۱ متحرکی در لحظهٔ $t_{۱}$ از مکان $x_{۱} = +۵m$ در جهت منفی محور ها شروع به حرکت می‌کند و در لحظهٔ $t_{۲}$ در مکان $x_{۲} = -۱۰m$ متوقف می‌شود. اگر در بازهٔ زمانی $t_{۱}$ تا $t_{۲}$ مسافت طی‌شده توسط متحرک، ۲٫۴ برابر بزرگی جابه‌جایی آن باشد، حداکثر فاصلهٔ متحرک از نقطهٔ شروع حرکت چند متر است؟ (جهت حرکت متحرک تنها یک‌بار تغییر کرده است.)

۱) ۲۰٫۵
۲) ۱۹
۳) ۲۵٫۵
۴) ۱۸

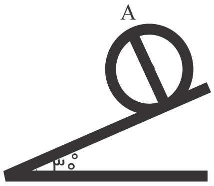
۲ مطابق شکل زیر، متحرکی در مسیر مشخص‌شده از نقطهٔ به نقطهٔ می‌رود. حداکثر نسبت مسافت طی‌شده توسط متحرک به جابه‌جایی آن، کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$
۲) $\sqrt{۲}$
۳) ۲
۴) برای این نسبت، حداکثری وجود ندارد.

۳ نقطه‌ای روی محیط چرخ خودرویی در تماس با سطح افقی قرار دارد. اگر شعاع چرخ خودرو ۲۵ سانتی‌متر باشد، در مدت ۵ ثانیه این نقطه نیم دور می‌چرخد. سرعت متوسط حرکت این نقطه چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ $(\pi^{۲} \simeq ۱۰)$

۱) $۱۴\sqrt{۵}$
۲) $۵\sqrt{۱۴}$
۳) $۷\sqrt{۵}$
۴) $۵\sqrt{۷}$

۴ در شکل مقابل چرخی به شعاع $۲۰cm$ روی سطحی قرار دارد و موقعیت نقطهٔ روی لبهٔ چرخ در یک لحظه نشان داده شده است. اگر بعد از این موقعیت، چرخ نیم‌دور به سمت پایین بچرخد، نقطهٔ چند سانتی‌متر جابه‌جا شده است؟ $(\pi \simeq ۳)$

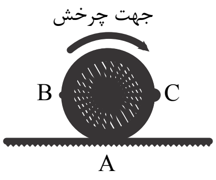


۱) ۶۰
۲) $۲۰\sqrt{۱۳}$
۳) ۴۰
۴) $۳۰\sqrt{۲}$

۵ متحرکی از فاصلهٔ ۴ متری مبدأ مکان روی محور شروع به حرکت می‌کند. اگر این متحرک ۲ بار از مبدأ مکان بگذرد، بیشینه و کمینهٔ دفعاتی که این متحرک می‌تواند تغییر جهت بدهد به‌ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟

۱) ۲، صفر
۲) ۲، ۱
۳) بی‌شمار، صفر
۴) بی‌شمار، ۱

۶ هنگامی که چرخ روبه‌رو نیم‌دور می‌غلتد و بدون لغزش پیش می‌رود، کدام‌یک از نقطه‌های روی چرخ بیش‌تر جابه‌جا می‌شود؟



۱)
۲)
۳)
۴) هر سه به یک اندازه جابه‌جا می‌شوند.

۷ از ارتفاع ۱۶ متری سطح زمین یک توپ را رها می‌کنیم. اگر حداکثر ارتفاع توپ از سطح زمین بعد از هر برخورد ۵۰ درصد نسبت به حالت قبل کاهش یابد. مسافت طی شده توسط توپ از لحظهٔ پرتاب تا لحظه‌ای که برای آخرین بار بزرگی جابه‌جایی توپ از نقطهٔ پرتاب برابر با ۱۴ متر می‌شود، چند متر است؟

۱) ۴۸ ۲) ۴۲ ۳) ۴۴ ۴) ۳۲

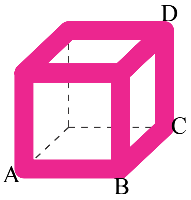
۸ یک ذره روی محیط دایره‌ای به قطر $۹۰cm$ در یک سو می‌چرخد. اگر اندازهٔ جابه‌جایی این ذره $۴۵cm$ باشد، مسافت پیموده‌شده توسط ذره برحسب سانتی‌متر کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

۱) ۷۵π ۲) ۱۰۵π ۳) ۱۳۵π ۴) ۱۶۵π

۹ یک ذرهٔ متحرک که در صفحهٔ xy حرکت می‌کند، ابتدا در جهت محور x و سپس در جهت محور y حرکت می‌کند. اگر نسبت مسافت پیموده‌شده به اندازهٔ جابه‌جایی توسط این ذره $\sqrt{۱٫۶}$ باشد، نسبت اندازهٔ جابه‌جایی ذره در جهت محور x به اندازهٔ جابه‌جایی ذره در جهت محور y کدام می‌تواند باشد؟

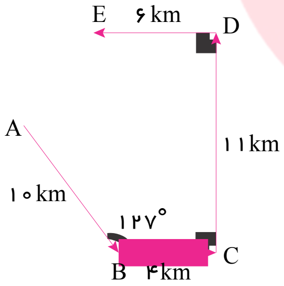
۱) ۷ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۰ مطابق شکل متحرکی با تندی ثابت v مسیر $ABCD$ را طی می‌کند. سرعت متوسط در این جابه‌جایی کدام است؟ (هر ضلع مکعب L فرض می‌شود.)



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}v$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}v$ ۳) $۴v$ ۴) $۳v$

۱۱ متحرکی روی مسیر مشخص‌شده در شکل از نقطهٔ A به E می‌رود. جابه‌جایی این متحرک چند کیلومتر است؟ ($۳۷^\circ = ۰٫۶$)



۱) $\sqrt{۶۱}$
۲) $۴\sqrt{۲}$
۳) $۳\sqrt{۲}$
۴) ۵

۱۲ شخصی در حال انجام مسابقه ۳ گانه‌ای است به این صورت که ابتدا $۲۰km$ را با دوچرخه با سرعت km طی می‌کند، سپس $۵km$ را پیاده‌روی به مدت $۲h$ و در آخر با اتومبیل با سرعت km به مدت نیم ساعت مسیر مسابقه را طی می‌کند. سرعت متوسط او در مسیر چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱) ۳۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۵ ۴) ۲۰

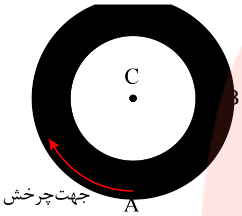
۱۳ دونده‌ای $\frac{۱}{۴}$ مسیر مستقیمی را با سرعت ثابت v و بقیهٔ مسیر را با سرعت ثابت $۲v$ بدون تغییر جهت دویده است. اندازهٔ سرعت متوسط او در کل مسیر حرکت چند برابر v است؟

۱) ۳٫۲ ۲) ۱٫۶ ۳) ۰٫۸ ۴) ۶٫۱

۱۴ متحرکی در مسیری مستقیم با تندی ثابت km در حال حرکت است. فرض کنید بعد از طی مسافت $۱/۲km$، تغییر جهت داده و مقداری از مسیر را با همان تندی قبل برمی‌گردد. اگر بزرگی سرعت متوسط این متحرک در کل حرکت m باشد، طول مسیری که متحرک برگشته است تقریباً چند متر است؟

① ۱۲۰ ② ۵۱۵ ③ ۷۰۰ ④ ۳۱۷

۱۵ متحرکی دور میدانی به شعاع ۳۰ متر، از نقطهٔ A شروع به حرکت می‌کند و پس از طی $۲\frac{۳}{۴}$ دور به نقطهٔ B رسیده و سپس به نقطهٔ C می‌رود. اگر مدت زمان این حرکت ۱۵ ثانیه باشد، سرعت متوسط و تندی متوسط این متحرک به‌ترتیب از راست به چپ چقدر است؟ ($\pi = ۳$ و C مرکز میدان است.)



