکت متحرک در چند متری مبدأ حرکت تغییر می‌کند؟



(۱) ۶
(۲) ۱۲
(۳) ۱۸
(۴) ۲۷

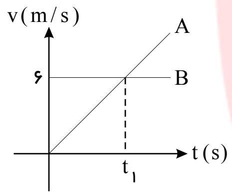
۱۳۸ متحرکی با شتاب ثابت بر روی محور حرکت می‌کند. تندی این متحرک در لحظه‌های $t_۱ = ۱s$ و $t_۲ = ۶s$ به ترتیب برابر $\frac{}{s}$ و $\frac{}{s}$ است. اگر در لحظهٔ $t_۲ = ۶s$ نوع حرکت متحرک تندشونده باشد، اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، چند متر است؟

(۱) ۱۷ (۲) ۱۵ (۳) ۲۵ (۴) ۱۰

۱۳۹ متحرکی با شتاب ثابت روی محور در حال حرکت است و در مبدأ زمان، در جهت مثبت محور از مبدأ مکان عبور می‌کند. اگر تندی متوسط متحرک در ۶ ثانیهٔ اول حرکت $\frac{۱۰}{۳}$ و بردار سرعت متوسط آن در این مدت $۲\vec{i}$ ( ) باشد، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۶s$ در کدام است؟

(۱) -۴ (۲) ۸ (۳) -۸ (۴) ۶

۱۴۰ نمودار سرعت – زمان دو متحرک و که هم‌زمان از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند مطابق شکل زیر است. اگر دو متحرک بعد از طی مسافت $۲۴۰m$ دوباره به یکدیگر برسند $t_۱$ چند ثانیه است؟

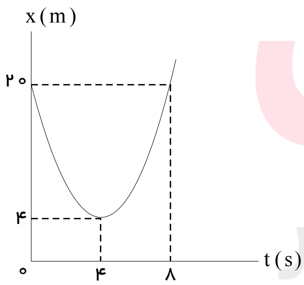


(۱) ۴۰
(۲) ۲۰
(۳) ۴۵
(۴) ۲۵

۱۴۱ ذره‌ای با شتاب ثابت روی خط راست در حرکت است. جابه‌جایی ۲۵ متر را در ۵ثانیهٔ اول و جابه‌جایی ۶۴ متر را در ۴ ثانیهٔ پنجم حرکتش می‌پیماید. شتاب حرکت آن چند $\frac{m}{s^۲}$ است؟

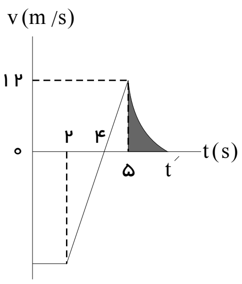
(۱) $\frac{۳۱}{۲۲}$ (۲) $\frac{۲۲}{۳۱}$ (۳) $\frac{۱۳}{۱۹}$ (۴) $\frac{۱۹}{۱۳}$

۱۴۲ نمودار مکان – زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۲s$ و $t = ۶s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟



(۱) ۱۶
(۲) ۸
(۳) ۴
(۴) ۲

۱۴۳ نمودار سرعت – زمان متحرکی که در مسیری مستقیم در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اگر مساحت قسمت هاشورخورده برابر با ۱۵ واحد باشد و متحرک در شروع حرکت از مکان $x_۰ = -۵m$ عبور کند، مکان متحرک در لحظهٔ t' برابر با چند متر است؟

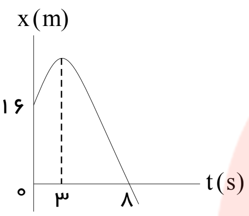


(۱) -۴۶
(۲) -۵۱
(۳) -۵۶
(۴) -۶۱

۱۴۴ متحرکی که با شتاب ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است، طی مدت یک دقیقه سرعت خود را از $\frac{}{h}$ ۱، به $\frac{}{h}$ ۲۰ می‌رساند. مسافت طی شده توسط متحرک طی این مدت برابر با چند متر است؟

۱) ۳۰۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۱۰۸۰ ۴) ۱۴۴۰

۱۴۵ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت در مسیری مستقیم حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. در لحظه‌ای که بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد، تندی متحرک چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۶ ۲) ۲
۳) صفر ۴) ۱۰

۱۴۶ خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب ثابت $۱ \frac{m}{s^۲}$ در مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کند. ۴ ثانیه بعد، کامیونی با سرعت ثابت $\frac{}{s}$ از همان محلی که خودرو شروع به حرکت کرده بود و در همان مسیر، عبور می‌کند. چند ثانیه پس از لحظه‌ای که خودرو شروع به حرکت کرده است، از کامیون سبقت می‌گیرد؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۲ ۴) ۱۲

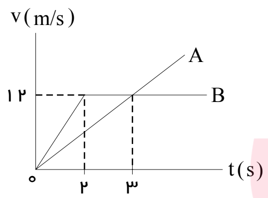
۱۴۷ متحرکی از حال سکون و در مسیری مستقیم با شتاب ثابت $a_۱$ شروع به حرکت می‌کند. در لحظهٔ $t = ۶s$ شتاب حرکت متحرک تغییر می‌کند و با شتاب ثابت $a_۲$ حرکت خود را تا لحظه‌ای که متوقف شود، ادامه می‌دهد. اگر مسافت طی شده توسط متحرک در ۶ ثانیهٔ اول $\frac{۱}{۳}$ کل مسافت طی شده توسط متحرک باشد، در کل مدت زمان حرکت چند ثانیه حرکت متحرک کندشونده است؟

۱) ۴ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۸

۱۴۸ معادلهٔ سرعت برحسب مکان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی محور حرکت می‌کند، در به‌صورت $v = ۲\sqrt{x}$ است. اگر این متحرک در مبدأ زمان در مکان $x = ۱۶m$ باشد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه از مکان $x = ۳۶m$ عبور می‌کند؟

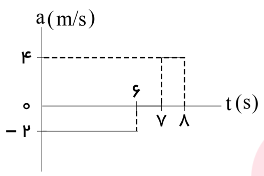
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۵ ۴) ۱۰

۱۴۹ نمودار سرعت - زمان دو متحرک و که همزمان از مکان‌های $x_{\circ A} = ۲/۵m$ و $x_{\circ B} = -۳m$ شروع به حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. چند ثانیه بعد از شروع حرکت، دو متحرک به یکدیگر می‌رسند؟



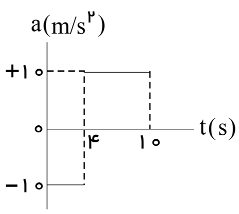
۱) ۴/۷
۲) ۲/۵
۳) ۳/۵
۴) گزینه‌های ۲ و ۳ هر دو می‌توانند صحیح باشند.

۱۵۰ نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی خط راست در مبدأ زمان با سرعت $\frac{}{s}$ از مبدأ مکان عبور می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ $t = ۸s$ چند متر بر ثانیه است؟



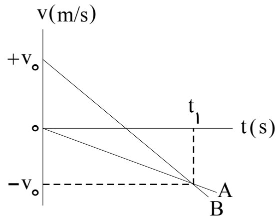
۱) $\frac{۶۱}{۱۶}$ ۲) ۸
۳) $\frac{۹۷}{۱۶}$ ۴) $\frac{۲۱}{۱۶}$

۱۵۱ شکل مقابل، نمودار شتاب - زمان متحرکی را که روی محور در لحظهٔ $t = ۰$ از مبدأ مکان با سرعت اولیهٔ $\frac{}{s}$ عبور کرده است، نشان می‌دهد. اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی که در خلاف جهت محور حرکت می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۷/۵ ۲) ۱۲
۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۱۵۲ نمودار سرعت – زمان دو متحرک   و   ، که در امتداد خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در مورد مقایسهٔ بین بزرگی سرعت متوسط و تندی متوسط این دو متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 صحیح است؟



۱) $s_{av,A} = s_{av,B}\,, |v_{av,A}| > |v_{av,B}|$
۲) $s_{av,A} < s_{av,B}\,, |v_{av,A}| > |v_{av,B}|$
۳) $s_{av,A} < s_{av,B}\,, |v_{av,A}| = |v_{av,B}|$
۴) $s_{av,A} = s_{av,B}\,, |v_{av,A}| = |v_{av,B}|$

۱۵۳ متحرکی که با شتاب ثابت روی محور   حرکت می‌کند، در مبدأ زمان از مکان $x_1 = ۱۰m$ و در لحظهٔ $t = ۱۲s$ از مکان $x_۲ = ۷۰m$ عبور می‌کند. اگر در ۱۲ ثانیهٔ اول حرکت، $۴s$ نوع حرکت متحرک تندشونده باشد، تندی متحرک در لحظهٔ $t = ۱۰s$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۲ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۱۵۴ متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند و پس از   ثانیه، $۴۰۰m$ جابه‌جا می‌شود. اگر این متحرک، $۲۵۶m$ آخر مسیرش را در مدت $۴s$ پیموده باشد، سرعت متوسط آن در $۱۴۴m$ اول مسیرش چند متر بر ثانیه بوده است؟

۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۳۶ ۴) ۲۴

۱۵۵ دو نفر در کنار یک خیابان در فاصلهٔ $۱۸m$ از هم ایستاده‌اند. اتوبوسی با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ از این خیابان عبور می‌کند. اگر اتوبوس در مدت $۲s$ از مقابل چشمان نفر اول و در مدت $۱s$ از مقابل چشمان نفر دوم عبور کند، طول اتوبوس چند متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۲۰

۱۵۶ معادلهٔ سرعت متوسط برحسب زمان یک متحرک که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند در   به‌صورت $= ۸t + ۱۰$ است.
در لحظه‌ای که تندی این متحرک به s می‌رسد، متحرک نسبت به نقطهٔ شروع حرکت چند متر جابه‌جا شده است؟

۱) ۱۸٫۷۵ ۲) ۹٫۳۷۵ ۳) ۷۵ ۴) ۱۰۰

۱۵۷ موتورسواری که با سرعت ثابت در حال حرکت است، ترمز می‌کند تا متوقف شود. اگر موتور در ۰٫۲ ثانیهٔ اول ترمز کردن $۴۲۰cm$ و در ۰٫۲ ثانیهٔ آخر ترمز کردن $۲۰cm$ پیموده باشد، سرعت آن قبل از ترمز چند متر بر ثانیه بوده است؟

۱) ۸ ۲) ۲۰ ۳) ۲۲ ۴) ۱۲

۱۵۸ سرعت اولیهٔ متحرکی که از مبدأ مکان شروع به حرکت می‌کند بر خط راست حرکت می‌کند، برابر s است. مسافتی که این متحرک در هر ۱ ثانیه طی می‌کند، با گذر زمان $\frac{۳}{۲}$ متر کم‌تر می‌شود. جابه‌جایی این متحرک از مبدأ مکان تا لحظهٔ توقف تقریباً چند متر است؟ (شتاب متحرک در طول حرکت ثابت است.)

۱) $+۶٫۵$ ۲) $-۶٫۵$ ۳) $+۸٫۴$ ۴) $-۸٫۴$

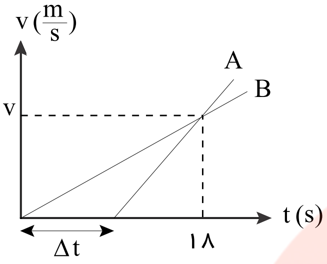
۱۵۹ متحرکی از حال سکون، با شتاب ثابت در مسیری مستقیم و افقی شروع به حرکت می‌کند اگر در مدت t_1 ثانیهٔ ابتدای حرکت مسافت ۸ متر و در مدت $t_۲$ ثانیهٔ بعدی مسافت ۶۴ متر را طی کند حاصل $\frac{t_1 + t_۲}{۲t_1}$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۱۶۰ قطار   به طول $۲۰۰m$ با سرعت ثابت s در جهت مثبت محور   ها در حال حرکت است. قطار   به طول $۳۰۰m$ در حال سکون است. هنگامی که فاصلهٔ دو قطار به $۲km$ می‌رسد. قطار   با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ به سمت قطار   و در خلاف جهت محور   ها شروع به حرکت می‌کند و پس از ۱۰ ثانیه با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. پس از چند ثانیه از شروع حرکت قطار   ، دو قطار کاملاً از کنار هم عبور می‌کنند؟

۱) ۶۵ ۲) ۵۵ ۳) ۱۰ ۴) ۴۵

۱۶۱ نمودار سرعت - زمان دو اتومبیل A و B که از یک نقطه و با اختلاف زمانی Δt شروع به حرکت کرده‌اند، مطابق شکل است. اگر این دو اتومبیل در لحظهٔ $t' = ۳۰s$ به‌هم برسند، Δt چند ثانیه است؟



۱) ۶
۲) ۸
۳) ۱۰
۴) ۱۲

۱۶۲ اتومبیلی با شتاب ثابت در یک مسیر مستقیم، مبدأ مکان را به قصد رسیدن به مکان x ترک می‌کند. اگر سرعت این اتومبیل در ابتدای مسیر [illegible] m و در مکان $x' = \frac{x}{۴}$ برابر [illegible] m باشد، سرعت آن در مکان x چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲۵   ۲) ۳۵   ۳) $۲۰\sqrt{۳}$ ۴) $۵\sqrt{۳۳}$

۱۶۳ متحرکی از حال سکون شروع به حرکت با شتاب ثابت می‌کند و مسیر مستقیمی به طول d را طی می‌کند. نسبت زمانی که $\frac{}{n}$ آخر مسیر را طی می‌کند به $\frac{}{n}$ اول مسیر کدام گزینه است؟

۱) $۱ - \sqrt{۱ - \frac{}{n}}$ ۲) $\sqrt{n} - \sqrt{n-۱}$ ۳) $\sqrt{n}$ ۴) $\sqrt{n}+۱$

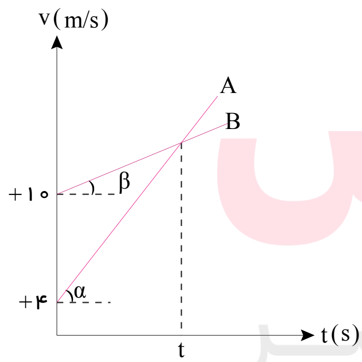
۱۶۴ متحرکی که با سرعت v_0 روی مسیر مستقیم با شتاب ثابت شروع به حرکت کرده است در هر ۲ ثانیه، ۲ متر بیشتر از ۲ ثانیهٔ قبلی حرکت می‌کند. اگر در ۲ ثانیهٔ سوم این متحرک ۱۰ متر جابه‌جا شود، سرعت اولیهٔ آن چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱٫۵   ۲) ۲   ۳) ۲٫۵   ۴) ۳

۱۶۵ دو متحرک A و B با معادله‌های مکان - زمان $x_A = ۲t$ و $x_B = ۶\pi \sin(t)$ در واحد SI از یک نقطه و هم‌زمان شروع به حرکت می‌کنند. متحرک B پس از طی مسافت ۳۶π متر متوقف می‌شود. در طی حرکت، چند بار این دو متحرک از کنار یکدیگر عبور می‌کنند؟

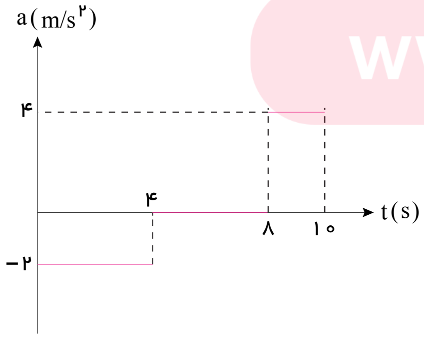
۱) ۱   ۲) ۲   ۳) ۳   ۴) ۴

۱۶۶ نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B به‌صورت مقابل است. در لحظه‌ای که دو متحرک به‌هم می‌رسند، سرعت A چند برابر B است؟ (هر دو متحرک از یک مبدأ شروع به حرکت می‌کنند $\tan\beta = ۲$ و $\tan\alpha = ۴$)



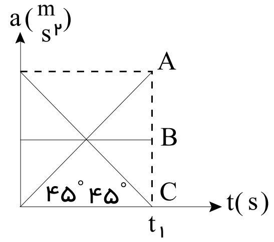
۱) $\frac{۷}{۵}$
۲) $\frac{۱۴}{۱۱}$
۳) $\frac{۹}{۷}$
۴) $\frac{۲۱}{۱۱}$

۱۶۷ نمودار $a - t$ حرکت یک ذره روی مسیر مستقیم، مطابق شکل مقابل است. اگر سرعت اولیهٔ متحرک [illegible] m باشد، مسافت طی‌شده در مدتی که حرکت ذره کندشونده است، چند متر است؟



۱) ۱۶
۲) ۱۲
۳) ۱۰
۴) ۶

۱۶۸ نمودار شتاب - زمان سه متحرک که از یک نقطه و بدون سرعت اولیه روی خط راست شروع به حرکت می‌کنند مطابق شکل است. اگر x بیانگر مکان باشد، کدام گزینه در لحظهٔ t_1 برای این سه متحرک صحیح است؟ (مبدأ مکان نقطهٔ شروع حرکت است)



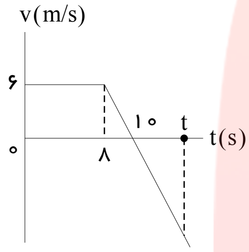
۱) $x_A \quad x_B \quad x_C$

۲) $x_A \quad x_B \quad x_C$

۳) $x_A \quad x_B \quad x_C$

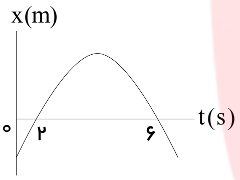
۴) $x_A \quad x_C \quad x_B$

۱۶۹ نمودار سرعت - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در t ثانیه اول حرکت $\frac{m}{s}$ ۶٫۱ باشد، بزرگی سرعت متوسطش در این مدت چند متر بر ثانیه است؟



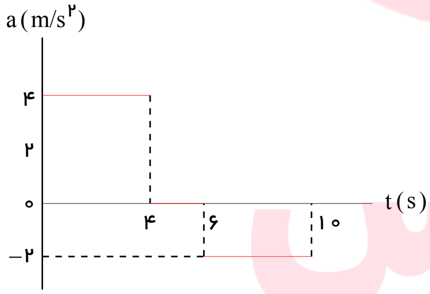
۱) ۱٫۱
۲) ۲
۳) ۳٫۱۵
۴) ۶٫۱

۱۷۰ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل زیر می‌باشد. از لحظهٔ $t = 0$ تا کدام لحظهٔ زیر برحسب ثانیه، تندی متوسط متحرک هم‌اندازه با سرعت متوسط آن است و بعد از آن اینگونه نیست؟



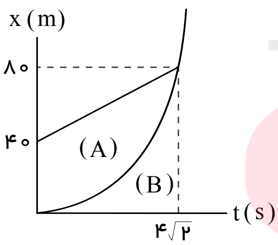
۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) صفر

۱۷۱ نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متحرک در مبدأ زمان $\frac{m}{...}$ و در خلاف جهت محور در حال حرکت باشد، تندی متوسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{۱۸}{۵}$
۲) $\frac{۱۲}{۵}$
۳) $\frac{۱۴}{۵}$
۴) $\frac{۴}{۵}$

۱۷۲ نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر نمودار B یک سهمی باشد که در مبدأ زمان بر محور زمان مماس است، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، سرعت دو متحرک برابر می‌شود؟



۱) $\sqrt{۲}$
۲) ۱
۳) ۲
۴) $۲\sqrt{۲}$

۱۷۳ جسمی به جرم $۲۰kg$ با سرعت اولیه v_0 در مسیری مستقیم در جهت مثبت محور x با شتاب $\frac{m}{s^2}$ ۲ حرکت می‌کند. اگر پس از $۴s$ سرعت آن به v_1 برسد و توان جسم $۲۰۰w$ باشد، در این مدت جسم چند متر جابه‌جا می‌شود؟

۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) ۳۰
۴) ۱۰

۱۷۴ متحرکی با شتاب ثابت در حال حرکت بر مسیری مستقیم است. اگر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در دو ثانیهٔ سوم حرکت برابر با صفر باشد، کدام گزینه دربارهٔ حرکت این متحرک درست است؟

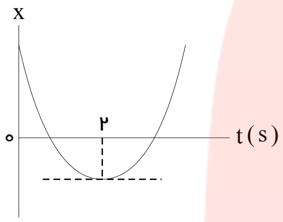
۱) حرکت متحرک در این بازه، کندشونده بوده است.

۲) جهت بردار شتاب در لحظهٔ $t = ۵s$ تغییر کرده است.

۳) تندی متوسط در این بازهٔ زمانی با بزرگی سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = ۴s$ تا $t_2 = ۵s$ برابر است.

۴) بردار مکان این متحرک در لحظهٔ $t = ۵s$ تغییر جهت می‌دهد.

۱۷۵ نمودار مکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = ۱s$ تا $t_2 = ۶s$ برابر … $\frac{m}{s}$ باشد، مسافتی که متحرک در این بازهٔ زمانی طی می‌کند، چند متر است؟

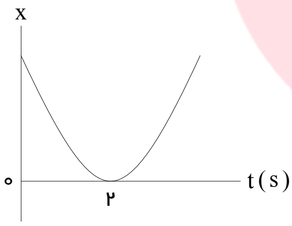


۱) ۱۳ ۲) ۱۵ ۳) ۱۷ ۴) ۱۹

۱۷۶ اتومبیل A در جهت محور x با تندی ثابت … $\frac{m}{s}$ در لحظهٔ $t = ۰$ از مبدأ محور عبور می‌کند و پس از $۱۱s$ حرکتش با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^2}$ کند می‌شود. اتومبیل B نیز در جهت x در لحظهٔ $t = ۰$ با تندی اولیهٔ … $\frac{m}{s}$ از مبدأ محور عبور می‌کند و حرکتش با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^2}$ تند می‌شود و پس از ۵ ثانیه با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. لحظه‌ای که دو اتومبیل به هم می‌رسند، تندی اتومبیل B چند متر بر ثانیه از تندی اتومبیل A بیشتر است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۷۷ نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل روبه‌رو، به صورت سهمی است. کدام مورد درست است؟



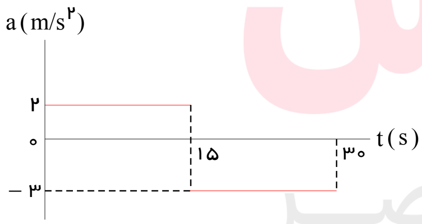
۱) مسافت طی شده در ۳ ثانیهٔ اول برابر مسافت طی شده در ۳ ثانیهٔ دوم است.

۲) مسافت طی شده در ۳ ثانیهٔ اول برابر بزرگی جابه‌جایی این بازهٔ زمانی است.

۳) بزرگی سرعت متوسط در ۴ ثانیهٔ اول برابر بزرگی سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = ۱s$ تا $t_2 = ۵s$ است.

۴) بزرگی سرعت متوسط در ۳ ثانیهٔ اول برابر بزرگی سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = ۱s$ تا $t_2 = ۴s$ است.

۱۷۸ نمودار شتاب- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند و بردار سرعت اولیهٔ آن در SI به صورت $\vec{v}_0 = -۱۰\vec{i}$ است، مطابق شکل زیر است. بزرگی جابه‌جایی در ۵ ثانیهٔ ششم، چند برابر بزرگی جابه‌جایی در ۵ ثانیهٔ اول حرکت است؟



۱) ۳٫۵

۲) ۲

۳) ۱٫۵

۴) ۱

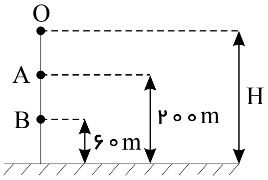
۱۷۹ دو گلوله در شرایط خلاء به فاصله‌ی زمانی $۲٫۵s$ از یک نقطه بالای زمین رها می شوند، چند ثانیه پس از رها شدن گلوله‌ی اول، فاصله‌ی دو گلوله به $۶۸٫۷۵m$ می‌رسد؟$(g = ۱۰\frac{m}{s^2})$

۱) ۲٫۵ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۴٫۵

۱۸۰ در شرایط خلأ، گلوله‌ای از بالای پل روی دریاچه‌ای ساکن رها می‌شود و ۰٫۲ ثانیه پس از برخورد گلوله به سطح آب، به عمق ۲ متری آب می‌رسد. اگر این گلوله با سرعتی که به سطح آب برخورد کرده است، در آب به حرکت خود ادامه دهد، فاصله‌ی محل رها کردن گلوله تا سطح آب چند متر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^2})$

۱) ۲۰ ۲) ۵ ۳) ۱۵ ۴) ۸

۱۸۱ مطابق شکل زیر و در شرایط خلأ، گلوله ای از نقطه‌ی O و از حال سکون رها می‌شود و دو ثانیه طول می‌کشد تا فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی A و B را طی کند. H چند متر است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$



۱) ۳۰۰ ۲) ۳۳۰ ۳) ۳۶۰ ۴) ۳۸۰

۱۸۲ در شرایط خلأ و در لحظه‌ی $t = 0$، گلوله‌ای از ارتفاع ۱۸۰ متری سطح زمین رها می‌شود. یک ثانیه پس از آن گلوله دیگری از همان ارتفاع رها می‌شود. فاصله‌ی بین دو گلوله در لحظه‌ی $t = 3s$ چند برابر فاصله‌ی بین آن‌ها در لحظه‌ی $t = 5s$ است؟

۱) $\frac{13}{41}$ ۲) $\frac{5}{9}$ ۳) $\frac{6}{13}$ ۴) $\frac{}{8}$

۱۸۳ در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع معینی از سطح زمین رها می‌شود. اگر گلوله ۶۴ درصد کل مسافت سقوط تا رسیدن به زمین را در ثانیهٔ آخر حرکت طی کند، اندازهٔ سرعت متوسط این گلوله از لحظهٔ رها شدن تا لحظهٔ رسیدن به سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$

۱) ۱۲٫۵ ۲) ۶٫۵ ۳) $\frac{25}{3}$ ۴) $\frac{25}{6}$

۱۸۴ دو گلوله به فاصله‌ی زمانی یک ثانیه از نقطه‌ای به ارتفاع h در شرایط خلأ رها می شوند. اگر بیشترین فاصله‌ی بین آنها درطول حرکت به ۴۵ متر برسد، ارتفاع h چند متر است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$

۱) ۸۰ ۲) ۱۱۰ ۳) ۱۲۵ ۴) ۱۴۵

۱۸۵ گلوله‌ای در شرایط خلاء، بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود. اگر مسافتی را که گلوله در ثانیه‌ی آخر حرکت طی کرده، ۳ برابر مسافتی باشد که تا قبل از آن طی کرده است، h چند متر است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

۱۸۶ گلوله‌ای از بالای بام ساختمانی بدون سرعت اولیه در شرایط خلأ رها می‌شود و گلوله طول درب طبقهٔ اول به ارتفاع ۲ متر را در مدت ۰٫۱ ثانیه طی می‌کند. ارتفاع ساختمان تقریباً چند متر است؟ $(g = 10m/s^2)$

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۱ ۴) ۲۸

۱۸۷ از بالای برجی به ارتفاع h، گلوله‌ای بدون سرعت اولیه در شرایط خلأ رها می‌شود. این گلوله از مقابل پنجره‌ای با ارتفاع $6/25m$ به مدّت زمان ۰٫۵ ثانیه عبور می‌کند. اگر گلوله فاصله لبهٔ پایینی پنجره با زمین را در ۲٫۵ ثانیه طی می‌کند. ارتفاع برج چند متر بوده است؟ $(g = 10m/s^2)$

۱) ۹۷٫۵ ۲) ۵۱٫۲۵ ۳) ۸۰ ۴) ۴۵

۱۸۸ از بالای ساختمانی به ارتفاع ۸۰ متر در شرایط خلأ قطره‌های آب با فواصل زمانی یکسان بدون سرعت اولیه رها می‌شوند. وقتی قطرهٔ پنجم شروع به حرکت می‌کند، قطرهٔ اوّل به زمین می‌خورد، فاصلهٔ قطرهٔ اوّل و دوم موقعی که قطرهٔ اوّل به زمین می‌رسد، چند متر است؟ $(g = 10m/s^2)$

۱) ۳۵ ۲) ۲۲٫۵ ۳) ۴۵ ۴) قابل محاسبه نیست.

۱۸۹ در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع به اندازهٔ کافی بلند از سطح زمین در لحظهٔ $t = 0$ رها می‌شود. یک ثانیهٔ بعد از آن، گلولهٔ دیگری از همان نقطه رها می‌شود. نسبت فاصلهٔ بین دو گلوله در لحظهٔ $t_1 = 5s$ به فاصلهٔ بین آن‌ها در لحظهٔ $t_2 = 8s$ کدام است؟ $(g = 10m/s^2)$

۱) ۸ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\sqrt{\frac{}{8}}$ ۴) $\frac{25}{64}$

۱۹۰ در شرایط خلأ ، گلوله‌ای از ارتفاع معینی از سطح زمین و از حال سکون رها می‌شود و در مدت t ثانیه به زمین می‌رسد. اگر گلوله در ۳ ثانیهٔ آخر حرکت خود مسافت $135m$ را طی کند، تندی متوسط گلوله در کل مدت حرکت چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10m/s^2)$

۱) ۴۵ ۲) ۳۰ ۳) ۶۰ ۴) ۲۴

۱۹۱ در شرایط خلأ، گلوله‌ای را از ارتفاع h بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. اگر این گلوله ۳۶ درصد آخر مسیر را تا قبل از رسیدن به زمین در مدت $0/8s$ طی کند، اندازهٔ تندی گلوله در لحظهٔ رسیدن به زمین چند واحد SI است؟ ($g = 9/8m/s^2$)

(۱) ۱۹٫۶ (۲) ۲۰ (۳) ۳۹٫۲ (۴) ۴۰

۱۹۲ گلوله‌ای از ارتفاع h رها می‌شود. این گلوله با سرعت v از ارتفاع ۹ متری زمین عبور می‌کند و با سرعت $\frac{3}{2}v$ به زمین می‌رسد. h چند متر است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود و $g = 10m/s^2$)

(۱) ۱۶٫۲ (۲) ۱۸ (۳) ۳۲٫۴ (۴) ۳۶

۱۹۳ در شرایط خلأ، جسمی از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود. اگر مسافتی که جسم در ثانیهٔ آخر سقوط می‌کند برابر با تمام مسافت پیموده شده قبل از آن باشد، h تقریباً چند متر است؟ ($g = 10m/s^2$ و $\sqrt{2} \simeq 1/4$)

(۱) ۱۲۲٫۵ (۲) ۵۸ (۳) ۳۰٫۶۲۵ (۴) ۴۶

۱۹۴ گلولهٔ A از ارتفاع ۷۰ متری زمین رها می‌شود. یک و نیم ثانیه بعد گلولهٔ B از همان نقطه رها می‌شود. دو ثانیه پس از رها شدن گلولهٔ B، فاصلهٔ دو گلوله از هم چند متر است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود و $g = 10m/s^2$)

(۱) ۱۱٫۲۵ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۱٫۲۵

۱۹۵ گلوله‌ای به جرم $200g$ از ارتفاع h رها می‌شود. اگر کل کار انجام شده روی گلوله در ثانیهٔ آخر حرکت برابر $70J$ باشد، h چند متر است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود و $g = 10m/s^2$)

(۱) ۳۵ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۸۰

۱۹۶ در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود. اگر سرعت گلوله در فاصله‌های $\frac{h}{4}$ و $\frac{h}{5}$ از سطح زمین برابر با v_1 و v_2 باشد، ارتفاع h کدام است؟

(۱) $\frac{v_2^2 -}{2g}$ (۲) $\frac{5(v_2^2 - \quad)}{g}$ (۳) $\frac{10(v_2^2 - \quad)}{g}$ (۴) $\frac{v_2^2 -}{g}$

۱۹۷ از یک شیر آب که به فاصلهٔ ۱۸۰ سانتی‌متری زمین قرار دارد، در فاصله‌های زمانی مساوی قطره‌های آب شروع به سقوط می‌کنند. زمانی‌که قطرهٔ اول به زمین می‌رسد، قطرهٔ هفتم چکه می‌کند. در این لحظه، فاصلهٔ قطرهٔ دوم و چهارم چند سانتی‌متر است؟

(۱) ۴۵ (۲) ۶۵ (۳) ۸۰ (۴) ۱۲۵

۱۹۸ جسمی را از بالای یک بلندی بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. مسافتی که این جسم در $\frac{1}{3}$ آخر مسیر طی می‌کند $(3 - \sqrt{6})$ متر است. مسافتی که جسم تا رسیدن به زمین طی می‌کند، چند متر است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۲۵ (۳) ۴۵ (۴) ۸۰

۱۹۹ در شرایط خلأ، سنگی را از لبهٔ صخره‌ای به ارتفاع h رها می‌کنیم. این سنگ با تندی $\frac{m}{\;}$ به سطح آب دریاچه‌ای در پایین صخره می‌رسد و با همین تندی، حرکتش را تا رسیدن به کف دریاچه ادامه می‌دهد. اگر زمان حرکت سنگ در دریاچه، $\frac{1}{4}$ زمان سقوط آزاد آن باشد، از لحظهٔ رها شدن تا رسیدن به کف دریاچه، سنگ چه مسافتی را برحسب متر طی می‌کند؟ ($g = 10\frac{m}{s^2}$)

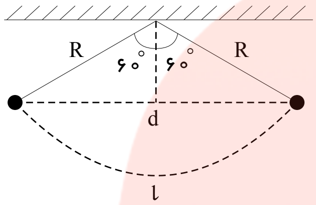
(۱) ۶۰ (۲) ۳۰ (۳) ۲۰ (۴) ۱۰

۲۰۰ در شرایط خلأ، گلوله‌ای را از ارتفاع معینی از سطح زمین بدون تندی اولیه رها می‌کنیم. اگر این گلوله طی ۳ بازهٔ زمانی مساوی و متوالی، به سطح زمین برسد، کدام گزینه می‌تواند به ترتیب مسافت‌های طی شده در این ۳ بازهٔ زمانی باشد؟ (تمامی اعداد گزینه‌ها برحسب واحد متر هستند.)

(۱) ۱۱٫۲۵، ۳۳٫۷۵ و ۵۶٫۲۵ (۲) ۱۱٫۲۵، ۲۲٫۵ و ۴۵ (۳) ۳۱٫۲۵، ۶۲٫۵ و ۱۲۵ (۴) ۳۱٫۲۵، ۹۳٫۷۵ و ۱۸۷٫۵

پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ **۲** ۳ ۴ باتوجه به شکل روبه‌رو مسافت طی شده و اندازهٔ جابه‌جایی گلوله را برحسب طول نخ (R) به دست می‌آوریم.



$$\begin{cases} l = (\frac{}{۳۶۰^\circ}) \times \text{محیط دایره مسیر حرکت} = \frac{۱}{۳} \times ۲\pi R = \frac{۲\pi}{۳} \\ \sin ۶۰^\circ = \frac{(-)}{} = \frac{}{۲R} \Rightarrow d = ۲R \sin ۶۰^\circ = ۲R\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳} \end{cases}$$

می‌دانیم نسبت تندی متوسط به اندازهٔ سرعت متوسط برابر نسبت مسافت به اندازهٔ جابه‌جایی است.

$$= \frac{(-)}{(\frac{}{\Delta t})} = \quad = \frac{(\frac{۲\pi}{۳}R)}{\sqrt{۳}} = \frac{۲\pi}{۳\sqrt{۳}} \Rightarrow \quad = \frac{۲\pi}{۳\sqrt{۳}}$$

$$\Rightarrow \quad = \frac{۲\pi}{۳\sqrt{۳}} \times ۱/۵ \quad = \frac{}{\sqrt{۳}} \quad = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

توجه: در این سؤال زمان حرکت گلوله و طول نخ در پاسخ بی‌اثر هستند. البته در راه‌حل دیگری می‌توان از زمان حرکت گلوله ابتدا جابه‌جایی، سپس طول نخ و در نهایت مسافت و تندی متوسط را محاسبه کرد.

۲ ۱ ۲ ۳ **۴** زمانی که سرعت و شتاب هم‌جهت باشند، اندازهٔ سرعت افزایش می‌یابد. چون در ابتدا متحرک در جهت مثبت محور ها در حال حرکت است، بنابراین اگر شتاب مثبت باشد بر اندازهٔ سرعت متحرک افزوده می‌شود و اگر شتاب منفی باشد، اندازهٔ سرعت حرکت متحرک کاهش می‌یابد.

گزینهٔ «۱»: در حالی که شتاب مثبت است سرعت متحرک صفر شده است اما از آن‌جا که سرعت اولیهٔ متحرک مثبت بوده بنابراین نمی‌تواند سرعت متحرک صفر گردد.

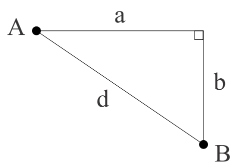
گزینهٔ «۲»: ابتدا شتاب منفی است و سرعت متحرک به صفر می‌رسد و سپس شتاب مثبت می‌شود و بایستی متحرک با سرعت مثبت و تندشونده از حال سکون شروع به حرکت کند. (نادرستی گزینهٔ «۲»)

گزینهٔ «۳»: با توجه به این‌که شتاب همواره مثبت است، بایستی حرکت متحرک پیوسته تندشونده باشد و لذا سرعت متحرک نبایستی صفر گردد.

گزینهٔ «۴»: شتاب متحرک همواره منفی است. در ابتدا سرعت متحرک صفر می‌شود و سپس با تغییر اندازهٔ شتاب در جهت منفی اندازهٔ سرعت افزایش می‌یابد.

۳ ۱ **۲** ۳ ۴ مسافت طی‌شده توسط متحرک در جابه‌جایی از نقطهٔ تا نقطهٔ برابر است با:

$$\ell = a + b$$



جابه‌جایی متحرک طی این مسیر برابر است با:

$$d = \sqrt{\ ^۲ + \ ^۲}$$

بنابراین داریم:

$$= \frac{}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} \Rightarrow \left(-\right)^۲ = \frac{a^۲ + b^۲ + ۲ab}{a^۲ + b^۲} = ۱ + \frac{}{a^۲ + b^۲} \quad (۱)$$

از طرفی داریم:

$$(a - b)^۲ \geq ۰ \Rightarrow a^۲ + b^۲ - ۲ab \geq ۰ \Rightarrow \ ^۲ + \ ^۲ \geq ۲ab \Rightarrow \frac{}{a^۲ + b^۲} \leq ۱ \quad (۲)$$

در نتیجه:

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \left(-\right)^۲ = ۱ + \frac{}{a^۲ + b^۲} \leq ۲ \Rightarrow \quad \leq \sqrt{۲}$$

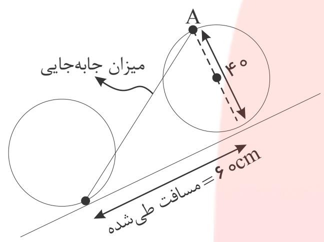
۴ ۱ **۲** ۳ ۴ اگر طول کل مسیر را و زمان پیمودن آن را فرض کنیم، داریم:

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{اندازه‌ی جابجایی}}{\text{مدت زمان}} = \frac{\frac{x}{4}+\frac{3x}{4}}{\frac{\frac{x}{4}}{\frac{v}{1}}+\frac{\frac{3x}{4}}{\frac{2v}{1}}} =$$

$$\frac{x}{\frac{1}{4v}+\frac{}{8v}} = \frac{x}{\frac{2x+3x}{8v}} = \frac{x}{\frac{5x}{8v}} = \frac{}{5x} = \frac{8}{5}v = 1/6v$$

۵ (۱) **(۲)** (۳) (۴)

چون جسم به اندازهٔ نیم دور چرخیده مسافتی که طی می‌کند، نصف محیط دایره است.