① ۴ متر بر ثانیه و ۳۵ متر بر ثانیه ② ۳۵ متر بر ثانیه و ۲ متر بر ثانیه
③ ۲ متر بر ثانیه و ۳۳ متر بر ثانیه ④ ۲ متر بر ثانیه و ۳۵ متر بر ثانیه

۱۶ یک خودرو در میدانی بزرگ با شعاع ۱۵۰ متر، در مدت نیم‌دقیقه با تندی متوسط ۱۵/۷ متر بر ثانیه در یک سو می‌چرخد. اندازهٔ سرعت متوسط خودرو در این حرکت چند متر بر ثانیه است؟ $(\pi = ۳/۱۴)$

① ۱۰ ② ۱۵ ③ ۲۰ ④ ۳۰

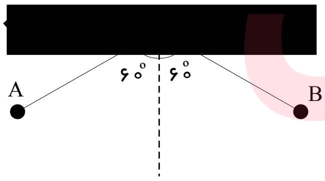
۱۷ اندازهٔ سرعت متوسط نوک عقربهٔ ثانیه‌شمار یک ساعت دیواری با طول ۲۰ سانتی‌متر در مدت ۴۰ ثانیه چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

① $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ② $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ③ $۲\sqrt{۳}$ ④ $۲\sqrt{۲}$

۱۸ متحرکی در صفحهٔ xoy در مدت $۵(s)$ از نقطهٔ $A(۱,۴)$ روی یک ربع دایره به نقطهٔ $B(۴,۰)$ می‌رود. این متحرک به‌طور متوسط در هر ثانیه چه مسافتی را می‌پیماید؟

① $\frac{\pi}{۲}$ ② $\frac{\pi}{\sqrt{۲}}$ ③ $\frac{\pi}{۲\sqrt{۲}}$ ④ ۱

۱۹ مطابق شکل زیر آونگی از نقطهٔ A رها می‌شود و پس از مدت ۲ ثانیه برای اولین بار به نقطهٔ B در طرف مقابل می‌رسد. اگر اندازهٔ سرعت متوسط گلولهٔ آونگ m باشد، تندی متوسط گلوله چند متر بر ثانیه است؟



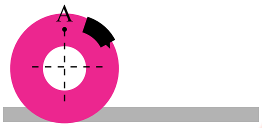
① $\sqrt{۳}\pi$ ② $\frac{\sqrt{۳}}{۳}\pi$
③ $\frac{\pi}{۳}$ ④ π

۲۰ متحرکی فاصلهٔ A تا B را با سرعت متوسط به بزرگی $۴۰\ m/s$ بدون تغییر جهت طی می‌کند. این متحرک پس از رسیدن به نقطهٔ B در مدت زمانی به اندازهٔ نیمی از زمان رفت، مسیر را با سرعت متوسط به بزرگی $۲۰\ m/s$ بدون تغییر جهت باز می‌گردد. نسبت تندی متوسط در کل مدت زمان حرکت به بزرگی سرعت متوسط در کل مدت زمان حرکت کدام است؟

① ۱ ② ۲ ③ $\frac{۳}{۲}$ ④ $\frac{۵}{۳}$

۲۱ ذره‌ای در مدت زمان $۱۲s$ ، جابه‌جایی‌هایی: $۷m$ و $۵m$ و $۱۰m$ را انجام دهد. کمترین مقدار سرعت متوسط متحرک در طول مسیر حرکت چند m/s می‌تواند باشد؟

۱) صفر
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) ۱
۴) $\frac{۱}{۶}$



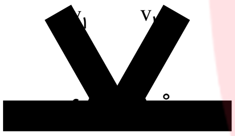
۲۲ در شکل مقابل، اگر حلقه یک دور کامل بزند سرعت متوسط و جابه‌جایی نقطهٔ   چند برابر زمانی است که $\frac{۱}{۲}$ دور بزند؟

۱) جابه‌جایی ۲ برابر، سرعت متوسط ۲ برابر
۲) جابه‌جایی ۲ برابر، سرعت متوسط ۴ برابر
۳) جابه‌جایی $\sqrt{۲}$ برابر، سرعت متوسط ۲ برابر
۴) $\frac{۲\pi}{\sqrt{\pi^۲+۴}}$ ، $\frac{}{\sqrt{\pi^۲+۴}}$

۲۳ جسمی از سطح زمین با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه در راستای قائم به‌سمت بالا پرتاب می‌شود. جسم ۱٫۲۵ ثانیه پس از پرتاب به نقطهٔ اوج می‌رسد و ۳٫۷۵ ثانیه پس از پرتاب با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه به نقطهٔ پرتاب بازمی‌گردد. اگر شتاب متوسط جسم در بالا رفتن $a_۱$ و شتاب متوسط آن در پایین آمدن $a_۲$ باشد، مقدار $|a_۱+a_۲|$ برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

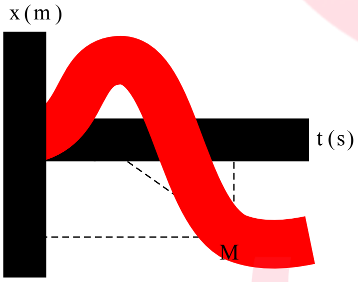
۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۲۰

۲۴ مطابق شکل توپی با تندی $۴m/s$ به سطح افقی برخورد می‌کند و با همان مقدار سرعت در جهت نشان داده شده از سطح بازمی‌گردد. اگر مدت زمان تماس توپ با سطح افق ۰٫۱ ثانیه باشد، مقدار شتاب متوسط در این مدت چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) $۲۰\sqrt{۳}$
۲) ۲۰
۳) $۴۰\sqrt{۳}$
۴) ۴۰

۲۵ در شکل مقابل پاره‌خط   در نقطهٔ   بر نمودار مکان – زمان متحرک مماس شده است. اگر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک از ابتدای حرکت تا لحظهٔ $t=۶s$ برابر با $۸m/s$ باشد، بزرگی شتاب متوسط متحرک در ۶ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟



۱) ۴
۲) ۲
۳) ۶
۴) ۱۳

۲۶ یک شناگر اگر در خلاف جهت حرکت آب شنا کند فاصلهٔ بین دو نقطه را که $۱km$ است در ۱۰ دقیقه طی می‌کند و اگر در جهت جریان آب حرکت کند همان فاصله را ۶ دقیقه طی می‌کند. سرعت حرکت شناگر چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱) ۸
۲) ۶
۳) ۴
۴) ۲

۲۷ پرنده‌ای روی قطاری که با سرعت $۷۲km/h$ روی یک ریل افقی در حال حرکت است روی لانهٔ خود نشسته است. در یک لحظه پرنده با سرعت $۲۵m/s$ از لانهٔ خود به‌سمت انتهای قطار شروع به پرواز می‌کند. با رسیدن به انتهای قطار بلافاصله با همین سرعت به محل اولیهٔ خود پرواز می‌کند و پس از $۱۵s$ از شروع پرواز به نقطهٔ آغازش بازمی‌گردد. سرعت متوسط پرنده چند m/s است؟

۱) ۲۰
۲) ۲۲٫۵
۳) ۲۵
۴) ۲۷٫۵

۲۸ فاصلهٔ دو قطار از یکدیگر $۱۰۰km$ است. هر قطار با سرعت $۲۰km/h$ با سرعت ثابت روی خط راست به سمت دیگری در حرکت است. پرنده‌ای با تندی متوسط $۵km/h$ بین دو قطار با حرکت رفت و برگشت پرواز می‌کند. هنگامی که دو قطار به هم می‌رسند پرنده چه مسافتی برحسب کیلومتر پیموده است؟

① ۱۲٫۵ ② ۱۰۰ ③ ۱۱۲٫۵ ④ ۸۷٫۵

۲۹ متحرکی فاصلهٔ مستقیم بین دو نقطهٔ مشخص را بدون تغییر جهت طی می‌کند. اگر تندی متوسط متحرک در نیمهٔ اول مسیر برابر با $۱۰\,m/s$، تندی متوسط متحرک در $\frac{۱}{۳}$ از زمان باقی‌ماندهٔ حرکت برابر با $۴\,m/s$ و تندی متوسط متحرک در بقیهٔ مسیر برابر با $۳m/s$ باشد، تندی متوسط متحرک در کل مسیر حرکت چند متر بر ثانیه است؟

① ۵ ② ۸ ③ ۷٫۵ ④ ۶

۳۰ دو متحرک و روی محور ها با سرعت‌های ثابت در حال حرکت هستند و هم‌زمان با هم در لحظهٔ $t = ۰$ از مبدأ حرکت خود عبور می‌کنند. متحرک در ثانیهٔ دوم حرکت از مکان $x_۱ = -۲۰m$ تا مبدأ مکان جابه‌جا می‌شود و متحرک در ۴ ثانیهٔ دوم حرکت از مکان $x_۱ = ۶۰m$ تا $x_۲ = ۲۰m$ جابه‌جا می‌شود. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه این دو متحرک به یکدیگر می‌رسند؟

① ۱۶ ② $\frac{۱۶}{۳}$ ③ $\frac{۱۴}{۳}$ ④ ۱۴

۳۱ دو متحرک و روی خطی راست با سرعت ثابت حرکت می‌کنند و مکان آن‌ها در لحظهٔ $t = ۰$ به‌ترتیب برابر با $x_{۰A} = ۷۰۰m$ و $x_{۰B} = -۲۰۰m$ است. اگر سرعت متحرک برابر با s و سرعت متحرک برابر با s باشد، این دو متحرک در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه به هم می‌رسند؟

① ۳۶ ② ۱۲ ③ ۹ ④ دو متحرک هرگز به هم نمی‌رسند.

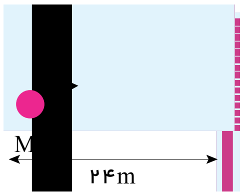
۳۲ دو متحرک و در مسیر مستقیم با سرعت ثابت $= ۱۰$ و $= ۵۴$ خلاف جهت هم و به سمت هم حرکت می‌کنند اگر فاصلهٔ دو متحرک ۱۵۰ متر باشد، حداکثر چند ثانیه بعد برای دومین بار فاصلهٔ دو متحرک به ۵۰ متر می‌رسد؟

① ۳ ② ۵ ③ ۸ ④ ۴

۳۳ دو متحرک و با تندی‌های و در مسیری مستقیم به سمت هم حرکت می‌کنند. در مبدأ زمان فاصلهٔ آن‌ها باشد و پس از ثانیه به یکدیگر می‌رسند. سپس، پس از گذشت $\frac{۲}{۳}$ متحرک تندتر، به محل اولیه متحرک دیگر برسد. اگر $>$ باشد، نسبت کدام است؟

① ۲ ② ۱ ③ $\frac{۳}{۲}$ ④ $\frac{۴}{۳}$

۳۴ دو گلولهٔ و با سرعت ثابت از نقطهٔ مطابق شکل با سرعت‌های ثابت s و s به سمت دیواری در حال حرکت‌اند. اگر گلوله‌ای به دیوار برخورد کند، دقیقاً با همان سرعت برمی‌گردد. محل اولین ملاقات دو گلوله در زمانی که از کنار یکدیگر عبور می‌کنند تا نقطهٔ شروع حرکت چند متر است؟

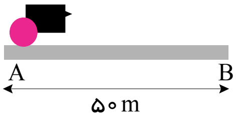


① ۱۶٫۸ ② ۱۷
③ ۱۷٫۶ ④ ۱۹٫۲

۳۵ قطاری به طول $۲L$ با سرعت ثابت در حرکت است. در لحظهٔ $t = ۰$ به پلی به طول می‌رسد. ثانیه طول می‌کشد تا تمام قطار به‌طور کامل از پل عبور کند، چند بعد از $t = ۰$ وسط قطار به وسط پل می‌رسد؟

① $\frac{۳}{۲}$ ② $\frac{۱}{۲}$ ③ $\frac{۴}{۳}$ ④ $\frac{۲}{۳}$

۳۶ گلوله‌ای در لحظهٔ $t = ۰$ از نقطهٔ با تندی ثابت $\frac{۵}{۳}$ به سمت حرکت کرده و با همان تندی برمی‌گردد و این حرکت را به‌طور پیوسته ادامه می‌دهد. گلولهٔ (۲) در لحظهٔ $t = ۰$ از همان نقطهٔ با تندی ثابت s ، به سمت حرکت می‌کند و پس از رسیدن به آن متوقف می‌شود. گلولهٔ (۱) در حین حرکت گلولهٔ (۲) چند بار از کنار آن می‌گذرد؟



① ۵
② ۶
③ ۷
④ ۸

۳۷ عرض رودخانه‌ای ( ) و سرعت آب ( ) است شخص می‌خواهد پاروزنان عرض رودخانه را در کمترین زمان طی می‌کند. در این صورت جابه‌جایی قایق کدام است؟ (سرعت قایق نسبت به آب ساکن v' فرض شود.)