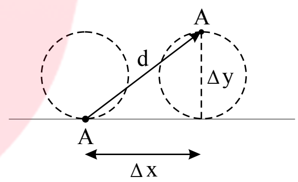
$$\text{مسافت طی شده} = \frac{\text{محیط دایره}}{2} = \frac{\text{قطر} \times \pi}{2} \Rightarrow \frac{40 \times 3}{2} = 60\ cm$$

حال با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس میزان جابه‌جایی که وتر مثلث قائم‌الزاویهٔ درون شکل می‌باشد را محاسبه می‌کنیم.

$$(\text{میزان جابه‌جایی})^2 = (\text{مسافت طی شده})^2 + (\text{قطر})^2$$

$$x^2 = 60^2 + 40^2 \rightarrow x = \sqrt{3600 + 1600} = \sqrt{5200} = x = 20\sqrt{13}$$

۶ (۱) **(۲)** (۳) (۴) با توجه به شکل ابتدا جابه‌جایی این نقطه را حساب می‌کنیم.



$$\left.\begin{array}{l} d = \overline{\Delta x^2 + \Delta y^2} \\ \Delta x = (2\pi r) = \pi r = 25\pi cm \\ \Delta y = 2r = 50 cm \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{(25\pi)^2 + (50)^2} = \sqrt{(25)^2(\pi^2+4)} = 25\sqrt{14}cm$$

با توجه به رابطه محاسبه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{}{\Delta t} = \frac{25\sqrt{14}}{5} = 5\sqrt{14}cm/s$$

۷ (۱) (۲) **(۳)** (۴) ابتدا فاصلهٔ دو نقطه را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta r = \overline{(4-1)^2 + (4-0)^2} = 5m$$

$$\Delta r = R\sqrt{2} \Rightarrow 5 = R\sqrt{2} \Rightarrow R = \frac{5}{\sqrt{2}}m$$

$$\text{مسافت } d = \frac{1}{4}(\text{محیط دایره}) = \frac{1}{4}(2\pi R) = \frac{\pi}{2} \times \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\pi}{2\sqrt{2}}$$

$$v = \frac{}{t} = \frac{\frac{5\pi}{2\sqrt{2}}}{5} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}m/s$$

سرعت متحرک $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}m/s$ است. پس متحرک در هر ثانیه مسافت $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ متر را طی می‌کند.

۸ **(۱)** (۲) (۳) (۴) می‌دانیم اگر طول سه بُردار (جابه‌جایی کمیتی برداری است.) در نامساوی مثلثی صدق کند، برآیند آنها می‌تواند صفر باشد؛

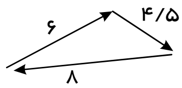
$$If : \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0} \rightarrow \begin{cases} \\ |a-b| \leq c \leq a+b \end{cases}$$

البته کافی است بزرگترین مقدار را مورد بررسی قرار دهیم. اگر نامساوی مربوطه صحیح بود نیازی به بررسی ۲ نامساوی دیگر نیست. بنابراین:

$$7m - 5m \leq 10m \leq 7m + 5m$$

بنابراین: $(10 \leq 8 \leq 2)$. پس می‌تواند برایند این سه جابه‌جایی صفر شود و در نتیجه کمترین سرعت متوسط متحرک:

$$(v_{av}) = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \to |\vec{v}_{av}| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} \to |\vec{v}_{av}|_{min} = \frac{d_{min}}{\Delta t} = ۰$$

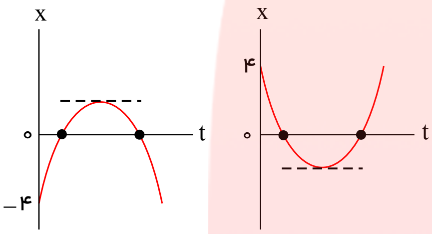


۹ ۱ ۲ ۳ **۴** اگر جهت مثبت را به‌سوی بالا فرض کنیم و لحظهٔ پرتاب جسم را لحظهٔ صفر در نظر بگیریم، سرعت جسم در لحظه‌های $t_{۰} = ۰s$، $t_{۱} = ۱/۲۵s$ و $t_{۲} = ۳/۷۵s$ به‌ترتیب برابر $v_{۰} = +۲۰m/s$، $v_{۱} = ۰m/s$ و $v_{۲} = -۱۰m/s$ است.

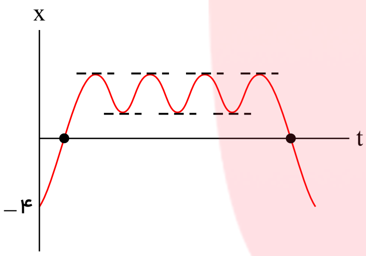
$$\begin{cases} \text{هنگام بالا رفتن } a_{۱} = \frac{v_{۱} - v_{۰}}{t_{۱} - t_{۰}} = \frac{۰ - ۲۰}{۱/۲۵ - ۰} = -۱۶m/s^{۲} \\ \text{هنگام پایین آمدن } a_{۲} = \frac{v_{۲} - v_{۱}}{t_{۲} - t_{۱}} = \frac{(-۱۰) - ۰}{۳/۷۵ - ۱/۲۵} = -۴m/s^{۲} \end{cases} \Rightarrow |a_{۱} + a_{۲}| = +۲۰m/s^{۲}$$

توجه: اگر جهت مثبت را به‌سوی پایین فرض می‌کنیم، $a_{۱}$ و $a_{۲}$ به‌ترتیب ۱۶+ و ۴+ متر بر مربع ثانیه می‌شود.

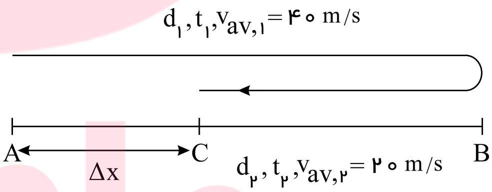
۱۰ ۱ ۲ ۳ **۴** چون متحرک ۲ بار از مبدأ گذشته الزاماً حداقل یکبار تغییر جهت داده است:



اما دقت داشته باشید که در بین این ۲ بار که از مبدأ می‌گذرد می‌تواند بی‌نهایت بار تغییر جهت بدهد. برای مثال به نمودار مکان – زمان زیر دقت کنید.



۱۱ ۱ ۲ ۳ **۴**



$$t_{۲} = \frac{۱}{۲}t_{۱} \xrightarrow{t_{۱} = \frac{d_{۱}}{۴۰}} t_{۲} = \frac{d_{۱}}{۸۰}, d_{۱} = ۴۰t_{۱}$$

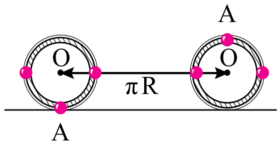
$$d_{۲} = v_{av,۲} \times t_{۲} = ۲۰ \times \frac{d_{۱}}{۸۰} = \frac{d_{۱}}{۴}$$

$$|\Delta x| = d_{۱} - \frac{d_{۱}}{۴} = \frac{۳d_{۱}}{۴}$$

$$\ell = d_{۱} + d_{۲} = d_{۱} + \frac{d_{۱}}{۴} = \frac{۵d_{۱}}{۴}$$

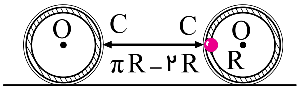
$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{\frac{\ell}{t_{۱} + t_{۲}}}{\frac{|\Delta x|}{t_{۱} + t_{۲}}} = \frac{\ell}{|\Delta x|} \xrightarrow[|\Delta x| = \frac{۳d_{۱}}{۴}]{\ell = \frac{۵d_{۱}}{۴}} \frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{۵}{۳}$$

۱۲ ۱ **۲** ۳ ۴ **پلهٔ اول:** با نیم‌دور چرخش، مرکز چرخ (نقطهٔ O) به‌اندازهٔ نصف محیط چرخ جابه‌جا می‌شود. (شکل «۱»)



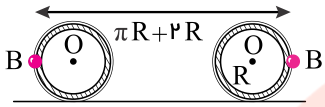
$$\Delta x_{O} = \frac{۲\pi R}{۲} = \pi R$$

نقطهٔ C به‌اندازهٔ πR با چرخ جلو می‌رود و با حرکت غلتش به‌اندازهٔ $۲R$ به طرف عقب می‌چرخد؛ پس جابه‌جایی نقطهٔ C، $\pi R - ۲R$ است. (شکل «۲»)



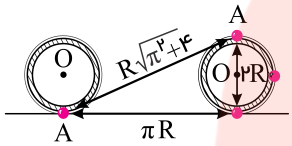
$$\Delta x_C = R(\pi - ۲)$$

نقطهٔ B به‌اندازهٔ πR با چرخ حرکت می‌کند و با حرکت غلتش به‌اندازهٔ $۲R$ به طرف جلو می‌چرخد؛ پس جابه‌جایی نقطهٔ B، $\pi R + ۲R$ است. (شکل «۳»)



$$\Delta x_B = R(\pi + ۲)$$

جابه‌جایی نقطهٔ A با توجه به شکل «۴» برابر $R\sqrt{\pi^۲ + ۴}$ است:



$$\Delta x_A = R\sqrt{\pi^۲ + ۴}$$

پلهٔ دوم: با مقایسهٔ جابه‌جایی نقطه‌های A، B و C داریم:

$$\Delta x_B > \Delta x_A > \Delta x_O > \Delta x_C$$

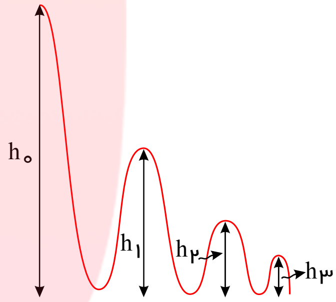
۱۳ ۴ ۳ **۲** ۱ آخرین باری که جابه‌جایی توپ نسبت به نقطهٔ پرتاب ۱۴ متر می‌شود را به دست می‌آوریم.

$$h_۱ = ۰{,}۵\, h_۰$$

$$h_۲ = ۰{,}۵\, h_۱ = (۰{,}۵)^۲ h_۰$$

$$\vdots$$

$$h_n = (۰{,}۵)^n h_۰$$

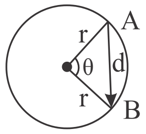


$$h_n = (۰{,}۵)^n h_۰ \Rightarrow d = d_۰ - h_n = h_۰(۱ - (\frac{۱}{۲})^n) \Rightarrow \frac{۱}{۲^n} = \frac{۱}{۸} \Rightarrow n = ۳$$

$$\ell = ۱۶ + ۲ \times (۰{,}۵)^۱ \times ۱۶ + ۲ \times (۰{,}۵)^۲ \times ۱۶ + (۰{,}۵)^۳ \times ۱۶$$

$$\Rightarrow \ell = ۱۶ + ۱۶ + ۸ + ۲ = ۴۲m$$

۱۴ ۴ **۳** ۲ ۱ جابه‌جایی ذره برابر شعاع دایره است. پس طبق شکل روبه‌رو نقطهٔ آغاز (A) و نقطهٔ پایان (B) حرکت در دو سر کمانی به اندازهٔ ۶۰ درجه قرار دارند. طول این کمان را L فرض می‌کنیم.



$$d = r \Rightarrow \theta = ۶۰^\circ$$

$$\text{محیط دایره} = ۲\pi R = ۹۰\pi cm \Rightarrow l = \frac{۱}{۶} \times \text{محیط} = ۱۵\pi cm$$

ذره می‌تواند کمان AB را در سوی ساعتگرد پیموده باشد و مسافت پیموده‌شده توسط آن $۱۵\pi cm$ باشد. همچنین ذره ممکن است در سوی پادساعتگرد از A و B رفته باشد و مسافت پیموده شده توسط آن $۹۰\pi - ۱۵\pi = ۷۵\pi cm$ باشد. از طرفی ذره ممکن است پس از پیمودن یک یا چند دور کامل از نقطهٔ A به نقطهٔ B برود. بنابراین مسافت پیموده‌شده توسط ذره برحسب سانتی‌متر هر یک از مقدارهای زیر می‌تواند باشد:

$$\begin{cases} ۱۵\pi, ۱۰۵\pi, ۱۹۵\pi, ۲۸۵\pi, \cdots \\ ۷۵\pi, ۱۶۵\pi, ۲۵۵\pi, ۳۴۵\pi, \cdots \end{cases}$$

بنابراین مسافت پیموده‌شده نمی‌تواند ۱۳۵π سانتی‌متر باشد.

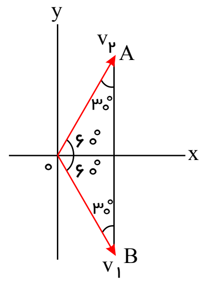
۱۵ ۴ **۳** ۲ ۱ بردار تغییرات سرعت توپ را رسم می‌کنیم. مثلث ایجادشده متساوی‌الساقین است. در این صورت $AH = BH$ می‌باشد.

پس می‌توان نوشت:

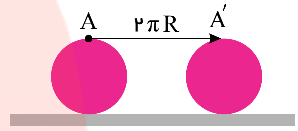
$$\overset{\triangle}{OAH} : \sin ۶۰^\circ = \frac{AH}{v} \Rightarrow AH = ۴ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۲\sqrt{۳}$$

$$AB = ۲AH = ۴\sqrt{۳} \Rightarrow \Delta v = ۴\sqrt{۳} m/s$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۴\sqrt{۳}}{۰/۱} = ۴۰\sqrt{۳} m/s^۲$$



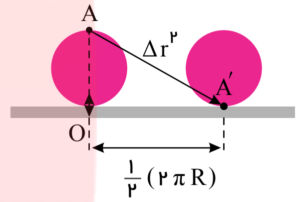
۱۶ (۱) (۲) (۳) **(۴)** پس از یک دور کامل نقطهٔ A روی خط افقی به اندازهٔ محیط دایره جابه‌جا می‌شود. زمان آن را T در نظر می‌گیریم.



$$\Delta x_۱ = AA' = ۲\pi R$$

$$\overline{v_۱} = \frac{\Delta x_۱}{t} = \frac{۲\pi R}{T}$$

پس از $\frac{۱}{۲}$ دور نقطهٔ A، به روی زمین منتقل می‌شود و دایره روی خط افقی (زمین)، نصف محیط دایره را طی می‌کند و زمان نصف زمان دور زدن کامل ($\frac{T}{۲}$) است.



$$\Delta x_۲ = \sqrt{OA'^۲ + OA'^۲} = \sqrt{(۲R)^۲ + (\pi R)^۲} = R\sqrt{۴ + \pi^۲}$$

$$\overline{v_۲} = \frac{\Delta x_۲}{\Delta t} = \frac{R\sqrt{۴+\pi^۲}}{\frac{T}{۲}} = \frac{۲R\sqrt{۴+\pi^۲}}{T}$$

$$\frac{\Delta x_۱}{\Delta x_۲} = \frac{۲\pi R}{R\sqrt{۴+\pi^۲}} = \frac{۲\pi}{\sqrt{۴+\pi^۲}}$$

$$\frac{\overline{v_۱}}{\overline{v_۲}} = \frac{\frac{۲\pi R}{T}}{\frac{۲R\sqrt{۴+\pi^۲}}{T}} = \frac{\pi}{\sqrt{۴+\pi^۲}}$$

۱۷ (۱) (۲) (۳) **(۴)** فرض می‌کنیم ذره به اندازهٔ a در جهت محور x و به اندازهٔ b در جهت محور y حرکت کرده است.

$$\begin{cases} l = a + b \\ d = \sqrt{a^۲ + b^۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{l}{d} = \frac{a+b}{\sqrt{a^۲+b^۲}} = \sqrt{۱/۶}$$

$$\Rightarrow \frac{a^۲ + b^۲ + ۲ab}{a^۲ + b^۲} = ۱/۶ = \frac{۸}{۵} \Rightarrow ۳a^۲ - ۱۰ab + ۳b^۲ = ۰$$

نسبت a به b را k فرض می‌کنیم.

$$\frac{a}{b} = k \Rightarrow a = kb \Rightarrow ۳(kb)^۲ - ۱۰(kb)b + ۳b^۲ = ۰$$

$$\Rightarrow b^۲(۳k^۲ - ۱۰k + ۳) = ۰$$

$$\Rightarrow ۳k^۲ - ۱۰k + ۳ = ۰ \Rightarrow k = \frac{۵ \pm \sqrt{۲۵ - ۹}}{۳} = \frac{۵ \pm ۴}{۳} \Rightarrow \begin{cases} k = ۳ \\ k = \frac{۱}{۳} \end{cases}$$

۱۸ (۱) (۲) (۳) **(۴)** ابتدا زمان هر مرحله از حرکت و جابه‌جایی هر مرحله را محاسبه می‌کنیم:

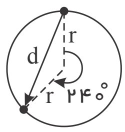
زمان: $t_۱ = \frac{۲۰km}{۴۰\frac{km}{h}} = ۰/۵h \qquad t_۲ = ۲h \qquad t_۳ = ۰/۵h$

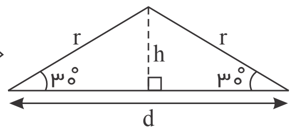
جابه‌جایی: $\Delta x_۱ = ۲۰km \quad , \quad \Delta x_۲ = ۵km \quad , \quad \Delta x_۳ = v_۳ \cdot t_۳ = ۷۰ \times ۰/۵ = ۳۵km$

سرعت متوسط برابر مجموع جابه‌جایی‌ها بر مجموع زمان‌ها است:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۱ + x_۲ + x_۳}{t_۱ + t_۲ + t_۳} = \frac{۲۰ + ۵ + ۳۵}{۰/۵ + ۲ + ۰/۵} = \frac{۶۰}{۳} = ۲۰\frac{km}{h}$$

۱۹ **(۱)** (۲) (۳) (۴) عقربهٔ ثانیه‌شمار در مدت ۴۰ ثانیه، $\frac{۲}{۳}$ دور (۲۴۰ درجه) می‌چرخد.





$$\cos 30^\circ = \frac{(\frac{d}{2})}{r} = \frac{d}{2r}$$

$$\Rightarrow d = 2r\cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow d = 2r\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}r$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\sqrt{3}r}{\Delta t} = \frac{\sqrt{3}\times 20cm}{40s} = \frac{\sqrt{3}}{2}cm/s$$

۲۰) **۱** ۲ ۳ ۴

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow l = s_{av}\Delta t = 15.7\frac{m}{s}\times 30s = 471m$$

$$\frac{l}{\text{محیط}} = \frac{l}{2\pi R} = \frac{471m}{2\times 3.14\times 150} = \frac{1}{2}$$

خودرو نصف محیط میدان را پیموده است. بنابراین اندازهٔ جابه‌جایی آن برابر قطر میدان است.

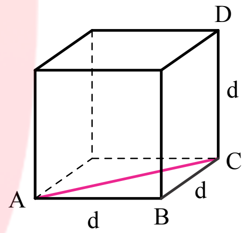
$$\Rightarrow d = 2R = 2\times 150m = 300m$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{300m}{30s} = 10m/s$$

۲۱) **۱** ۲ ۳ ۴ t زمانی که هر یک از اضلاع مکعب d را طی می‌کند:

$$t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{d}{v}$$

جابه‌جایی کل حرکت:

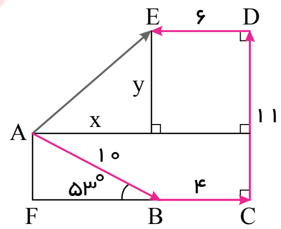


$$AC = \sqrt{d^2+d^2} = d\sqrt{2}$$

$$AD = \sqrt{AC^2+CD^2} = \sqrt{2d^2+d^2} = d\sqrt{3}$$

$$v_{av} = \frac{AD}{t\ \text{کل}} = \frac{d\sqrt{3}}{3t} = \frac{d\sqrt{3}}{3\frac{d}{v}} = \frac{\sqrt{3}}{3}v$$

۲۲) ۱ ۲ ۳ **۴** به وسیلهٔ روابط مثلثاتی، طول پاره‌خط AE قابل محاسبه است.



$$AF = 10\sin 53^\circ = 10\times 0.8 = 8m$$

$$y = CD - AF = 11 - 8 = 3m$$

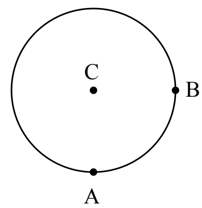
$$FB = 10\cos 53^\circ = 10\times 0.6 = 6m$$

$$DE + x = FC = FB + BC \Rightarrow 6 + x = 6 + 4 \Rightarrow x = 4m$$

$$AE = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{4^2+3^2} = 5m$$

۲۳) ۱ ۲ ۳ **۴** برای محاسبهٔ سرعت متوسط باید جابه‌جایی را تقسیم بر زمان کرد و برای محاسبهٔ تندی متوسط نیاز به مسافت طی شده توسط متحرک داریم.

جابه‌جایی: فاصلهٔ مستقیم که مبدأ را به مقصد وصل می‌کند که AC میزان جابه‌جایی متحرک می‌باشد که همان شعاع دایره است.



$$AC = 30m$$

$$\bar{v}\ \text{متوسط} = \frac{x}{t} = \frac{30}{15} = 2\frac{m}{s}$$

مسافت طی‌شده از A تا B متحرک $2\frac{3}{4}$ و سپس از B تا C هم برابر شعاع دایره می‌باشد (متحرک دو دور کامل زده، سپس $\frac{3}{4}$ محیط را طی کرده تا به نقطهٔ B رسیده و در ادامه از B تا C، شعاع دایره را پیموده است).

$$\text{مسافت طی شده} = 2\frac{3}{4}\times \text{محیط دایره} + BC$$

$$2\frac{3}{4}\times 60\times \pi + 30 = \frac{11}{\cancel{4}}\times \overset{15}{\cancel{60}}\times 3 + 30 = 525m$$

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت طی‌شده}}{\text{زمان}} = \frac{525}{15} = 35\frac{m}{s}$$

۲۴) ۱ ۲ **۳** ۴ با توجه به گزینه‌ها متوجه می‌شویم که معادله سرعت - زمان درجه دوم است پس:

$v = At^2 + Bt + C$

چون متحرک با تندی $4m/s$ در جهت مثبت محور x شروع به حرکت می‌کند طبق معادلهٔ بالا داریم:

$t_0 = 0 \Rightarrow v_0 = A \times 0 + B \times 0 + C = 4 \Rightarrow C = 4 \ \ (1)$

از طرفی متحرک در لحظهٔ $t = 1\,s$ تغییر جهت داده است پس:

$t_1 = 1_s \Rightarrow v_1 = A \times 1^2 + B \times 1 + C = 0 \Rightarrow A + B + C = 0 \xrightarrow{(1)} A + B = -4 \ \ (2)$

هم‌چنین شتاب متوسط در ثانیهٔ ۳ اُم صفر است پس:

$a_{av} = 0 \Rightarrow \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \Delta v = 0 \Rightarrow v_3 - v_2 = 0 \Rightarrow (A \times 3^2 + B \times 3 + C) - (A \times 2^2 + B \times 2 + C) = 0 \ \ 9A + 3B - 4A - 2B = 0$

$\Rightarrow 5A + B = 0 \ \ (3) \xrightarrow{1,2} \begin{cases} A + B = -4 \\ 5A + B = 0 \end{cases} \rightarrow A = 1, B = -5$

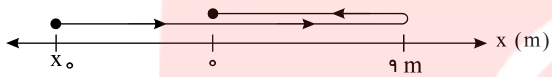
در نتیجه معادلهٔ سرعت – زمان به‌صورت زیر است:

$v = t^2 - 5t + 4$

۲۵ ۴ ۳ ۲ **۱**

$s_{av} = \dfrac{l}{\Delta t} \Rightarrow 5m/s = \dfrac{l}{6s} \Rightarrow$ کل مسافت پیموده‌شده $= 30m$

اگر مکان اولیهٔ متحرک را x_0 فرض کنیم، متحرک به‌صورت شکل روبه‌رو حرکت کرده است:



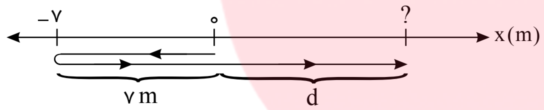
متحرک ۹ متر در جهت منفی حرکت کرده است، در نتیجه ۲۱ متر در جهت مثبت حرکت کرده است.

$\Rightarrow 9 - x_0 = 21 \Rightarrow x_0 = 9 - 21 = -12m$

با توجه به مکان اولیه و نهایی متحرک و بدون توجه به تغییر جهت آن، سرعت متوسط متحرک را حساب می‌کنیم.

$v_{av} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x - x_0}{t - t_0} = \dfrac{0 - (-12)}{6 - 0} = +2m/s$

۲۶ ۴ **۳** ۲ ۱ متحرک روی محور x به‌صورت شکل زیر حرکت کرده است.

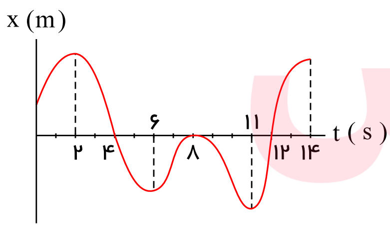


باتوجه به شکل اندازهٔ جابه‌جایی متحرک d و مسافت پیموده‌شده توسط آن $l = d + 2 \times 7m$ است. یعنی مسافت پیموده‌شده توسط آن ۱۴ متر از اندازهٔ جابه‌جایی آن بیشتر است.

$l = d + 14m \Rightarrow \dfrac{l}{\Delta t} = \dfrac{d + 14m}{\Delta t} \Rightarrow \dfrac{l}{\Delta t} = \dfrac{d}{\Delta t} + \dfrac{14}{\Delta t}$

$\Rightarrow s_{av} = v_{av} + \dfrac{14m}{14s} \Rightarrow s_{av} = v_{av} + 1m/s$

۲۷ ۴ ۳ ۲ **۱**



باتوجه به نمودار مکان – زمان حرکت (شکل بالا)، جهت بردار مکان دو بار و در لحظه‌های $4s$ و $12s$ تغییر کرده است (x تغییر علامت داده است) و متحرک در بازه‌های زمانی $2s < t < 6s$ به مدت ۴ ثانیه و $8s < t < 11s$ به مدت ۳ ثانیه و در مجموع به مدت ۷ ثانیه در سوی منفی محور x حرکت کرده است.

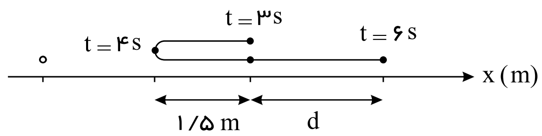
پس پاسخ گزینهٔ ۱ است.

توجه: جهت بردار مکان در لحظه‌هایی تغییر می‌کند که متحرک از مبداء مکان عبور می‌کند و x تغییر علامت می‌دهد و در لحظه‌هایی که متحرک در مبداء مکان قرار می‌گیرد ولی از آن عبور نمی‌کند (مانند لحظهٔ $8s$)، جهت بردار مکان تغییر نکرده است.

همچنین تغییر جهت بردار مکان مفهومی متفاوت نسبت به تغییر جهت حرکت است و نباید با آن اشتباه گرفته شود. در این حرکت جهت حرکت ۴ بار در لحظه‌های $2s$، $6s$، $8s$ و $11s$ تغییر کرده است.

۲۸ ۴ ۳ **۲** ۱ باتوجه به نمودار $x - t$، این متحرک در ۳ ثانیهٔ دوم حرکت ($3s < t < 6s$)، ابتدا در بازهٔ زمانی $3s < t < 4s$ به اندازهٔ ۱٫۵ متر در سوی منفی محور x حرکت می‌کند، سپس در لحظهٔ $4s$ تغییر جهت می‌دهد و در بازهٔ زمانی $4s < t < 5s$ به اندازهٔ همان ۱٫۵ متر در سوی مثبت محور x حرکت می‌کند و در نهایت در بازهٔ زمانی $5s < t < 6s$ به حرکت در سوی مثبت محور x ادامه می‌دهد.

حرکت متحرک در ۳ ثانیهٔ دوم حرکت را روی محور x به صورت شکل زیر نشان می‌دهیم.



اگر جابه‌جایی متحرک در ۳ ثانیهٔ دوم حرکت را مطابق شکل d فرض کنیم، مسافت پیموده شده توسط آن برابر $l = d + ۲ \times ۱/۵m = d + ۳m$ می‌شود و داریم:

$$l = d + ۳m \Rightarrow \frac{l}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta t} + \frac{۳m}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = v_{av} + \frac{۳m}{۳s} = v_{av} + ۱m/s$$

$$\xrightarrow{s_{av}=۲/۵m/s} ۲/۵\, m/s = v_{av} + ۱m/s \Rightarrow v_{av} = ۱/۵\, m/s$$

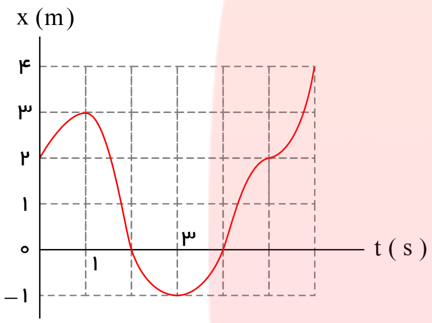
بنابراین پاسخ گزینهٔ ۲ است.

توجه: در این سؤال امکان محاسبهٔ مسافت و جابه‌جایی و محاسبهٔ سرعت متوسط از این طریق نیز وجود دارد.

۲۹ ۴ ۳ **۲** ۱

باتوجه به نمودار $x - t$ در شکل روبه‌رو متحرک در مدت ۶ ثانیه، دو بار و در لحظه‌های $۱s$ و $۳s$ تغییر جهت داده است.

برای محاسبهٔ مسافت و تندی متوسط، حرکت را در بازه‌های زمانی $(۰\, s, ۱\, s)$ و $(۱\, s, ۳s)$ و $(۳s, ۶s)$ بررسی می‌کنیم.



$$\begin{cases} ۰\, s < t < ۱\, s \Rightarrow \Delta x_۱ = ۳m - ۲m = +۱m \\ ۱\, s < t < ۳s \Rightarrow \Delta x_۲ = (-۱m) - ۳m = -۴m \\ ۳s < t < ۶s \Rightarrow \Delta x_۳ = (+۴m) - (-۱m) = +۵m \end{cases}$$

در ۶ ثانیهٔ اول $\Rightarrow l = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| + |\Delta x_۳| = ۱۰\, m \Rightarrow S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۱۰m}{۶s} = \frac{۵}{۳}\, m/s$

در ۳ ثانیهٔ دوم $\Rightarrow \Delta x = \Delta x_۳ = +۵m \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{+۵m}{۳s} = +\frac{۵}{۳}\, m/s$

$$\Rightarrow \frac{\text{تندی متوسط در ۶ ثانیهٔ اول}}{\text{بزرگی سرعت متوسط در ۳ ثانیهٔ دوم}} = \frac{s_{av}}{|v_{av}|} = ۱$$

۳۰ **۴** ۳ ۲ ۱ در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۱$، جابه‌جایی و سرعت متوسط مثبت و در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۲$، جابه‌جایی و سرعت متوسط صفر هستند. در نتیجه سرعت متوسط در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۱$ از سرعت متوسط در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۲$ بزرگ‌تر است و داریم: $V_{av} > V'_{av}$.

در نمودار مکان – زمان مشاهده می‌شود که جهت حرکت در لحظهٔ t_M تغییر کرده است.

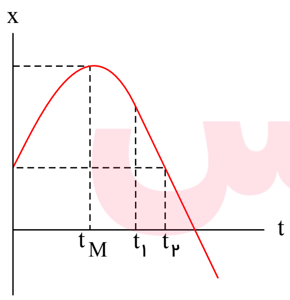
برای مقایسهٔ تندی متوسط در دو بازهٔ زمانی مختلف،

فرض می‌کنیم متحرک در لحظهٔ t_M تغییر جهت ندهد

و حرکت خود را پس از توقف در همان جهت قبلی ادامه دهد، که در این صورت

نمودار مکان – زمان آن به‌صورت شکل روبه‌رو (شکل دوم) می‌شود

(به بیان دیگر شکل روبه‌رو نمودار مسافت – زمان این حرکت است).

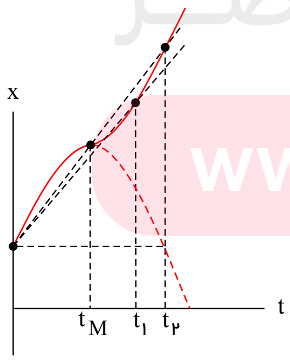


در این نمودار شیب خطی که از لحظهٔ ۰ و $t_۱$ عبور می‌کند

برابر تندی متوسط در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۱$

و شیب خطی که از ۰ و $t_۲$ عبور می‌کند

برابر تندی متوسط در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۲$ است.

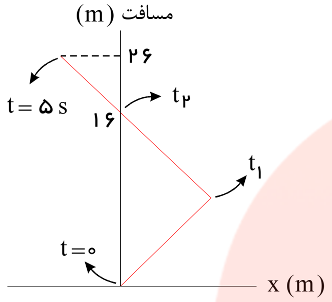


باتوجه به نمودار و شیب این دو خط نتیجه می‌گیریم که تندی متوسط در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۱$ از تندی متوسط در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۲$ کوچک‌تر است و داریم: $S_{av} < S'_{av}$.

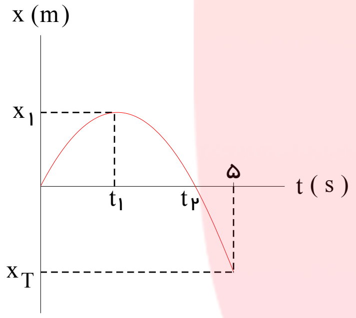
۳۱ ۴ ۳ **۲** ۱ مکان اولیهٔ جسم صفر است و متحرک در شروع حرکت در جهت مثبت جابه‌جا می‌شود و در لحظات اولیه مسافت با اندازهٔ جابه‌جایی برابر است. سپس جهت

حرکت تغییر می‌کند و در حالی‌که مسافت طی‌شده در حال افزایش است جابه‌جایی کاهش می‌یابد.

در لحظه‌ای که مسافت طی‌شده توسط متحرک برابر ۱۶ متر می‌شود، جابه‌جایی متحرک صفرشده و متحرک به مکان اولیه‌اش (مکان صفر) می‌رسد. در ادامه متحرک به حرکت در جهت منفی ادامه می‌دهد و در لحظهٔ $t = ۵s$، مسافت پیموده‌شده توسط متحرک برابر $۲۶m$ می‌شود.



باتوجه به توضیح داده شده و رابطهٔ مکان – زمان حرکت $(x = mt^۲ + nt)$ که درجهٔ ۲ است، نمودار مکان – زمان متحرک به‌صورت سهمی شکل روبه‌رو رسم می‌شود. باتوجه به این‌که متحرک از لحظهٔ صفر تا لحظه‌ای که به مبداء بازمی‌گردد $(t_۲)$، به‌صورت رفت و برگشت مسافت ۱۶ متر را پیموده است، متحرک پیش و پس از تغییر جهت هر کدام مسافت ۸ متر را پیموده است و مکان متحرک در لحظهٔ تغییر جهت $(t_۱)$، برابر $x_۱ = +۸m$ است. همچنین متحرک پس از عبور از مبداء در لحظهٔ $t_۲$ مسافت $۱۰m$ دیگر را باید بپیماید تا کل مسافت پیموده‌شده توسط آن $۱۶m$ شود و در نتیجه مکان آن در لحظهٔ $t = ۵s$ برابر $= -۱۰m$ می‌شود.



$$x = mt^۲ + nt \xrightarrow{t=۵s\ ,\quad =-۱۰m} -۱۰ = m \times ۵^۲ + n \times ۵ \Rightarrow n = -۵m - ۲$$

با روش مربع کامل‌سازی، بیشینهٔ مکان را به‌دست می‌آوریم و آن را برابر $x_۱ = +۸m$ قرار می‌دهیم:

$$x = mt^۲ + nt = m(t^۲ + \quad t + (\frac{}{۲m})^۲ - (\frac{}{۲m})^۲) = m(t + \frac{}{۲m})^۲ - \frac{}{۴m}$$

$$\Rightarrow x_{\max} = -\frac{}{۴m} = \quad _۱ = ۸ \Rightarrow n^۲ = -۳۲m \Rightarrow (-۵m - ۲)^۲ = -۳۲m$$

$$\Rightarrow ۲۵m^۲ + ۵۲m + ۴ = ۰ \Rightarrow m = \frac{-۲۶ \pm \sqrt{۵۷۶}}{۲۵} = \frac{-۲۶ \pm ۲۴}{۲۵}$$

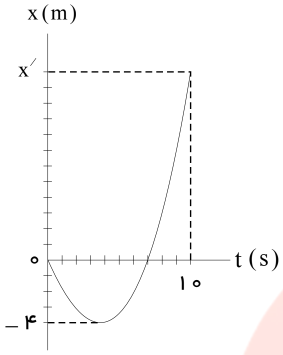
$$\Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{۲}{۲۵} \Rightarrow n = -\frac{۸}{۵} \Rightarrow \text{باتوجه به منحنی } m \text{ و } n \text{ نمی‌توانند هردو منفی باشند} \\ m = -۲ \Rightarrow n = ۸ \end{cases}$$

بنابراین $m = -۲$ و پاسخ گزینهٔ ۲ است.

۳۲ ① ② ③ ④ چون شیب مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظهٔ $t = ۴s$ صفر است در نتیجه $v_۴ = ۰$ است ثانیهٔ چهارم یعنی بازهٔ $t = ۳s$ تا $t = ۴s$ پس:

$$\begin{cases} = \frac{}{\Delta t} = \frac{v_۴ - }{۴ - ۳} \\ v_۳ = \text{شیب خط مماس} = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲} m/s \end{cases} \Rightarrow \quad = \frac{۰ - \frac{۳}{۲}}{۱} = -\frac{۳}{۲} m/s^۲$$

۳۳ ① ② ③ ④ اگر فرض کنیم متحرک در مبدأ زمان در مبدأ مکان قرار دارد. نمودار مکان برحسب زمان مطابق شکل زیر می‌شود.



ابتدا مکان انتهایی متحرک در لحظهٔ $t = 10s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$l = 20m \Rightarrow x' + 2 \times 4 = 20 \Rightarrow x' = 12m$$

با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\quad}{\Delta t}\vec{i} \Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{12 - 0}{\quad}\vec{i} = 1{,}2\vec{i}\,(—)$$

۳۴ ۴ ۳ ۲ ۱ شتاب متحرک برابر است با $\frac{\quad}{\Delta t} = \bar{}$ برای محاسبهٔ $\Delta v = v_2 - v_1$ از نمودار مکان - زمان کافیست شیب نمودار را در هر لحظه به‌دست آوریم:

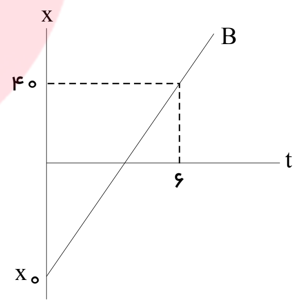
$v_1 = v_{t_1=2s} =$ شیب نمودار در $2s = 0$

$v_2 = v_{t_2=6s} =$ شیب نمودار در $6s$ = شیب خط مماس = شیب نمودار B =

$$\rightarrow \bar{} = \frac{\quad}{\Delta t} \rightarrow 4 = \frac{\quad}{4} = 16$$

شیب نمودار هم برابر با (با فرض اینکه به دنبال $x_{\circ}$ B هستیم)

$$= \frac{\text{تغییرات عمودی}}{\text{تغییرات افقی}} = \frac{\quad}{6 - 0} = 16 \rightarrow x_{\circ} = -56(m)$$



۳۵ ۴ ۳ ۲ ۱ پلهٔ اول: بردار مکان برداری است که مبدأ مختصات را به مکان جسم وصل می‌کند و این بردار هرگاه مکان جسم + باشد در جهت محور است پس باید لحظاتی که در آن $x > 0$ است را بدست آوریم بنابراین داریم:

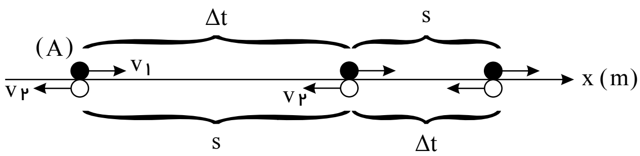
$$x = (t^2 + t - 2)(-2t + 8) = 0 \Rightarrow (t-1)(t+2)(-2t+8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \\ t = 4s \end{cases}$$

پلهٔ دوم: در اطراف ریشه‌های سادهٔ علامت x تغییر می‌کند. بنابراین با تعیین علامت معادلهٔ مکان - زمان متحرک، زمان‌هایی که در آن‌ها $x > 0$ است را بدست می‌آوریم:

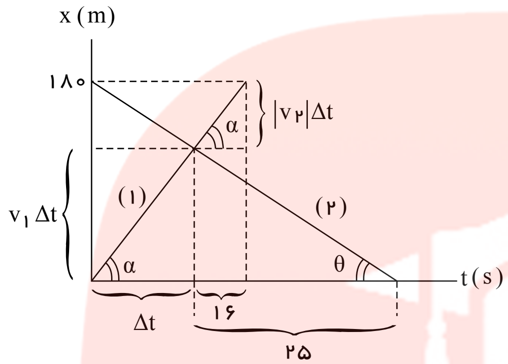
از لحظهٔ $t = 1s$ تا $t_2 = 4s$ (۳ ثانیه) مکان متحرک مثبت است و در نتیجه بردار مکان آن در جهت محور است.

$$\begin{array}{c|ccccc} & & & & & \\ 0 & - & 0 & + & 0 & - \end{array}$$

۳۶ ۴ ۳ ۲ ۱ این تست سالیان بسیار قبل در کنکور (البته با محاسبات ساده‌تر) مطرح شده است و تست بسیار جالبی است. می‌خواهیم یک روش خلّاقانه ارائه نمائیم!



کافی است امتداد مسیر را منطبق بر محور x گرفته و نمودار $x-t$ دو متحرک را در یک دستگاه رسم کنیم. شیب خط مماس بر نمودار $(x-t)$ برابر سرعت (لحظه‌ای) در آن لحظه است.



۲ نکته:

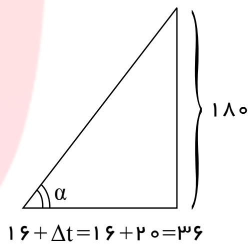
$$\begin{cases}\Delta x_2 = v_2\Delta t & \text{(۱) دقت داریم که } v_1>0 \text{ و } v_2<0\\ \Delta x_1 = v_1\Delta t & \text{(۲) جابه‌جایی در مدت زمان } \Delta t \text{ برابر دو متحرک}\end{cases}$$

(۱) سرعت متحرک $v_1=\tan\alpha=\frac{|v_2|\Delta t}{16}\quad(*)$

(۲) سرعت متحرک $v_2=\tan\theta=\frac{v_1\Delta t}{25}\quad(**)$

$$(*)\text{ و }(**)\Rightarrow\frac{\left(\frac{\cancel{v_1}\Delta t}{25}\right)(\Delta t)}{16}=\cancel{v_1}\Rightarrow\frac{\Delta t^2}{25\times16}=1\xrightarrow{\text{جذر}}\frac{\Delta t}{5\times4}=1$$

$$\Delta t=20s\Rightarrow v_1=\tan\alpha=\frac{180}{\Delta t}=\frac{180}{36}=5\frac{m}{s}\Rightarrow v_1=5\frac{m}{s}$$



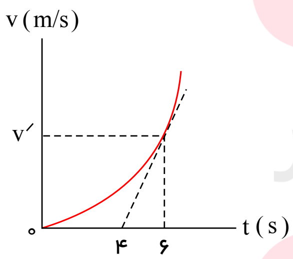
۳۷ ۴ ۳ **۲** ۱ تندی همان اندازهٔ سرعت است. پس لحظه‌ای را می‌یابیم که اندازهٔ سرعت متحرک‌ها برابر می‌شود.

$$|v_A|=|v_B|\Rightarrow\begin{cases}v_A=v_B\Rightarrow 6t-5=-4t-15\Rightarrow t=-1s & \text{قابل قبول نیست}\\ v_A=-v_B\Rightarrow 6t-5=-(-4t-15)\Rightarrow t=10s\end{cases}$$

$$t=10s\Rightarrow v_A=55\frac{m}{s}\ ,\ v_B=-55\frac{m}{s}$$

در لحظهٔ $t=10s$ تندی متحرک‌ها یکسان و برابر ۵۵ متر بر ثانیه می‌شود.

۳۸ ۴ **۳** ۲ ۱



شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان در هر لحظه برابر با شتاب متحرک در آن لحظه است. بنابراین اگر فرض کنیم سرعت متحرک در لحظهٔ $t=6s$ برابر با v' باشد، شتاب در لحظهٔ $t=6s$ برابر است با:

شیب خط مماس در لحظهٔ $a=6s$

$$\Rightarrow a=\frac{v'-0}{6-4}\Rightarrow a=\frac{v'}{2}$$

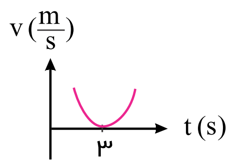
از طرفی با توجه به تعریف شتاب متوسط، در بازهٔ زمانی صفر تا $6s$ داریم:

$$a_{av}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{v'-0}{6-0}\Rightarrow a_{av}=\frac{v'}{6}$$

در نتیجه:

$$\frac{a}{a_{av}} = \frac{\frac{v'}{2}}{\frac{v'}{6}} = 3$$

(۳۹) ۴ تک پله: می‌دانیم در حرکت متحرک روی خط راست اگر متحرک تغییر جهت ندهد جابه‌جایی و مسافت طی‌شده و در نتیجه اندازهٔ سرعت متوسط و تندی برابر خواهند بود و در صورتی که تغییر جهت اتفاق بیفتد جابه‌جایی کمتر از مسافت طی‌شده و در نتیجه اندازهٔ سرعت متوسط کم‌تر از تندی متوسط خواهد بود. بنابراین با رسم نمودار سرعت – زمان با توجه به معادلهٔ داده شده، لحظاتی که در آن جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند (سرعت تغییر علامت می‌دهد) را به‌دست می‌آوریم.



$v = t^2 - 6t + 9 \Rightarrow v = (t-3)^2 \Rightarrow$ $t = 3s$ ریشهٔ مضاعف و v همواره مثبت است.

متحرک هیچ‌گاه تغییر جهت نمی‌دهد بنابراین در هیچ بازهٔ زمانی تندی متوسط از اندازهٔ سرعت متوسط بزرگ‌تر نخواهد بود.

(۴۰) ۱

سرعت شناگر $= v_1$ سرعت آب $= v_2$

وقتی شناگر در خلاف جهت آب شنا می‌کند: $(v = v_1 - v_2)$

$$T = \frac{10\,min}{60\,min} = \frac{1}{6}h$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow (v_1 - v_2) = \frac{1}{\frac{1}{6}} \Rightarrow v_1 - v_2 = 6\frac{km}{h}$$

وقتی شناگر در جهت آب شنا می‌کند: $(v = v_1 + v_2)$

$$T = \frac{6\,\text{min}}{60\,\text{min}} = \frac{1}{10}h$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow (v_1 + v_2) = \frac{1}{\frac{1}{10}} = 10\frac{km}{h}$$

$$\begin{cases} v_1 + v_2 = 10 \\ v_1 - v_2 = 6 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع می‌کنیم}} 2v_1 = 16 \Rightarrow v_1 = 8\frac{km}{h}$$

(۴۱) ۱ محل اولیه و نهایی پرنده، لانه است پس جابه‌جایی پرنده همان جابه‌جایی لانه است چون لانه با سرعت قطار حرکت کرده پس سرعت لانه همان سرعت قطار یعنی $20m/s$ است بنابراین سرعت متوسط پرنده همان سرعت حرکت قطار یعنی $20m/s$ است.

(۴۲) ۱ مسافت‌های پیموده شده توسط دو قطار تا لحظهٔ به هم رسیدن برابر ۱۰۰ کیلومتر است. زمان لازم برای این مسافت‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_1 = v_1\Delta t + v_2\Delta t \Rightarrow 100 = 20\Delta t + 20\Delta t \Rightarrow 100 = 40\Delta t \Rightarrow \Delta t = 2{,}5h$$

اکنون مسافت پیموده شده توسط پرنده را در این مدت حساب می‌کنیم.

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow 5 = \frac{l}{2{,}5} \Rightarrow l = 12{,}5km$$

(۴۳) ۳ ابتدا معادلهٔ حرکت دو جسم را به دست می‌آوریم.

$$v_A = \frac{200}{10} = 20m/s \Rightarrow x_A = 20t - 200$$

$$v_B = -\frac{400}{10} = -40m/s \Rightarrow x_B = -40t + 400$$

با توجه به فاصلهٔ داده شده داریم:

$$|\Delta x| = |x_A - x_B| = 200 \Rightarrow |20t - 200 - (-40t + 400)| = 200$$

$$\Rightarrow |60t - 600| = 200 \Rightarrow \begin{cases} 60t - 600 = 200 \Rightarrow 60t = 800 \Rightarrow t_1 = \frac{40}{3}s \\ 60t - 600 = -200 \Rightarrow 60t = 400 \Rightarrow t_2 = \frac{20}{3}s \end{cases}$$

(۴۴) ۱

$$d_1 = \frac{d}{2}\ ,\ d_2 + d_3 = \frac{d}{2}$$

$$\xrightarrow{d_2=(v_{av})_2 t_2\ ,\ d_3=(v_{av})_3 t_3} ((v_{av})_2 + 2(v_{av})_3)t_2 = \frac{d}{2}$$

$$t_2 = \frac{1}{3}(t_2 + t_3) \Rightarrow t_2 - \frac{1}{3}t_2 = \frac{1}{3}t_3 \Rightarrow \frac{2}{3}t_2 = \frac{t_3}{3} \Rightarrow \frac{t_2}{t_3} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{d}{2(v_{av})_2 + 4(v_{av})_3}\ ,\ t_3 = \frac{d}{(v_{av})_2 + 2(v_{av})_3}$$

$$v_{av}=\frac{d_1+d_2+d_3}{t_1+t_2+t_3}=\frac{d}{\frac{d}{2(v_{av})_1}+\frac{d}{2(v_{av})_2+4(v_{av})_3}+\frac{d}{(v_{av})_2+2(v_{av})_3}}$$

$$\Rightarrow v_{av}=\frac{1}{\frac{1}{2(v_{av})_1}+\frac{1}{2(v_{av})_2+4(v_{av})_3}+\frac{1}{(v_{av})_2+2(v_{av})_3}}$$

$$\xrightarrow{(v_{av})_1=10m/s\,,\,(v_{av})_2=4m/s\,,\,(v_{av})_3=3m/s} v_{av}=\frac{1}{\frac{1}{20}+\frac{1}{20}+\frac{1}{10}}=\frac{20}{4}=5\,m/s$$

۴۵ (۴) **(۳)** (۲) (۱)

معادلات حرکت هر دو متحرک را می‌نویسیم:

متحرک A:

$t=1s$ تا $t=2s$ ثانیه دوم

$$(v_{av})_A=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{0-(-20)}{2-1}=\frac{20}{1}=20m/s, x=(v_{av})_A t+x_0$$

با جایگذاری یکی از مکان‌ها و زمان‌های داده‌شده، مکان متحرک A در لحظهٔ $t_0=0$ به دست می‌آید.

$$\left.\begin{matrix}x=0\\ t=2s\end{matrix}\right\}0=20\times 2+x_0\Rightarrow x_0=-40m$$

بنابراین برای متحرک A معادلهٔ حرکت به صورت $x_A=20t-40$ خواهد بود.

متحرک B:

$t=4s$ تا $t=8s\Rightarrow (v_{av})_B=\frac{20-60}{8-4}=\frac{-40}{4}=-10m/s$:۴ ثانیهٔ دوم

$$\left.\begin{matrix}t=4s\\ x=60m\end{matrix}\right\}\Rightarrow 60=-10\times 4+x_0\Rightarrow x_0=100m$$

بنابراین معادلهٔ حرکت متحرک B به صورت $x_B=-10t+100$ خواهد بود.

وقتی که این دو متحرک در یک مکان باشند باید $x_A=x_B$ شود، بنابراین داریم:

$$x_A=x_B\Rightarrow -10t+100=20t-40\Rightarrow 140=30t\Rightarrow t=\frac{14}{3}s$$

۴۶ (۴) (۳) **(۲)** (۱) روش اول: شرط به‌هم رسیدن دو متحرک A و B این است که مکان آنها در یک زمان با هم مساوی شود. پس کافیست معادلهٔ مکان دو متحرک را نوشته و مساوی هم قرار دهیم. (می‌دانیم: $x=vt+x_0$ معادلهٔ مکان با سرعت ثابت)

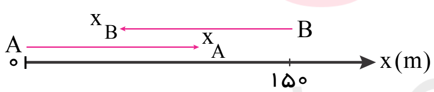
$$x_A=x_B$$

$$\xrightarrow[x_B=50+(-200)]{x_A=-25t+700} -25t+700=+50t-200\rightarrow 900=75t\rightarrow t=12(s)$$

روش دوم: به کمک حرکت نسبی می‌توان نوشت: $\Delta x_{\text{نسبی}}=v_{\text{نسبی}}\times t$

$$\left.\begin{matrix}\Delta x_{\text{نسبی}}=\text{تغییر فاصله متحرک‌ها}=700-(-200)-0=900\\ v_{\text{نسبی}}=\text{تفریق برداری سرعت‌ها}=50-(-25)=75\end{matrix}\right\}\Rightarrow 900=75\times t\rightarrow t=12s$$

۴۷ (۴) **(۳)** (۲) (۱) راه اول: حداکثر زمان، یعنی دو متحرک از کنار یکدیگر عبور می‌کنند و در فاصلهٔ ۵۰ متری قرار می‌گیرند.



$$v_B=54\frac{km}{h}=54\times\frac{5}{18}=15\frac{m}{s}$$

ابتدا معادلات حرکت را می‌نویسیم:

$$x_A=v_A t+x_{0A}=10t$$

$$x_B=v_B t+x_{0B}=-15t+150$$

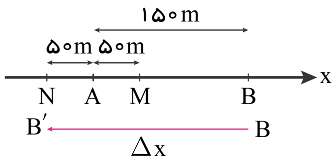
با توجه به شکل در لحظهٔ خواسته شده:

$$x_A-x_B=50$$

$$10t-(-15t+150)=50$$

$$25t=200\Rightarrow t=8s$$

راه دوم: از سرعت نسبی استفاده می‌کنیم. فرض می‌کنیم A ساکن است و B حرکت می‌کند. ابتدا B در نقطهٔ M و سپس در N به ۵۰ متری A می‌رسد:

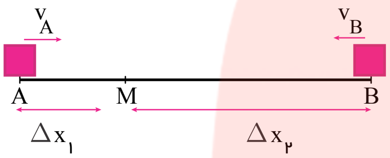


تندی نسبی جمع تندی‌های متحرک است:

$$v' = v_A + v_B$$

$$t = \frac{\Delta x}{v'} = \frac{150 + 50}{10 + 15} = 8s$$

۴۸ ۴ **۳** ۲ ۱



زمان رسیدن از رابطهٔ سرعت نسبی که جمع v_B و v_A است به‌دست می‌آید.

$$t = \frac{AB}{v'} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{v_A + v_B} \quad (I)$$

$$\Delta x_2 = v_B t (II)$$

متحرک تندتر v_B است و زمان رسیدن آن از M به A برابر $\frac{2}{3}t$ است.

$$\frac{2}{3}t = \frac{MA}{v_B} = \frac{\Delta x_1}{v_B} \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{2}{3} v_B t (III)$$

Δx_1 و Δx_2 را از معادلات II و III در (I) جاگذاری می‌کنیم:

$$t = \frac{\frac{2}{3}v_B t + v_B t}{v_A + v_B} \Rightarrow v_A + v_B = \frac{5}{3}v_B \Rightarrow v_A = \frac{2}{3}v_B \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{3}{2}$$

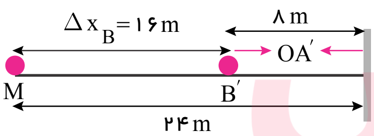
۴۹ **۴** ۳ ۲ ۱ ابتدا زمان رسیدن گلولهٔ A را به دیوار به‌دست می‌آوریم:

$$t_A = \frac{\Delta x}{v_A} = \frac{24}{6} = 4s$$

در این مدت گلولهٔ B نیز جابه‌جا شده است:

$$\Delta x_B = v_B t_A = 4 \times 4 = 16m$$

فاصلهٔ دو گلوله در این وضعیت کمتر از ۲۴ شده است:



$d = 24 - 16 = 8m$ فاصلهٔ جدید

حال زمان رسیدن A و B را به یکدیگر پیدا می‌کنیم. (سرعت نسبی)

$$t' = \frac{A'B'}{v'} = \frac{A'B'}{v_A + v_B} = \frac{8}{6 + 4} = 0.8s$$

در این مدت جابه‌جایی گلولهٔ B، $\Delta x_{B'}$ برابر است با:

$$\Delta x_{B'} = v'_B t' = 4 \times 0.8 = 3.2m$$

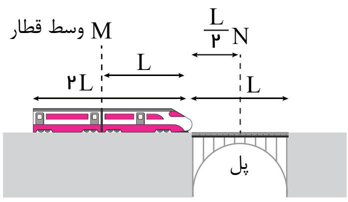
حال جابه‌جایی کل گلولهٔ B را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \Delta x_B + \Delta x'_B = 16 + 3.2 = 19.2m$$

۵۰ ۴ ۳ **۲** ۱ زمان لازم برای رد شدن کل قطار، زمان لازم برای طی کردن مسافتی به اندازهٔ جمع طول قطار و طول پل است:

$$v = \frac{\Delta x}{t} = \frac{L + 2L}{t} = \frac{3L}{t} (I)$$

حال اگر بخواهیم وسط قطار به وسط پل برسد، باید به شکل زیر دقت کنیم:



در لحظهٔ $t = t'$ نقطهٔ M (وسط قطار) باید به نقطهٔ N (وسط پل برسد) در این مدت جابه‌جایی فاصلهٔ M تا N است.

$$t' = \frac{MN}{v} = \frac{L + \frac{L}{2}}{v} = \frac{3}{2}\frac{L}{v}$$

حال v را از رابطهٔ (I) جاگذاری می‌کنیم:

$$t' = \frac{3L}{2 \times (\frac{3L}{t})} = \frac{t}{2}$$

۵۱ ۱ ۲ **۳** ۴ راه اول: زمان لازم برای رسیدن گلولهٔ (۲) به نقطهٔ B برابر است با:

$$t_B = \frac{\Delta x}{v_B} = \frac{50}{0/2} = 250 s$$

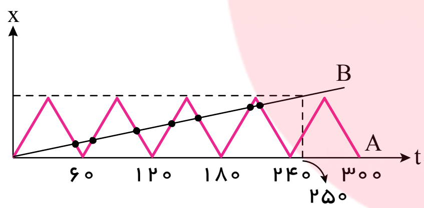
زمان لازم برای طی کردن فاصلهٔ AB توسط گلولهٔ (۱) برابر است با:

$$t_A = \frac{\Delta x}{v_A} = \frac{50}{\frac{5}{3}} = 30 s$$

$$\frac{t_B}{t_A} = \frac{250}{30} \simeq 8/3$$

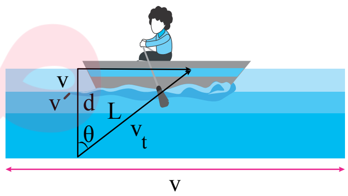
یعنی ۸ بار کنار هم قرار دارند، ولی جواب ۷ است زیرا لحظهٔ $t = 0$ که از کنار هم شروع به حرکت می‌کنند، قابل قبول نیست.

راه دوم: رسم نمودار مکان - زمان



دو نمودار A و B، ۷ بار یکدیگر را پس از $t = 0$ قطع کرده‌اند که به معنای ۷ بار ملاقات یکدیگر است.

۵۲ ۱ ۲ ۳ **۴** برای آن‌که زمان کمینه شود باید تمام سرعت پارو زدن شخص (v') در راستای عمود بر آب صرف حرکت در عرض رودخانه شود. بنابراین مطابق شکل زیر، بردار سرعت‌ها قرار می‌گیرند:

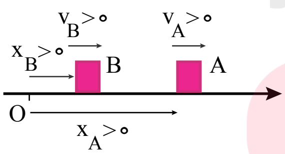


$$t = \frac{dL}{v_t} = \frac{\frac{d}{\cos\theta}}{\frac{v'}{\cos\theta}} = \frac{d}{v'}$$

$$L = v_t t = \sqrt{v^2 + v'^2} \cdot \frac{d}{v'}$$

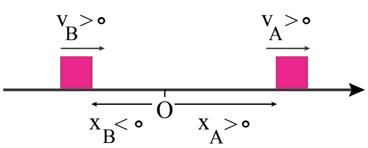
۵۳ ۱ ۲ ۳ **۴** بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مثال نقض:



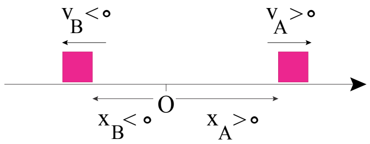
اگر $v_A > v_B$ باشد، به‌هم نمی‌رسند.

گزینهٔ «۲»: مثال نقض:



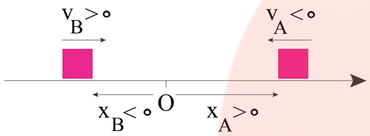
اگر $> v_B$ باشد، به‌هم نمی‌رسند.

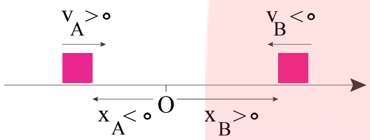
گزینهٔ «۳»: مثال نقض:



دو متحرک به‌هم نمی‌رسند.

گزینهٔ «۴»:





به هم می‌رسند.

۵۴ (۴) (۳) (۲) (۱) معادلهٔ مکان - زمان متحرک به‌صورت زیر است:

$$x = vt$$

حال با فرض این‌که متحرک مسیر ۲۶۰ متری را در مدت $t_۱$ می‌پیماید:

$$۲۶۰ = vt_۱ \quad (۱)$$

اگر متحرک $۶m/s$ به سرعت خود بیفزاید، مسیر را $۳s$ زودتر به پایان می‌رساند پس:

$$۲۶۰ = (v+۶)(t_۱ - ۳) \quad (۲)$$

سمت چپ رابطه‌های (۱) و (۲) برابر است پس:

$$vt_۱ = (v+۶)(t_۱-۳) \Rightarrow \cancel{vt_۱} = \cancel{vt_۱} - ۳v + ۶t_۱ - ۱۸ \Rightarrow ۳v = ۶t_۱ - ۱۸ \rightarrow v = ۲t_۱ - ۶ \quad (۳)$$

حال از رابطهٔ (۳) را در رابطهٔ (۱) قرار می‌دهیم و مقادیر و $t_۱$ را به‌دست می‌آوریم:

$$(۱): ۲۶۰ = vt_۱ \xrightarrow{(۳)} ۲۶۰ = (۲t_۱ - ۶)(t_۱) \Rightarrow ۲۶۰ = ۲\,{}^{۲}_{۱} - ۶t_۱ \Rightarrow ۲\,{}^{۲} - ۶t - ۲۶۰ = ۰ \Rightarrow {}^{۲} - ۳t - ۱۳۰ = ۰ \Rightarrow (t+۱۰)(t-۱۳) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = ۱۳s \text{ ق.ق} \\ t = -۱۰s \text{ غ.ق.ق} \end{cases} \Rightarrow ۲۶۰ = vt_۱ \Rightarrow ۲۶۰ = v \times ۱۳ \Rightarrow v = ۲۰m/s$$

بنابراین با توجه به سرعت معادلهٔ مکان - زمان به‌صورت زیر خواهد شد و با استفاده از آن می‌توانیم مسافت متحرک در مدت زمان $۶s$ را به‌دست آوریم:

$$x = vt \Rightarrow x = ۲۰t \xrightarrow{t=۶s} x = ۱۲۰m$$

$$_{\text{کل}} = \frac{۱۲۰}{۲۶۰} = \frac{۶}{۱۳}$$

۵۵ (۴) (۳) (۲) (۱)

$$\bar{} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_۱ + \Delta x_۲ + \Delta x_۳ + \dots}{۱+۱+۱+\dots} = \frac{v_۱ \Delta t_۱ + v_۲ \Delta t_۲ + v_۳ \Delta t_۳ + \dots + \quad \Delta}{۱+۱+۱+\dots} = ۱\times۱ + ۱\times۴ + ۱\times۹ + ۱\times۱۶ + \dots$$

$$= \qquad = \frac{۱^۲ + ۲^۲ + ۳^۲ + \dots + n^۲}{}$$

نکته ریاضی:

$$۱^۲ + ۲^۲ + ۳^۲ + \dots + n^۲ = \frac{n(n+۱)(۲n+۱)}{۶}$$

$$\Rightarrow \bar{} = \frac{\frac{n(n+۱)(۲n+۱)}{۶}}{} = \frac{(n+۱)(۲n+۱)}{۶} = \frac{۲n^۲ + ۳n + ۱}{۶}$$

۵۶ (۴) (۳) (۲) (۱) روش اول: سرعت اولیه متحرک را $v_۰$ در نظر می گیریم.

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}(۲)(۲)^۲ + v_۰ \times ۲ = ۴ + ۲v_۰$$

سرعت متحرک بعد از دو ثانیه

$v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۲ \times ۲ + v_۰ = ۴ + v_۰$

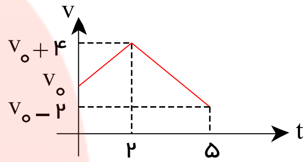
$\Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t = \frac{۱}{۲} \times (-۲)(۳)^۲ + (۴ + v_۰) \times ۳ \Rightarrow \Delta x_۲ = -۹ + ۱۲ + ۳v_۰ = ۳ + ۳v_۰$

$\Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۴ + ۲v_۰ + ۳ + ۳v_۰ = ۷ + ۵v_۰$

$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۶/۴ = \frac{۷ + ۵v_۰}{۵} \Rightarrow ۵v_۰ + ۷ = ۳۲ \Rightarrow ۵v_۰ = ۲۵ \Rightarrow v_۰ = ۵m/s$

روش دوم: رسم نمودار $v - t$ از روی نمودار $a - t$:

$v - t$ معرف جابجایی می باشد:



$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۶/۴ = \frac{\frac{(v_۰ + v_۰ + ۴) \times ۲}{۲} + \frac{(v_۰ + ۴ + v_۰ - ۲) \times ۳}{۲}}{۵}$$

$\Rightarrow v_۰ = ۵m/s$

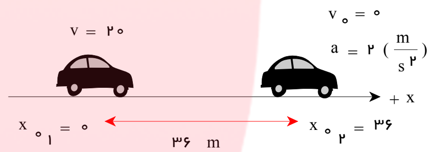
۵۷ ۱ ۲ **۳** ۴

$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_۰ t + x_۰ \Rightarrow ۱۰ = \frac{۱}{۲}a(۶)^۲ + ۰ - ۸ \Rightarrow a = ۱$

$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_۰ t + x_۰ \Rightarrow ۰ = \frac{۱}{۲} \times t^۲ - ۸ \Rightarrow t^۲ = ۱۶ \Rightarrow t = ۴$ لحظه ای که متحرک از مبدأ عبور می کند

$V = at + V_۰ \Rightarrow V = ۱ \times ۴ + ۰ = ۴$

۵۸ ۱ ۲ **۳** ۴



$x_۱ = vt + x_{۰_۱} = ۲۰t$

$x_۲ = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t + x_{۰_۲} = \frac{۱}{۲} \times ۲t^۲ + ۰ + ۳۶ = t^۲ + ۳۶$

$x_۲ = x_۱ \Rightarrow t^۲ + ۳۶ = ۲۰t \Rightarrow t^۲ - ۲۰t + ۳۶ = ۰$

$\Rightarrow t_۱ = ۲s \,,\, t_۲ = ۱۸s \Rightarrow \quad \Delta t = ۱۶s$

۵۹ ۱ ۲ ۳ **۴** نکته: سطح زیر نمودار $a - t$ برابر Δv می باشد.

با توجه به نمودار ارایه شده در متن سؤال، مشخص است که شتاب متحرک در بازه ی زمانی نشان داده شده همواره مثبت است. برای به دست آوردن علامت سرعت سطح زیر منحنی را در فاصله ی زمانی نشان داده شده به دست می آوریم.

$S_{(۰-۵)} = \Delta v = \frac{۴ \times ۵}{۲} = ۱۰$

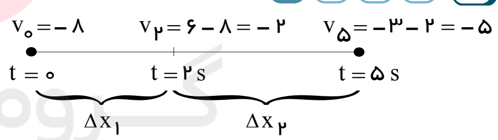
$\Delta v = ۱۰ \Rightarrow v_۵ - v_۰ = ۱۰ \Rightarrow v_۵ - (-۶) = ۱۰ \Rightarrow v_۵ = ۴$

اکنون با بررسی علامت سرعت و شتاب در این بازه‌ی زمانی داریم:

لحظه‌ی شروع بازه زمانی $\begin{cases} a_۰ = ۴ > ۰ \\ \quad = -۶ < ۰ \end{cases} \rightarrow a \cdot v < ۰$ کند شونده

لحظه‌ی پایان بازه زمانی $(t = ۵) \begin{cases} \\ v_۵ = ۴ \end{cases} \rightarrow a \cdot v > ۰$ تند شونده

۶۰ **۱** ۲ ۳ ۴ روش اول: حرکت شتابدار متغیر است که در نتیجه باید جابه جایی هر تکه را جداگانه به دست آوریم.



$\Delta x_۱ = \frac{-۸ + (-۲)}{۲} \times ۲ = -۱۰$

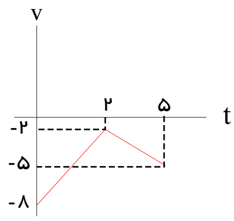
$\Delta x_۲ = \frac{-۲+(-۵)}{۲} \times ۳ = -۱۰/۵$

$\Delta x_{کل} = -۱۰ + (-۱۰/۵) = -۲۰/۵$

$= \frac{-۲۰/۵}{۵} = -۴/۱$

روش دوم: رسم نمودار $v - t$ از روی $a - t$:

سطح زیر نمودار $v - t$ معرف جابجایی است، بنابراین سرعت متوسط برابر است:



$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-(\frac{(۲ + ۸) \times ۲}{۲} + \frac{(۵ + ۲) \times ۳}{۲})}{۵} = -۴/۱m/s$$

۶۱) ۴ **۳** ۲ ۱

سطح زیر نمودار $a - t$ برابر Δv است. ما می توانیم از روی نمودار شتاب زمان سرعت متحرک در دو لحظه را به دست آوریم به شرط اینکه سرعت در لحظه ی دیگر را داشته باشیم. برای این منظور مساحت را بین دو لحظه حساب می کنیم.

$$v_{\circ} = ۲$$

$$S_{۱(\circ-۲)} = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲ = \Delta v \Rightarrow v_۲ - v_{\circ} = ۲ \Rightarrow v_۲ = ۴$$

$$S_{۲(۲-۴)} = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲ = v_۴ - v_۲ \Rightarrow ۲ = v_۴ - ۴ \Rightarrow v_۴ = ۶$$

$$S_{۳(۴-۶)} = \frac{۱}{۲} \times ۲(-۲) = -۲ = v_۶ - v_۴ \Rightarrow -۲ = v_۶ - ۶ \Rightarrow v_۶ = ۴$$

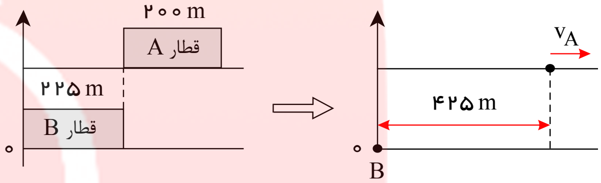
با توجه به محاسبات بالا و اندازه سرعت در ابتدا و انتهای هر بازه می‌توان گفت:

$$v_{\circ} = ۲ \xrightarrow{\text{تندشونده}} v_۲ = ۴ \xrightarrow{\text{تندشونده}} v_۴ = ۶ \xrightarrow{\text{کندشونده}} v_۶ = ۴$$

نکته: افزایش اندازه سرعت به معنی تندشونده بودن و کاهش اندازه سرعت به معنی کندشونده بودن حرکت است.

۶۲) **۴** ۳ ۲ ۱ انتهای قطار B در حالت سکون را به عنوان مبدأ مختصات در نظر می‌گیریم. چون می‌خواهیم لحظه‌ای را بیابیم که قطار B به طورکامل ازقطار A سبقت گرفته است، بنابراین معادله‌ی حرکت قطار B را نسبت به نقطه‌ی انتهایی آن و معادله‌ی حرکت قطار A را نسبت به نقطه‌ی ابتدایی آن می‌نویسیم. دراین صورت در لحظه‌ای که قطار B به طورکامل از قطار A سبقت می‌گیرد، این دو نقطه برهم منطبق می شوند.

$$x_A = ۴۰t + ۴۲۵ \quad (I)$$



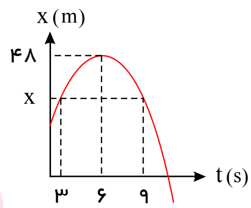
حرکت قطار B از دو قسمت تشکیل شده است، ابتدا با شتاب $۲\frac{m}{s}$ شروع به حرکت می‌کند تا سرعتش به $۵۰\frac{m}{s}$ برسد. قطار B این کار را درمدت $t = \frac{v}{a} = \frac{۵۰}{۲} = ۲۵s$ انجام می‌دهد و طی آن مسافت $\Delta x = \frac{v^۲}{۲a} = \frac{۵۰^۲}{۲ \times ۲} = ۶۲۵m$ را طی می‌کنند. سپس با سرعت $۵۰\frac{m}{s}$ به مسیر خود ادامه می‌دهد. دقت کنید طی $۲۵s$ ابتدایی حرکت، قطار B از قطار A سبقت نمی‌گیرد. بنابراین:

$$x_B = ۵۰(t - ۲۵) + ۶۲۵ \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} x_A = x_B \Rightarrow ۴۰t + ۴۲۵ = ۵۰(t - ۲۵) + ۶۲۵ \Rightarrow ۱۰t = ۱۰۵۰ \Rightarrow t = ۱۰۵s$$

۶۳) ۴ ۳ ۲ **۱** منحنی به صورت سهمی است، بنابراین نسبت به راس سهمی $(t = ۶s)$ تقارن دارد. پس مکان متحرک در لحظات $t = ۳$ و $t = ۹$ یکسان می باشند و جابجایی متحرک در این بازه صفر است.

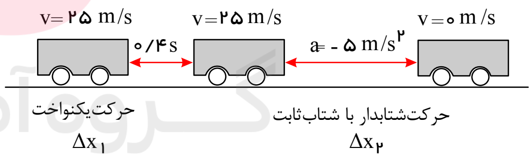
$$\Delta x_{(۳\to۹)} = \circ$$



۶۴) ۴ ۳ ۲ **۱** در مدت $۰/۴s$ اتومبیل با سرعت ثابت (حرکت یکنواخت) و پس از آن با شتاب ثابت کندشونده حرکت می‌کند.

$$v_{\circ} = ۹۰ \div ۳/۶ = ۲۵m/s$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = v_۱\Delta t_۱ + \left|\frac{v_{\circ}^۲}{۲a}\right| = ۲۵ \times ۰/۴ + \left|\frac{۲۵^۲}{۲\times۵}\right| = ۷۲/۵$$



بنابراین از لحظه‌ای که راننده مانع را در ۸۰ متری خود می‌بینند تا توقف کامل $۷۲/۵m$ جابه‌جا می‌شود. در نتیجه اتومبیل در ۷/۵ متری مانع می‌ایستد.

۶۵) ۴ ۳ **۲** ۱ روش اول:

فاصله دو متحرک $D = |x_۲ - x_۱| = |(-۹t + ۱۳) - (-۴t^۲ + ۱۱t - ۱۳)| = |۴t^۲ - ۲۰t + ۲۶|$

$$= |(۴t^۲ - ۲۰t + ۲۵) + ۱| = |(۲t - ۵)^۲ + ۱| = (۲t - ۵)^۲ + ۱$$

$$(۲t - ۵)^۲ \geq \circ \Rightarrow (۲t - ۵)^۲ + ۱ \geq ۱ \Rightarrow D \geq ۱$$

باتوجه به محاسبهٔ بالا، کمترین فاصلهٔ دو متحرک در حین حرکت $D_{\min} = ۱m$ می‌شود و در لحظه‌ای فاصلهٔ دو متحرک به این مقدار می‌رسد که $۲t - ۵ = \circ$ شود. بنابراین در لحظهٔ $t = ۲/۵s$ فاصلهٔ دو متحرک کمینه می‌شود.