① $\frac{v'^۲}{v^۲} \cdot d$
② $\frac{}{v'^۲} \cdot d$
③ $\frac{\overline{v}^۲ + \overline{v'}^۲ \cdot d}{}$
④ $\frac{\overline{v}^۲ + \overline{v'}^۲ \cdot d}{v'}$

۳۸ دو متحرک و با سرعت‌های ثابت و روی مسیر مستقیم هم‌زمان شروع به حرکت می‌کنند. اگر و مکان‌های دو متحرک در $t = ۰$ باشند، در کدام یک از موارد زیر الزاماً دو متحرک به یکدیگر برخورد خواهند داشت؟

① $>$ و > ۰
② < ۰ و > ۰
③ $>$ و < ۰
④ < ۰ و < ۰ و < ۰

۳۹ متحرکی مسیر مستقیم ۲۶۰ متری را با سرعت ثابت طی می‌کند. اگر اندازهٔ سرعت این متحرک $۶m/s$ بیشتر شود، $۳s$ زودتر به مقصد می‌رسد. به‌ترتیب سرعت متحرک چند متر بر ثانیه و در مدت $۶s$ چه کسری از مسیر را می‌پیماید؟

① ۲۰ و $\frac{۶}{۱۳}$
② ۱۰ و $\frac{۱۳}{۶}$
③ ۱۵ و $\frac{۶}{۱۳}$
④ ۲۰ و $\frac{۱۳}{۶}$

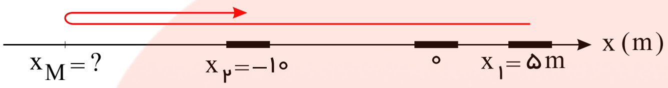
۴۰ اگر متحرکی در ثانیهٔ اول با سرعت s . و در ثانیهٔ دوم با سرعت s . و در ثانیهٔ سوم با سرعت s . و در ثانیهٔ چهارم با سرعت s . . و ... به همین ترتیب حرکت کند، سرعت متوسطش از شروع حرکت تا ثانیه ام چند — خواهد بود؟

① $\frac{n^۲ + n}{۲}$
② $\frac{۲n^۲ + ۳n + ۱}{۶}$
③ $\frac{n + ۱}{۲}$
④ مقدار مشخصی ندارد.

پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱

متحرک روی محور x به‌صورت شکل زیر حرکت کرده است.



مسافتی را که متحرک در سوی منفی محور x حرکت کرده است $L_۱$ و مسافتی را که متحرک در سوی مثبت محور x حرکت کرده است $L_۲$ فرض می‌کنیم.

$$\begin{cases} \text{بزرگی جابه‌جایی} = |\Delta x| = |x_۲ - x_۱| = |(-۱۰m) - (+۵m)| = ۱۵m \\ \text{مسافت طی‌شده} = ۲/۴(\text{بزرگی جابه‌جایی}) \Rightarrow \text{مسافت طی‌شده} = ۲/۴ \times ۱۵m = ۳۶m \end{cases}$$

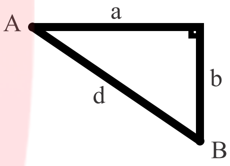
$$\begin{cases} \text{بزرگی جابه‌جایی} = L_۱ - L_۲ \Rightarrow L_۱ - L_۲ = ۱۵m \\ \text{مسافت طی‌شده} = L_۱ + L_۲ \Rightarrow L_۱ + L_۲ = ۳۶m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_۱ = ۲۵/۵m \\ L_۲ = ۱۰/۵m \end{cases}$$

باتوجه به شکل بیشترین فاصلهٔ متحرک از نقطهٔ شروع حرکت همان $L_۱$ است.

پس پاسخ گزینهٔ ۳ است.

۲ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ مسافت طی‌شده توسط متحرک در جابه‌جایی از نقطهٔ A تا نقطهٔ B برابر است با:

$$\ell = a + b$$



جابه‌جایی متحرک طی این مسیر برابر است با:

$$d = \overline{a^۲} + \overline{b^۲}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{}{d} = \frac{}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} \Rightarrow \left(\frac{}{d}\right)^۲ = \frac{a^۲ + \quad + ۲ab}{a^۲ + b^۲} = ۱ + \frac{}{a^۲ + b^۲} \quad (۱)$$

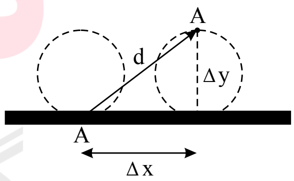
از طرفی داریم:

$$(a - b)^۲ \geq ۰ \Rightarrow a^۲ + b^۲ - ۲ab \geq ۰ \Rightarrow a^۲ + b^۲ \geq ۲ab \Rightarrow \frac{}{a^۲ + b^۲} \leq ۱ \quad (۲)$$

در نتیجه:

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \left(\frac{}{d}\right)^۲ = ۱ + \frac{}{a^۲ + b^۲} \leq ۲ \Rightarrow \frac{}{d} \leq \sqrt{۲}$$

۳ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ با توجه به شکل ابتدا جابه‌جایی این نقطه را حساب می‌کنیم.



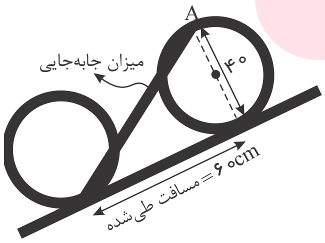
$$\left.\begin{array}{l} d = \overline{\Delta x^۲} + \overline{\Delta y^۲} \\ \Delta x = -(۲\pi r) = \pi r = ۲۵\pi cm \\ \Delta y = ۲r = ۵۰cm \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{(۲۵\pi)^۲ + (۵۰)^۲} = \sqrt{(۲۵)^۲(\pi^۲ + ۴)} = ۲۵\sqrt{۱۴}cm$$

با توجه به رابطه محاسبه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{}{\Delta t} = \frac{۲۵\sqrt{۱۴}}{۵} = ۵\sqrt{۱۴}cm/s$$

۴ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ چون جسم به اندازهٔ نیم دور چرخیده مسافتی که طی می‌کند، نصف محیط دایره است.