روش دوم:

باتوجه به رابطه‌های مکان - زمان، متحرک اول با شتاب ثابت و متحرک دوم با سرعت ثابت حرکت می‌کنند.

$$\begin{cases} x_۱ = -۴t^۲ + ۱۱t - ۱۳ = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t + x_۰ \Rightarrow a_۱ = -۸m/s^۲, v_{۰۱} = +۱۱m/s, x_{۰۱} = -۱۳m \\ x_۲ = -۹t + ۱۳ = vt + x_۰ \Rightarrow v_۲ = -۹m/s, x_{۰۲} = +۱۳m \end{cases}$$

باتوجه به مکان اولیه و سرعت متحرک‌ها و شتاب متحرک اول، متحرک‌ها ابتدا به‌هم نزدیک می‌شوند و پس از تغییر جهت متحرک اول، از هم دور می‌شوند و تا لحظه‌ای که سرعت متحرک اول برابر سرعت متحرک دوم می‌شود، فاصلهٔ آن‌ها کاهش می‌یابد و پس از آن لحظه فاصلهٔ آن‌ها افزایش می‌یابد.

$$v_۱ = v_۲ \Rightarrow a_۱ t + v_{۰۱} = v_۲ \Rightarrow -۸t + ۱۱ = -۹ \Rightarrow t = ۲/۵s$$

بنابراین در لحظهٔ $t = ۲/۵s$ فاصلهٔ دو متحرک به کمترین مقدار می‌رسد.

۶۶ (۱) (۲) (۳) (۴) جهت مثبت را برای هر متحرک به طور جداگانه همان جهت حرکت خودش فرض می‌کنیم.

$$\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}a_۱ t^۲ + v_{۰۱} t = \frac{۱}{۲} \times ۲t^۲ + ۱۰t = t^۲ + ۱۰t$$

$$\Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}a_۲ t^۲ + v_{۰۲} t = \frac{۱}{۲} \times ۴t^۲ + ۲۰t = ۲t^۲ + ۲۰t$$

$$|\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| = ۱۱۲۵ \Rightarrow ۳t^۲ + ۳۰t = ۱۱۲۵$$

$$\Rightarrow t^۲ + ۱۰t - ۳۷۵ = ۰ \Rightarrow t = \frac{-۵ \pm \sqrt{۲۵ + ۳۷۵}}{۱}$$

$$\Rightarrow t_۱ = ۱۵s \,,\, t_۲ = -۲۵s \Rightarrow t = ۱۵s$$

۶۷ (۱) (۲) (۳) (۴) در ابتدا متحرک A به دلیل سرعت کم‌تر از متحرک B عقب می‌افتد. جابه‌جایی متحرک‌ها را تا لحظهٔ $t = ۱۱s$ به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} \Delta x_A = \frac{۲ + ۱۲}{۲} \times ۵ + ۱۲ \times (۱۱ - ۵) = ۳۵ + ۷۲ = ۱۰۷m \\ \Delta x_B = ۱۰ \times ۱۱ = ۱۱۰m \end{cases}$$

در لحظهٔ $t = ۱۱s$ متحرک A هنوز به متحرک B نرسیده است و $۳m$ از آن عقب‌تر است. فرض می‌کنیم در مدت $t_۰$ بعد از لحظهٔ $t = ۱۱s$، متحرک A به B برسد.

$$a_B = \frac{۰ - ۱۰}{۱۶ - ۱۱} = -۲ \frac{m}{s^۲}$$

$$\begin{cases} \Delta x_B = \frac{۱}{۲}a_B t_۰^۲ + v_{۰B} t = -t_۰^۲ + ۱۰t_۰ \\ \Delta x_A = v_A t_۰ = ۱۲t_۰ \end{cases}$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B + ۳ \Rightarrow ۱۲t_۰ = (-t_۰^۲ + ۱۰t_۰) + ۳$$

$$\Rightarrow t_۰^۲ + ۲t_۰ - ۳ = ۰ \Rightarrow t_۰ = ۱s$$

بنابراین A در لحظه $t' = t_۰ + ۱۱s$، یعنی در لحظهٔ $t' = ۱۲s$ به B می‌رسد.

۶۸ (۱) (۲) (۳) (۴)

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t$$

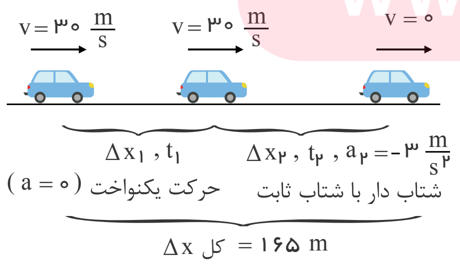
$$t = ۲s \Rightarrow \Delta x(\text{دو ثانیهٔ اول}) = ۲a + ۲v_۰ = ۱۳ \Rightarrow a + v_۰ = ۶/۵(I)$$

$$\begin{cases} t = ۴s \Rightarrow \Delta x_۴ = ۸a + ۴v_۰ \\ t = ۶s \Rightarrow \Delta x_۶ = ۱۸a + ۶v_۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x(\text{دو ثانیهٔ سوم}) = \Delta x_۶ - \Delta x_۴ = ۱۰a + ۲v_۰ = ۲۵ \Rightarrow ۵a + v_۰ = ۱۲/۵(II)$$

$$I, II \Rightarrow ۴a = ۱۲/۵ - ۶/۵ \Rightarrow a = ۱/۵ \frac{m}{s^۲}$$

۶۹ (۱) (۲) (۳) (۴) در مدت زمان واکنش راننده ($t_۱$) متحرک با سرعت ثابت ($v = ۱۰۸\frac{km}{h} = ۳۰\frac{m}{s}$) حرکت می‌کند و در مدت زمان ترمز ($t_۲$) اتومبیل با شتاب ثابت (کندشونده) حرکت می‌کند.



ابتدا جابجایی متحرک در مرحله‌ی دوم را با استفاده از رابطه‌ی $v^۲ - v_\circ^۲ = ۲a\Delta x$ محاسبه می‌کنیم.

$$v^۲ - v_\circ^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow \circ - ۹\circ\circ = ۲(-۳)\Delta x_۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = ۱۵\circ m$$

$$\Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۱۶۵m \Rightarrow \Delta x_۱ + ۱۵\circ = ۱۶۵ \Rightarrow \Delta x_۱ = ۱۵m$$

$$\Delta x_۱ = vt_۱ \Rightarrow ۱۵ = ۳\circ t_۱ \Rightarrow t_۱ = \frac{۱}{۲}s$$

برای محاسبه‌ی زمان حرکت متحرک در مرحله‌ی دوم از معادلهٔ $v = at + v_\circ$ استفاده می‌کنیم.

$$v = a_۲t_۲ + v_\circ \xrightarrow[\substack{v_\circ = ۳\circ \\ a = -۳}]{v = \circ} \circ = (-۳)t_۲ + ۳\circ \Rightarrow t_۲ = ۱\circ s$$

$\frac{t_۲}{t_۱}$ برابر است با: $\frac{t_۲}{t_۱} = \frac{۱\circ}{\frac{۱}{۲}} = ۲\circ$

۷۰ (۱) (۲) (۳) (۴) اگر مبدأ را محل حرکت دوچرخه‌سوار در نظر بگیریم.

$x = vt$ دوچرخه‌سوار

$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x_\circ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times t^۲ + \circ + ۳\circ = t^۲ + ۳\circ$ کامیون

$\Delta x = t^۲ - vt + ۳\circ$ فاصلهٔ کامیون و دوچرخه‌سوار

این معادله یک سهمی است و می‌دانیم در رأس سهمی مقدار Δx به حداقل می‌رسد.

$$t = -\frac{b}{۲a} = \frac{v}{۲} \Rightarrow ۱۷/۵ = \frac{v^۲}{۴} - \frac{v^۲}{۲} + ۳\circ \Rightarrow \frac{v^۲}{۴} = ۱۲/۵ \Rightarrow v^۲ = ۵\circ$$

$$v = ۵\sqrt{۲}m/s$$

۷۱ (۱) (۲) (۳) (۴)

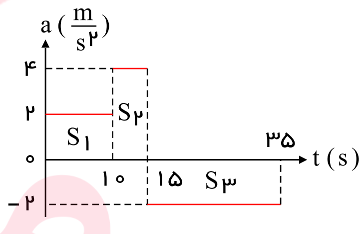
$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{-۹ - ۱۲}{۲۱ - \circ} = -۱\frac{m}{s^۲}$$

$$v = at + v_\circ \xrightarrow[v_\circ = ۱۲]{a = -۱} v = -t + ۱۲$$

$$\begin{cases} t_۱ = ۶ \rightarrow v_۱ = -(۶) + ۱۲ = ۶\frac{m}{s} \\ t_۲ = ۱۲ \rightarrow v_۲ = -۱۲ + ۱۲ = \circ \end{cases} \Rightarrow \Delta x = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}\Delta t = \frac{۶ + \circ}{۲} \times (۱۲ - ۶) = ۱۸m$$

۷۲ (۱) (۲) (۳) (۴) با رسم نمودار سرعت–زمان از روی نمودار شتاب–زمان و بررسی سطح زیر نمودار سرعت زمان می‌توانیم بیشترین فاصله از مبدأ را تعیین کنیم.

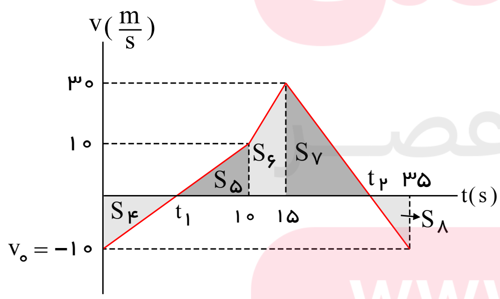
سطح زیر نمودار شتاب زمان برابر تغییرات سرعت می‌باشد.



$$S_۱ = v_{۱\circ} - v_\circ \Rightarrow ۲\circ = v_{۱\circ} - (-۱\circ) \Rightarrow v_{۱\circ} = ۱\circ\frac{m}{s}$$

$$S_۲ = v_{۱۵} - v_{۱\circ} \Rightarrow ۲\circ = v_{۱۵} - ۱\circ \Rightarrow v_{۱۵} = ۳\circ\frac{m}{s}$$

$$S_۳ = v_{۳۵} - v_{۱۵} \Rightarrow -۴\circ = v_{۳۵} - ۳\circ \Rightarrow v_{۳۵} = -۱\circ\frac{m}{s}$$



$$\frac{۳\circ}{t_۲ - ۱۵} = \frac{۱\circ}{۳۵ - t_۲} \Rightarrow t_۲ = ۳\circ s$$

در لحظهٔ $t_۲ = ۳\circ s$ متحرک در بیش‌ترین فاصله از مکان اولیه‌اش (مبداء) قرار دارد.

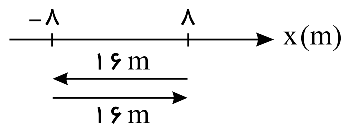
$$d_{max} = -\cancel{S_۴} + \cancel{S_۵} + S_۶ + S_۷ = \frac{۱\circ + ۳\circ}{۲} \times (۱۵ - ۱\circ) + \frac{۳\circ \times (۳\circ - ۱۵)}{۲} = ۳۲۵m$$

۷۳ (۱) (۲) (۳) (۴) شتاب حرکت ثابت است.

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x_\circ = ۴t^۲ - ۱۶t + ۸ \Rightarrow \begin{cases} a = ۸\frac{m}{s^۲} \\ v_\circ = -۱۶\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v = at + v_\circ = ۸t - ۱۶ \xrightarrow{v = \circ} t = ۲s$$

متحرک در لحظهٔ $t = ۲s$ تغییر جهت می‌دهد.



$$\begin{cases} t_۱ = ۰ \Rightarrow x_۱ = ۸m \\ t_۲ = ۲s \Rightarrow x_۲ = -۸m \\ t_۳ = ۴s \Rightarrow x_۳ = ۸m \end{cases}$$

کل مسافت طی شده $= ۱۶m + ۱۶m = ۳۲m$

۷۴ ۱ ۲ **۳** ۴ در $t = ۲s$ سرعت دو متحرک یکسان است.

$a_A = a \qquad a_B = -a$

$$A : \Delta x = vt - \frac{۱}{۲}a_A t^۲ \Rightarrow x - ۵ = v \times ۲ - \frac{۱}{۲}a \times ۴$$

$$B : \Delta x = vt - \frac{۱}{۲}a_B t^۲ \Rightarrow x + ۱۵ = v \times ۲ - \frac{۱}{۲}(-a) \times ۴$$

با کم کردن دو طرف این معادلات $\Rightarrow ۲۰ = ۲a + ۲a \Rightarrow a = ۵m/s^۲$

۷۵ ۱ ۲ **۳** ۴ اگر سرعت اولیه را $v_۰$ فرض کنیم، سرعت در لحظهٔ $t = ۶s$ (وسط زمان حرکت) برابر $\frac{v_۰}{۲}$ است.

$$\left.\begin{array}{l} (\text{۶ ثانیهٔ اول})\ \Delta x_۱ = \dfrac{v_۰ + \frac{v_۰}{۲}}{۲} \times ۶ = ۴/۵v_۰ \\ (\text{۶ ثانیهٔ پایانی})\ \Delta x_۲ = \dfrac{\frac{v_۰}{۲} + ۰}{۲} \times ۶ = ۱/۵v_۰ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\Delta x_۱}{\Delta x_۲} = ۳$$

۷۶ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲$$

$$\begin{cases} t = ۱s \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}a \times ۱^۲ = \frac{۱}{۲}a\ (\text{ثانیهٔ اول}) \\ t = ۲s \Rightarrow \Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}a \times ۲^۲ = ۲a\ (\text{دو ثانیهٔ اول}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جابه‌جایی دو ثانیهٔ اول}}{\text{جابه‌جایی ثانیهٔ دوم}} = \frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۲ - \Delta x_۱} = \frac{۲a}{۱/۵a} = \frac{۴}{۳}$$

۷۷ ۱ **۲** ۳ ۴ اتومبیل از حالت سکون $(v_۰ = ۰)$ با شتاب ثابت $a_۱$ در مسیر مستقیم شروع به حرکت می کند و پس از مدتی بزرگی سرعت آن به v می رسد پس از آن اتومبیل در همان جهت با شتاب ثابت $a_۲$ حرکت خود را کند می کند تا پس از مدت زمانی سرعت آن به صفر برسد.

مرحله ی اول حرکت: $v^۲ - v_۰^۲ = ۲a_۱\Delta x_۱ \Rightarrow v^۲ - ۰ = ۲a_۱\Delta x_۱ \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{v^۲}{۲a_۱}$

مرحله ی دوم حرکت: $v_۱^۲ - v^۲ = ۲a_۲\Delta x_۲ \Rightarrow ۰ - v^۲ = ۲a_۲\Delta x_۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = \frac{-v^۲}{۲a_۲}$

$$\Rightarrow \Delta x_۱ = ۴\Delta x_۲ \Rightarrow \frac{v^۲}{۲a_۱} = -۴\frac{v^۲}{۲a_۲} \Rightarrow |a_۲| = ۴|a_۱|$$

۷۸ ۱ **۲** ۳ ۴ سطح زیر نمودار در بازهٔ $۰ < t < ۴s$ را به دست می‌آوریم.

$$S = \frac{۴ + ۲}{۲} \times ۸ = ۲۴m = x_۴ - x_۰ = x_۴ - (-۳۶) \Rightarrow x_۴ = -۱۲m$$

بنابراین متحرک $۱۲m$ دیگر باید جابه‌جا شود تا به مبداء مکان برسد.

در $t > ۴s$ داریم:

$$a = \frac{v_۹ - v_۴}{۹ - ۴} = \frac{(-۲) - ۸}{۵} = -۲\frac{m}{s^۲}$$

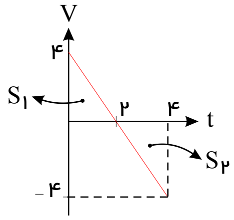
$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t = -t^۲ + ۸t = +۱۲ \Rightarrow (t - ۶)(t - ۲) = ۰ \Rightarrow t = ۲ \text{ یا } t = ۶ \Rightarrow t = ۲ \text{ ق ق}$$

$$\Rightarrow t_{\text{رسیدن}} = ۶s$$

۷۹ **۱** ۲ ۳ ۴ حرکت متحرک کندشونده بوده است و در $t = ۴s$ تغییر جهت داده است. با توجه به تقارن حرکت با شتاب ثابت قبل و بعد از تغییر جهت، متحرک در $t = ۸s$ در مکان اولیه‌اش $x = ۴m$ قرار می‌گیرد.

۸۰ ۱ ۲ ۳ **۴** با استفاده از معادله‌ی سرعت – زمان، نمودار آن را رسم کرده و قدر مطلق مساحت را با هم جمع می‌کنیم.

۸۱ ۴ ۳ ۲ ۱



$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_\circ t+x_\circ=-t^۲+۴t-۴$$

$$\Rightarrow a=-۲\,,\ v_\circ=۴$$

$$\Rightarrow v=at+v_\circ=-۲t+۴$$

$$d=|S_۱|+|S_۲|=\left|\frac{۴\times۲}{۲}\right|+\left|\frac{۲\times(-۴)}{۲}\right|=۸m$$

$v_\circ=\circ$

در ثانیهٔ اول $=\dfrac{v+v_\circ}{۲}\Rightarrow ۳=\dfrac{v+\circ}{۲}\Rightarrow v=۶m/s$

در ثانیهٔ دوم $=\dfrac{v+v_\circ}{۲}\Rightarrow ۴=\dfrac{v+۶}{۲}\Rightarrow v=۲m/s$

در ثانیهٔ سوم $=\dfrac{v+v_\circ}{۲}\Rightarrow ۳=\dfrac{v+۲}{۲}\Rightarrow v=۴m/s$

دقت می‌کنیم که سرعت نهایی در هر مرحله، سرعت اولیه در مرحلهٔ بعد است.

$\circ<t<t\Rightarrow$ حرکت تندشونده است $\Rightarrow$ سرعت از صفر به $۶m/s$ رسیده است

$t<t<۲t\Rightarrow$ حرکت کندشونده است $\Rightarrow$ سرعت از $۶m/s$ به $۲m/s$ رسیده است

$۲t<t<۳t\Rightarrow$ حرکت تندشونده است $\Rightarrow$ سرعت از $۲m/s$ به $۴m/s$ رسیده است

۸۲ ۴ ۳ ۲ ۱ می‌توان نشان داد لحظه‌ای که این دو متحرک به‌هم می‌رسند، دو برابر لحظه‌ای است که سرعت‌های آن‌ها یکسان است یعنی در $t=۸$ به‌هم می‌رسند.

$=$

$=v_۲+at_۱\Rightarrow\quad=\quad\Rightarrow at_۱=v_۱-v_۲$

$\Delta\quad=\Delta\quad\Rightarrow v_۱t_۲=\dfrac{۱}{۲}at_۲^۲+v_۲t_۲$

$v_۱=\dot{-}at_۲+v_۲\Rightarrow\dot{-}at_۲=v_۱-v_۲\Rightarrow\dot{-}at_۲=at_۱\Rightarrow t_۲=۲t_۱=۸(s)$

۸۳ ۴ ۳ ۲ ۱

$۴\leq t\leq ۱\circ\Rightarrow\begin{cases}=\circ\\ \\ \Delta t=۶\end{cases}\qquad \Delta x=\dfrac{۱}{۲}a(\Delta t)^۲+v_\circ\Delta t$

$\Rightarrow -۵۴=\dfrac{۱}{۲}a\times۳۶+\circ\Rightarrow a=\dfrac{-۵۴}{۱۸}=-۳m/s$

$\circ\leq t\leq ۴\Rightarrow\begin{cases}\\ t=۴\end{cases}\qquad \Delta x=vt-\dfrac{۱}{۲}at^۲$

$\Rightarrow ۵۴-x_\circ=\circ-\dfrac{۱}{۲}(-۳)\times۱۶\Rightarrow ۵۴-x_\circ=۲۴\Rightarrow x_\circ=۳\circ(m)$

۸۴ ۴ ۳ ۲ ۱ می‌دانیم سرعت متوسط در یک بازه زمانی، سرعت لحظه‌ای در وسط آن بازه است.

$\circ\leq t\leq ۲\Rightarrow\quad=\dfrac{}{\Delta t}=\dfrac{۱\circ}{۲}=۵\Rightarrow\ _۱=۵m/s$

$۴\leq t\leq ۶\Rightarrow\quad=\dfrac{}{\Delta t}=\dfrac{۲۶}{۲}=۱۳\Rightarrow\ _۵=۱۳m/s$

$=\dfrac{}{\Delta t}=\dfrac{v_۵-}{۵-۱}\Rightarrow\dfrac{۱۳-۵}{۴}\Rightarrow\dfrac{۸}{۴}m/s^۲=۲m/s^۲$

برای جابه‌جایی ۶ ثانیهٔ اول ابتدا سرعت را در $t=۳$ به‌دست می‌آوریم که سرعت متوسط در این بازه است.

$=\dfrac{v_۳-}{۳-۱}\Rightarrow ۲=\dfrac{v_۳-۵}{۲}\Rightarrow\ _۳-۵=۴\Rightarrow v_۳=۹m/s$

$\circ\leq t\leq ۶\Rightarrow\quad=\dfrac{}{\Delta t}\Rightarrow ۹=\dfrac{\Delta x}{۶}\Rightarrow\Delta x=۵۴(m)$

۸۵ ۴ ۳ ۲ ۱ جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیهٔ متوالی تشکیل یک تصاعد حسابی با قدر نسبت $a^۲=۴a$ می‌دهد.

$$\Delta x = vt - \frac{۱}{۲}at^{۲} \Rightarrow ۱۸۰ = ۰ - \frac{۱}{۲} \times -۲/۵ \times t^{۲}$$

$$^{۲} = \frac{۳۶۰}{۲/۵} = \frac{۷۲۰}{۵} = ۱۴۴ \Rightarrow t = ۱۲(s)$$

$$v = at + v_{۰} \xrightarrow[v=۰]{t=۱۲s} ۰ = -۲/۵ \times ۱۲ + v_{۰} \Rightarrow v_{۰} = ۳۰m/s$$

$$t = ۳ \Rightarrow v = at + v_{۰} = -۲/۵ \times ۳ + ۳۰ = ۲۲/۵m/s$$

۸۶ (۴) (۳) (۲) (۱) حداکثر فاصلهٔ دو متحرک وقتی به‌دست می‌آید که سرعت دو متحرک یکسان شود.

$$v = at + v_{۰} \Rightarrow \begin{cases} = ۲t + ۲۰ \\ = ۴t + ۱۰ \end{cases}$$

$$= \quad \Rightarrow ۲t + ۲۰ = ۴t + ۱۰ \Rightarrow t = ۵(s)$$

پس حداکثر فاصله در $t = ۵s$ به‌دست می‌آید.

$$\Delta \quad = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{۰}t \xrightarrow{t=۵} \Delta \quad = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲۵ + ۲۰ \times ۵ = ۱۲۵m$$

$$\Delta \quad = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{۰}t \xrightarrow{t=۵} \Delta \quad = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۲۵ + ۱۰ \times ۵ = ۱۰۰m$$

فاصله حداکثر: $\Delta x = ۱۲۵ - ۱۰۰ + ۴۰ = ۶۵(m)$

۸۷ (۴) (۳) (۲) (۱) مساحت سطح زیر نمودار شتاب – زمان با تغییرات سرعت برابر است. این مساحت تا لحظهٔ در حال افزایش است. در این صورت تغییرات سرعت در این بازهٔ زمانی در حال زیاد شدن است. برای تعیین نوع حرکت باید تغییرات سرعت را مشخص کنیم. در این صورت حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم.

آ) اگر سرعت اولیهٔ جسم صفر باشد، حرکت جسم تندشونده در جهت منفی انجام شده است.

$$v_{۲} = v_{۱} + \Delta v \xrightarrow{v_{۱}=۰} v_{۲} = \Delta v$$

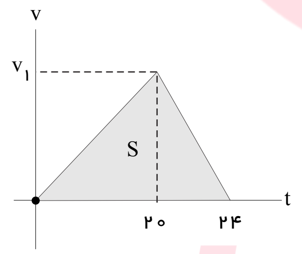
ب) اگر سرعت اولیهٔ جسم مثبت باشد و مقدار سرعت اولیه از Δv کوچکتر باشد در این‌صورت حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

$$v_{۲} = v_{۱} + \Delta v$$

پ) اگر سرعت اولیهٔ جسم مثبت باشد و مقدار سرعت اولیه از Δv بزرگتر باشد در این صورت حرکت کندشونده انجام می‌شود.

۸۸ (۴) (۳) (۲) (۱)

چون شتاب در قسمت دوم ۵ برابر قسمت اول است مدت زمان حرکت در قسمت دوم، $\frac{۱}{۵}$ قسمت اول یعنی $۴(s)$ است.



$$= \frac{}{\Delta t} \Rightarrow ۲۰ = \frac{\Delta x}{۲۴} \Rightarrow \Delta x = ۴۸۰(m)$$

$$\Delta x = S \Rightarrow \frac{۲۴ \times v_{۱}}{۲} = ۴۸۰ \Rightarrow v_{۱} = ۴۰m/s$$

شتاب در قسمت دوم : $a = \frac{}{\Delta t} = \frac{۴۰}{۴} = ۱۰m/s^{۲}$

۸۹ (۴) (۳) (۲) (۱) می‌دانیم مسافت‌های طی‌شده در ثانیه‌های متوالی دارای قدرنسبت $at^{۲}$ است.

$$\Delta_{\text{۲ ثانیهٔ سوم}} = \Delta_{\text{۲ ثانیهٔ اول}} + ۲(a^{\ ۲})$$

$$۰ < t < ۲ \Rightarrow \Delta x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{۰}t \Rightarrow ۵۶ = \frac{۱}{۲}(-۲) \times ۴ + \ _{۰} \times ۲$$

$$۵۶ = -۴ + ۲v_{۰} \Rightarrow v_{۰} = ۳۰m/s$$

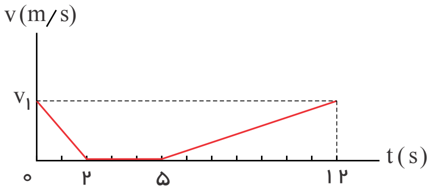
$$^{۲} - \ ^{۲}_{۰} = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۹۰۰ = ۲(-۲)\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۲۲۵(m)$$

۹۰ (۴) (۳) (۲) (۱) با توجه به نمودار زیر، چون سرعت متحرک همواره نامنفی بوده، بیشترین فاصلهٔ آن از مبدأ حرکت برابر با جابه‌جایی آن است. جابه‌جایی نیز برابر با مساحت زیر منحنی سرعت – زمان است. پس:

$$d_{\max} = \Delta x_{(\text{۰ تا ۱۲s})} = \Delta x_{(\text{۰ تا ۲s})} + \Delta x_{(\text{۲s تا ۵s})} + \Delta x_{(\text{۵s تا ۱۲s})}$$

$$\Rightarrow ۶۳ = \left(\frac{۱}{۲}\times v_۱ \times ۲\right) + ۰ + \left(\frac{۱}{۲}\times v_۱ \times ۷\right)$$

$$\Rightarrow v_۱ = \frac{۶۳}{۴٫۵} = ۱۴m/s$$



حال می‌توان مسافت طی‌شده در مرحلهٔ تندشونده (یعنی از لحظهٔ $۵s$ تا $۱۲s$) را با محاسبهٔ مساحت زیر نمودار به‌دست آورد:

$$d_{(\text{۵s تا ۱۲s})} = \frac{۱}{۲}\times ۱۴ \times ۷ = ۴۹m$$

۹۱ (۱) (۲) **(۳)** (۴) طبق نمودار زمانی که متحرک در مکان $x=-۹m$ قرار دارد، سرعت آن برابر با صفر است. با توجه به معادلهٔ سرعت – جابه‌جایی داریم:

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a\Delta x_۱ \xrightarrow[\Delta x_۱ = ۲۷-(-۹)=۳۶m]{v_۱=۰\,,\,v_۲=+۱۲\,m/s} ۱۴۴ - ۰ = ۲a\times ۳۶ \Rightarrow a = ۲\,m/s^۲$$

حال با استفادهٔ دوباره از معادلهٔ سرعت – جابه‌جایی، داریم:

$$v_۱^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x_۲ \xrightarrow[\Delta x_۲=-۹-۰=-۹\,m]{v_۱=۰\,,\,v_۰=?\,,\,a=+۲\,m/s^۲} ۰ - v_۰^۲ = ۲\times ۲\times(-۹) \Rightarrow v_۰ = -۶\,m/s$$

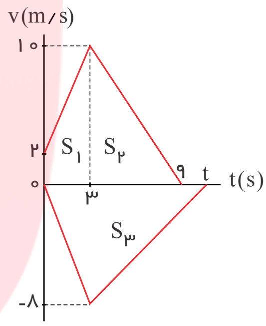
۹۲ (۱) **(۲)** (۳) (۴) می‌دانیم مساحت سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور t برابر جابه‌جایی متحرک است. بنابراین کافی است مساحت سطح محصور بین هر کدام از نمودارها را حساب نموده و مساوی هم قرار دهیم. دقت کنید، چون تا لحظهٔ توقف، علامت سرعت متحرک‌ها تغییر نکرده است $(v_A>۰)$ و $(v_B<۰)$، متحرک‌ها تغییر جهت نداده‌اند، لذا جابه‌جایی و مسافت طی‌شدهٔ آن‌ها با هم برابر است.

$$\Delta x_A = S_۱ + S_۲ = \left(\frac{۲+۱۰}{۲}\times ۳\right) + \left(\frac{۶\times ۱۰}{۲}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta x_A = ۱۸ + ۳۰ = ۴۸m$$

$$\Delta x_B = |S_۳| = \left|\frac{-۸\times t}{۲}\right| \Rightarrow \Delta x_B = ۴t$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow ۴۸ = ۴t \Rightarrow t = ۱۲s$$



با توجه به شکل، متحرک A در لحظهٔ $t=۹s$ و متحرک B در لحظهٔ $t=۱۲s$ متوقف می‌شود. بنابراین متحرک B به مدت $\Delta t = ۱۲-۹ = ۳s$ بعد از متحرک A متوقف می‌گردد.

۹۳ (۱) **(۲)** (۳) (۴) چون نمودار سرعت – زمان هر دو متحرک به‌صورت خط راستی با شیب غیرصفر است، بنابراین شتاب حرکت متحرک‌های A و B ثابت است و بنابراین معادلهٔ سرعت – زمان آن‌ها به‌صورت زیر است:

$$v_A = a_A t + v_{۰A} = ۳t + ۰ \Rightarrow v_A = ۳t$$

$$v_B = a_B t + v_{۰B} = ۱٫۵t + ۷٫۵ \Rightarrow v_B = ۱٫۵t + ۷٫۵$$

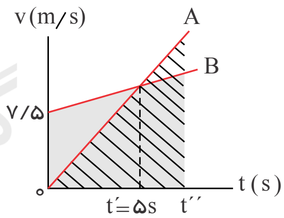
در لحظه‌ای که سرعت دو متحرک برابر می‌شود، داریم:

$$v_A = v_B \Rightarrow ۳t' = ۱٫۵t' + ۷٫۵ \Rightarrow t' = ۵s$$

برای به‌دست آوردن لحظه‌ای که دو متحرک به‌هم می‌رسند، چون مساحت زیر نمودار سرعت – زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است و این دو متحرک بدون تغییر جهت حرکت می‌کنند، داریم:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{t''\times ۳t''}{۲} = \frac{۷٫۵ + (۱٫۵t'' + ۷٫۵)}{۲}t''$$

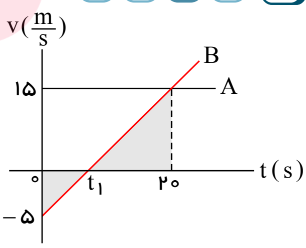
$$\Rightarrow t'' = ۱۰s$$



به‌عنوان تمرین، با استفاده از معادلهٔ مکان – زمان دو متحرک A و B، لحظه‌ای که دو متحرک به‌هم می‌رسند را محاسبه کنید.

۹۴ (۱) (۲) **(۳)** (۴) در شکل زیر با استفاده از نسبت اضلاع در دو مثلث هاشورخورده، لحظهٔ $t_۱$ را می‌یابیم: (سرعت هر دو متحرک از لحظهٔ $t_۱$ به بعد هم‌جهت و مثبت می‌شود.)

$$\frac{۱۵}{۵} = \frac{۲۰-t_۱}{t_۱} \Rightarrow t_۱ = ۵s$$



حال می‌توان ابتدا شتاب متحرک B را یافت، سپس معادلهٔ مکان ــ زمان دو متحرک را تشکیل داد. در بازهٔ $۵s$ تا $۲۰s$ داریم:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۵ - ۰}{۲۰ - ۵} = ۱\, m/s^۲$$

پس:

$$\begin{cases} x_B = \frac{۱}{۲} a_B t^۲ + v_{\circ B} t + x_{\circ B} \Rightarrow \Delta x_B = \frac{۱}{۲} t^۲ + (-۵)\, t \\ x_A = v_A t + x_{\circ A} \Rightarrow \Delta x_A = ۱۵t \end{cases}$$

چون هر دو متحرک در مبدأ زمان از یک نقطه عبور کرده‌اند، زمانی که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، داریم:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{۱}{۲} t^۲ - ۵t = ۱۵t \Rightarrow ۲۰t = \frac{۱}{۲} t^۲ \Rightarrow t = ۴۰s$$

در نتیجه بازهٔ زمانی خواسته شده برابر است با:

$$۴۰ - ۵ = ۳۵s$$

۹۵ ۴ **۳** ۲ ۱ در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، جابه‌جایی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}$$

ثانیهٔ پنجم یعنی بازهٔ زمانی $t_۱ = ۴s$ تا $t_۲ = ۵s$، برای محاسبهٔ جابه‌جایی در ثانیهٔ پنجم، سرعت را در لحظه‌های $t_۱ = ۴s$ و $t_۲ = ۵s$ به دست می‌آوریم. داریم:

$$v = at + v_\circ \xrightarrow[v_\circ = ۱۸\, m/s]{t = ۴s} v_۱ = ۴a + ۱۸$$

$$v = at + v_\circ \xrightarrow[v_\circ = ۱۸\, m/s]{t = ۵s} v_۲ = ۵a + ۱۸$$

در ثانیهٔ پنجم جابه‌جایی برابر با صفر است، بنابراین:

$$\Delta x = ۰ \Rightarrow v_۱ + v_۲ = ۰ \Rightarrow ۴a + ۱۸ + ۵a + ۱۸ = ۰ \Rightarrow a = -۴\, m/s^۲$$

برای محاسبهٔ مسافت طی شده در ۱۰ ثانیهٔ ابتدایی حرکت، جابه‌جایی متحرک را در لحظات قبل و بعد از آن‌که سرعتش صفر شود، محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$v = at + v_\circ \Rightarrow v = -۴t + ۱۸ = ۰ \Rightarrow t = ۴/۵s$$

$$\Delta x_۱ = \frac{v_\circ + v'}{۲} \Delta t_۱ = \frac{۱۸ + ۰}{۲} \times (۴/۵ - ۰) \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{۸۱}{۲} m$$

$$v'' = -۴ \times ۱۰ + ۱۸ \Rightarrow v'' = -۲۲\, m/s$$

$$\Delta x_۲ = \frac{v' + v''}{۲} \Delta t_۲ = \frac{۰ + (-۲۲)}{۲} (۱۰ - ۴/۵) \Rightarrow \Delta x_۲ = -\frac{۱۲۱}{۲} m$$

بنابراین:

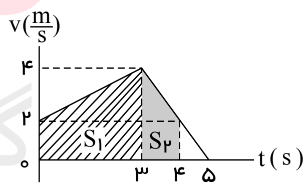
$$\text{مسافت طی شده} = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| = \frac{۸۱}{۲} + \frac{۱۲۱}{۲} = ۱۰۱m$$

۹۶ **۴** ۳ ۲ ۱ با توجه به این‌که در ۵ ثانیهٔ اول، سرعت ثانویه از سرعت اولیه کم‌تر است، پس شتاب متوسط در ۵ ثانیهٔ اول منفی است. یعنی:

$$a_{av} = \frac{v_۲ - v_۱}{\Delta t} \Rightarrow \frac{-۴}{۱۰} = \frac{۰ - v_۱}{۵} \Rightarrow v_۱ = ۲\, m/s$$

حال باید سرعت را در لحظهٔ $t = ۴s$ بیابیم، با توجه به این‌که در بازهٔ $t = ۳s$ تا $t = ۵s$ حرکت با شتاب ثابت $-۲\, m/s^۲$ است، ($a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - ۴}{۵ - ۳} = -۲\, m/s^۲$) داریم:

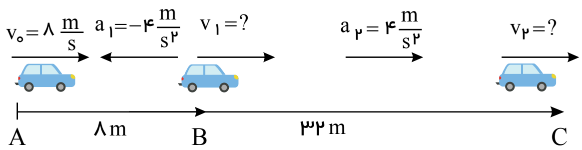
$$(t_۱ = ۳s\,,\ t_۲ = ۵s)\ v = at + v_\circ \xrightarrow[a = -۲\, m/s^۲\,,\ t = ۱s]{v_\circ = ۴\, m/s} v = (-۲ \times ۱) + ۴ = ۲\, m/s$$



مساحت زیر نمودار $(v - t)$ در بازهٔ $(۰, ۴s)$ جابه‌جایی متحرک را در این بازه به ما می‌دهد.

$$S_۱ = \frac{(۴ + ۲) \times ۳}{۲} = ۹m\,,\ S_۲ = \frac{(۲ + ۴) \times ۱}{۲} = ۳m \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = S_۱ + S_۲} v_{av} = \frac{۱۲}{۴} = ۳\, m/s$$

۹۷ ۴ **۳** ۲ ۱ حرکت متحرک مطابق شکل زیر است:



ابتدا معادلهٔ سرعت جابه‌جایی را برای مسیر AB می‌نویسیم و $v_۱$ را به‌دست می‌آوریم:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a_1\Delta x_1 \Rightarrow v_1^2 - 8^2 = 2(-4)(8) \Rightarrow v_1 = 0$$

همین کار را برای مسیر BC انجام می‌دهیم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a_2\Delta x_2 \Rightarrow v_2^2 = 2(4)(32) \Rightarrow v_2 = 16\,m/s$$

از آن‌جایی که فقط در مسیر BC حرکت تندشونده است، داریم:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{0 + 16}{2} = 8\,m/s$$

۹۸ (۴) (۳) (۲) **(۱)** راه‌حل اول:

$$x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{0A}t + x_{0A} \xrightarrow{x_{0A}=0} x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{0A}t$$

$$x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{0B}t + x_{0B} \xrightarrow{x_{0B}=0} x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{0B}t$$

$$\xrightarrow{v_{0A}=v_{0B}} x_A - x_B = \frac{1}{2}(a_A - a_B)t^2$$

$$\xrightarrow[x_A=40\,m,\,x_B=12m]{t=4s} 28 = \frac{1}{2}(a_A - a_B) \times 4^2 \Rightarrow a_A - a_B = \frac{56}{16} = \frac{7}{2}\,m/s^2$$

$$\vec{v}_A = \vec{a}_A t + \vec{v}_{0A} \text{ و } \vec{v}_B = \vec{a}_B t + \vec{v}_{0B} \xrightarrow{\vec{v}_{0A}=\vec{v}_{0B}} \vec{v}_B - \vec{v}_A = (\vec{a}_B - \vec{a}_A)t$$

$$\xrightarrow{a_B - a_A = \frac{-7}{2}\,m/s} \vec{v}_B - \vec{v}_A = \frac{-7}{2} \times 4\vec{i} = -14\vec{i}\ (m/s)$$

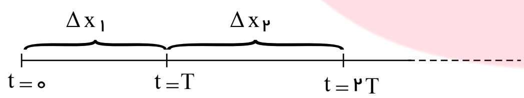
راه‌حل دوم: با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\frac{v_A + v_{0A}}{2} = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} \xrightarrow[\Delta x_A=40m]{\Delta t_A=4s} v_A + v_{0A} = 20\,m/s$$

$$\frac{v_B + v_{0B}}{2} = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} \xrightarrow[\Delta x_B=12m]{\Delta t_B=4s} v_B + v_{0B} = 6\,m/s$$

$$\xrightarrow{v_{0A}=v_{0B}} v_A - v_B = 14\,m/s \Rightarrow \vec{v}_B - \vec{v}_A = -14\hat{i}(m/s)$$

۹۹ (۱) (۲) (۳) **(۴)**



با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط متحرک داریم:

$$\frac{v_0 + \overbrace{v_0 + aT}^{v_1}}{2} = \frac{\Delta x_1}{T} \Rightarrow \Delta x_1 = v_0 T + \frac{aT^2}{2}$$

$$\frac{\overbrace{v_0 + aT}^{v_1} + \overbrace{v_0 + 2aT}^{v_2}}{2} = \frac{\Delta x_2}{T} \Rightarrow \Delta x_2 = v_0 T + \frac{aT^2}{2} + aT^2 = \Delta x_1 + aT^2$$

$$\Rightarrow \Delta x_n = \Delta x_1 + (n-1)aT^2$$

$$A \text{ متحرک } \Delta x_4 = \Delta x_1 + 3a_A T^2 \xrightarrow[\Delta x_1=25m]{\Delta x_4=45m} 3a_A T^2 = 20\,m \quad (1)$$

$$B \text{ متحرک}: \Delta x_4 = \Delta x_1 + 3a_B T^2 \xrightarrow[\Delta x_4=40m]{\Delta x_1=15m} 3a_B T^2 = 25m \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$

روش دوم:

$$t = T \text{ و } t = 0 \text{ بین لحظه‌های}: \Delta x_A = \frac{1}{2}a_A T^2 + v_{0A}T \quad (1)$$

$$\Delta x_B = \frac{1}{2}a_B T^2 + v_{0B}T \quad (2)$$

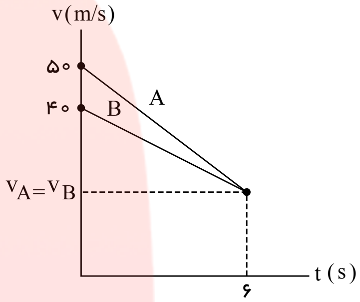
بین لحظه‌های $t = ۳T$ و $t = ۴T$:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x_A = \frac{۱}{۲}a_A T^۲ + v_A T\\ v_A = a_A(۳T) + v_۰\end{array}\right\} \Delta x_A = \frac{۱}{۲}a_A T^۲ + ۳a_A T^۲ + v_{۰_A} T \qquad (۳)$$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x_B = \frac{۱}{۲}a_B T^۲ + v_B T\\ v_B = a_B(۳T) + v_۰\end{array}\right\} \Delta x_B = \frac{۱}{۲}a_B T^۲ + ۳a_B T^۲ + v_{۰_B} T \qquad (۴)$$

$$\left.\begin{array}{l}(۳) - (۱) = ۳a_A T^۲ = ۲۰\\ (۴) - (۲) = ۳a_B T^۲ = ۲۵\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{۲۰}{۲۵} = \frac{۴}{۵}$$

۱۰۰ ۱ ۲ **۳** ۴ ابتدا معادلات مکان – زمان دو متحرک را از رابطهٔ مستقل از شتاب می‌نویسیم.



$$x = \left(\frac{v + v_۰}{۲}\right)t$$

$$A\begin{cases} v_۱ = ۴۰\, m/s\\ v_۲ = v\\ \Delta t = ۶s\end{cases} \Rightarrow \Delta x_A = \left(\frac{v + ۴۰}{۲}\right) \times ۶$$

$$B\begin{cases} v_۱ = ۵۰\, m/s\\ v_۲ = v\\ \Delta t = ۶s\end{cases} \Rightarrow \Delta x_B = \left(\frac{v + ۵۰}{۲}\right) \times ۶$$

$$\Delta x = \Delta x_B - \Delta x_A = \left(\frac{v + ۵۰}{۲} \times ۶\right) - \left(\frac{v + ۴۰}{۲} \times ۶\right)$$

$$= ۶ \times \left(\cancel{\frac{v}{۲}} + ۲۵ - \cancel{\frac{v}{۲}} - ۲۰\right) = ۶ \times ۵ = ۳۰m$$

۱۰۱ ۱ **۲** ۳ ۴ راه اول: شیب خط مماس بر منحنی $x - t$ در لحظهٔ $t = ۰$ برابر با سرعت اولیه است.

$$v_۰ = -\frac{۴۰}{۴۰} = -۱\, m/s$$

در لحظهٔ $t = ۲s$ متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد و خواهیم داشت:

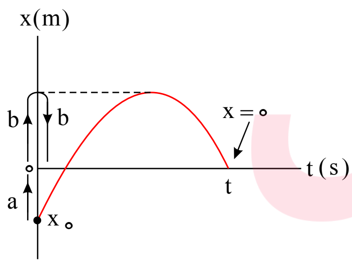
$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t + x_۰ \Rightarrow ۰ = \frac{۱}{۲}a(۲)^۲ + (-۱)(۲) + ۴۰ \Rightarrow ۲a = -۳۸ \Rightarrow a = -۱۹ m/s^۲$$

$$v = at + v_۰ = (-۱۹)(۲) + (-۱) = -۳۹ m/s$$

راه دوم: با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب داریم:

$$\frac{v + v_۰}{۲} = \frac{x - x_۰}{۲} = \frac{-۴۰}{۲} \xrightarrow{v_۰ = -۱ m/s} v = -۳۹ m/s$$

۱۰۲ ۱ ۲ **۳** ۴



چون نمودار داده شده به‌صورت یک سهمی است. می‌توان آن را به‌صورت زیر بررسی کرد.

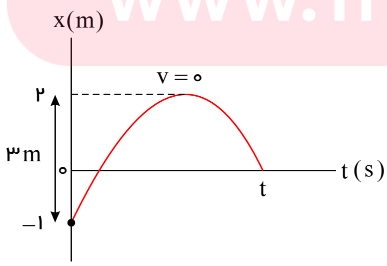
مسافت پیموده شده $= a + b + b = a + ۲b$

جابه‌جایی $= a$

بنابراین داریم:

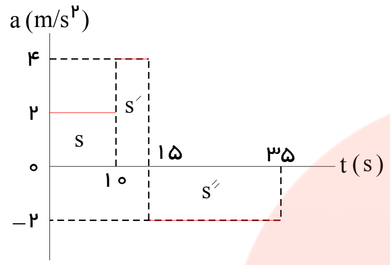
$$a + ۲b = ۵a \Rightarrow ۲b = ۴a \Rightarrow b = ۲a \xrightarrow{a = ۱m} b = ۲m$$

بنابراین نمودارمکان– زمان این متحرک به‌صورت روبه‌رو است:



پس در لحظهٔ توقف و تغییر جهت (لحظهٔ مربوط به رأس نمودار)، متحرک در ۲ متری مبدأ مکان و در ۳ متری مبدأ حرکتش است.

۱۰۳ ۱ ۲ ۳ **۴**



می‌دانیم سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر با تغییرات سرعت است. بنابراین داریم:

$$(0-10s): \Delta v = S \Rightarrow v_{10} - v_\circ = 20 \xrightarrow{V_\circ=-10m/s} v_{10} = 10m/s$$

$$\rightarrow (10s-15s): \Delta v = S' \Rightarrow v_{15} - v_{10} = 5\times 4 \xrightarrow{v_{10}=10m/s} v_{15} = 30m/s$$

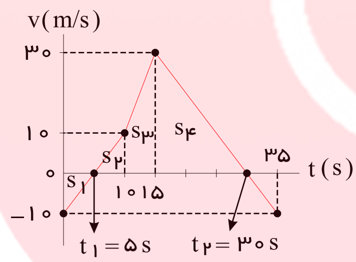
$$(15s-35s): \Delta v = S'' \Rightarrow v_{35} - v_{15} = -2\times 20 \xrightarrow{v_{15}=30m/s} v_{35} = -10m/s$$

لحظات t_1 و t_2 که متحرک تغییر جهت داده را به کمک تشابه مثلث‌ها می‌یابیم. داریم:

$$\frac{t_1}{10} = \frac{10-t_1}{10} \Rightarrow 2\ _1 = 10 \Rightarrow t_1 = 5s$$

$$\frac{t_2-15}{30} = \frac{35-t_2}{10} \Rightarrow t_2 - 15 = 105 - 3t_2 \Rightarrow t_2 = 30s$$

بنابراین نمودار سرعت - زمان متحرک مطابق شکل زیر است:



با محاسبهٔ مساحت‌ها که برابر با جابه‌جایی در آن بازه است، داریم:

$$S_1 = \frac{1}{2}\times 5\times 10 = 25m,\ S_2 = \frac{1}{2}\times 5\times 10 = 25m$$

$$S_3 = \frac{1}{2}(10+30)5 = 100m,\ S_4 = \frac{1}{2}\times 15\times 30 = 225m$$

$$= \frac{\ }{\Delta t} = \frac{|S_1|+|S_2|+|S_3|+|\ \ |}{\Delta t} \Rightarrow \quad = \frac{25+25+100+225}{30} \Rightarrow \quad = \frac{25}{2} m/s$$

۱۰۴ **۱** ۲ ۳ ۴ ابتدا سرعت‌های دو خودرو را برحسب m/s بدست می‌آوریم، داریم:

$$v_{\circ A} = 90 km/h = \frac{90}{3.6} m/s = 25 m/s$$

$$= 18 km/h = \frac{18}{3.6} m/s = 5 m/s$$

در لحظه‌ای که ماشین شروع به ترمز گرفتن می‌کند ماشین را در مکان $x_{\circ B} = 0$ و ماشین را در مکان $x_{\circ A}$ فرض می‌کنیم.

$$= \frac{1}{2} a_A t^2 + v_\circ t + x_{\circ A} \xrightarrow[a\ \ =-4m/\ ^2]{v_{\circ A}=25m/s} = -2t^2 + 25t + x_{\circ A}$$

$$= \quad t + x_{\circ B} \xrightarrow[v_B=5m/s]{x_{\circ B}=0} = 5t$$

در لحظه‌ای که دو متحرک در آستانهٔ برخورد به‌هم هستند، = است.

$$= \quad \Rightarrow -2t^2 + 25t + x_{\circ A} = 5t \Rightarrow -2t^2 + 20t + x_{\circ A} = 0$$

برای اینکه دو اتومبیل به یکدیگر برخورد نکنند، می‌بایست این معادله جواب نداشته باشد یا حداکثر یک جواب داشته باشد.

$$\Delta \le 0 \Rightarrow 400 + 8x_{\circ A} \le 0 \Rightarrow x_{\circ A} \le -50m$$

بنابراین در لحظه‌ای که فاصلهٔ دو اتومبیل از یکدیگر ۵۰ متر می‌شود راننده باید ترمز بگیرد. چون قبل از گرفتن ترمز، هر دو اتومبیل با سرعت ثابت در حال حرکت هستند. لحظه‌ای که فاصلهٔ دو اتومبیل $50m$ می‌شود را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \quad = \quad t + \\ \quad = \quad t + x_{\circ B} \end{cases} \xrightarrow[v_A=۲۵m/s,\quad =۵m/s]{x_{\circ A}=-۱۲۰m, x_{\circ B}=۰} \begin{cases} = ۲۵t - ۱۲۰ \\ = ۵t \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x_A - x_B = -۵۰m} -۵۰ = ۲۰t - ۱۲۰ \Rightarrow t = \frac{۷۰}{۲۰} = ۳/۵s$$

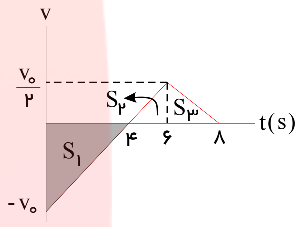
راه دوم: با استفاده از سرعت نسبی فاصلهٔ دو خودرو را در لحظه‌ای که راننده ترمز می‌گیرد را به‌دست می‌آوریم. حداقل فاصلهٔ دو خودرو در لحظهٔ ترمز گرفتن را به شرط عدم برخورد محاسبه می‌کنیم. حداقل فاصله مربوط به حالتی است که در لحظه رسیدن خودرو عقبی به خودرو جلویی سرعت دو خودرو با یکدیگر برابر باشد، با استفاده از رابطهٔ مستقل از زمان داریم:

$$^{۲}_{\text{نسبی}} - \ ^{۲}_{\circ \text{نسبی}} = ۲a_{\text{نسبی}} \Delta x$$

$$\xrightarrow[v_{\circ \text{نسبی}} = ۲۵-۵ = ۲۰ \ m/s]{\text{نسبی} = ۰ ,a_{\text{نسبی}} = -۴-۰ = -۴ \ m/ ^{۲}} \Delta x = \frac{}{۲(-۴)} = \frac{}{-۸} = ۵۰m \Rightarrow t = \frac{۱۲۰ - ۵۰}{۲۰} = ۳/۵s$$

۱۰۵ ۱ ۲ **۳** ۴ ابتدا لحظه‌ای که نمودار سرعت – زمان محور زمان را قطع می‌کند، به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\frac{v_\circ}{۲}}{v_\circ} = \frac{}{t'} \Rightarrow ۱۲-۲t' = t' \Rightarrow t' = ۴s$$



در بازهٔ زمانی $t = ۰$ تا $t = ۴s$ و بازهٔ زمانی $t = ۶s$ تا $t = ۸s$ نوع حرکت متحرک کندشونده است. از طرفی مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است، بنابراین مسافت پیموده شده توسط متحرک در این مدت برابر است با:

$$\left.\begin{aligned} \ell_۱ &= S_۱ + S_۳ = \frac{v_\circ \times ۴}{۲} + \frac{\frac{v_\circ}{۲} \times ۲}{۲} = \frac{۵}{۲} v_\circ \\ \ell_۲ &= S_۲ = \frac{\frac{v_\circ}{۲} \times (۶-۴)}{۲} = \frac{v_\circ}{۲} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{}{\ell ۱} = \frac{\frac{v_\circ}{۲}}{\frac{۵}{۲} v_\circ} = \frac{۱}{۵}$$

۱۰۶ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$x = \frac{۱}{۲} a t^۲ + v_\circ t + x_\circ \xrightarrow[v_\circ \quad = ۰]{v_\circ \quad = ۰} \begin{cases} = \frac{۱}{۲} a_A t^۲ + x_{\circ A} \\ = \frac{۱}{۲} a_B t^۲ + x_{\circ B} \end{cases}$$

$$\xrightarrow[x_A = x_B]{t=۲s} \frac{۱}{۲} a_A \times ۲^۲ + x_{\circ A} = \frac{۱}{۲} a_B \times ۲^۲ + x_{\circ B}$$

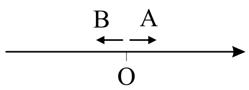
$$\xrightarrow{x_\circ \ - x_\circ \ = ۱۵m} ۲(a_A - a_B) = ۱۵$$

$$\Rightarrow a_A - a_B = \frac{۱۵}{۲} m/s^۲ \xrightarrow{v = at + v_\circ ,v_\circ \quad = v_\circ \quad = ۰} \begin{cases} = \\ = \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_A - v_B = (\quad - a_B)t \xrightarrow[v_A - v_B = ۱۲m/s]{a_A - a_B = \frac{۱۵}{۲} m/ ^۲} ۱۲ = \frac{۱۵}{۲}$$

$$\Rightarrow t = \frac{۲۴}{۱۵} = \frac{۸}{۵} = ۱/۶s$$

۱۰۷ **۱** ۲ ۳ ۴ معادلهٔ حرکت هر متحرک را می‌نویسیم:



$$= \quad t + x_{\circ A} \Rightarrow \quad = ۲۰t$$

$$x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_{\circ B}t + x_{\circ B} \Rightarrow x_B = \frac{۵}{۲}t^۲ - ۲۰t$$

فاصلهٔ دو متحرک درهر لحظه برابر است با:

$$\Delta x = x_A - x_B \Rightarrow \Delta x = ۲۰t - (\frac{۵}{۲}t^۲ - ۲۰t) \Rightarrow \Delta x = -\frac{۵}{۲}t^۲ + ۴۰t$$

عبارت فوق به صورت یک تابع درجه دوم است که برای محاسبهٔ بیشینهٔ آن داریم:

$$t = -\frac{b}{۲a} = \frac{-۴۰}{۲ \times \frac{-۵}{۲}} \Rightarrow t = ۸s$$

$$\Delta x_{max} = -\frac{۵}{۲}(۸)^۲ + ۴۰ \times ۸ \Rightarrow \Delta x_{max} = ۱۶۰m$$

۱۰۸ ۴ ۳ ۲ ۱ روش اول:

در ابتدا متحرک از مکان $x_\circ = -۲۳m$ تا $x_۱ = ۳۷m$ را با سرعت ثابت $۱۲m/s$ طی می‌کند. مدت زمان این حرکت برابر است با:

$$\Delta x_۱ = v\Delta t_۱ \Rightarrow ۳۷ - (-(۲۳)) = ۱۲(t_۱ - \circ) \Rightarrow t_۱ = ۵s$$

از لحظهٔ $t_۱ = ۵s$ به بعد، حرکت متحرک با شتاب ثابت $۴m/s^۲$ خواهد بود.

معادلهٔ حرکت آن از این لحظه به بعد به‌صورت زیر است:

$$x = \frac{۱}{۲}a(t-۵)^۲ + v_\circ(t-۵) + x_\circ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲} \times ۴(t-۵)^۲ + ۱۲(t-۵) + ۳۷ \Rightarrow x = ۲(t-۵)^۲ + ۱۲(t-۵) + ۳۷$$

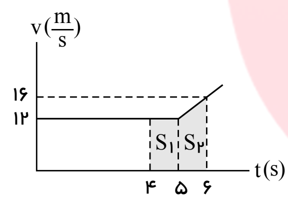
دو ثانیهٔ سوم حرکت یعنی بازهٔ زمانی $t' = ۴s$ تا $t'' = ۶s$، متحرک در بازهٔ $t' = ۴s$ تا $t_۱ = ۵s$ دارای حرکت با سرعت ثابت و در بازهٔ $t_۱ = ۵s$ تا $t'' = ۶s$ دارای حرکت با شتاب ثابت است. داریم:

$$\Delta x_۱ = v\Delta t_۱ = ۱۲ \times (۵-۴) \Rightarrow \Delta x_۱ = ۱۲m$$

$$\Delta x_۲ = ۲(t-۵)^۲ + ۱۲(t-۵) = ۲(۶-۵)^۲ + ۱۲(۶-۵) \Rightarrow \Delta x_۲ = ۱۴m$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۱۲ + ۱۴ \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = ۲۶m$$

روش دوم: با استفاده از رسم نمودار سرعت - زمان و در نظر گرفتن این نکته که مساحت ناحیهٔ محدود بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان، در یک بازهٔ زمانی مشخص برابر با جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است، می‌توان مسأله را به سادگی حل کرد.



$$\Delta x_{\text{کل}} = S_۱ + S_۲ = (۵-۴) \times ۱۲ + \frac{۱۲+۱۶}{۲} \times (۶-۵) \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = ۱۲ + ۱۴ \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = ۲۶m$$

۱۰۹ ۴ ۳ ۲ ۱ در بازهٔ زمانی که بردار مکان خلاف محور x است، $x < \circ$ است.

$$t^۲ - ۸t + ۱۵ < \circ \Rightarrow (t-۳)(t-۵) < \circ$$

$t(s)$		۳		۵	
x	+	۰	−	۰	+

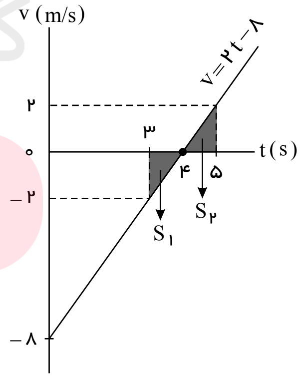
$$\left.\begin{array}{l} x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x_\circ \\ x = t^۲ - ۸t + ۱۵ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۱}{۲}a = ۱ \Rightarrow a = ۲m/s^۲ \ , \ v_\circ = -۸m/s$$

اکنون با استفاده از معادلهٔ سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت، نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:

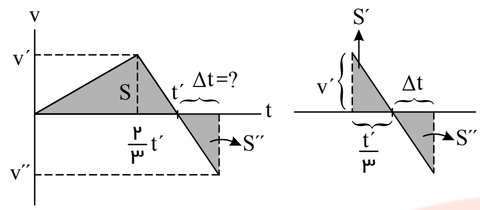
$$v = at + v_\circ \Rightarrow v = ۲t - ۸$$

$t(s)$	۰	۴
$v(m/s)$	−۸	۰

$$s_{av} = \frac{|S_۱| + |S_۲|}{۵-۳} = \frac{۱+۱}{۲} = ۱m/s$$



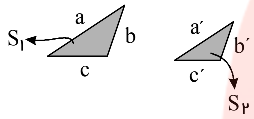
۱۱۰ ۴ ۳ ۲ ۱



$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{S-S''}{\Delta t}=\circ \to S=S'' \Rightarrow S''=\frac{۱}{۲}v't'$$

از طرفی ۲ مثلث با مساحت‌های S'' و S' متشابه هستند.

نکته: می‌دانیم در دو مثلث متشابه



$$\frac{S_۱}{S_۲}=(\frac{a}{a'})^۲=(\frac{b}{b'})^۲=(\frac{c}{c'})^۲$$

$$\frac{S''}{S'}=(\frac{\Delta t}{\frac{t'}{۳}})^۲\xrightarrow[S'=\frac{۱}{۲}v'\times\frac{t'}{۳}]{S''=S=\frac{۱}{۲}v't'}\frac{\frac{۱}{۲}v't'}{\frac{۱}{۶}v't'}=(\frac{\Delta t}{\frac{t'}{۳}})^۲\to ۳=(۳\frac{\Delta t}{t'})^۲\to\Delta t=\frac{\sqrt{۳}}{۳}t'$$

۱۱۱ ۴ ۳ ۲ ۱

$$\begin{cases}v_{av}=\frac{v+v_\circ}{۲}\\ v=at+v_\circ\end{cases}\Rightarrow v_{av}=\frac{(at+v_\circ)+v_\circ}{۲}=\frac{۱}{۲}at+v_\circ$$

$$\begin{cases}v_{av}=-۳t+۶\\ v_{av}=\frac{۱}{۲}at+v_\circ\end{cases}\to\begin{cases}\frac{a}{۲}=-۳\to a=-۶m/s^۲\\ v_\circ=۶m/s\end{cases}$$

$$v=at+v_\circ\to v=-۶t+۶\to\begin{cases}t_۱=۲s\to v_۱=-۶m/s\\ t_۲=۴s\to v_۲=-۱۸m/s\end{cases}$$

در بازهٔ زمانی ۲s تا ۵s $\to v_{av}=\frac{v_۲+v_۱}{۲}=\frac{-۱۸+(-۶)}{۲}=\frac{-۲۴}{۲}=-۱۲m/s\to v_{av}=-۱۲m/s$

۱۱۲ ۴ ۳ ۲ ۱ ⋆ تا لحظهٔ $t=۱s$ متحرک A در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند ولی متحرک B در جهت محور x حرکت می‌کند. از لحظهٔ $t=۱s$ تا $t=۴s$ سرعت هر دو متحرک مثبت است یعنی در یک جهت حرکت می‌کنند اما سرعت B در هر لحظه بین $t=۱s$ تا $t=۴s$ بیشتر از متحرک A است. (عقب ماندگی A از B هم که به کنار!).

⋆ حال از لحظهٔ $t=۴s$ تا $t=۶s$ آیا متحرک A می‌تواند خود را به متحرک B برساند یا خیر!

ابتدا جابه‌جایی متحرک از $t=\circ$ تا $t=۶s$ را برای هر دو متحرک A و B می‌یابیم:

$$B:\Delta x_B=\frac{۱}{۲}\times ۶\times(۲+۶)=۲۴m$$

$$A:\Delta x_A=\frac{۱}{۲}\times ۱\circ\times ۵-\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱=۲۴m$$

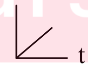
بنابراین در $t=۶s$ دو متحرک به یکدیگر می‌رسند. و در این لحظه:

$$v_A=۱\circ m/s\ ,\ v_B=۶m/s$$

۱۱۳ ۴ ۳ ۲ ۱

$$v=۳\sqrt{x}\to\begin{cases}v^۲=۹x\\ v^۲-v_\circ^۲=۲a\Delta x\end{cases}\to\begin{cases}v_\circ=\circ\\ a=۴{,}۵m/s^۲\end{cases}$$

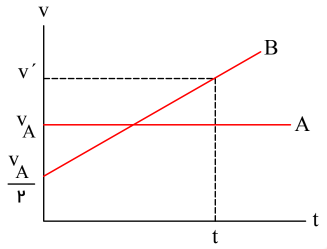
چون: $v_\circ=\circ$ و $a>\circ$ است بنابراین حرکت تُند شونده است:



و چون $v>\circ$ است در جهت + محور xها حرکت می‌کند.

۱۱۴ ۴ ۳ ۲ ۱ از رسم نمودار $(v-t)$ استفاده شود:

شرط این که اتومبیل B به A برسد این است که جابه‌جایی آنها از لحظهٔ سبقت اتومبیل A از B تا لحظهٔ رسیدن اتومبیل B به A با هم برابر باشد. (
$t = ۰$ را لحظه‌ای در نظر می‌گیریم که اتومبیل A از B سبقت می‌گیرد:



$$\Delta x_A = \Delta x_B \to v_A \cancel{t} = \left(\frac{v' + \frac{v_A}{۲}}{۲}\right)\cancel{t} \to ۲v_A = v' + \frac{v_A}{۲} \to v' = \frac{۳}{۲}v_A$$

۱۱۵ ۴ ۳ ۲ ۱ بدیهی است می‌بایستی از دو عدد ۸ و ۱۲ ثانیه که لحظهٔ به هم رسیدن دو متحرک A و B به یکدیگر است نهایت استفاده را برد. این دو عدد ریشه‌های معادله‌ای هستند که از مساوی قرار دادن معادله‌های $(x - t)$ دو متحرک A و B با هم به دست می‌آید:

$$x_A = x_B \to \frac{۱}{۲}a_A t^۲ + v_{\circ A}t + x_{\circ A} = v_B t + x_{\circ B} \to \frac{۱}{۲}a_A t^۲ - v_B t + x_\circ = ۰$$

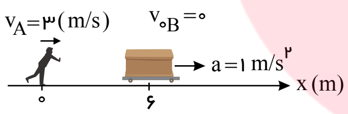
$$\to t^۲ - \underbrace{\left(\frac{۲v_B}{a_A}\right)}_{t_۱ + t_۲}t + \underbrace{\left(\frac{۲x_\circ}{a_A}\right)}_{t_۱ t_۲} = ۰$$

$$t_۱ + t_۲ = ۲۰ \to \frac{۲v_B}{a_A} = ۲۰ \to \frac{v_B}{a_A} = ۱۰s \quad (\star)$$

و اکنون شرط مسأله را لحاظ می‌نمائیم:

$$v_A = v_B \to a_A t' + \cancel{v_{\circ A}}^{\circ} = v_B \to t' = \frac{v_B}{a_A} \xrightarrow{(*)} t' = ۱۰s$$

۱۱۶ ۴ ۳ ۲ ۱ شخصی را با A و اتوبوس را با B نشان می‌دهیم:
چون شخص با سرعت ثابت $۳m/s$ حرکت می‌کند، اگر مکان شخص را وقتی به فاصلهٔ ۶ متری اتوبوس می‌رسد $x_{\circ A} = ۰$ فرض کنیم:
و حرکت اتوبوس یک حرکت شتابدار با شتاب ثابت می‌باشد: $x_A = v_A t + x_{\circ A} \to x_A = ۳t$



$$x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + \cancel{v_{\circ B}}^{\circ}t + x_{\circ B} = \frac{۱}{۲}(۱)(t^۲) + ۶ = \frac{۱}{۲}t^۲ + ۶ \to x_B = \frac{۱}{۲}t^۲ + ۶$$

ابتدا فاصلهٔ اتوبوس و شخص را می‌یابیم:

$$\Delta x = x_B - x_A = \left(\frac{۱}{۲}t^۲ + ۶\right) - ۳t \to \Delta x = \frac{۱}{۲}t^۲ - ۳t + ۶$$

این تابع Δx (چون ضریب $t^۲$ مثبت است.) دارای min است. برای یافتن min این تابع:

$$t = -\frac{b}{۲a} = -\frac{(-۳)}{۲\frac{۱}{۲}} = \frac{۳}{۱} = ۳s$$

$$\Delta x_{min} = \frac{۱}{۲}(۳)^۲ - ۳(۳) + ۶ = ۴/۵ - ۹ + ۶ \to \Delta x_{min} = ۱/۵m$$

۱۱۷ ۴ ۳ ۲ ۱ مکان اولیه را $x = ۰$ در نظر می‌گیریم. خودرو اول را A و خودرو دوم را B نشان می‌دهیم.

$$x_A = \frac{۱}{۲}at^۲ + \cancel{v_\circ}^{\circ}t + \cancel{x_{\circ A}}^{\circ} \to x_A = \frac{۱}{۲}(۳)(t^۲) \to x_A = \frac{۳}{۲}t^۲$$

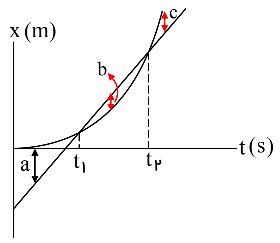
$$\to x_B = v_B(t - ۲) = ۲۴(t - ۲) = ۲۴t - ۴۸ \to x_B = ۲۴t - ۴۸$$

آیا B به A می‌رسد؟

$$x_B = x_A \to ۲۴t - ۴۸ = \frac{۳}{۲}t^۲ \to t^۲ - ۱۶t + ۳۲ = ۰$$

$$\Delta = (-۱۶)^۲ - ۴(۱)(۳۲) = ۰ \to \Delta = ۱۲۸ > ۰$$

۲ جواب وجود دارد. یعنی ابتدا B از A سبقت می‌گیرد (فاصلهٔ B و A کاهش می‌یابد) و فاصلهٔ B از A بیشتر می‌شود و سپس A از B سبقت می‌گیرد. (فاصلهٔ A از B کم می‌شود) و در نهایت فاصلهٔ آنها افزایش می‌یابد.



پس: ابتدا فاصلهٔ آنها کاهش یافته – سپس افزایش یافته – سپس کاهش یافته و در نهایت افزایش می‌یابد. (از $t=۰$ تا $t=t_۱$، a کاهش می‌یابد.)

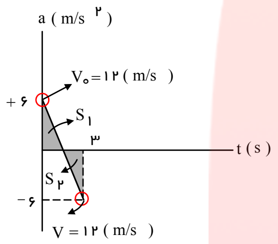
$b \leftarrow$ از $t_۱$ تا $t_۲$ ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد.

در $t \geq t_۲$، c پیوسته افزایش می‌یابد.

جواب نهایی: کاهش – افزایش – کاهش – افزایش

۱۱۸ ۴ ۳ ۲ **۱**

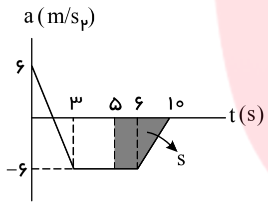
از لحظهٔ $t=۰$ تا t=۳s تغییر سرعت نداریم چون مساحت سطح زیر نمودار در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=۳s$ برابر است با:



$$\Delta v = S_۱ - S_۲ = ۰ \rightarrow v_{(t=۳s)} = v_{(t=۰)} = ۱۲ m/s$$

با توجه به مفهوم شتاب، پس از $t=۳s$، $۲s$ طول می‌کشد تا سرعت متحرک $v=۰$ شود یعنی در $t=۵s$ و از این پس سرعت منفی خواهد بود یعنی در بازهٔ زمانی $۳s \leq t \leq ۱۰s$ حال کافی است به کمک مساحت زیر نمودار Δv را در این بازهٔ زمانی بیابیم.

در بازهٔ زمانی $t_۱=۵s$ تا $t_۲=۱۰s$ داریم:



$$\Delta v = ۰ - S = -S = -\frac{۱}{۲} \times ۶ \times \underbrace{(۵+۱)}_{۶} \rightarrow \Delta v = -۱۸ m/s$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۱۸}{۱۰-۵} = -\frac{۱۸}{۵} = -\frac{۳۶}{۱۰} \rightarrow a_{av} = -۳٫۶ m/s^۲$$

۱۱۹ ۴ **۳** ۲ ۱ به این موارد توجه می‌کنیم:

۱) خط مماس بر سهمی در لحظهٔ $t=۶s$ منطبق بر نمودار مکان – زمان متحرک A است. بنابراین سرعت اتومبیل B در لحظهٔ $t=۶s$ برابر $۴m/s$ است.

$$v_B = a_B t + v_{\circ B} \rightarrow ۴ = -۲ \times ۶ + v_{\circ B} \rightarrow \boxed{v_{\circ B} = ۱۶m/s}$$

۲) حرکت متحرک A یکنواخت است بنابراین:

$$x_A = v_A t + x_{\circ A} = ۴t + x_{\circ A}$$

۳) حرکت متحرک B شتابدار با شتاب ثابت است. یعنی:

$$x = \frac{۱}{۲} a_B t^۲ + v_{\circ B} + X_{\circ B} = -t^۲ + ۱۶t$$

$$t = ۴s \rightarrow x_A = x_B \rightarrow ۴t + x_{\circ A} = -t^۲ + ۱۶t$$

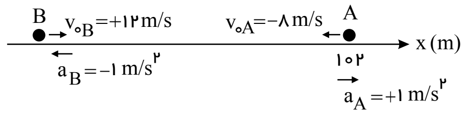
$$\rightarrow ۴ \times ۶ + x_{\circ A} = -۶^۲ + ۱۶ \times ۶ \rightarrow ۲۴ + x_{\circ A} = ۶۰ \rightarrow \boxed{x_{\circ A} = ۳۶m}$$

۴) و فاصلهٔ دو اتومبیل در مبدأ زمان:

$$x_{\circ A} - x_{\circ B} = ۳۶m - ۰ = ۳۶m$$

۱۲۰ ۴ **۳** ۲ ۱ ۱) الزاماً با برابر قرار دادنِ x ها نمی‌توانیم به زمان مورد نظر برسیم. چون ممکن است در این مدت یکی از دو متحرک قبل از رسیدن متحرک دوم به آن، توقف نموده باشد.

۲) از یک محور x استفاده می‌نماییم. مکان اولیه متحرک سمت چپ را صفر می‌گیریم (در این جا تفاوتی ندارد کدام در کدام سو قرار گیرند.)



۳) معادلات مکان – زمان ۲ متحرک را می‌نویسیم:

$$B: x_B=\frac{۱}{۲}a_Bt^۲+v_{\circ B}t+v_{\circ B}\rightarrow x_B=\frac{۱}{۲}(-۱)t^۲+۱۲t+\circ\rightarrow x_B=-\frac{۱}{۲}t^۲+۱۲t$$

$$A: x_A=\frac{۱}{۲}a_At^۲+v_{\circ A}=\frac{۱}{۲}(+۱)t^۲+(-۸)t+۱۰۲\rightarrow x_A=\frac{۱}{۲}t^۲-۸t+۱۰۲$$

۴) اگر بخواهیم زمان به هم رسیدن دو متحرک را از برابر قرار دادن معادلات مکان – زمان دو متحرک بیابیم:

$$x_A=x_B\rightarrow -\frac{۱}{۲}t^۲+۱۲t=\frac{۱}{۲}t^۲-۸t+۱۰۲\rightarrow t^۲-۲\circ t+۱۰۲=\circ$$

$$\rightarrow\Delta=(-۲\circ)^۲-۴(۱)(۱\circ۲)=-۸<\circ$$

یعنی باید نتیجه بگیریم که به هم برخورد نمی‌کنند یعنی گزینهٔ «۴» ...