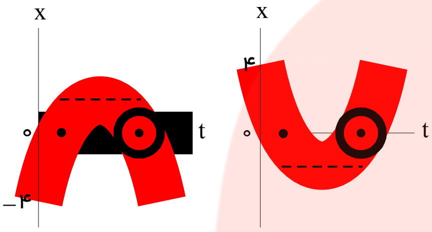


$$\text{مسافت طی شده} = \frac{\text{محیط دایره}}{۲} = \frac{\pi \times \text{قطر}}{۲} \Rightarrow \frac{۴۰ \times ۳}{۲} = ۶۰\ cm$$

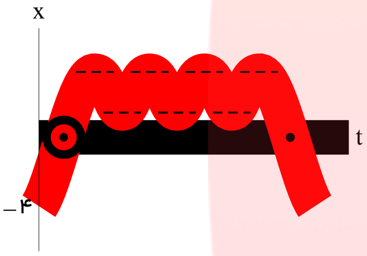
حال با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس میزان جابه‌جایی که وتر مثلث قائم‌الزاویهٔ درون شکل می‌باشد را محاسبه می‌کنیم.

$$(\text{قطر})^۲ + (\text{مسافت طی شده})^۲ = (\text{میزان جابه‌جایی})^۲$$
$$^۲ = ۶۰^۲ + ۴۰^۲ \rightarrow x = \sqrt{۳۶۰۰ + ۱۶۰۰} = \sqrt{۵۲۰۰} = x = ۲۰\sqrt{۱۳}$$

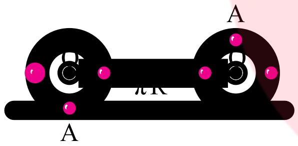
۵ ۱ ۲ ۳ **۴** چون متحرک ۲ بار از مبدأ گذشته الزاماً حداقل یکبار تغییر جهت داده است:



اما دقت داشته باشید که در بین این ۲ بار که از مبدأ می‌گذرد می‌تواند بی‌نهایت بار تغییر جهت بدهد. برای مثال به نمودار مکان – زمان زیر دقت کنید.

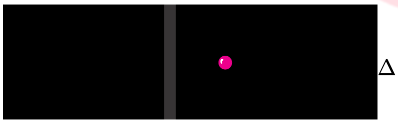


۶ ۱ **۲** ۳ ۴ پلهٔ اول: با نیم‌دور چرخش، مرکز چرخ (نقطهٔ) به‌اندازهٔ نصف محیط چرخ جابه‌جا می‌شود. (شکل «۱»)



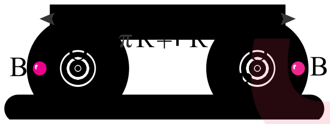
$$\Delta \quad = \frac{۲\pi R}{۲} = \pi R$$

نقطهٔ به‌اندازهٔ با چرخ جلو می‌رود و با حرکت غلتش به‌اندازهٔ $۲R$ به طرف عقب می‌چرخد؛ پس جابه‌جایی نقطهٔ C، $\pi R - ۲R$ است. (شکل «۲»)



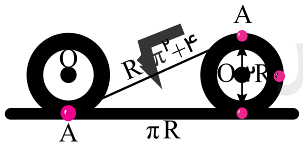
$$\Delta \quad = R(\pi - ۲)$$

نقطهٔ به‌اندازهٔ با چرخ حرکت می‌کند و با حرکت غلتش به‌اندازهٔ $۲R$ به طرف جلو می‌چرخد؛ پس جابه‌جایی نقطهٔ است. (شکل «۳»)



$$\Delta \quad = R(\pi + ۲)$$

جابه‌جایی نقطهٔ با توجه به شکل «۴» برابر $\sqrt{\ ^۲ + ۴}$ است:

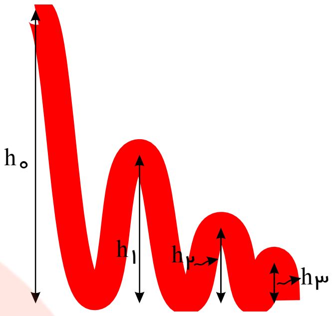


$$\Delta \quad = R\sqrt{\ ^۲ + ۴}$$

پلهٔ دوم: با مقایسهٔ جابه‌جایی نقطه‌های B، A و داریم:

$$\Delta \quad > \Delta \quad > \Delta \quad > \Delta$$

۷ ۱ **۲** ۳ ۴ آخرین باری که جابه‌جایی توپ نسبت به نقطهٔ پرتاب ۱۴ متر می‌شود را به دست می‌آوریم.



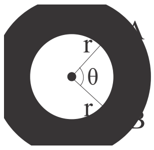
$$h_۱ = ۰٫۵\,h_۰$$
$$h_۲ = ۰٫۵\,h_۱ = (۰٫۵)^۲ h_۰$$
$$\vdots$$
$$h_n = (۰٫۵)^n h_۰$$

$$h_n = (۰٫۵)^n h_۰ \;\Rightarrow\; d = d_۰ - h_n = h_۰(۱ - (\frac{۱}{۲})^n) \Rightarrow \frac{}{۲^n} = \frac{}{۸} \;\Rightarrow\; n = ۳$$

$$\ell = ۱۶ + ۲ \times (۰٫۵)^۱ \times ۱۶ + ۲ \times (۰٫۵)^۲ \times ۱۶ + (۰٫۵)^۳ \times ۱۶$$

$$\Rightarrow\; \ell = ۱۶ + ۱۶ + ۸ + ۲ = ۴۲m$$

۸ ۴ **۳** ۲ ۱ جابه‌جایی ذره برابر شعاع دایره است. پس طبق شکل روبه‌رو نقطهٔ آغاز (A) و نقطهٔ پایان (B) حرکت در دو سر کمانی به اندازهٔ ۶۰ درجه قرار دارند. طول این کمان را L فرض می‌کنیم.



$$d = r \Rightarrow \theta = ۶۰^\circ$$

$$\text{محیط دایره} = ۲\pi R = ۹۰\pi cm \Rightarrow l = \frac{۱}{۶} \times \underset{}{\text{محیط}} = ۱۵\pi cm$$

ذره می‌تواند کمان AB را در سوی ساعتگرد پیموده باشد و مسافت پیموده‌شده توسط آن $۱۵\pi cm$ باشد. همچنین ذره ممکن است در سوی پادساعتگرد از A و B رفته باشد و مسافت پیموده شده توسط آن $۹۰\pi - ۱۵\pi = ۷۵\pi cm$ باشد. از طرفی ذره ممکن است پس از پیمودن یک یا چند دور کامل از نقطهٔ A به نقطهٔ B برود. بنابراین مسافت پیموده‌شده توسط ذره برحسب سانتی‌متر هر یک از مقدارهای زیر می‌تواند باشد:

$$\begin{cases} \\ ۷۵\pi ,\; ۱۶۵\pi ,\; ۲۵۵\pi ,\; ۳۴۵\pi ,\; \cdots \end{cases}$$

بنابراین مسافت پیموده‌شده نمی‌تواند ۱۳۵π سانتی‌متر باشد.