اما ممکن است این نتیجه‌گیری سریع، اشتباه باشد. متحرک A بعد از گذشت $۸s$ (مفهوم شتاب) متوقف می‌شود و در این لحظه مکان متحرک A:

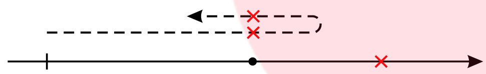
$$x_A=\frac{۱}{۲}t^۲-۸t+۱\circ۲=\frac{۱}{۲}\times۸^۲-۸\times+۱\circ۲=۷\circ$$

۵) حال ببینیم متحرک B پس از چه مدت به این مکان می‌رسد:

$$x_B=-\frac{۱}{۲}t^۲-۱۲t\rightarrow ۷\circ=-\frac{۱}{۲}t^۲+۱۲t\rightarrow t^۲-۲۴t+۱۴\circ=\circ$$

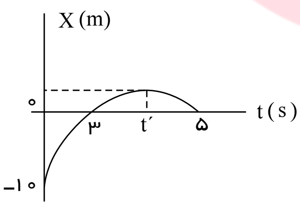
$$\begin{cases} t=\frac{۲۴\pm\sqrt{۱۶}}{۲(۱)}=\frac{۲۴\pm۴}{۲}\begin{cases}t_۱=۱۴s\\ t_۲=۱\circ s\end{cases}\\ \Delta=(-۲۴)^۲-۴(۱)(۱۴\circ)=۵۷۶-۵۶\circ=۱۶\end{cases}$$

۶) حال کدام لحظه را انتخاب کنیم اگر اتومبیل ترمز نکرده بود و به فرض خلاص بود و توسط یک نیروی ثابت در خلاف جهت حرکت آن به شتاب کُند شوندهٔ $۱m/s^۲$ می‌دادیم آنگاه اتومبیل B، ۲ بار از کنار اتومبیل A عبور می‌کرد:



۱۲۱ ۴ ۳ ۲ ۱

قدم اول: نمودار داده شده سهمی است. با توجه به تقارنی که در سهمی مشاهده می‌شود: $t'=\frac{۳+۵}{۲}=۴s$



قدم دوم: در $t'=۴s$، $v=\circ$ شده است. بنابراین:

$$v=at'+v_\circ=\circ$$

$$۴a+v_\circ=\circ\rightarrow\boxed{v_\circ=-۴a}\quad(*)$$

قدم سوم:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_\circ t+x_\circ\xrightarrow[\text{صفر تا }۳s]{\text{در بازهٔ زمانی}}\begin{cases}x=\circ\\ v_\circ=-۴a\\ t=۳\\ x_\circ=-۱\circ m\end{cases}\rightarrow\circ=\frac{۱}{۲}a(۳)^۲+(-۴a)(۳)-۱\circ$$

$$\Rightarrow ۴/۵a-۱۲a-۱\circ=\circ\rightarrow-۷/۵a=۱\circ\rightarrow\boxed{a=-\frac{۴}{۳}m/s^۲}\xrightarrow{(*)}\boxed{v_\circ=\frac{۱۶}{۳}m/s}$$

قدم چهارم: مکان متحرک را در $t'=۴s$ می‌یابیم:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_\circ t+x_\circ=\frac{۱}{۲}(-\frac{۴}{۳})(۴)^۲+\frac{۱۶}{۳}(۴)-۱\circ=-\frac{۳۲}{۳}+\frac{۶۴}{۳}-۱\circ=-\frac{۲}{۳}$$

قدم پنجم:

$$L=|x_{t=۴}-x_{t=\circ}|+|x_{t=۵}-x_{t=۴}|=\frac{۳۲}{۳}+\frac{۲}{۳}=\frac{۳۴}{۳}m\Rightarrow\boxed{L=\frac{۳۴}{۳}m}$$

۱۲۲ ۴ ۳ ۲ ۱ مساحت بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. دو متحرک تا قبل از لحظهٔ $t=۴s$ به یکدیگر نخواهند رسید. (چرا؟) حال

اگر فرض کنیم دو متحرک در لحظهٔ t' به هم می‌رسند. برای متحرک A داریم:

$$\Delta x_A = \frac{t' + (t' - ۴)}{۲} \times ۱۶ \Rightarrow x_A - ۲۰ = ۱۶t' - ۳۲ \Rightarrow x_A = ۱۶t' - ۱۲$$

برای متحرک B داریم:

$$v_B = \frac{۱۶ - ۶}{۱۰ - ۰}t + ۶ \Rightarrow v_B = t + ۶ \to \Delta x_B = \frac{۶ + (t' + ۶)}{۲}t' \Rightarrow x_B - ۱۳/۵ = \frac{۱}{۲}t'^۲ + ۶t' \Rightarrow x_B = \frac{۱}{۲}t'^۲ + ۶t' + ۱۳/۵$$

در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، $x_A = x_B$ خواهد بود داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow ۱۶t' - ۱۲ = \frac{۱}{۲}t'^۲ + ۶t' + ۱۳/۵ \Rightarrow t'^۲ - ۲۰t' + ۵۱ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t' = ۱۷s & \text{ق.ق} ✓ \\ t' = ۳s & \text{غ.ق.ق} ✗ \end{cases}$$

۱۲۳ ۴ ۳ ۲ **۱** تندی متوسط برابراست با $\bar{s} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$ پس باید به دنبال مسافت باشیم.

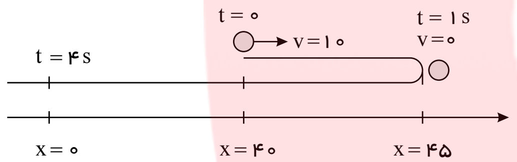
ابتدا مکان و لحظهٔ تغییر جهت متحرک را پیدا می‌کنیم:

$$\text{شرط تغییر جهت} \to v = ۰ \to \begin{cases} v = at + v_۰ \\ ۰ = -۱۰t + ۱۰ \to t = ۱s \end{cases} \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ = \frac{۱}{۲}(-۱۰)۱^۲ + ۱۰ \times ۱ + ۴۰ = ۴۵m$$

یعنی متحرک پس از $۱s$ از شروع حرکت به $x = ۴۵m$ می‌رسد و سپس دور می‌زند چون تندی متوسط تا نقطهٔ رسیدن به مبدأمکان خواسته‌شده، زمان رسیدن به مبدأ مکان $(x = ۰)$ را پیدا می‌کنیم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \to ۰ = \frac{۱}{۲}(-۱۰)t^۲ + ۱۰t + ۴۰ \to \begin{matrix} t = -۲s ✗ \\ t = ۴s ✓ \end{matrix}$$

با توجه به شکل حرکت داریم:

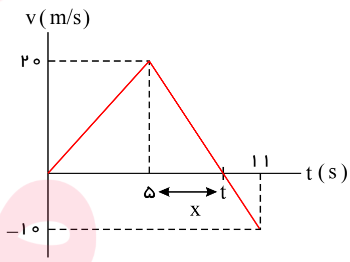


$$\text{مسافت} = (۴۵ - ۴۰) + (۴۵ - ۰) = ۵۰m \to \text{تندی متوسط}\ \bar{s} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{۵۰}{۴} = ۱۲/۵m/s$$

۱۲۴ **۴** ۳ ۲ ۱ جهت سرعت، جهت حرکت را نشان می‌دهد. پس متحرک از لحظهٔ شروع تا t در جهت مثبت و پس از آن در جهت منفی حرکت کرده است. با توجه به اینکه جابجایی = مساحت زیر نمودار است، پس از یافتن t، جابه‌جایی متحرک را پیدا می‌کنیم.

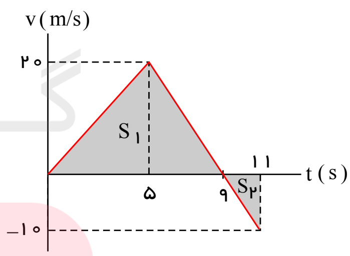
$$\text{شیب خط ثابت} \Rightarrow \frac{-۳۰}{۶} = \frac{-۲۰}{x}$$

$$x = ۴ \to t = ۹s$$

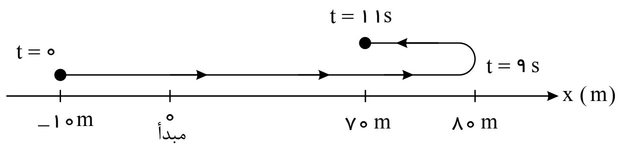


$$S_۱ = \frac{۹ \times ۲۰}{۲} = ۹۰m \Rightarrow \Delta x = ۹۰m$$

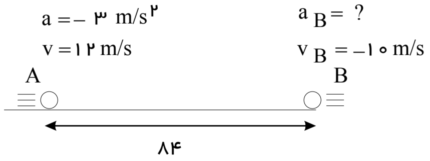
$$S_۲ = \frac{۲ \times (-۱۰)}{۲} = -۱۰(m) \Rightarrow \Delta x = -۱۰m$$



با توجه به مکان اولیه متحرک $(x_۰ = -۱۰m)$ شکل حرکت به‌صورت زیر رسم می‌شود و حداکثر فاصله از مبدأ مکان برابر با ۸۰ متر و آن هم در $t = ۹s$ است.



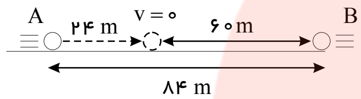
۱۲۵ ۴ ۳ ۲ **۱** یک تصویر زیبا از هنر نمایی رانندگان رسم کنیم:



ابتدا مسافتی که   طی می‌کند تا متوقف شود را حساب می‌کنیم:

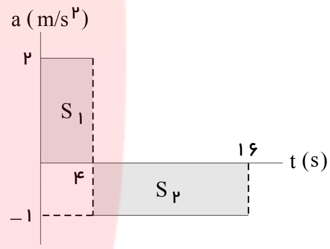
$$۲ - {}_{\circ}^{۲} = ۲a\Delta x \to ۰ - ۱۴۴ = ۲ \times (-۳)\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۲۴(m)$$

متحرک   باید حداکثر در مسافت ۶۰ متر $(۸۴ - ۲۴ = ۶۰)$ خود را متوقف کند پس داریم:



$$۲ - {}_{\circ}^{۲} = ۲a\Delta x \xrightarrow{\Delta x=-۶۰m} ۰ - ۱۰۰ = ۲ \times a \times (-۶۰) \to a = \frac{۵}{۶} m/s^{۲}$$

۱۲۶ ۴ ۳ ۲ **۱** برای محاسبهٔ تندی متوسط باید مسافت را بدست آوریم:



$$s_{۱} = ۸ \to \Delta v = ۸ \Rightarrow \begin{cases} v_{\circ} = ۰ \\ v_{۴s} = ۸m/s \end{cases}$$

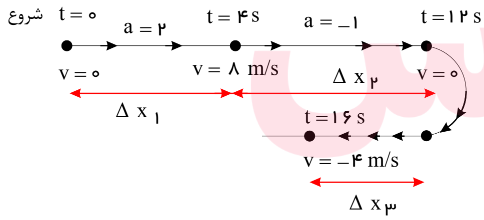
می‌دونیم $\Delta v =$ مساحت زیر نمودار $a - t$، پس:

$$s_{۲} = -۱۲ \to \Delta v = -۱۲ \Rightarrow \begin{cases} v_{۴s} = ۸m/s \\ v_{۱۶s} = -۴m/s \end{cases}$$

باید حواسمان باشد جایی که متحرک تغییر جهت می‌دهد ($v = ۰$ می‌شود) را پیدا کنیم، که این لحظه بین $۴s$ تا $۱۶s$، و دقیقاً برابر است با:

$$۰ = -۱ \times t + ۸ \to t = ۸s \xrightarrow[\text{پس از } ۴s]{} t = ۱۲s$$

به‌طور خلاصه شکل حرکت مطابق زیر است:



$$\text{مسافت } d = |\Delta x_{۱}| + |\Delta x_{۲}| + |\Delta x_{۲}| \xrightarrow{\Delta x = \frac{V_{۱}+V_{۲}}{۲} \times t} d = ۱۶ + ۳۲ + ۸$$

$$d = ۵۶$$

تندی متوسط را پیدا می‌کنیم:

$$\text{تندی متوسط } \bar{s} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{۵۶}{۱۶} = ۳{,}۵ m/s$$

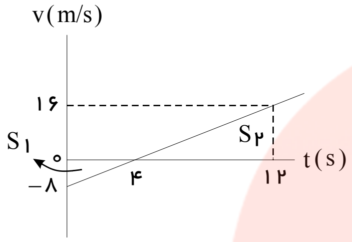
۱۲۷ ۴ ۳ **۲** ۱ چون نمودار مکان – زمان حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، در لحظهٔ $t = ۴s$ مماس بر محور زمان است، بنابراین معادلهٔ حرکت متحرک به‌صورت $x = A(t - ۴)^{۲}$ خواهد بود. بنابراین برای محاسبهٔ   داریم:

$$x = A(t - ۴)^{۲} \xrightarrow[x=۱۶m]{t=۰} ۱۶ = A(۰ - ۴)^{۲} \Rightarrow A = ۱$$

$$\Rightarrow x = (t-۴)^۲ \Rightarrow x = t^۲ - ۸t + ۱۶ \Rightarrow \begin{cases} v_۰ = -۸ \\ a = ۲\dfrac{m}{s^۲} \end{cases}$$

بنابراین معادلهٔ سرعت و نمودار سرعت – زمان آن مطابق شکل زیر است:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۲t - ۸$$



مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:

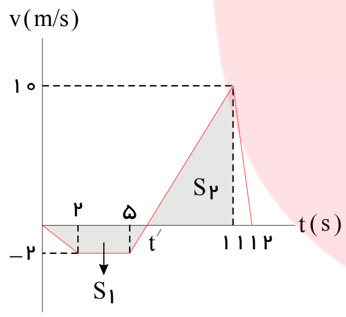
$$l = S_۱ + S_۲ = \frac{۴ \times ۸}{۲} + \frac{۸ \times ۱۶}{۲} = ۱۶ + ۶۴ \Rightarrow l = ۸۰m$$

تندی متوسط متحرک برابر است با:

$$= \frac{}{\Delta t} = \frac{۸۰}{۱۲} = \frac{۲۰}{۳}$$

۱۲۸ ۴ ۳ **۲** ۱ چون در لحظهٔ t' سرعت متحرک صفر می‌شود و علامت آن عوض می‌شود پس در این لحظه متحرک تغییر جهت می‌دهد. ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌ها، لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود (t') را می‌یابیم.

$$\frac{۲}{t' - ۵} = \frac{}{۱۱ - t'} \Rightarrow t' = ۶s$$



با توجه به این‌که مساحت بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های صفر تا $۶s$ و $۶s$ تا $۱۲s$ را می‌یابیم. داریم:

$$S_۱ = \frac{۶ + ۳}{۲} \times ۲ \Rightarrow \quad _۱ = ۹m \Rightarrow \Delta x_۱ = -۹m$$

$$S_۲ = \frac{۶ \times ۱۰}{۲} \Rightarrow \quad _۲ = ۳۰m \Rightarrow \Delta x_۲ = ۳۰m$$

متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ در مکان $x_۰ = -۸m$ قرار دارد.

مکان متحرک در لحظهٔ $t' = ۶s$ برابر است با:

$$\Delta x_۱ = x_۱ - x_۰ \Rightarrow -۹ = x_۱ - (-۸) \Rightarrow x_۱ = -۱۷m$$

مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۱۲s$ برابر است با:

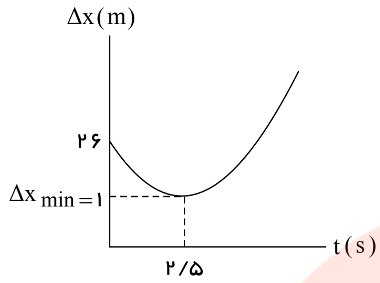
$$\Delta x_۲ = x_۲ - x_۱ \Rightarrow ۳۰ = x_۲ - (-۱۷) \Rightarrow x_۲ = ۱۳m$$

پس در بازهٔ زمانی مشخص شده، در لحظهٔ $t' = ۶s$ متحرک در بیش‌ترین فاصله از مبدأ مکان قرار دارد. ($|x_۱| = ۱۷m$)

۱۲۹ ۴ ۳ ۲ **۱** در ابتدا فاصلهٔ دو متحرک را به‌صورت یک تابع برحسب زمان می‌یابیم:

$$|\Delta x| = | \quad - \quad | = \left|۴t^۲ - ۱۱t + ۱۳ - (۹t - ۱۳)\right| = ۴t^۲ - ۲۰t + ۲۶$$

حال نمودار این تابع را به‌صورت زیر ترسیم می‌کنیم:



$\Delta x_{min} = ۱m$

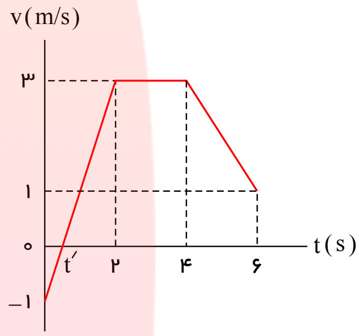
با مقایسهٔ فاصلهٔ بین دو متحرک با معادلهٔ درجهٔ دوم، به سادگی لحظه‌ای که فاصلهٔ دو متحرک کمینه می‌شود و فاصلهٔ بین دو متحرک در این لحظه را می‌یابیم.

۱۳۰ ۴ **۳** ۲ ۱ با توجه به سرعت اولیه و نمودار شتاب – زمان، نمودار سرعت – زمان متحرک را رسم می‌کنیم:

$$۰ \le t \le ۲s : v_۱ = a_۱ t_۲ + v_۰ = ۲ \times ۲ + (-۱) \Rightarrow v_۱ = ۳\frac{m}{s}$$

$$۲ \le t \le ۴s : a_۲ = ۰ \Rightarrow v_۲ = v_۱ = ۳\frac{m}{s}$$

$$۴ \le t \le ۶s : v_۳ = a_۳ t_۳ + v_۲ = (-۱) \times ۲ + ۳ \Rightarrow v_۳ = ۱\frac{m}{s}$$



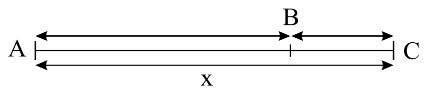
حال به کمک تشابه مثلث‌ها، لحظهٔ t' را می‌یابیم:

$$\frac{۱}{t'} = \frac{۳}{۲ - t'} \Rightarrow t' = ۰/۵s$$

زمانی حرکت متحرک تندشونده است که تندی آن در حال افزایش باشد و تندی متحرک زمانی در حال افزایش است که نمودار سرعت – زمان آن از محور زمان در حال دور شدن باشد. بنابراین طبق نمودار در بازهٔ زمانی $۰/۵s$ تا $۲s$ یعنی به مدت $۱/۵s$ حرکت متحرک به‌صورت تندشونده است.

۱۳۱ ۴ ۳ ۲ **۱** مطابق شکل حرکت متحرک را بین سه نقطهٔ A، B و C در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} (v_{av})_{AB} = ۱۰\frac{m}{s} \\ \Delta t_۱ \\ \Delta x_۱ = \frac{۵}{۶}x \end{cases} \qquad \begin{cases} (v_{av})_{BC} = ۴\frac{m}{s} \\ \Delta t_۲ \\ \Delta x_۲ = \frac{۱}{۶}x \end{cases}$$



سرعت متوسط در کل مسیر حرکت $(v_{av})_{AC} = \frac{\Delta x}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲} = \frac{\Delta x}{\frac{\Delta x_۱}{(v_{av})_{AB}} + \frac{\Delta x_۲}{(v_{av})_{BC}}} = \frac{x}{\frac{\frac{۵}{۶}x}{۱۰} + \frac{\frac{۱}{۶}x}{۴}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۲۴}} = ۸\frac{m}{s}$

به کمک رابطهٔ $v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}$ برای قسمت‌های مختلف حرکت داریم:

$$\begin{cases} (v_{av})_{AB} = \frac{v_A + v_B}{۲} = ۱۰ \Rightarrow v_A + v_B = ۲۰\frac{m}{s} & (۱) \\ (v_{av})_{BC} = \frac{v_B + v_C}{۲} = ۴ \Rightarrow v_B + v_C = ۸\frac{m}{s} & (۲) \\ (v_{av})_{AC} = \frac{v_A + v_C}{۲} = ۸ \Rightarrow v_A + v_C = ۱۶\frac{m}{s} & (۳) \end{cases}$$

به کمک این سه معادله داریم:

تفاضل معادله‌های (۲) و (۱) : $(v_A + v_B) - (v_B + v_C) = ۲۰ - ۸ \Rightarrow v_A - v_C = ۱۲$ (۴)

جمع‌بندی معادله‌های (۳) و (۴) : $(v_A + v_C) + (v_A - v_C) = ۱۶ + ۱۲ \Rightarrow ۲v_A = ۲۸ \Rightarrow v_A = ۱۴\frac{m}{s}$

۱۳۲ ۴ ۳ ۲ **۱** ابتدا جابه‌جایی متحرک را در مدت $۲۰s$ محاسبه می کنیم. در ۱۰ ثانیهٔ ابتدایی حرکت، داریم:

$$\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}a_۱ t_۱^۲ + v_۰ t_۱ = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times ۱۰^۲ + ۰ \times ۱۰ \Rightarrow \Delta x_۱ = ۵۰m$$

سرعت متحرک در لحظهٔ $t_۱ = ۱۰s$ برابر است با:

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 = 1 \times 10 + 0 \Rightarrow v_1 = 10 \frac{m}{s}$$

جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $10s$ تا $20s$ برابر است با:

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 + v_1 t_2 = \frac{1}{2} \times (-2) \times 10^2 + 10 \times 10 \Rightarrow \Delta x_2 = 0$$

بنابراین:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{t_2} = \frac{50 + 0}{20} \Rightarrow v_{av} = 2.5 \frac{m}{s}$$

۱۳۳ (۴) (۳) (۲) **(۱)** برای این که دو متحرک به یکدیگر برخورد نکنند باید مجموع اندازهٔ جابه‌جایی آن‌ها تا لحظهٔ توقف برابر با ۸۰ متر باشد. با استفاده از معادلهٔ سرعت – جابه‌جایی، داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow |\Delta x_1| = \frac{|0 - 16^2|}{2|a|} \;,\; |\Delta x_2| = \frac{|0 - 20^2|}{2|a|}$$

$$|\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 80 \Rightarrow \frac{16^2}{2|a|} + \frac{20^2}{2|a|} = 80 \Rightarrow |a| = 4.1 \frac{m}{s^2}$$

۱۳۴ (۴) **(۳)** (۲) (۱)

معادلهٔ حرکت کامیون و اتومبیل را می‌نویسیم. داریم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t^2$$

$$\Delta x_2 = v(t - T)$$

زمانی اتومبیل به کامیون می‌رسد که جابه‌جایی‌های آن‌ها یکسان باشد. بنابراین:

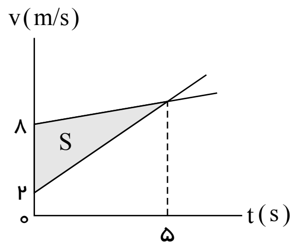
$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2} a t^2 = v(t - T) \Rightarrow \frac{1}{2} a t^2 - vt + vT = 0$$

چون طبق صورت سؤال اتومبیل فقط یک بار به کامیون می‌رسد، معادلهٔ درجهٔ دوم فوق فقط یک جواب دارد و بنابراین دلتای آن برابر با صفر است:

$$\Delta = 0 \Rightarrow (-v)^2 - 4(\frac{1}{2}a)(vT) = 0 \Rightarrow v^2 - 2aTv = 0$$

$$\Rightarrow v(v - 2aT) = 0 \Rightarrow \begin{cases} v = 0 \\ v = 2aT \end{cases}$$

۱۳۵ (۴) (۳) (۲) **(۱)** با توجه به این که شتاب حرکت متحرک‌ها ثابت است و سرعت دو متحرک در لحظهٔ $t = 5s$ یکسان می شود، نمودار سرعت – زمان دو متحرک را رسم می‌کنیم.



با توجه به این که دو متحرک در مبدأ زمان از مبدأ مکان عبور کرده‌اند و مساحت بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر با اندازهٔ جابه‌جایی دو متحرک است، بنابراین بیشترین فاصلهٔ دو متحرک در ۱۰ ثانیهٔ ابتدایی حرکت در لحظهٔ $t = 5s$ رخ خواهد داد و برابر است با:

$$\Delta x_{\max} = S = \frac{(8 - 2) \times 5}{2} \Rightarrow \Delta x_{\max} = 15m$$

۱۳۶ (۴) (۳) **(۲)** (۱)

برای متحرک A که از حال سکون شروع به حرکت کرده است، در ۴ ثانیهٔ ابتدایی حرکت می توان نوشت:

$$\frac{\Delta x_A}{t} = \frac{v_A + v_{0A}}{2} \Rightarrow \frac{20 - 0}{4} = \frac{v_A + 0}{2} \Rightarrow v_A = 10 \frac{m}{s}$$

چون در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، (لحظهٔ $t = 4s$) اندازهٔ سرعت آن‌ها یکسان است، داریم:

$$v_B = -10 \frac{m}{s}$$

بنابراین:

$$\frac{\Delta x_B}{t} = \frac{v_B + v_{0B}}{2} \Rightarrow \frac{20 - 0}{4} = \frac{-10 + v_{0B}}{2} \Rightarrow v_{0B} = 20 \frac{m}{s}$$

حال شتاب حرکت هر متحرک را می‌یابیم. داریم:

$$a_A = \frac{\Delta v_A}{t} = \frac{10 - 0}{4} \Rightarrow a_A = 2.5 \frac{m}{s^2}$$

$$a_B = \frac{\Delta v_B}{t} = \frac{-10 - 20}{4} \Rightarrow a_B = -7.5 \frac{m}{s^2}$$

سپس معادلهٔ حرکت هر متحرک را نوشته و مکان آن‌ها را در لحظهٔ $t=20s$ محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$x_A=\frac{1}{2}a_At^2+v_{0A}t+x_{0A}\Rightarrow x_A=\frac{1}{2}\times 2.5t^2+0+0\xrightarrow{t=20s}x_A=500m$$

$$x_B=\frac{1}{2}a_Bt^2+v_{0B}t+x_{0B}\Rightarrow x_B=\frac{1}{2}\times(-7.5)t^2+20t+0\xrightarrow{t=20s}x_B=-1100m$$

بنابراین:

$$|\Delta x_{AB}|=|x_A-x_B|=|500-(-1100)|\Rightarrow|\Delta x_{AB}|=1600m=1.6km$$

۱۳۷ ۴ **۳** ۲ ۱ شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در لحظهٔ $t=3s$ برابر با صفر است. بنابراین سرعت متحرک در لحظهٔ $t=3s$ برابر با صفر است.

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=8-3=5s]{v_{(t=3s)}=0,v_{(t=8s)}=20\frac{m}{s}}a=\frac{20}{5}=4\frac{m}{s^2}$$

اکنون با توجه به رابطهٔ سرعت در حرکت با شتاب ثابت، سرعت اولیهٔ متحرک را به دست می آوریم:

$$v=at+v_0\xrightarrow[t=3s,a=4\frac{m}{s^2}]{v_{(t=3s)}=0}v_0=-12\frac{m}{s}$$

اکنون با توجه به رابطهٔ مکان – زمان در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک را در سه ثانیهٔ اول حرکت به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=x-x_0=\frac{1}{2}at^2+v_0t\xrightarrow{t=3s}\Delta x=\frac{1}{2}\times4\times3^2-12\times3\Rightarrow\Delta x=18-36=-18m$$

بنابراین، هنگامی که جهت حرکت متحرک در لحظهٔ $t=3s$ عوض می‌شود، متحرک در ۱۸ متری مبدأ حرکت قرار دارد.

راه دوم: می‌توانیم حرکت متحرک را برعکس فرض کنیم یعنی فرض کنیم متحرک از حال سکون با شتاب $4\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. اکنون جابه‌جایی متحرک پس از ۳ ثانیه برابر با فاصلهٔ متحرک از مبدأ حرکت در لحظهٔ تغییر جهت است:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\times4\times3^2=18m$$

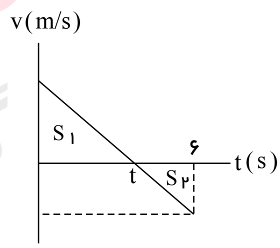
۱۳۸ ۴ ۳ **۲** ۱ در حرکت با شتاب ثابت، نوع حرکت یا پیوسته تندشونده است یا ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. با توجه به تندی این متحرک در لحظه‌های $t_1=1s$ و $t_2=6s$، در می یابیم این حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. اگر فرض کنید متحرک ابتدا در جهت مثبت محور x در حال حرکت باشد، سرعت در لحظهٔ $t=1s$، $8\frac{m}{s}$ و در لحظهٔ $t=6s$، $-2\frac{m}{s}$ است. با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_{av}=\frac{v_{(t=1s)}+v_{(t=6s)}}{2}=\frac{8+(-2)}{2}=3\frac{m}{s}$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\Delta x=3\times(6-1)=3\times5=15m$$

اگر فرض کنید متحرک در ابتدا در جهت منفی محور x در حال حرکت است، سرعت در لحظهٔ $t=1s$، برابر $-8\frac{m}{s}$ و در لحظهٔ $t=6s$، برابر $2\frac{m}{s}$ است. با این فرض سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t=1s$ تا $t=6s$، $-3\frac{m}{s}$ می شود و جابه‌جایی متحرک در این بازهٔ زمانی $-15m$ می‌شود که در این صورت نیز اندازهٔ جابه‌جایی متحرک $15m$ است.

۱۳۹ ۴ ۳ ۲ **۱** از آن‌جا که تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط با یکدیگر برابر نیستند، بنابراین با توجه به این که حرکت متحرک با شتاب ثابت است، نوع حرکت آن ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. از طرفی چون در مبدأ زمان متحرک در جهت مثبت محور x در حال حرکت است، بنابراین نمودار سرعت – زمان متحرک مطابق شکل روبه‌رو است.



$$S_1+S_2=\frac{10}{3}\times6\Rightarrow S_1+S_2=20m$$

$$S_1-S_2=2\times6\Rightarrow S_1-S_2=12m\Rightarrow2S_1=32\Rightarrow S_1=16m\Rightarrow S_2=4m$$

$$\left.\begin{array}{l}|\Delta x_{(0-t)}|=\frac{1}{2}|a|t^2\\[2ex]|\Delta x_{(t-6s)}|=\frac{1}{2}|a|(6-t)^2\end{array}\right\}\xrightarrow[|\Delta x_{t-6s}|=S_2=4m]{|\Delta x_{0-t}|=S_1=16m}$$

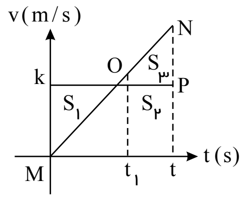
$$\frac{|\Delta x_{0-t}|}{|\Delta x_{t-6s}|}=\frac{t^2}{(6-t)^2}\Rightarrow\frac{t}{6-t}=\sqrt{\frac{16}{4}}\Rightarrow3t=12\Rightarrow t=4s$$

$$\Rightarrow S_1=\frac{1}{2}|a|t^2\Rightarrow16=\frac{1}{2}|a|\times4^2\Rightarrow|a|=2\frac{m}{s^2}\Rightarrow a=-2\frac{m}{s^2}$$

$$v_{t=6s}=a(6-4)\Rightarrow v_{t=6s}=-2\times2=-4\frac{m}{s}$$

۱۴۰ (۱) (۲) (۳) (۴)

$$V_B = \frac{\Delta N}{\Delta t} \Rightarrow ۶ = \frac{۲۴۰}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = ۴۰s$$



یعنی دو متحرک بعد از گذشت $۴۰s$ دوباره به یکدیگر می‌رسند. در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، جابه‌جایی آن‌ها با یکدیگر برابر می‌شود. از طرف دیگر می‌دانیم زیر نمودار سرعت - زمان بیانگر جابه‌جایی است.

$$\begin{cases} \Delta x_A = S_۳ + S_۲ \\ \Delta x_B = S_۱ + S_۲ \rightarrow S_۱ = S_۳ \\ \Delta x_A = \Delta x_B \end{cases}$$

پس ۲ مثلث $\overset{\Delta}{OKM}$ و $\overset{\Delta}{ONP}$ مشابه بوده و مساحت آن‌ها برابر است. پس $OP = OK$ می‌باشد. بنابراین $t_۱$ نصف t است.

$$t_۱ = \frac{t}{۲} = \frac{۴۰}{۲} = ۲۰s$$

۱۴۱ (۱) (۲) (۳) (۴)

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow ۲۵ = \frac{۱}{۲}a(۵)^۲ + v_۰ \times ۵$$
$$\Rightarrow ۲۵ = \frac{۲۵}{۲}a + ۵v_۰ \quad (۱)$$

جابه‌جایی $۶۴m$ در ۴ ثانیهٔ پنجم یعنی ۱۶ تا ۲۰، پس:

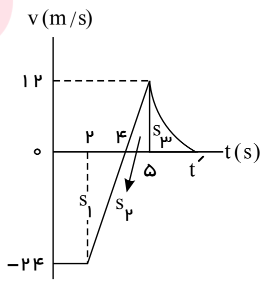
$$\Delta x = \frac{v_{۱۶} + v_{۲۰}}{۲} \times \Delta t \Rightarrow ۶۴ = \frac{v_{۱۶} + v_{۲۰}}{۲} \times ۴ \quad *$$
$$\Rightarrow \begin{cases} v_{۱۶} = at + v_۰ \Rightarrow v_{۱۶} = ۱۶a + v_۰ \\ v_{۲۰} = at + v_۰ \Rightarrow v_{۲۰} = ۲۰a + v_۰ \end{cases}$$
$$\Rightarrow v_{۱۶} + v_{۲۰} = ۳۶a + ۲v_۰ \overset{*}{\longrightarrow} ۳۲ = ۳۶a + ۲v_۰ \quad (۲)$$
$$(۱), (۲) \rightarrow \begin{cases} ۵۰ = ۲۵a + ۱۰v_۰ \\ ۳۲ = ۳۶a + ۲v_۰ \end{cases}$$
$$a = \frac{۲۲}{۳۱}\frac{m}{s^۲}$$

۱۴۲ (۱) (۲) (۳) (۴) چون نمودار مکان - زمان حرکت در مسیر مستقیم به‌صورت سهمی است، بنابراین شتاب حرکت ثابت است و در نتیجه شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه با شتاب لحظه‌ای برابر است. در بازهٔ زمانی $۴s$ تا $۸s$ داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow ۲۰ - ۴ = \frac{۱}{۲}a \times ۴^۲ + ۰ \times ۴ \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

۱۴۳ (۱) (۲) (۳) (۴)

مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان در هر بازهٔ زمانی، تغییر مکان متحرک را طی آن بازه نشان می‌دهد. ابتدا به کمک تشابه مثلث‌ها، سرعت متحرک را در لحظهٔ $t = ۲s$ (یا $t = ۰$) می‌یابیم:

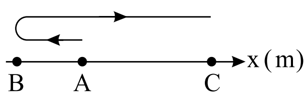


$$\frac{v_۵}{|v_۲|} = \frac{۵ - ۴}{۴ - ۲}$$
$$\Rightarrow \frac{۱۲}{|v_۲|} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow |v_۲| = ۲۴\frac{m}{s} \Rightarrow v_۰ = v_۲ = -۲۴\frac{m}{s}$$

برای محاسبهٔ مکان متحرک در لحظهٔ t' داریم:

$$x(t') - x(۰) = -S_۱ + S_۲ + S_۳ \Rightarrow x(t') - (-۵) = \left[-\frac{۴+۲}{۲} \times ۲۴\right] + \left[\frac{(۵-۴) \times ۱۲}{۲}\right] + ۱۵$$
$$\Rightarrow x(t') = -۵۶m$$

۱۴۴ (۱) (۲) (۳) (۴)



چون علامت سرعت متحرک عوض شده است، بنابراین حرکت متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده بوده است و در نتیجه متحرک تغییر جهت داده است. در نتیجه مسافت طی شده توسط

آن از جابه‌جایی متحرک بیشتر است.

$$= -۳۶ \quad = -۱۰$$

$$= ۰$$

$$= ۷۲ \quad = ۲۰$$

شتاب حرکت متحرک برابر است با:

$$= at + \quad \Rightarrow ۲۰ = a \times ۶۰ + (-۱۰) \Rightarrow a = ۰/۵\frac{m}{s^۲}$$

حال مسافت‌های و را محاسبه می‌کنیم:

$$= v_A + ۲a\Delta \quad \Rightarrow ۰ = (-۱۰)^۲ + ۲ \times ۰/۵ \times \Delta x_{AB} \Rightarrow \Delta \quad = -۱۰۰m \Rightarrow |\Delta \quad| = ۱۰۰m$$

$$= v_B + ۲a\Delta \quad \Rightarrow ۲۰^۲ = ۰ + ۲ \times ۰/۵ \times \Delta x_{BC} \Rightarrow \Delta \quad = ۴۰۰m$$

بنابراین:

$$\ell = |\Delta \quad| + \Delta \quad = ۱۰۰ + ۴۰۰ = ۵۰۰m$$

۱۴۵ (۴) مطابق با نمودار، متحرک در لحظهٔ $t = ۳s$ تغییر جهت می‌دهد و بنابراین داریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = a \times ۳ + v_۰ \Rightarrow v_۰ + ۳a = ۰ \quad (۱)$$

جابه‌جایی متحرک در ۸ ثانیهٔ ابتدایی حرکت برابر با $-۱۶m$ است.

بنابراین:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow -۱۶ = \frac{۱}{۲} \times a \times ۸^۲ + v_۰ \times ۸ \Rightarrow v_۰ + ۴a = -۲ \quad (۲)$$

با حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$a = -۲\frac{m}{s^۲} \,, \quad _۰ = ۶$$

در لحظهٔ $t = ۸s$، جهت بردار مکان متحرک تغییر می‌کند، بنابراین تندی متحرک در این لحظه برابر است با:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = -۲ \times ۸ + ۶ \Rightarrow v = -۱۰ \quad \Rightarrow s = ۱۰$$

۱۴۶ (۴) خودرو را متحرک (۱) و کامیون را متحرک (۲) و محل شروع حرکت (چراغ) را مبدأ مختصات در نظر می‌گیریم. معادله‌های حرکت خودرو و کامیون برابر است با:

$$x_۱ = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow x_۱ = \frac{۱}{۲}t^۲$$

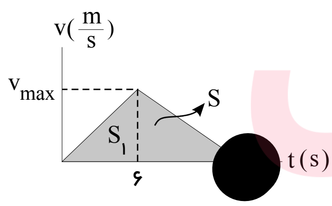
$$x_۲ = v(t - ۴) \Rightarrow x_۲ = ۹(t - ۴)$$

در لحظه‌ای که خودرو از کامیون سبقت می‌گیرد. مکان آن‌ها برابر است، بنابراین:

$$x_۱ = x_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}t^۲ = ۹(t - ۴) \Rightarrow \quad ^۲ - ۱۸t + ۷۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \\ t = ۱۲s \end{cases}$$

در لحظهٔ $t = ۶s$، کامیون به خودرو می‌رسد و از آن سبقت می‌گیرد و در لحظهٔ $t = ۱۲s$، خودرو به کامیون می‌رسد و از آن سبقت می‌گیرد.

۱۴۷ (۲)



مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است.

$$S_۱ = \frac{۶v_{max}}{۲} = ۳v_{max} \,, S = \frac{v_{max} \times \ '}{۲}$$

$$\frac{}{} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{۳v_{max}}{\frac{v_{max}}{۲} \times t'} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow t' = ۱۸s$$

مدت زمانی که حرکت متحرک کندشونده است. $= ۱۸ - ۶ = ۱۲s$

۱۴۸ (۲) چون متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ در مکان $x_۰ = ۱۶m$ و در لحظهٔ در مکان $x = ۳۶m$ قرار دارد، با استفاده از معادلهٔ $v = ۲\sqrt{x}$، می‌توان نوشت:

$$v = ۲\sqrt{x} \xrightarrow{x_۰ = ۱۶m} v_۰ = ۲\sqrt{۱۶} \Rightarrow v_۰ = ۲ \times ۴ = ۸m/s$$

$$v = ۲\sqrt{x} \xrightarrow{x_۰ = ۳۶m} v = ۲\sqrt{۳۶} \Rightarrow v = ۲ \times ۶ = ۱۲m/s$$

حال با استفاده از معادلهٔ مستقل از شتاب، را می‌یابیم:

$$\Delta x = \frac{v + v_۰}{۲}\Delta t \Rightarrow ۳۶ - ۱۶ = \frac{۱۲ + ۸}{۲}(t - ۰) \Rightarrow t = ۲s$$

۱۴۹ ۱ ۲ ۳ **۴** دو متحرک زمانی به‌هم می‌رسند که مکان آن‌ها یکسان شود. اگر Δx جابه‌جایی باشد، داریم:

$$= x_B \Rightarrow x_{\circ A} + \Delta x_A = x_{\circ B} + \Delta$$

در ابتدا فرض می‌کنیم دو متحرک تا $t = ۲s$ به‌هم برسند:

(می‌دانیم مساحت محصور محصور بین نمودار $v - t$ و محور زمان برابر جابه‌جایی است.)

$$\begin{cases} \Delta \quad = \dfrac{۶t \times t}{۲} = ۳t^۲ \\ \Delta \quad = \dfrac{۴t \times t}{۲} = ۲t^۲ \end{cases} \Rightarrow \Delta \quad + x_{\circ A} = \Delta \quad + x_{\circ B} \Rightarrow ۲t^۲ + ۲/۵ = ۳t^۲ - ۳ \Rightarrow t = \sqrt{۵/۵}$$

پس قبل از $t = ۲s$ به‌هم نمی‌رسند.