۹ **۴** ۳ ۲ ۱ فرض می‌کنیم ذره به اندازهٔ a در جهت محور x و به اندازهٔ b در جهت محور y حرکت کرده است.

$$\begin{cases} \\ d = \sqrt{a^۲ + b^۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{}{d} = \frac{}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} = \sqrt{۱٫۶}$$

$$\Rightarrow \frac{a^۲ + b^۲ + ۲ab}{a^۲ + b^۲} = ۱٫۶ = \frac{۸}{۵} \Rightarrow ۳a^۲ - ۱۰ab + ۳b^۲ = ۰$$

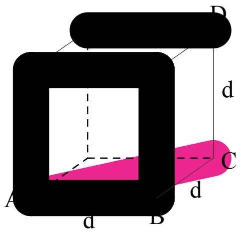
نسبت a به b را k فرض می‌کنیم.

$$\frac{}{b} = k \Rightarrow a = kb \Rightarrow ۳(kb)^۲ - ۱۰(kb)b + ۳b^۲ = ۰$$
$$\Rightarrow b^۲(۳k^۲ - ۱۰k + ۳) = ۰$$
$$\Rightarrow ۳k^۲ - ۱۰k + ۳ = ۰ \Rightarrow k = \frac{۵ \pm \sqrt{۲۵ - ۹}}{۳} = \frac{۵ \pm ۴}{۳} \Rightarrow \begin{cases} \\ k = \frac{۱}{۳} \end{cases}$$

۱۰ ۴ ۳ ۲ **۱** t زمانی که هر یک از اضلاع مکعب d را طی می‌کند:

$$t = \frac{}{v} = \frac{}{v}$$

جابه‌جایی کل حرکت:

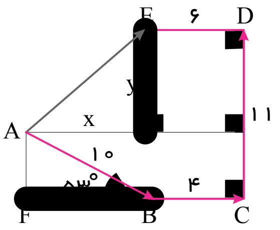


$$AC = \sqrt{d^۲ + d^۲} = d\sqrt{۲}$$

$$AD = \sqrt{AC^۲ + CD^۲} = \sqrt{۲d^۲ + d^۲} = d\sqrt{۳}$$

$$v_{av} = \frac{}{t\ \text{کل}} = \frac{d \quad ۳}{۳t} = \frac{d\sqrt{۳}}{۳\frac{d}{}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}v$$

۱۱ **۴** ۳ ۲ ۱ به وسیلهٔ روابط مثلثاتی، طول پاره‌خط AE قابل محاسبه است.



$$AE = \sqrt{x^۲ + y^۲} = \sqrt{۴^۲ + ۳^۲} = ۵m$$

۱۲ ۱ ۲ ۳ [✓ ۴] ابتدا زمان هر مرحله از حرکت و جابه‌جایی هر مرحله را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{زمان}: t_۱ = \frac{۲۰km}{۴۰\frac{km}{}} = ۰/۵h \qquad t_۲ = ۲h \qquad t_۳ = ۰/۵h$$

$$\text{جابه‌جایی}: \Delta x_۱ = ۲۰km \quad , \quad \Delta x_۲ = ۵km \quad , \quad \Delta x_۳ = v_۳ \cdot t_۳ = ۷۰ \times ۰/۵ = ۳۵km$$

سرعت متوسط برابر مجموع جابه‌جایی‌ها بر مجموع زمان‌ها است:

$$\bar{\cdot\cdot} = \frac{}{\Delta t} = \frac{x_۱ + x_۲ +}{t_۱ + t_۲ + t_۳} = \frac{}{۰/۵ + ۲ + ۰/۵} = \frac{۶۰}{۳} = ۲۰\frac{}{h}$$

۱۳ ۱ [✓ ۲] ۳ ۴ اگر طول کل مسیر را x و زمان پیمودن آن را t فرض کنیم، داریم:

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{اندازه‌ی جابجایی}}{\text{مدت زمان}} = \frac{\frac{x}{۴} + \frac{۳x}{۴}}{\frac{x}{\frac{\frac{۴}{v}}{۱}} + \frac{۳x}{\frac{\frac{۴}{۲v}}{۱}}} =$$

$$\frac{x}{\frac{۱}{\frac{}{۴v} + \frac{}{۸v}}} = \frac{x}{\frac{۲x + ۳x}{۸v}} = \frac{x}{\frac{۵x}{۸v}} = \frac{x}{۵x} = \frac{۸}{۵}v = ۱/۶v$$

۱۴ ۱ [✓ ۲] ۳ ۴

$$۷۲\frac{}{h} \div ۳/۶ = ۲۰\frac{}{s}$$

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جابجایی}}{\text{زمان حرکت}}$$

$$\text{زمان حرکت} = \frac{\text{جابجایی}}{\text{سرعت حرکت}}$$

اگر مسافت برگشتی متحرک را با Δx نشان دهیم، داریم:

جابه‌جایی

$$\text{زمان حرکت} = \frac{۱۲۰۰}{۲۰} + \frac{\Delta x}{۲۰}$$

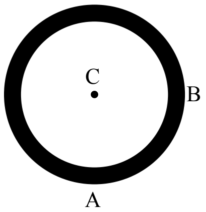
$$\text{بزرگی سرعت متوسط} = ۸ = \frac{}{\frac{۱۲۰۰}{۲۰} + \frac{\Delta x}{۲۰}} \Rightarrow ۴۸۰ + \frac{۲}{۵}\Delta x = ۱۲۰۰ - \Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = ۵۱۵m$$

۱۵ ۱ ۲ ۳ [✓ ۴] برای محاسبهٔ سرعت متوسط باید جابه‌جایی را تقسیم بر زمان کرد و برای محاسبهٔ تندی متوسط نیاز به مسافت طی شده توسط متحرک داریم.

جابه‌جایی: فاصلهٔ مستقیم که مبدأ را به مقصد وصل می‌کند که AC میزان جابه‌جایی متحرک می‌باشد که همان شعاع دایره است.

$$AC = ۳۰m$$



$$\bar{\cdot\cdot}\,\text{متوسط} = \frac{}{t} = \frac{۳۰}{۱۵} = ۲\frac{}{s}$$

مسافت طی‌شده از A تا B متحرک $۲\frac{۳}{۴}$ و سپس از B تا C هم برابر شعاع دایره می‌باشد (متحرک دو دور کامل زده، سپس $\frac{۳}{۴}$ محیط را طی کرده تا به نقطهٔ B رسیده و در ادامه از B تا C، شعاع دایره را پیموده است).

$$\text{مسافت طی شده} = ۲\frac{۳}{۴} \times \text{محیط دایره} + BC$$

$$۲\frac{۳}{۴} \times ۶۰ \times \pi + ۳۰ = \frac{۱۱}{\cancel{۴}} \times \overset{۱۵}{\cancel{۶۰}} \times ۳ + ۳۰ = ۵۲۵m$$

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت طی‌شده}}{\text{زمان}} = \frac{۵۲۵}{۱۵} = ۳۵\frac{m}{s}$$

۱۶ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱]

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow l = s_{av}\Delta t = ۱۵/۷\frac{m}{s} \times ۳۰s = ۴۷۱m$$

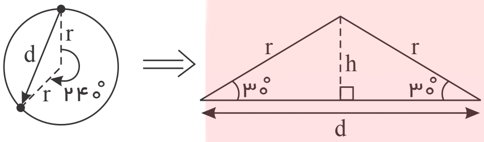
$$\frac{l}{\text{محیط}} = \frac{l}{۲\pi R} = \frac{۴۷۱m}{۲ \times ۳/۱۴ \times ۱۵۰} = \frac{۱}{۲}$$

خودرو نصف محیط میدان را پیموده است. بنابراین اندازهٔ جابه‌جایی آن برابر قطر میدان است.

$$\Rightarrow d = ۲R = ۲ \times ۱۵۰m = ۳۰۰m$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{۳۰۰m}{۳۰s} = ۱۰m/s$$