حال فرض می‌کنیم دو متحرک بعد از $t = ۲s$ به‌هم برسند:

$$\begin{cases} \Delta \quad = \dfrac{۱۲ \times ۲}{۲} + (t - ۲) \times ۱۲ = ۱۲t - ۱۲ \\ \Delta \quad = \dfrac{۴t \times t}{۲} = ۲t^۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad = x_B \Rightarrow ۲t^۲ + ۲/۵ = (۱۲t - ۱۲) - ۳ \Rightarrow ۲t^۲ - ۱۲t + ۱۷/۵ = \circ \Rightarrow t = \frac{+۱۲ \pm \sqrt{(-۱۲)^۲ - ۴ \times ۱۷/۵ \times ۲}}{۲ \times ۲} \Rightarrow t = \frac{۱۲ \pm ۲}{۴} = ۲/۵s \ , \ ۳/۵s$$

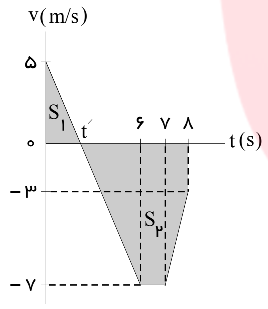
می‌توانستیم با بررسی گزینه‌های و محاسبهٔ جابه‌جایی متحرک تا آن لحظات و جایگذاری در رابطهٔ $\Delta \quad + x_{\circ A} = \Delta \quad + x_{\circ B}$، باز هم به پاسخ صحیح برسیم.

۱۵۰ **۱** ۲ ۳ ۴ برای محاسبهٔ تندی متوسط، ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم نموده و سپس به کمک آن، مسافت پیموده شده را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$\circ \leq ۶s \Rightarrow v_۶ = a_۱ t_۱ + v_\circ = -۲ \times ۶ + ۵ \Rightarrow v_۶ = -۷$$

$$۶s \leq t < ۷s \Rightarrow a_۲ = \circ \Rightarrow v_۷ = v_۶ = -۷$$

$$۷s \leq t < ۸s \Rightarrow v_۸ = a_۳ t_۳ + v_۷ = ۴ \times ۱ - ۷ \Rightarrow v_۸ = -۳$$



در لحظهٔ t' علامت سرعت عوض می‌شود، در نتیجه متحرک تغییر جهت می‌دهد. با استفاده از تشابه مثلث‌ها، لحظهٔ t' را می‌یابیم. داریم:

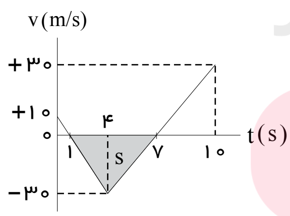
$$\frac{}{t'} = \frac{}{۶ - t'} \Rightarrow t' = ۲/۵s$$

مسافت طی‌شده توسط متحرک برابر با مجموع اندازهٔ جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های صفر تا $۲/۵s$ و $۲/۵s$ تا $۸s$ است. داریم:

$$\ell = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| = \frac{۵ \times ۲/۵}{۲} + [\frac{(۴/۵ + ۱) \times ۷}{۲} + \frac{(۷ + ۳) \times ۱}{۲}] \Rightarrow \ell = ۶/۲۵ + ۱۹/۲۵ + ۵ = ۳۰/۵m$$

$$= \frac{}{\Delta t} = \frac{۳۰/۵}{۸} = \frac{۶۱}{۱۶}$$

۱۵۱ ۱ ۲ **۳** ۴ ابتدا از روی نمودار شتاب - زمان داده شده، نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم:



مساحت محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان در این بازهٔ زمانی برابر با تغییرات سرعت متحرک است.

$t_۱ = ۴s$ در بازهٔ زمانی صفر تا : s

$t_۱ = ۴s$ سرعت در لحظهٔ : $v_۱ = v_\circ + \Delta v \xrightarrow[\Delta v = -۴\circ \frac{}{s}]{v_\circ = ۱\circ \frac{}{}} v_۱ = ۱\circ - ۴\circ = -۳\circ$

$t_۲ = ۱\circ s$ تا $t_۱ = ۴s$ در بازهٔ زمانی : : $\Delta v' = ۱\circ \times (۱\circ - ۴)$ s

$t_۲ = ۱۰s$ سرعت در لحظهٔ : $v_۲ = v_۱ + \Delta v' \xrightarrow{v_۱=-۳۰\frac{m}{s}\ ,\ \Delta v'=۶۰\frac{m}{s}} v_۲ = -۳۰ + ۶۰ = ۳۰\frac{m}{s}$

سپس به کمک تشابه مثلث، نقاط برخورد نمودار سرعت - زمان متحرک با محور زمان را پیدا می‌کنیم. دربازهٔ زمانی $t' = ۱s$ تا $t'' = ۷s$، نمودار زمانی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

می‌دانیم مساحت سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است. بنابراین ابتدا جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t' = ۱s$ تا $t'' = ۷s$ را به‌دست می‌آوریم و سپس از طریق رابطهٔ زیر، سرعت متوسط متحرک را در این بازهٔ زمانی پیدا می‌کنیم:

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{\frac{(۷-۱)\times ۳۰}{۲}}{۶} = ۱۵\frac{m}{s}$$

۱۵۲ ① ② ③ ④ مقایسهٔ سرعت متوسط:

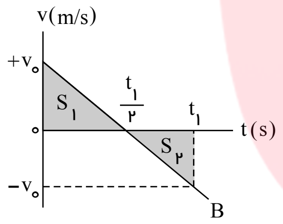
با توجه به نمودار سرعت - زمان این دو متحرک، سرعت متحرک‌ها با زمان به‌صورت خطی تغییر می‌کند و شیب نمودارهای سرعت - زمان ثابت است. بنابراین حرکت این دو متحرک با شتاب ثابت است؛ پس برای پیدا کردن v_{av} می‌توان از رابطهٔ $v_{av} = \frac{v_۰ + v}{۲}$ استفاده کرد:

$$\left.\begin{aligned} A \text{ متحرک} : v_{av} &= \frac{۰ - v_۰}{۲} = \frac{-v_۰}{۲} \\ B \text{ متحرک} : v_{av} &= \frac{v_۰ - v_۰}{۲} = ۰ \end{aligned}\right\} |v_{av,A}| > |v_{av,B}|$$

مقایسهٔ تندی متوسط:

چون متحرک A در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۱$ تغییر جهت نمی‌دهد، تندی متوسط آن با اندازهٔ سرعت متوسط آن برابر است، یعنی: $s_{av,A} = |v_{av,A}| = \frac{v_۰}{۲}$

متحرک B در لحظهٔ $\frac{t_۱}{۲}$ (با توجه به تقارن نمودار سرعت - زمان متحرک B)، تغییر جهت می‌دهد. (محور زمان را قطع کرده است و علامت سرعت آن تغییر کرده است). در نتیجه مسافت طی‌شده توسط این متحرک، برابر است با:



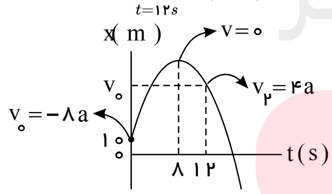
$$s_{av,B} = \frac{\ell_B}{\Delta t} = \frac{\frac{v_۰ t_۱}{۲}}{t_۱} = \frac{v_۰}{۲} \Rightarrow s_{av,B} = s_{av,A} \quad \ell_B = s_۱ + s_۲ = \frac{v_۰ \times \frac{t_۱}{۲}}{۲} + \frac{v_۰ \times \frac{t_۱}{۲}}{۲} = \frac{v_۰ t_۱}{۲}$$

۱۵۳ ① ② ③ ④ در حرکت با شتاب ثابت یا نوع حرکت متحرک پیوسته تندشونده است که در این صورت بردار سرعت اولیه و شتاب با یکدیگر هم‌جهت هستند و یا متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است. یا نوع حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است که در این صورت بردار سرعت اولیه و شتاب خلاف جهت همدیگر هستند. از آن‌جا که در ۱۲ ثانیهٔ ابتدای حرکت، ۴ ثانیه نوع حرکت متحرک تندشونده است، بنابراین ۸ ثانیهٔ ابتدای حرکت نوع حرکت متحرک کندشونده است و در لحظهٔ $t = ۸s$ جهت حرکت متحرک عوض می‌شود. بنابراین نمودار مکان - زمان متحرک مطابق شکل زیر است.

بنابراین سرعت متحرک در لحظه‌های $t = ۰$ و $t = ۱۲s$ برابر است با:

$$v = at + v_۰ \xrightarrow{t=۸s} v = ۰ \Rightarrow v_۰ = -۸a$$

$$v = at + v_۰ \xrightarrow[t=۱۲s]{v_۰=-۸a} v_{(t=۱۲s)} = ۱۲a - ۸a = ۴a$$

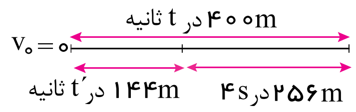


اکنون با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\frac{v_۱ + v_۲}{۲} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=۱۲s\ ,\ v_۱=v_۰=-۸a\ ,\ v_۲=v_{t=۱۲s}=۴a]{\Delta x=۷۰-۱۰=۶۰m} \frac{-۸a + ۴a}{۲} = \frac{۶۰}{۱۲} \Rightarrow a = \frac{-۵}{۲}\frac{m}{s^۲}$$

$$v = at + v_۰ \xrightarrow{t=۱۰s\ ,\ v_۰=-۸a} v = ۱۰a - ۸a = ۲a \xrightarrow{a=-\frac{۵}{۲}\frac{m}{s^۲}} v = -۵\frac{m}{s} \Rightarrow |v| = ۵\frac{m}{s}$$

۱۵۴ ① ② ③ ④ پلهٔ اول: به شکل زیر نگاه کنید.



چون سرعت اولیه برابر صفر است، با توجه به رابطهٔ $\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲$ می‌توانیم نسبت زیر را بنویسیم:

$$\frac{\Delta x'}{\Delta x} = (\frac{t'}{t})^۲$$

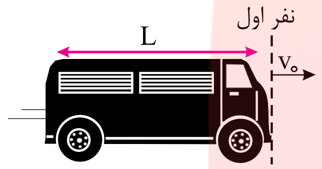
پلهٔ دوم: با توجه به شکل بالا، t' برابر ۴ $t -$ ثانیه، $\Delta x = ۴۰۰m$ و $\Delta x' = ۱۴۴m$ است:

$$\frac{۱۴۴}{۴۰۰} = (\frac{t-۴}{t})^۲ \Rightarrow \frac{۱۲}{۲۰} = \frac{t-۴}{t} \Rightarrow t = ۱۰s, t' = ۱۰ - ۴ = ۶s$$

پلهٔ سوم: سرعت متوسط در $۱۴۴m$ اول مسیر را می‌خواهد:

$$v_{av_{[۰-۶]}} = \frac{\Delta x'}{t'} = \frac{۱۴۴}{۶} \Rightarrow v_{av_{[۰-۶]}} = ۲۴\frac{m}{s}$$

۱۵۵ ۴ ۳ ۲ **۱** اگر بتوانید تست را درست تحلیل کنید، پاسخش هم دور از دست نیست.



پلهٔ اول: سرعت اولیهٔ اتوبوس از نگاه نفر اول v_0 است و $۲s$ طول می‌کشد تا اتوبوس از مقابل چشمانش عبور کند. در این $۲s$، اتوبوس به‌اندازهٔ طول خودش، پیشروی کرده است. طول اتوبوس را L می‌گیریم و می‌نویسیم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_0 t \Rightarrow L = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (۲)^۲ + v_0(۲) = ۴ + ۲v_0 \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

پلهٔ دوم: برای آن‌که اتوبوس از نفر اول به نفر دوم برسد، باید $۱۸m$ جلو برود، پس سرعت اولیه از دید نفر دوم برابر است با: (v'_0 سرعت اولیهٔ اتوبوس از دید نفر دوم یا سرعت نهایی اتوبوس پس از $۱۸m$ جابه‌جایی است.)

$$(v'_0)^۲ - v_0^۲ = ۲a\Delta x' \Rightarrow (v'_0)^۲ - v_0^۲ = ۲ \times ۲ \times ۱۸ \Rightarrow \quad \text{رابطهٔ (۲)}$$

پلهٔ سوم: $۱s$ طول می‌کشد تا اتوبوس از جلوی چشمان نفر دوم بگذرد. همانند پلهٔ اول داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v'_0 t \Rightarrow l = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (۱)^۲ + \sqrt{۷۲ + v_0^۲} \times (۱) = ۱ + \sqrt{۷۲ + v_0^۲} \quad \text{رابطهٔ (۳)}$$

پلهٔ چهارم: رابطه‌های (۱) و (۳) را مساوی هم می‌گذاریم تا v_0 حساب شود:

$$۴ + ۲v_0 = ۱ + \sqrt{۷۲ + v_0^۲} \Rightarrow v_0^۲ + ۴v_0 - ۲۱ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} v_0 = -۷ \quad \text{غ ق ق} \\ v_0 = ۳\frac{m}{s} \end{cases}$$

پلهٔ پنجم: $v_0 = ۳$ را در رابطهٔ (۱) بگذارید تا جواب تست را ببینید:

$$l = ۴ + ۲v_0 = ۴ + (۲ \times ۳) \Rightarrow l = ۱۰m$$

۱۵۶ ۴ ۳ **۲** ۱ پلهٔ اول: دقت کنید که معادلهٔ داده شده معادلهٔ سرعت - زمان نیست! بلکه معادلهٔ سرعت متوسط برحسب زمان است؛ می‌دانیم سرعت متوسط از رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید. بنابراین:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{t_0 = ۰} v_{av} = \frac{\Delta x}{t} \Rightarrow \Delta x = v_{av} \cdot t = ۸t^۲ + ۱۰t$$

پلهٔ دوم: حالا با تطبیق دادن معادلهٔ جابه‌جایی به‌دست آمده با صورت کلی معادلهٔ جابه‌جایی مقادیر a و v_0 را به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x = ۸t^۲ + ۱۰t \\ \Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_0 t \end{array}\right\} \Rightarrow a = ۱۶\frac{m}{s}, v_0 = ۱۰\frac{m}{s}$$

پلهٔ سوم: حالا با نوشتن معادلهٔ مستقل از زمان جابه‌جایی متحرک را تا زمانی که سرعتش به $۲۰\frac{m}{s}$ می‌رسد را حساب می‌کنیم:

$$v^۲ - v_0^۲ = ۲a\Delta x \xrightarrow[a=۱۶\frac{m}{s^۲}]{v_0=۱۰\frac{m}{s}, v=۲۰\frac{m}{s}} ۲۰^۲ - ۱۰^۲ = ۲(۱۶)(\Delta x) \Rightarrow ۳۰۰ = ۳۲\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۹٫۳۷۵m$$

۱۵۷ ۴ **۳** ۲ ۱ پلهٔ اول: برای سهولت در حل، حرکت را برعکس می‌کنیم. یعنی فرض می‌کنیم موتورسوار از حال سکون شروع به حرکت کرده و در $۰٫۲s$ نخست $۲۰cm$ پیموده است. در این صورت برای جابه‌جایی در T ثانیهٔ n اُم داریم:

$$\Delta x = (n - ۰٫۵)aT^۲ + v_0 T \xrightarrow{\text{۰٫۲ ثانیهٔ اول}} ۰٫۲ = ۰٫۵ \times a \times (۰٫۲)^۲ + ۰ \times ۰٫۲ \Rightarrow ۰٫۲ = ۰٫۰۲a \Rightarrow a = ۱۰\frac{m}{s^۲}$$

در واقع موتورسوار با شتاب $۱۰\frac{m}{s^۲}$ می‌ایستد.

پلهٔ دوم: اکنون به $۰٫۲s$ اول حرکت باز می‌گردیم. طراح می‌گوید، موتور در ۰٫۲ ثانیهٔ اول توقف، $۴۲۰cm$ پیموده است. یعنی:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{\circ}t \Rightarrow ۴٫۲=\frac{۱}{۲}\times(-۱۰)\times(۰٫۲)^{۲}+v_{\circ}\times ۰٫۲ \Rightarrow v_{\circ}=۲۲$$

۱۵۸ (۱) (۲) **(۳)** (۴) پلهٔ اول: مسافتی که متحرک در هر ثانیه طی می‌کند، با گذر زمان $\frac{۳}{۲}$ متر کم‌تر می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta x_{[۰,۱]}-\Delta x_{[۱,۲]}=\frac{۳}{۲} \Rightarrow \Delta x_{[۰,۱]}-[\Delta x_{[۰,۲]}-\Delta x_{[۰,۱]}]=\frac{۳}{۲} \Rightarrow ۲\Delta x_{[۰,۱]}-\Delta x_{[۰,۲]}=\frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲[\frac{۱}{۲}(a)(۱)^{۲}+۵(۱)]-[\frac{۱}{۲}(a)(۲)^{۲}+۵(۲)]=\frac{۳}{۲} \Rightarrow ۲[\frac{}{۲}+۵]-[۲a+۱۰]=\frac{۳}{۲} \Rightarrow a+۱۰-۲a-۱۰=\frac{۳}{۲} \Rightarrow a=-۱٫۵\frac{m}{s^{۲}}$$

پلهٔ دوم: حالا با نوشتن معادلهٔ مستقل از زمان جابه‌جایی متحرک تا لحظهٔ توقف را می‌یابیم:

$$v^{۲}-\ ^{۲}_{\circ}=۲a\Delta x \xrightarrow[v=۰]{v_{\circ}=۵,\ a=-۱٫۵} ۰^{۲}-(۵)^{۲}=۲(-۱٫۵)\Delta x \Rightarrow \Delta x=\frac{۲۵}{۳}=+۸٫۳۳=۸٫۳m$$

۱۵۹ (۱) (۲) (۳) **(۴)** پلهٔ اول: در ابتدا زمانی که متحرک در آن ۸ متر و $۶۴+۸=۷۲m$ را می‌پیماید را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x_{۱}=\frac{۱}{۲}at_{۱}^{۲}=۸ \Rightarrow a\ _{۱}^{۲}=۱۶$$

$$\Delta x_{۲}=\dot{-}a(t_{۱}+t_{۲})^{۲}=۷۲ \Rightarrow a(t_{۱}+t_{۲})^{۲}=۱۴۴$$

پلهٔ دوم: حالا دو رابطهٔ به‌دست آمده را باهم تقسیم می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} a(t_{۱}+\quad =۱۴۴ \\ a(t_{۱})^{۲}=۱۶ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{a(t_{۱}+t_{۲})^{۲}}{at_{۱}^{۲}}=\frac{۱۴۴}{۱۶} \xrightarrow{\text{جذر از طرفین}} \frac{t_{۱}+t_{۲}}{t_{۱}}=\frac{۱۲}{۴}=۳$$

حاصل کسر $\frac{t_{۱}+t_{۲}}{t_{۱}}$، ۳ به‌دست آمد بنابراین کسر $\frac{t_{۱}+t_{۲}}{۲t_{۱}}$ برابر با $\frac{۳}{۲}$ خواهد بود.

۱۶۰ **(۱)** (۲) (۳) (۴) پلهٔ اول: برای این‌که دو قطاری که از روبه‌رو در حال نزدیک شدن به یکدیگرند کاملاً از کنار هم عبور کنند باید مجموع اندازهٔ جابه‌جایی‌های آن‌ها برابر با جمع فاصلهٔ میان دو قطار و طول آن‌ها باشد. یعنی:

$$|\Delta\quad|+|\Delta\quad|=\underset{\text{طول قطار}}{\uparrow}+\underset{\text{طول قطار}}{\uparrow}\ ۲km \xrightarrow{=۲۰۰m,\quad =۳۰۰m} |\Delta\quad|+|\Delta\quad|=۲۵۰۰m \quad (۱)\ \text{رابطهٔ}$$

پلهٔ دوم: با توجه به این‌که حرکت متحرک دوقسمتی است سرعت متحرک و همچنین اندازهٔ جابه‌جایی دو متحرک را تا لحظهٔ $t=۱۰s$ به‌دست می‌آوریم:

$$=at+v_{\circ B} \xrightarrow[a=۲\frac{m}{s^{۲}}]{v_{\circ B}=۰} =۲۰ \quad \Rightarrow \Delta x_{B_{۱}}=\frac{۱}{۲}at^{۲} \xrightarrow[t=۱۰s]{a=۲\frac{}{s}} \Delta x_{B_{۱}}=۱۰۰m$$

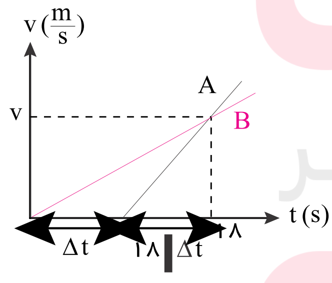
$$\Delta x_{A_{۱}}=۲۰t \xrightarrow{t=۱۰s} \Delta x_{A_{۱}}=۲۰۰m$$

مجموع جابه‌جایی و متحرک تا لحظهٔ $t=۱۰s$، ۳۰۰ متر است. بنابراین باید ۲۲۰۰ متر دیگر طی کنند.

پلهٔ سوم: مجموع اندازهٔ جابه‌جایی دو متحرک را پس از $t=۱۰s$ برابر ۲۲۰۰ قرار می‌دهیم.

$$|\Delta x_{A_{۲}}|+|\Delta x_{B_{۲}}|=۲۲۰۰ \Rightarrow ۲۰(t-۱۰)+۲۰(t-۱۰)=۲۲۰۰ \Rightarrow ۴۰(t-۱۰)=۲۲۰۰ \Rightarrow t=۶۵s$$

۱۶۱ (۱) (۲) **(۳)** (۴) پلهٔ اول: با توجه به شکل روبه‌رو، شتاب دو حرکت (یعنی شیب نمودارها) را پیدا می‌کنیم:



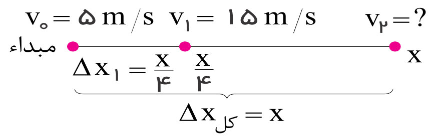
$$=\frac{}{۱۸}\ ,\quad =\frac{}{۱۸-\Delta t}$$

پلهٔ دوم: دو متحرک در لحظهٔ $t'=۳۰$ به هم رسیده‌اند، پس با جای‌گذاری داشته‌هایمان در معادله مکان و برابر قرار دادن معادله‌های مکان دو متحرک، جواب به‌دست می‌آید: (در نمودار می‌بینیم که سرعت اولیهٔ دو متحرک صفر است.)

$$\Delta\quad=\Delta x_{B} \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_{A}(t-\Delta t)^{۲}=\frac{۱}{۲}a_{B}t^{۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲}(\frac{}{۱۸-\Delta t})(۳۰-\Delta t)^{۲}=\frac{۱}{۲}(\frac{}{۱۸})\times(۳۰)^{۲}$$

$$\Rightarrow \Delta t^{۲}-۱۰\Delta t=۰ \Rightarrow \Delta t=۰,\ \Delta t=۱۰s$$

۱۶۲ (۱) (۲) (۳) **(۴)** تک پله: از آن‌جایی که زمان حرکت نه داده شده و نه خواسته شده است، از رابطهٔ مستقل از زمان برای دو جابه‌جایی $\Delta x_{۱}$ (از مبدأ تا مکان $\frac{}{۴}$) و کل Δx (از مبدأ تا مکان) استفاده می‌کنیم:



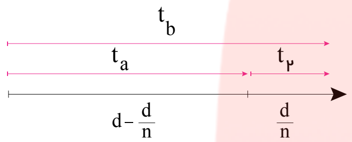
$$\begin{cases} {}^{۲}_{۱} - v_۰^۲ = ۲a\Delta x_۱ \Rightarrow (۱۵)^۲ - (۵)^۲ = ۲a \times \quad ۴ \\ {}^{۲}_{۲} - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow {}^{۲}_{۲} - (۵)^۲ = ۲ax \end{cases} \begin{cases} \Rightarrow ۲۰۰ = \quad ۲ \quad \Rightarrow ax = ۴۰۰ \\ \xrightarrow{ax=۴۰۰} {}^{۲}_{۲} = ۸۲۵ \Rightarrow v_۲ = ۵\sqrt{۳۳} \end{cases}$$

۱۶۳ (۴) (۳) **(۲)** (۱) زمان طی کردن — اول مسیر برابر است با:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$$

$$= \frac{۱}{۲}at_۱^۲ + ۰ \Rightarrow t_۱ = \sqrt{\quad}$$

برای به‌دست آوردن $t_۲$ ثانیهٔ — آخر مسیر باید دو زمان را از هم کم کرد.



$$d = \frac{۱}{۲}at_b^۲ \Rightarrow \quad = \sqrt{\frac{}{}}$$

$$d - \quad = \frac{۱}{۲}at_a^۲ \Rightarrow \quad = \sqrt{\quad}\sqrt{۱ - \frac{}{}}$$

$$t_۲ = \quad - t_a = \sqrt{\quad}(۱ - \sqrt{۱ - \quad})$$

$$\frac{t_۲}{t_۱} = \frac{\sqrt{\quad}(۱ - \quad ۱ - \quad)}{\sqrt{\quad}} = \sqrt{\ } - \sqrt{n - ۱}$$

۱۶۴ (۴) **(۳)** (۲) (۱) ۲ متر بیشتر جابه‌جایی در هر ۲ ثانیه همان $at^۲$ است.

$$at^۲ = ۲ \Rightarrow a \times ۲^۲ = ۲ \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}\frac{m}{s^۲}$$

۲ ثانیهٔ سوم یعنی $t = ۴$ تا $t = ۶$ ثانیه:

$$\Delta x = x_۶ - x_۴$$

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$$

$$x_۶ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times ۶^۲ + v_۰ \times ۶ + x_۰ = ۹ + ۶v_۰ + x_۰$$

$$x_۴ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times ۴^۲ + v_۰ \times ۴ + x_۰ = ۴ + ۴v_۰ + x_۰$$

$$x_۶ - \quad = ۱۰$$

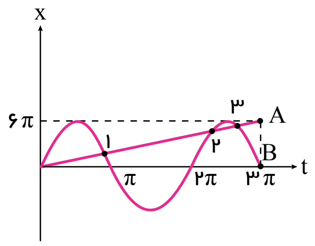
$$۹ + ۶v_۰ + x_۰ - ۴ - ۴v_۰ - x_۰ = ۱۰$$

$$۲v_۰ = ۵ \Rightarrow v_۰ = ۲/۵$$

۱۶۵ (۴) **(۳)** (۲) (۱) با توجه به معادلهٔ حرکت ، در هر ۲π ثانیهٔ متحرک یک sin کامل را طی می‌کند. در هر دورهٔ کامل متحرک مسافت $۶\pi \times ۴$ را طی می‌کند. به‌ازای هر ۲ متحرک مسافت ۶π را طی می‌کند. برای طی ۳۶π زمان لازم برابر است با:

$$\frac{}{۶\pi} = \frac{}{۲} \Rightarrow t = ۳\pi s$$

حال معادلهٔ مکان – زمان و را رسم می‌کنیم:



محل تقاطع ۳ بار است.

۱۶۶ ۴ ۳ **۲** ۱ معادلهٔ مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم:

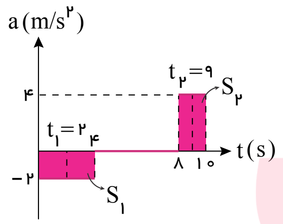
$$v_{\circ A} = 4\frac{m}{s}\,,\ a_A = \tan\alpha = 4\frac{m}{s^2}$$
$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_\circ t = 2t^2 + 4t$$
$$v_{\circ B} = 10\frac{m}{s}\,,\ a_B = \tan\beta = 2\frac{m}{s^2}$$
$$x_B = \frac{1}{2}at^2 + v_\circ t = t^2 + 10t \Rightarrow x_A = x_B$$
$$2t^2 + 4t = t^2 + 10t \Rightarrow t^2 - 6t = 0 \Rightarrow t = 6s$$
$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{a_A t + v_{\circ A}}{a_B t + v_{\circ B}} = \frac{4\times 6 + 4}{2\times 6 + 10} = \frac{28}{22} = \frac{14}{11}$$

۱۶۷ **۴** ۳ ۲ ۱ ابتدا سرعت‌ها در لحظات تغییر شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$v_4 = v_\circ + \Delta v$$
$$v_4 = v_\circ - S_1 = 4 - 2\times 4 = -4\frac{m}{s}$$
$$v_8 = v_4 = -4\frac{m}{s}$$
$$v_{10} = v_8 + S_2 = -4 + 4\times 2 = 4\frac{m}{s}$$

حال لحظاتی که سرعت صفر می‌شود را پیدا می‌کنیم.

$$0 < t < 4 \Rightarrow \Delta v = -S \Rightarrow 0 - 4 = -2t_1 \Rightarrow t_1 = 2s$$
$$8 < t < 10 \Rightarrow \Delta v = +S$$
$$v - v_A = +S \Rightarrow 0 - (-4) = 4\times \Delta t$$
$$\Delta t = 1s \Rightarrow t - 8 = 1 \Rightarrow t = 9s$$



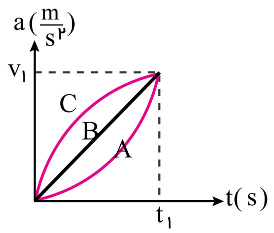
حرکت کندشونده یعنی $av < 0$

$$0 < t > 2 \Rightarrow v > 0\,,\ a < 0 \Rightarrow av < 0$$
$$\Delta x_1 = \frac{v_\circ + v_1}{2}\times \Delta t = \frac{+4+0}{2}\times 2 = 4m$$
$$8 < t < 9 \Rightarrow v < 0, a > 0 \Rightarrow av < 0$$
$$\Delta x_2 = \frac{v_8 + v_9}{2}\times \Delta t = \frac{-4+0}{2}\times 1 = -2m$$
$$L = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 4 + 2 = 6m$$

۱۶۸ ۴ **۳** ۲ ۱ پلهٔ اول: با توجه به نمودار مشخص است که اندازهٔ سطح زیر نمودار هر سه متحرک با هم برابر است. از سوی می‌دانیم سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر است با تغییرات سرعت پس می‌توان نتیجه گرفت:

$$S_A = S_B = S_C \Rightarrow \Delta v_A = \Delta v_B = \Delta v_C \xrightarrow{v_{\circ A} = v_{\circ B} = v_{\circ C} = 0} v_{1A} = v_{1B} = v_{1C}$$

پلهٔ دوم: برای مقایسهٔ مکان‌های ۳ متحرک باید نمودار سرعت - زمان آن‌ها را رسم کنیم و با توجه به سطح زیر نمودار آن (که معرف جابه‌جایی است) مکان ۳ متحرک را مقایسه کنیم.
سرعت‌های اولیه و نهایی هر سه متحرک باهم برابرند ولی شتاب سه متحرک باهم تفاوت دارد. متحرک A در ابتدا شتاب صفر دارد و شتاب آن به‌تدریج زیاد می‌شود. پس شیب نمودار سرعت - زمان آن هم در ابتدا صفر و به مرور زیاد می‌شود.



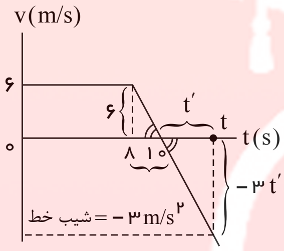
متحرک B همواره شتاب ثابتی دارد. بنابراین نمودار سرعت – زمان آن به‌صورت یک خط راست است. متحرک C در ابتدا شتاب مثبت دارد و به مرور شتاب آن کاهش یافته و به صفر می‌رسد پس شیب نمودار سرعت – زمان آن ابتدا مقداری مثبت است و به مرور کم می‌شود تا به صفر برسد.

پلهٔ سوم: اندازهٔ جابه‌جایی در نمودار سرعت – زمان برابر است با سطح زیر نمودار بنابراین با توجه به شکل واضح است که:

$$S_C > S_B > S_A \Rightarrow \Delta x_C > \Delta x_B > \Delta x_A \xrightarrow{x_{\circ C}=x_{\circ B}=x_{\circ A}} x_C > x_B > x_A$$

۱۶۹ ۴ ۳ ۲ **۱**

با توجه به شیب خط مربوط به دو لحظهٔ $۸s$ و t داریم:

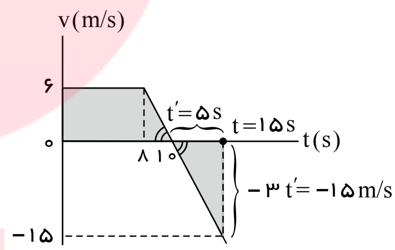


$$S_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{S_{\text{ذوزنقه}}+S_{\text{مثلث}}}{\Delta t}\Rightarrow ۶/۱=\frac{(\frac{۱۰+۸}{۲})\times ۶+\frac{t'\times ۳t'}{۲}}{۱۰+t'}\Rightarrow ۶۱+۶/۱t'=۵۴+\frac{۳}{۲}t'^{۲}\Rightarrow \frac{۳}{۲}t'^{۲}-۶/۱t'-۷=۰\Rightarrow ۱۵t'^{۲}-۶۱t'-۷۰=۰$$

$$\Rightarrow (t'-۵)(۱۵t'+۱۴)=۰\Rightarrow t'=۵s\,,\ t'=-\frac{۱۴}{۱۵}\ \text{غ.ق.ق}$$

حال داریم:

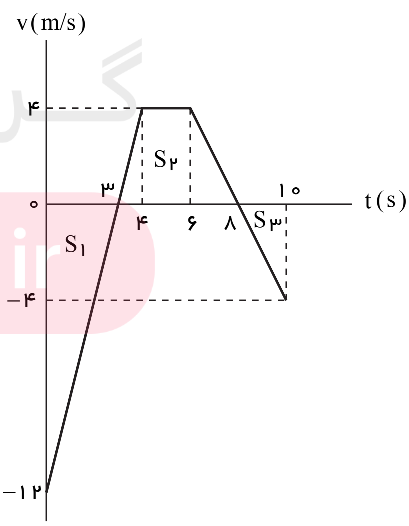
$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{S_{\text{ذوزنقه}}-S_{\text{مثلث}}}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{۵۴-۳۷/۵}{۱۵}\Rightarrow v_{av}=۱/۱\frac{m}{s}$$



۱۷۰ ۴ ۳ **۲** ۱ شرط این‌که تندی متوسط هم‌اندازه با سرعت متوسط باشد، آن است که متحرک بر روی خط راست و بدون تغییر جهت حرکت کند. با توجه به اینکه متحرک در لحظهٔ $۴s$ $=\frac{۲+۶}{۲}=t$ متوقف شده و تغییر جهت می‌دهد، بنابراین از شروع حرکت تا لحظهٔ $t=۴s$ تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط با هم برابر هستند.