۱۷ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱] عقربهٔ ثانیه‌شمار در مدت ۴۰ ثانیه، $\frac{۲}{۳}$ دور (۲۴۰ درجه) می‌چرخد.



$$\cos ۳۰^{\circ} = \frac{(\frac{d}{۲})}{r} = \frac{d}{۲r}$$

$$\Rightarrow d = ۲r\cos ۳۰^{\circ}$$

$$\Rightarrow d = ۲r\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}r$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\sqrt{۳}r}{\Delta t} = \frac{\sqrt{۳} \times ۲۰cm}{۴۰s} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}cm/s$$

۱۸ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ ابتدا فاصلهٔ دو نقطه را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta r = \sqrt{(۴-۱)^{۲} + (۴-۰)^{۲}} = ۵m$$

$$\Delta r = R\sqrt{۲} \Rightarrow ۵ = R\sqrt{۲} \Rightarrow R = \frac{۵}{\sqrt{۲}}m$$

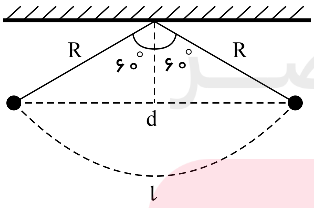
$$\text{مسافت } d = \frac{۱}{۴}(\text{محیط دایره}) = \frac{۱}{۴}(۲\pi R) = \frac{\pi}{۲} \times \frac{۵}{\sqrt{۲}} = \frac{۵\pi}{۲\sqrt{۲}}$$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{\frac{۵\pi}{۲\sqrt{۲}}}{۵} = \frac{\pi}{۲\sqrt{۲}}m/s$$

سرعت متحرک $\frac{\pi}{۲\sqrt{۲}}m/s$ است. پس متحرک در هر ثانیه مسافت $\frac{\pi}{۲\sqrt{۲}}$ متر را طی می‌کند.

۱۹ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱

باتوجه به شکل روبه‌رو مسافت طی شده و اندازهٔ جابه‌جایی گلوله را برحسب طول نخ (R) به دست می‌آوریم.



$$\begin{cases} l = (\frac{۱۲۰^{\circ}}{۳۶۰^{\circ}}) \times \text{محیط دایره مسیر حرکت} = \frac{۱}{۳} \times ۲\pi R = \frac{۲\pi}{۳}R \\ \sin ۶۰^{\circ} = \frac{(\frac{d}{۲})}{R} = \frac{d}{۲R} \Rightarrow d = ۲R\sin ۶۰^{\circ} = ۲R\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}R \end{cases}$$

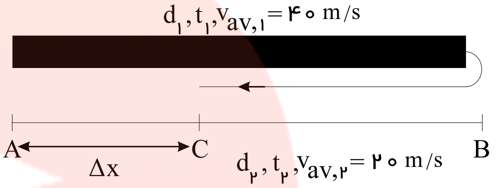
می‌دانیم نسبت تندی متوسط به اندازهٔ سرعت متوسط برابر نسبت مسافت به اندازهٔ جابه‌جایی است.

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{(\frac{l}{\Delta t})}{(\frac{d}{\Delta t})} = \frac{l}{d} = \frac{(\frac{۲\pi}{۳}R)}{\sqrt{۳}R} = \frac{۲\pi}{۳\sqrt{۳}} \Rightarrow s_{av} = \frac{۲\pi}{۳\sqrt{۳}}v_{av}$$

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{۲\pi}{۳\sqrt{۳}} \times ۱/۵\ s = \frac{\pi}{\sqrt{۳}}\ s = \frac{\sqrt{۳}}{۳}\pi\ s$$

توجه: در این سؤال زمان حرکت گلوله و طول نخ در پاسخ بی‌اثر هستند. البته در راه‌حل دیگری می‌توان از زمان حرکت گلوله ابتدا جابه‌جایی، سپس طول نخ و در نهایت مسافت و تندی متوسط را محاسبه کرد.

۲۰ ۱ ۲ ۳ **۴**



$$t_۲ = \dot{-} t_۱ \xrightarrow{t_۱ = \frac{d_۱}{۴۰}} t_۲ = \frac{d_۱}{۸۰}, d_۱ = ۴۰ t_۱$$

$$d_۲ = v_{av,۲} \times t_۲ = ۲۰ \times \frac{d_۱}{۸۰} = \frac{d_۱}{۴}$$

$$|\Delta x| = d_۱ - \frac{d_۱}{۴} = \frac{۳d_۱}{۴}$$

$$\ell = d_۱ + d_۲ = d_۱ + \frac{d_۱}{۴} = \frac{۵d_۱}{۴}$$

$$\frac{}{|v_{av}|} = \frac{\overline{t_۱ +}}{\frac{|\Delta x|}{t_۱ + t_۲}} = \frac{}{|\Delta x|} - \xrightarrow[|\Delta x| = \frac{۳d_۱}{۴}]{\ell = \frac{۵d_۱}{۴}} \frac{}{|v_{av}|} = \frac{۵}{۳}$$

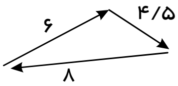
۲۱ **۱** ۲ ۳ ۴ می‌دانیم اگر طول سه بُردار (جابه‌جایی کمیتی برداری است.) در نامساوی مثلثی صدق کند، برآیند آنها می‌تواند صفر باشد؛

$$If : \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{۰} \rightarrow \begin{cases} \\ |a - b| \leq c \leq a + b \end{cases}$$

البته کافی است بزرگترین مقدار را مورد بررسی قرار دهیم. اگر نامساوی مربوطه صحیح بود نیازی به بررسی ۲ نامساوی دیگر نیست. بنابراین:

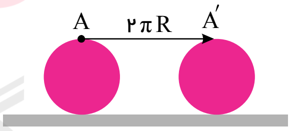
$$۷m - ۵m \leq ۱۰m \leq ۷m + ۵m$$

بنابراین: $(۱۰ \leq ۸ \leq ۲)$. پس می‌تواند برایند این سه جابه‌جایی صفر شود و در نتیجه کمترین سرعت متوسط متحرک:



$$(v_{av}) = \frac{}{\Delta t} \rightarrow |\overrightarrow{v_{av}}| = \frac{|\ |}{\Delta t} \rightarrow |\overrightarrow{v_{av}}|_{min} = \frac{\overset{۰}{\nearrow} d_{min}}{\Delta t} = ۰$$

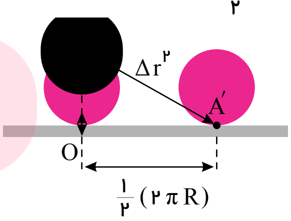
۲۲ ۱ ۲ ۳ **۴** پس یک دور کامل نقطهٔ A روی خط افقی به اندازهٔ محیط دایره جابه‌جا می‌شود. زمان آن را T در نظر می‌گیریم.



$$\Delta x_۱ = AA' = ۲\pi R$$

$$\overline{v_۱} = \frac{}{t} = \frac{}{T}$$

پس از $\frac{۱}{۲}$ دور نقطهٔ A، به روی زمین منتقل می‌شود و دایره روی خط افقی (زمین)، نصف محیط دایره را طی می‌کند و زمان نصف زمان دور زدن کامل (I) است.