۱۷۱ ۴ ۳ ۲ **۱** با توجه به نمودار شتاب – زمان و سرعت اولیهٔ متحرک نمودار سرعت – زمان متحرک را رسم می‌کنیم.

$$l=S_۱+S_۲+S_۳=\frac{۱۲\times ۳}{۲}+\frac{(۵+۲)\times ۴}{۲}+\frac{۴\times ۲}{۲}=۱۸+۱۴+۴=۳۶m$$



با توجه به رابطهٔ تندی متوسط داریم:

$$= \frac{}{\Delta t} = \frac{۳۶}{۱۰} = \frac{۱۸}{۵}$$

۱۷۲ ۴ ۳ ۲ **۱** نمودار مکان – زمان متحرک به‌صورت خط راست با شیب غیرصفر است، بنابراین سرعت آن ثابت است و می‌توان نوشت:

$$= \frac{}{\Delta t} = \frac{}{۴\sqrt{۲} - ۰} \Rightarrow \quad = ۵\sqrt{۲}$$

نمودار مکان – زمان متحرک به‌صورت یک سهمی است. با توجه به این‌که متحرک از مبدأ مکان شروع به حرکت کرده است $(x_{\circ B} = ۰)$ و در مبدأ زمان نمودار مکان – زمان بر محور زمان مماس است $(v_{\circ B} = ۰)$، می‌توان نوشت:

$$= \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_{\circ B} t + x_{\circ B} \xrightarrow[v_{\circ B}=۰]{x_{\circ B}=۰} \quad = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ \xrightarrow[x_B=۸۰m]{t=۴\sqrt{۲}s} ۸۰ = \frac{۱}{۲}a_B \times ۳۲ \Rightarrow a_B = ۵\frac{m}{s^۲}$$

بنابراین معادلهٔ سرعت –زمان متحرک برابر است با:

$$= \quad t + v_{\circ B}\,,\ v_B = \quad \xrightarrow[v_{\circ B}=۰\,,\quad =۵\frac{m}{s^۲}]{=۵\sqrt{۲}} ۵\sqrt{۲} = ۵t + ۰ \Rightarrow t = \sqrt{۲}$$

۱۷۳ ۴ ۳ ۲ **۱**

$$P = \frac{k_۱ - }{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{\frac{۱}{۲}m(v_۱^۲ - v_\circ^۲)}{\Delta t} \Rightarrow \frac{۱}{۲}m(v_۱^۲ - v_\circ^۲) = ۲۰۰ \times ۴ \Rightarrow \ _۱^۲ - v_\circ^۲ = ۸۰ \Rightarrow (v_۱ - v_\circ)(v_۱ + v_\circ) = ۸۰*$$

$$v_۱ = at + v_\circ \Rightarrow v_۱ - v_\circ = at \Rightarrow v_۱ - v_\circ = ۴ \times ۲ \Rightarrow v_۱ - v_\circ = ۸ \xrightarrow{*} v_۱ + v_\circ = ۱۰$$

$$\begin{cases} v_۱ - \quad = ۸ \\ v_۱ + v_\circ = ۱۰ \end{cases} \Rightarrow v_۱ = ۹ - , v_\circ = ۱$$

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t \Rightarrow \Delta x = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱۶ + ۱ \times ۴ = ۲۰m$$

می‌توانیم از $\ _۱^۲ - v_\circ^۲ = ۲a\Delta x$ هم جابه‌جایی را بدست بیاوریم.

$$\ _۱^۲ - v_\circ^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow (۹)^۲ - (۱)^۲ = ۲ \times ۲ \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = ۲۰m$$

۱۷۴ ۴ **۳** ۲ ۱ هرگاه در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی یا سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی معین صفر گردد، قطعاً این حرکت در ابتدا کندشونده و در ادامه تند شونده بوده و دقیقاً در لحظهٔ وسط بازهٔ موردنظر، تندی جسم صفر و جهت حرکت آن عوض شده است. بنابراین:

$$\Delta x_{[۴,۶]} = ۰ \Rightarrow t_{\text{توقف}} = \frac{۴ + ۶}{۲} = ۵s$$

پس حرکت متحرک در بازهٔ $۴s$ تا $۶s$ ابتدا کندشونده و سپس تندشونده بوده است (نادرستی گزینهٔ «۱»). هم‌چنین به دلیل ثابت بودن شتاب، جهت بردار شتاب همواره ثابت است (نادرستی گزینهٔ «۲») از طرفی در لحظهٔ $t = ۵s$ جهت حرکت متحرک عوض می‌شود ولی جهت بردار مکان تغییر نخواهد کرد (طبق تعریف، بردار مکان، برداری است که در هر لحظه مبدأ مکان را به محل جسم متصل می‌کند.) (نادرستی گزینهٔ «۴») اما به دلیل وجود تقارن در این حرکت، اندازهٔ جابه‌جایی در بازه‌های زمانی $۴s$ تا $۵s$ و $۵s$ تا $۶s$ با یکدیگر برابر است. پس اگر در یکی از این بازه‌ها جسم به اندازهٔ جابه‌جا شده باشد، می‌توان نوشت:

$$|v_{av[۴,۵]}| = \frac{}{۱} = d$$

$$\ell_{[۴,۶]} = |\Delta x_{[۴,۵]}| + |\Delta x_{[۵,۶]}| = ۲d \Rightarrow s_{av[۴,۶]} = \frac{۲d}{۲} = d \Rightarrow |v_{av[۴,۵]}| = s_{av[۴,۶]}$$

۱۷۵ ۴ **۳** ۲ ۱ روش اول:

قدم اول: در $t = ۲$، سرعت صفر است. در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۲s$ داریم:

$$v = at + v_\circ \Rightarrow ۰ = ۲a + v_\circ \Rightarrow v_\circ = -۲a \quad (*)$$

قدم دوم: به کمک تعریف سرعت متوسط جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۶s$ را می‌یابیم:

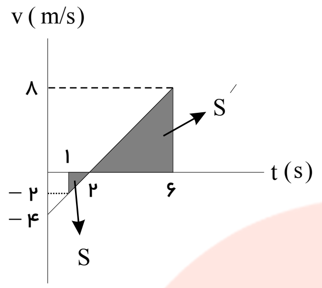
$$= \frac{x_{(t=۶)} - x_{(t=۱)}}{۶ - ۱} = ۳ \Rightarrow \Delta x_{(۱s-۶s)} = ۱۵m \quad (**)$$

قدم سوم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x_\circ \xrightarrow{(*)} x = \frac{۱}{۲}at^۲ - ۲at + x_\circ \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۱s \Rightarrow x_۱ = \frac{}{۲} - ۲a + \ _\circ = -\frac{۳}{۲}a + \ _\circ \\ t_۲ = ۶s \Rightarrow x_۲ = ۱۸a - ۱۲a + x_\circ = ۶a + x_\circ \end{cases} \xrightarrow{(**)} \Delta x = ۱۵m = ۷/۵a \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

$$\xrightarrow{(*)} v_\circ = -۴ \quad \Rightarrow v = ۲t - ۴$$

قدم چهارم: از رسم نمودار $(v - t)$ کمک می‌گیریم:



$$\begin{cases} t_۱ = ۱s \Rightarrow v_۱ = -۲ \\ t_۲ = ۶s \Rightarrow v_۲ = ۸ \end{cases} \Rightarrow L = S + S' = \frac{۱}{۲}\times۲\times۱ + \frac{۱}{۲}\times۸\times۴ = ۱ + ۱۶ = ۱۷m$$

روش دوم:

قدم اول : در بازهٔ زمانی صفر تا $۲s \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow ۰ = ۲a + v_0 \Rightarrow v_0 = -۲a$

قدم دوم : $= \frac{v+v_0}{۲} = \frac{(at+v_0)+v_0}{۲} = \frac{۱}{۲}at + {}_0$

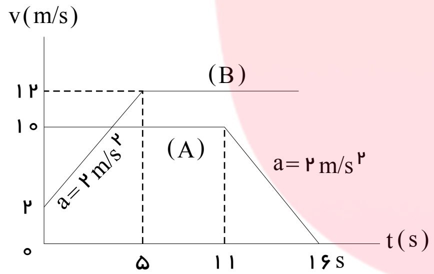
در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۶s$، در رابطهٔ فوق:

$$= ۳ = \frac{۱}{۲}a(۶-۱) + {}_۱ \xrightarrow{v_۱ = v_{(t_۱=۱s)} = (-۲)} ۳ = \frac{۵}{۲}a - ۲ \Rightarrow \begin{cases} a = ۲\frac{m}{s^۲} \\ v_0 = -۴ \end{cases}$$

قدم سوم: باقی راه‌حل شبیه روش اول است.

۱۷۶ (۴) (۳) (۲) (۱) از نظر محاسبات یکی از تست‌های طولانی کنکور است. برای تسریع و سهولت در پاسخ‌دهی به این تست از نمودار $(v-t)$ کمک می‌گیریم؛

گام اول: نمودار $(v-t)$ هر دو متحرک را رسم می‌کنیم. سرعت متحرک ( ) در پایان ثانیهٔ پنجم: $v = at + v_0 = ۲\times۵ + ۲ = ۱۲$ خواهد بود.



هردو متحرک در مبدأ زمان در مبدأ مکان بوده‌اند:

$x_{0A} = x_{0B} = ۰$

لحظه‌ای که دو اتومبیل به هم می‌رسند: = . بنابراین اگر لحظهٔ موردنظر را $t = t'$ درنظر بگیریم:

$(t_۲ = t'$ تا $t_۱ = ۰$ در بازهٔ زمانی$) \Rightarrow \Delta \quad = \Delta x_B$ (جابه‌جایی دو متحرک یکسان است)

گام دوم: سطح زیر نمودار $(v-t)$ برابر جابه‌جایی است؛ با کمی تأمل در شکل مشخص است که تا $t = ۵s$ این اتفاق رُخ نمی‌دهد. ببینیم تا $t = ۱۱s$ آیا جابه‌جایی دو متحرک (مساحت سطح زیر دو نمودار) یکسان می‌شود یا خیر؟

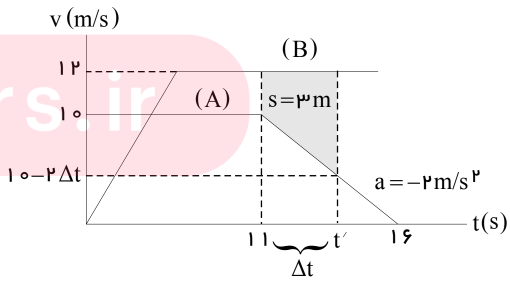
$$A : \Delta \quad = ۱۱\times۱۰ = ۱۱۰m \text{ و } B : \Delta \quad = {}_{\text{ذوزنقه}} + {}_{\text{مستطیل}} = \frac{۱}{۲}(۵)(\underbrace{۲+۱۲}_{۱۴}) + ۱۲\times۶ = ۳۵ + ۷۲ \Rightarrow \begin{cases} \Delta \quad = ۱۱۰m \\ \Delta \quad = ۱۰۷m \end{cases} \Rightarrow \Delta \quad < \Delta x_A \Rightarrow t' > ۱۱s$$

$\Rightarrow$ کافی است مساحت سطح زیر نمودار متحرک B از $t = ۱۱s$ به بعد $۳m$ بیشتر از مساحت سطح زیر نمودار باشد

گام سوم:

$$S = \frac{۱}{۲}(\Delta t)(۲ + \underbrace{(۱۲ - (۱۰ - ۲\Delta t))}_{۴+۲\Delta t}) = ۳ \Rightarrow ۲\Delta t + \Delta^{۲} = ۳ \Rightarrow \Delta^{۲} + ۲\Delta t - ۳ = ۰$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{-۲ \pm \sqrt{۴+۱۲}}{۲} = \frac{-۲\pm۴}{۲} \searrow ۱s✓ \Rightarrow t' = ۱۲s$$

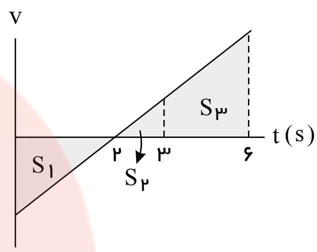


$$t' = ۱۲s \begin{cases} = ۱۲ \\ = ۱۰ - ۲\Delta t = ۱۰ - ۲\times۱ = ۸ \end{cases} \Rightarrow \quad - \quad = ۱۲ - ۸ = ۴$$

۱۷۷ ①②③❹ نمودار سهمی است. پس حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. $a > ۰$ و $v_۰ < ۰$ است. متحرک در $t = ۲s$ تغییر جهت داده است و می‌دانیم هنگام بررسی مسافت طی شده باید حواسمان به تغییر جهت دادن یا تغییر جهت ندادن جسم در بازهٔ زمانی موردنظر باشد. اکنون گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

رد گزینهٔ (۱): متحرک در $t = ۲s$ تغییر جهت داده بنابراین مسافت در بازهٔ زمانی $t = ۰$ تا $t = ۳s$ (که متحرک در این بازهٔ زمانی و در $t = ۲s$ تغییر جهت داده) نمی‌تواند با مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۳s$ تا $t = ۶s$ برابر باشد:

$$\begin{cases} L_{(۰-۳s)} = S_۱ + S_۲ \\ L_{(۳s-۶s)} = S_۳ \end{cases} \Rightarrow S_۱ + S_۲ \neq S_۳$$



برای سهولت در امر مقایسه می‌توانیم به a یک عدد فرضی نسبت دهیم مثلاً:

$$a = ۱(\frac{m}{s}) \Rightarrow v_{(t=۲)} = a\Delta t + v_{(t=۰)} \Rightarrow ۰ = ۲ \times ۱ + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۲\frac{m}{s} \Rightarrow v = at + v_۰ \Rightarrow v = t - ۲ \Rightarrow \begin{cases} t = ۳s \Rightarrow v = ۳ - ۲ = ۱\frac{m}{s} \\ t = ۶s \Rightarrow v = ۶ - ۲ = ۴\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |S_۱| = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱ = ۱m \\ S_۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times ۱ = ۰/۵m \\ S_۳ = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times \underbrace{(۱+۴)}_{۵} = ۷/۵m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_{(۰-۳s)} = |S_۱| + S_۲ = ۱ + ۰/۵ = ۱/۵m \\ L_{(۳-۶s)} = S_۳ = ۷/۵m \end{cases} \Rightarrow L_{(۰-۳s)} \neq L_{(۳-۶s)}$$

توجه: برای رد گزینهٔ (۱) به طور شهودی نیز عمل بفرمائید! شتاب ثابت، تقارن، توجه به بازه‌های زمانی و ...

رد گزینهٔ (۲):

$$\begin{cases} \Delta x_{(۰-۳s)} = S_۲ - |S_۱| \\ L_{(۰-۳s)} = S_۲ + |S_۱| \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{(۰-۳s)} \neq L_{(۰-۳s)}$$

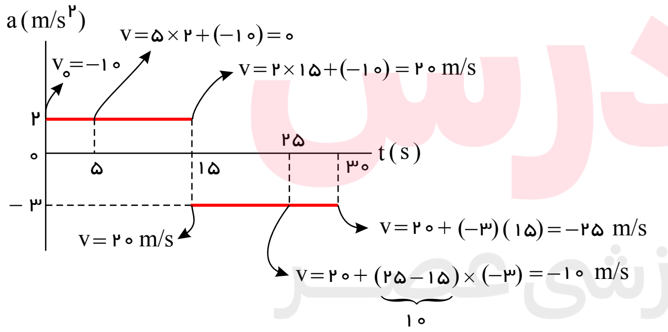
رد گزینهٔ (۳): شیب خط واصل دو نقطه از نمودار مکان- زمان برابر سرعت متوسط در آن بازهٔ زمانی است. پس به دلیل تقارن:

$$[(v_{av})_{۰-۴s} = \frac{x_{(t=۴)} - x_{(t=۰)}}{۴ - ۰} = ۰] \neq [v_{(۱s-۵s)}(\neq ۰)]$$

تأیید گزینهٔ (۴): به دلیل اینکه شتاب ثابت است و تقارن در نمودار مکان- زمان،

$$\begin{cases} x_{(t=۱s)} = x_{(t=۳s)} \\ x_{(t=۰)} = x_{(t=۴s)} \end{cases} \Rightarrow x_{(۳)} - x_{(۰)} = x_{(۱)} - x_{(۴)} = |x_{(۴)} - x_{(۱)}| \Rightarrow \Delta x_{(۰-۳s)} = |\Delta x_{(۱-۴s)}| \Rightarrow |\frac{\Delta x}{\Delta t_{(۰-۳s)}}| = |\frac{\Delta x}{\Delta t_{(۱-۴s)}}| \Rightarrow (v_{av})_{۰-۳s} = (v_{av})_{۱-۴s}$$

۱۷۸ ❶②③④ روش اول: کافی است از مفهوم شتاب در هر بازهٔ زمانی استفاده کرده، سرعت متحرک را در لحظات $t = ۵s$ و $t = ۲۵s$ و $t = ۳۰s$ می‌یابیم:



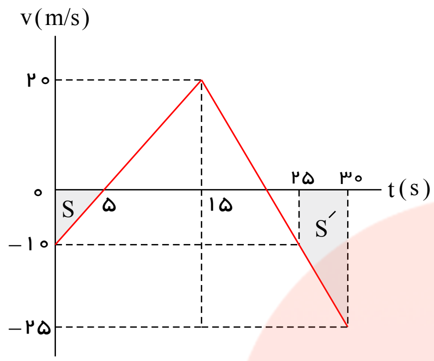
$$\overbrace{\text{در بازهٔ زمانی صفر تا ۵s}}^{\text{۵ ثانیهٔ اول}} \Rightarrow \Delta x = (\frac{۰ + (-۱۰)}{۲})(۵) = -۲۵m \to |\Delta x| = ۲۵m$$

$$\underbrace{\text{در بازهٔ زمانی ۲۵s تا ۳۰s}}_{\text{۵ ثانیهٔ ششم}} \Rightarrow \Delta x' = (\frac{-۲۵ + (-۱۰)}{۲})(۵) = \frac{-۳۵ \times ۵}{۲} = -۸۷/۵m \Rightarrow |\Delta x'| = ۸۷/۵m \Rightarrow |\frac{\Delta x'}{\Delta x}| = \frac{۸۷/۵}{۲۵} = ۳/۵$$

توجه: دقت کنیم در بازهٔ زمانی داده شده شتاب ثابت بوده است. (در هر بازهٔ زمانی جداگانه)

روش دوم: کافی است نمودار $(v-t)$ را رسم کنیم:

v را در لحظات $t = ۵s$ و $t = ۲۵s$ و $t = ۳۰s$ مشخص می‌کنیم و به کمک



$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta x = ۰ - S = -\frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۵ = -۲۵m \\ \Delta x' = ۰ - S' = -\frac{۱}{۲} \times ۵ \times (۱۰ + ۲۵) = -۸۷/۵m \end{cases} \Rightarrow \left|\frac{\Delta x'}{\Delta x}\right| = \frac{۸۷/۵}{۲۵} = ۳/۵$$

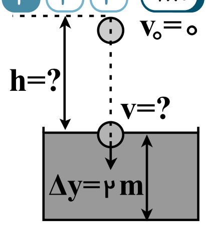
۱۷۹ (۴) **(۳)** (۲) (۱) مبداء را محل رها کردن گلوله ها فرض کردیم. زمان حرکت اولی t و دومی $(t - ۲/۵)$ می باشد و در این صورت با انتخاب جهت مثبت محور y ها رو به پایین داریم:

$$y_۱ - y_۲ = ۶۸/۷۵ \Rightarrow \frac{۱}{۲}gt^۲ - (\frac{۱}{۲}g(t - ۲/۵)^۲) = ۶۸/۷۵$$

$$\Rightarrow ۲۵t - ۳۱/۲۵ = ۶۸/۷۵ \Rightarrow ۲۵t = ۱۰۰ \Rightarrow t = ۴s$$

۱۸۰ (۴) (۳) **(۲)** (۱) چون سرعت گلوله درون آب ثابت فرض شده است، ابتدا سرعت برخورد گلوله به سطح آب که برابر با سرعت گلوله در آب است را حساب می‌کنیم.

$$\Delta y = v\,\Delta t \xrightarrow{\Delta y = ۲m\ ,\ \Delta t = ۰/۲\ s} ۲ = v \times ۰/۲ \Rightarrow v = ۱۰\frac{m}{s}$$



اکنون با استفاده از رابطه‌ی مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، فاصله‌ی محل رها کردن گلوله تا سطح آب را به دست می‌آوریم. اگر جهت پایین را مثبت فرض کنیم، می‌توان نوشت:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲gh \Rightarrow ۱۰۰ - ۰ = ۲ \times ۱۰ \times h \Rightarrow h = ۵m$$

۱۸۱ **(۴)** (۳) (۲) (۱) ابتدا با نوشتن معادله مکان - زمان بین نقاط A و B، سرعت گلوله را در نقطه A بدست می‌آوریم:

$$\Delta y = \frac{۱}{۲}gt^۲ + v_A t \Rightarrow (۲۰۰ - ۶۰) = ۵ \times ۲^۲ + V_A \times ۲ \Rightarrow v_A = ۶۰\frac{m}{s}$$

حال با داشتن v_A می‌توان با نوشتن معادله مستقل از زمان، فاصله بین O تا A را محاسبه کرد:

$$v_A^۲ - v_o^۲ = ۲g\Delta y_{oA} \Rightarrow ۶۰^۲ - ۰ = ۲ \times ۱۰ \times \Delta y_{oA} \Rightarrow \Delta y_{oA} = ۱۸۰m$$

بنابراین ارتفاع H برابر است با:

$$H = ۲۰۰ + \Delta y_{oA} \Rightarrow H = ۳۸۰m$$

۱۸۲ (۴) (۳) **(۲)** (۱) اگر مبدأ حرکت را محل رها کردن گلوله‌ها و جهت مثبت را رو به پایین در نظر بگیریم. معادله‌ی حرکت گلوله‌ها به صورت مقابل خواهد بود.

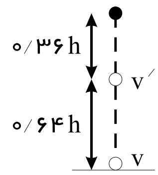
$$y_۱ = \frac{۱}{۲}gt_۱^۲$$

$$y_۲ = \frac{۱}{۲}gt_۲^۲ \xrightarrow{t_۲ = (t_۱ - ۱)s} y_۲ = \frac{۱}{۲}g(t_۱ - ۱)^۲$$

$$\xrightarrow{\text{فاصله‌ی بین دو گلوله در هر لحظه}} y_۱ - y_۲ = \frac{۱}{۲}g\left(t_۱^۲ - (t_۱ - ۱)^۲\right)$$

$$\Rightarrow \frac{(y_۱ - y_۲)_{t_۱ = ۳s}}{(y_۱ - y_۲)_{t_۱ = ۵s}} = \frac{۳^۲ - ۲^۲}{۵^۲ - ۴^۲} = \frac{۵}{۹}$$

۱۸۳ (۴) (۳) (۲) **(۱)** مطابق شکل گلوله یک ثانیه قبل از رسیدن به سطح زمین ۳۶ درصد اول مسیر حرکت خود را طی می‌کند. پس با محاسبهٔ سرعت گلوله در این نقطه خواهیم داشت:



$$v=\sqrt{2gh}\Rightarrow \frac{\ }{v}=\sqrt{\frac{\ }{h}}=\sqrt{\frac{\ }{h}}=0{,}6\Rightarrow v'=0{,}6v$$

اگر جهت مثبت محور y را به سمت پایین در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$v=gt+v'\Rightarrow v=10\times 1+0{,}6v\Rightarrow 0{,}4v=10\Rightarrow v=25\ {}_{s}$$

$$\bar{v}=\frac{v+v_0}{2}=\frac{25+0}{2}=12{,}5\ {}_{s}$$

۱۸۴ ۴ ۳ ۲ ۱ بیش‌ترین فاصله میان گلوله‌ها در لحظه‌ای ایجاد می‌شود که گلوله اول به زمین می‌رسد.

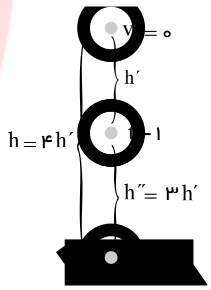
$$\begin{cases}\Delta y_1=\frac{1}{2}gt^2=h\\ \Delta y_2=\frac{1}{2}g(t-1)^2=h-45\end{cases}\Rightarrow \frac{1}{2}g(t-1)^2=\frac{1}{2}gt^2-45$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}gt^2-gt+\frac{1}{2}g=\frac{1}{2}gt^2-45\Rightarrow t=5s$$

$$\Rightarrow h=\frac{1}{2}gt^2=\frac{1}{2}\times 10\times 5^2=125m$$

۱۸۵ ۴ ۳ ۲ ۱ مسافت طی شده در ثانیهٔ آخر ۳ برابر مسافتی است که قبل از آن طی کرده است. با استفاده از رابطهٔ $\Delta y=\frac{1}{2}gt^2$ داریم:

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\rightarrow\begin{cases}h'=\frac{1}{2}g(t-1)^2\ (1)\\ 4h'=\frac{1}{2}gt^2\ (2)\end{cases}$$



$$\frac{\ }{(2)}\Rightarrow\frac{h'}{4h'}=\frac{\frac{1}{2}g(t-1)^2}{\frac{1}{2}gt^2}\Rightarrow\frac{1}{4}=\left(\frac{\ }{t}\right)^2\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{\ }{t}\Rightarrow t=2$$

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow \Delta y=\frac{1}{2}\times 10\times 2^2=20m\Rightarrow h=20m$$

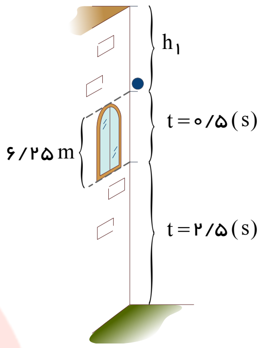
۱۸۶ ۴ ۳ ۲ ۱ اگر سرعت برخورد به زمین را v فرض کنیم.

$$\Delta y=vt-\frac{1}{2}at^2\Rightarrow 2=v\times 0{,}1-\frac{1}{2}\times 10\times 0{,}01$$

$$v^2=-2g\Delta y\Rightarrow (20{,}5)^2-0=2(10)\times h$$

$$h=\frac{(20{,}5)^2}{20}\simeq 21(m)$$

۱۸۷ ۴ ۳ ۲ ۱ اگر سرعت گلوله را در لبه بالای پنجره v_0 فرض کنیم.



$$\Delta y = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t$$

$$۶٫۲۵ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times \frac{۱}{۴} + v_۰ \times \frac{۱}{۲}$$

$$۶٫۲۵ = ۱٫۲۵ + ۰٫۵v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۱۰m/s$$

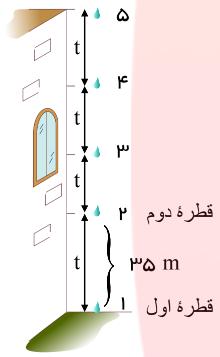
$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۱۰ = ۱۰t \Rightarrow t = ۱s$$

متحرک مسیر $h_۱$ را در مدت یک ثانیه طی می‌کند و بنابراین کل زمان حرکتش $۴(s)$ است.

$$h = \frac{۱}{۲}gt^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۱۶ = ۸۰m$$

۱۸۸ **۱** ۲ ۳ ۴

وقتی قطرهٔ پنجم رها می‌شود قطرهٔ اول به زمین می‌رسد. پس مسیر حرکت را به ۴ زمان مساوی تقسیم می‌کنیم.



$$h = \frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow ۸۰ = ۵t^۲ \Rightarrow t = ۴s$$

پس فاصلهٔ زمانی هر دو قطره یک ثانیه است.

جابه‌جایی ثانیهٔ اول

جابه‌جایی ثانیهٔ دوم

جابه‌جایی ثانیهٔ سوم

جابه‌جایی ثانیهٔ چهارم

فاصلهٔ قطرهٔ اول و دوم $= ۳۵m$

۱۸۹ ۱ **۲** ۳ ۴ **با در نظر گرفتن محل رها کردن هر گلوله به‌عنوان مبدأ مکان، معادلهٔ حرکت هر گلوله را می‌نویسیم:**

$$y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + y_۰ \Rightarrow \begin{cases} y_۱ = -۵ \\ y_۲ = -۵(t-۱)^۲ \end{cases}$$

چون گلولهٔ (۱) زودتر رها شده است، پس همواره مسافت بیشتری از گلولهٔ (۲) طی کرده است. بنابراین فاصلهٔ بین دو گلوله در هر لحظهٔ دلخواه t برابر است با:

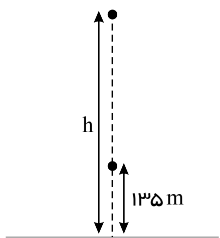
$$d = y_۲ - y_۱ = -۵(t-۱)^۲ - (-۵t^۲) \Rightarrow \ d = ۵(۲t-۱)$$

بنابراین برای فاصلهٔ بین دو گلوله در لحظهٔ $t_۱ = ۵s$ به فاصلهٔ بین دو گلوله در لحظهٔ $t_۲ = ۸s$، داریم:

$$\frac{d_۱}{d_۲} = \frac{۲\quad -۱}{۲t_۲ - ۱} \xrightarrow[t_۲=۸s]{t_۱=۵s} \frac{d_۱}{d_۲} = \frac{}{۲\times ۸ - ۱} = \frac{۳}{۵}$$

۱۹۰ ۱ **۲** ۳ ۴ **با در نظر گرفتن محل رها شدن گلوله به عنوان مبدأ مکان، اگر ارتفاعی را که گلوله رها می‌شود h در نظر بگیریم. برای کل حرکت و شروع حرکت تا ارتفاع ۱۳۵ متری سطح زمین می‌توان نوشت:**

$$y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow \begin{cases} -h = -\frac{۱}{۲}gt^۲ \\ ۱۳۵ - h = -\frac{۱}{۲}g(t-۳)^۲ \end{cases}$$



با کم کردن دو معادله از یکدیگر، داریم:

$$۱۳۵ = \frac{۱}{۲}g(۶t - ۹) \Rightarrow ۲۷ = ۶t - ۹ \Rightarrow t = ۶s$$

در نتیجه:

$$h = \frac{۱}{۲}gt^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۶^۲ \Rightarrow h = ۱۸۰m$$

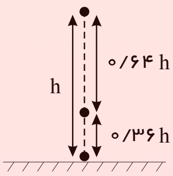
در نتیجه تندی متوسط گلوله برابر است با:

$$s_{av} = \frac{}{\Delta t} = \frac{۱۸۰}{۶} = ۳۰m/s$$

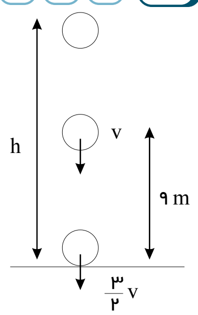
۱۹۱ ۴ ۳ ۲ ۱ اگر فرض کنیم کل زمان سقوط برابر با T باشد، معادلهٔ مکان – زمان در حرکت سقوط آزاد گلوله را برای کل مسیر و ۶۴ درصد ابتدایی آن می‌نویسیم. داریم:

$$y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + y_۰ \Rightarrow \frac{\Delta y_۱}{\Delta y_۲} = (\frac{t_۱}{t_۲})^۲ \Rightarrow \frac{}{۰٫۶۴h} = (\frac{}{T - ۰٫۸})^۲ \Rightarrow \frac{۱۰}{۸} = \frac{}{T - ۰٫۸} = T = ۴s$$

بنابراین تندی گلوله در لحظهٔ رسیدن به زمین برابر است با:



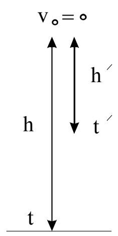
۱۹۲ ۴ ۳ ۲ ۱



معادلهٔ مستقل از زمان : $(\frac{۳v}{۲})^۲ - v^۲ = ۲ \times ۱۰ \times ۹ \Rightarrow v = ۱۲m/s$

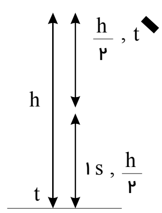
معادلهٔ مستقل از زمان بین نقطهٔ اول و آخر : $(\frac{۳v}{۲})^۲ - ۰ = ۲ \times ۱۰ \times h \Rightarrow (\frac{۳ \times ۱۲}{۲})^۲ = ۲۰h \Rightarrow h = ۱۶٫۲\ m$

۱۹۳ ۴ ۳ ۲ ۱ نکته: اگر جسمی از ارتفاع h رها شود و پس از t ثانیه به زمین برسد، در زمان t'، ارتفاع h' رو طی کند.
رابطهٔ زیر (جزء به کل) برقراره:



$$\frac{}{t} = \sqrt{\frac{}{h}}$$

در این تست، چون مسافت ثانیه آخر مساوی ساخت ما قبل بوده، یعنی در ثانیه آخر نصف مسیر طی شده:



$$\frac{}{t} = \sqrt{\frac{}{h}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow t' = \frac{\sqrt{۲}}{۲}t$$

از طرفی $\Rightarrow t = t' + ۱ \rightarrow t = \frac{\sqrt{۲}}{۲}t + ۱$

$$t = ۲ + \sqrt{۲} = ۲ + ۱٫۴ = ۳٫۴s$$

با توجه به زمان سقوط داریم:

$$\Delta y = \frac{g}{۲}t^۲ + v_۰t$$

$$\Delta y = \frac{10}{2} \times (3.4)^2 = 57.8 \simeq 58(m)$$

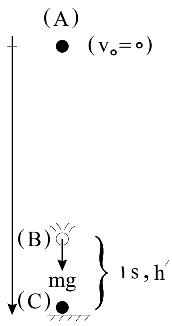
۱۹۴ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$v_A = at + v_{\circ A} \Rightarrow v_A = 3.5 \times 10 + 0 = 35 \xrightarrow{m/s} \Delta y_A = \frac{v_\circ + v}{2}\Delta t$$

$$v_B = at + v_{\circ B} \Rightarrow v_B = 2 \times 10 + 0 = 20 \xrightarrow{m/s} \Delta y_B = \frac{v_\circ + v}{2}\Delta t$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} \Delta y_A = 35 \times \frac{7}{4} = 61.25 \\ \Delta y_B = 20m \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta y_A - \Delta y_B = \boxed{41.25m}$$

۱۹۵ ۱ ۲ ۳ **۴** چون مقاومت هوا نداریم کل کار انجام شده برابر کار نیروی وزن است:



$$C \text{ تا } B : W_T = W_{mg} = 70J \rightarrow mg \times h' \times \underbrace{\cos 0}_{1} = 70$$

$$\rightarrow \frac{2}{10} \times 10 \times h' \times 1 = 70 \rightarrow \boxed{h' = 35m}$$

از این مرحله به بعد از چند روش می‌توان استفاده کرد:

روش اول:

چون $v_\circ = 0$ است و حرکت با شتاب ثابت g است، جابه‌جایی در ثانیه‌های متوالی، یک تصاعد حسابی است با قدر نسبت: $a = g$ بنابراین:

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1^2 = 5m$$

$$\Delta y_2 = 15m$$

$$\Delta y_3 = 25m \quad +$$

$$\Delta y_4 = 35m$$

$$h = 5 + 15 + 25 + 35 = 80m \rightarrow \boxed{h = 80m}$$

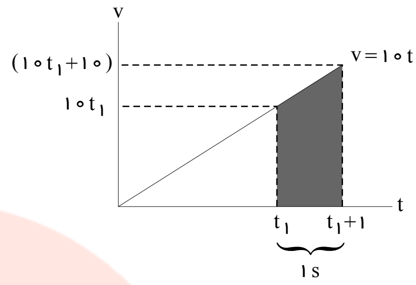
روش دوم:

$$v_C = v_B + gt = v_B + 10 \times 1 \rightarrow \Delta y_{B,C} = 35 = \left(\frac{v_B + v_C}{2}\right) \times \Delta t$$

$$A, C : \rightarrow 70 = v_B + (v_B + 10) = 2v_B + 10 \rightarrow v_B = 30m/s, v_C = 40m/s$$

$$v_C - v_A = 2gh \rightarrow 40^2 = 2 \times 10 \times h \rightarrow h = \frac{1600}{20} = 80m$$

روش سوم:

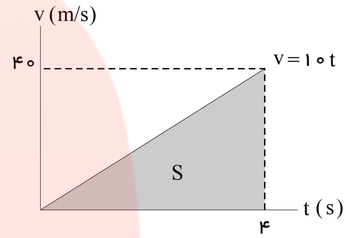


$$v = gt = ۱۰t$$

$$t_{AB} = t_۱$$

$$S_۱ = ۳۵m = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times (۱۰t_۱ + ۱۰t_۱ + ۱۰)$$

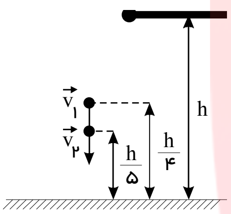
$$\to ۷۰ = ۲۰t_۱ + ۱۰ \to ۲۰t = ۶۰ \to t_۱ = ۳s$$



$$= S = \frac{۱}{۲} \times ۴۰ \times ۴ = ۸۰m$$

روش‌های دیگر را هم امتحان کنید!

۱۹۶ ۴ **۳** ۲ ۱



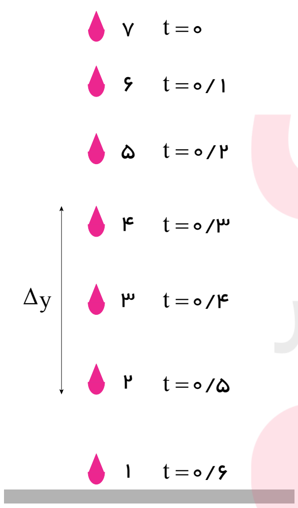
با در نظر گرفتن سطح زمین به‌عنوان مبدأ مکان و جهت مثبت رو به بالا، داریم:

$$v_۱^۲ = -۲g(\frac{h}{۴} - h) \Rightarrow v_۱^۲ = \frac{۳}{۲}gh$$

$$v_۲^۲ = -۲g(\frac{h}{۵} - h) \Rightarrow v_۲^۲ = \frac{۸}{۵}gh \Rightarrow v_۲^۲ - v_۱^۲ = (\frac{۸}{۵} - \frac{۳}{۲})gh \Rightarrow h = \frac{۱۰(v_۲^۲ - v_۱^۲)}{g}$$

۱۹۷ ۴ **۳** ۲ ۱ زمان رسیدن قطرهٔ اول به زمین برابر است با:

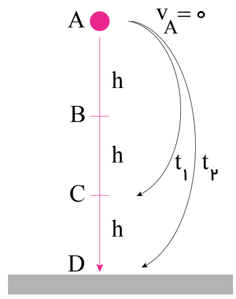
$$t = \sqrt{\frac{}{g}} = \sqrt{\frac{۲ \times ۱/۸}{۱۰}} = ۰/۶(s)$$



با توجه به شکل Δy را به‌دست می آوریم:

$$\Delta y = \frac{v_۲ + v_۴}{۲} \times \Delta t = \frac{۰/۵ \times ۱۰ + ۰/۳ \times ۱۰}{۲} \times (۰/۵ - ۰/۳) = ۴ \times ۰/۲ = ۰/۸m = ۸۰cm$$

۱۹۸ ۴ **۳** ۲ ۱ از نسبت تناسب ابتدا زمان کل حرکت را به‌دست می‌آوریم:



$t_۱ + ۳ - \sqrt{۶} = t_۲ \Rightarrow t_۱ = t_۲ - ۳ + \sqrt{۶}$

$\frac{\quad}{AD} = (\frac{t_۱}{t_۲})^۲$

$\frac{\quad}{۳h} = (\frac{t_۲ - ۳ + \sqrt{۶}}{t_۲})^۲ \Rightarrow \sqrt{\frac{۲}{۳}} = ۱ - \frac{۳ - \sqrt{۶}}{t_۲}$

$\Rightarrow \frac{۳ - \sqrt{۶}}{t_۲} = ۱ - \sqrt{\frac{۲}{۳}} = \frac{\sqrt{۳} - \sqrt{۲}}{\sqrt{۳}} \Rightarrow t_۲ = \frac{\sqrt{۳}(۳ - \sqrt{۶})}{\sqrt{۳} - \sqrt{۲}} = ۳s$

$AD = \frac{۱}{۲}gt_۲^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۳^۲ = ۴۵m$

۱۹۹ ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا ارتفاعی را که سنگ از لحظهٔ رها شدن تا رسیدن به سطح دریاچه طی می‌کند، می‌یابیم:

$v^۲ = -۲g(y - y_۰) \Rightarrow (-۲۰)^۲ = -۲ \times ۱۰(۰ - h) \Rightarrow h = ۲۰m$

زمان سقوط آزاد سنگ نیز برابر است با:

$v = -gt_۱ \Rightarrow -۲۰ = -۱۰t_۱ \Rightarrow t_۱ = ۲s$

بنابراین زمان حرکت سنگ در آب دریاچه برابر است با:

$t_۲ = \frac{\cdot}{\ }t_۱ = ۰/۵s$

در نتیجه عمق دریاچه برابر است با:

$h' = vt_۲ = ۲۰ \times ۰/۵ = ۱۰m$

بنابراین مسافتی که سنگ طی می‌کند، برابر است با:

$H = h + h' = ۲۰ + ۱۰ = ۳۰m$

۲۰۰ ۴ ۳ ۲ **۱** در حرکت سقوط آزادی که بدون تندی اولیه انجام می‌گیرد، جابه‌جایی در T ثانیه‌های متوالی، تشکیل دنبالهٔ حسابی می‌دهند، به طوری که اگر جابه‌جایی در T ثانیهٔ اول حرکت، h باشد، در T ثانیه‌های بعدی، جابه‌جایی به صورت $۳h$، $۵h$، $۷h$ و $\cdots$ خواهد بود. در نتیجه بین گزینه‌های داده شده، باید بررسی کنیم که کدام‌یک دارای چنین وضعیتی هستند.

در گزینهٔ «۱»، داریم که $۳۳/۷۵cm = ۱۱/۲۵ \times ۳$ و $۵۶/۲۵ = ۱۱/۲۵ \times ۵$ می‌باشد. پس این اعداد می‌توانند مسافت‌های طی شدهٔ متوالی برای سه بازهٔ زمانی مساوی و متوالی در حرکت سقوط آزاد بدون تندی اولیه باشد. (در بقیهٔ گزینه‌ها، این تصاعد برقرار نیست.)