$$\Delta x_۲ = \sqrt{\Delta A'^۲ + OA'^۲} = \sqrt{(۲R)^۲ + (\pi R)^۲} = R\sqrt{۴ + \pi^۲}$$

$$\overline{v_۲} = \frac{\Delta r_۲}{\Delta t} = \frac{R\ \overline{۴} + \pi^{\overline{۲}}}{\frac{T}{۲}} = \frac{۲R\ \overline{۴} + \pi^{\overline{۲}}}{T}$$

$$\frac{\Delta x_۱}{\Delta r_۲}=\frac{۲\pi R}{R\sqrt{۴+\pi^۲}}=\frac{۲\pi}{\sqrt{۴+\pi^۲}}$$

$$\frac{\overline{v_۱}}{\overline{v_۲}}=\frac{\frac{۲\pi R}{T}}{\underline{۲R\quad \overline{۴}+\overline{\pi^۲}}}=\frac{\pi}{\sqrt{۴+\pi^۲}}$$

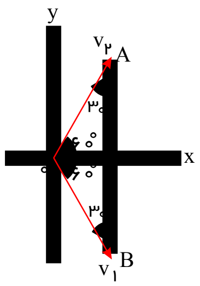
۲۳ ۱ ۲ ۳ [✓ ۴] اگر جهت مثبت را به‌سوی بالا فرض کنیم و لحظهٔ پرتاب جسم را لحظهٔ صفر در نظر بگیریم، سرعت جسم در لحظه‌های $t_۰=۰s$، $t_۱=۱/۲۵s$ و $t_۲=۳/۷۵s$ به‌ترتیب برابر $v_۰=+۲۰m/s$، $v_۱=۰m/s$ و $v_۲=-۱۰m/s$ است.

$$\begin{cases} \text{هنگام بالا رفتن } a_۱=\dfrac{v_۱-v_۰}{t_۱-t_۰}=\dfrac{}{۱/۲۵-۰}=-۱۶m/\ ^۲ \\ \text{هنگام پایین آمدن } a_۲=\dfrac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}=\dfrac{}{۳/۷۵-۱/۲۵}=-۴m/\ ^۲ \end{cases}\Rightarrow |a_۱+a_۲|=+۲۰m/\ ^۲$$

توجه: اگر جهت مثبت را به‌سوی پایین فرض می‌کنیم، $a_۱$ و $a_۲$ به‌ترتیب $+۱۶$ و $+۴$ متر بر مربع ثانیه می‌شود.

۲۴ ۱ ۲ [✓ ۳] ۴ بردار تغییرات سرعت توپ را رسم می‌کنیم. مثلث ایجادشده متساوی‌الساقین است. در این صورت $AH=BH$ می‌باشد.

پس می‌توان نوشت:



$$\Delta\ :\sin ۶۰^\circ = \qquad \Rightarrow AH=۴\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=۲\sqrt{۳}$$

$$AB=۲AH=۴\sqrt{۳}\Rightarrow \Delta v=۴\sqrt{۳}m/s$$

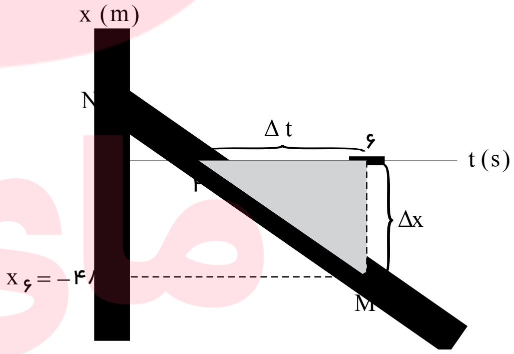
$$=\frac{}{\Delta t}=\frac{۴\sqrt{۳}}{۰/۱}=۴۰\sqrt{۳}m/s^۲$$

۲۵ ۱ [✓ ۲] ۳ ۴ سرعت متوسط متحرک از ابتدای حرکت تا لحظهٔ $t=۶s$ برابر با $-۸m/s-۸m/s$ است. زیرا شیب خط قاطع بر نمودار در این بازه منفی است:

$$=\frac{}{\Delta t}\Rightarrow -۸=\frac{\Delta x}{۶}\Rightarrow \Delta x=-۴۸m\Rightarrow x_۶-x_۰=-۴۸m\xrightarrow{x_۰=۰}x_۶=-۴۸m$$

سرعت متحرک در لحظهٔ $t=۶s$ برابر با شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t=۶s$ یعنی همان پاره‌خط است. برای محاسبهٔ شیب این خط از مثلث سایه خورده در شکل زیر استفاده می‌کنیم:

$$v_{t=۶s}=\frac{}{\Delta t}=\frac{}{۶-۲}=-۱۲m/s$$



هم‌چنین چون شیب خط مماس بر نمودار در مبدأ زمان برابر با صفر است سرعت اولیهٔ متحرک صفر است. بنابراین شتاب متوسط متحرک در ۶ ثانیهٔ اول حرکت برابر است با:

$$\Rightarrow \quad =\frac{}{\Delta t}=\frac{-۱۲-۰}{۶}=-۲m/s^۲\ \Rightarrow\ |a|=۲\,m/s$$

۲۶ [✓ ۱] ۲ ۳ ۴

سرعت شناگر $=v_۱$ سرعت آب $=v_۲$

وقتی شناگر در خلاف جهت آب شنا می‌کند: $(v=v_۱-v_۲)$

$$T=\frac{}{۶۰\,min}=\frac{۱}{۶}h$$

$$v=\frac{}{\Delta t}\Rightarrow (v_۱-v_۲)=\frac{۱}{\frac{۱}{۶}}\Rightarrow v_۱-v_۲=۶$$

وقتی شناگر در جهت آب شنا می‌کند: $(v=v_۱+v_۲)$

$$T=\frac{}{۶۰\,\text{min}}=\frac{۱}{۱۰}$$

$$v=\frac{}{\Delta t}\Rightarrow (v_۱+v_۲)=\frac{۱}{\frac{۱}{۱۰}}=۱۰$$

مرور حرکت شناسی-۱

$$\begin{cases} v_۱ + \quad = ۱۰ \\ v_۱ - v_۲ = ۶ \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع می‌کنیم}} ۲v_۱ = ۱۶ \Rightarrow v_۱ = ۸$$

۲۷ (۴) (۳) (۲) [✓ (۱)] محل اولیه و نهایی پرنده، لانه است پس جابه‌جایی پرنده همان جابه‌جایی لانه است چون لانه با سرعت قطار حرکت کرده پس سرعت لانه همان سرعت قطار یعنی $۲۰m/s$ است بنابراین سرعت متوسط پرنده همان سرعت حرکت قطار یعنی $۲۰m/s$ است.

۲۸ (۴) (۳) (۲) [✓ (۱)] مسافت‌های پیموده شده توسط دو قطار تا لحظهٔ به هم رسیدن برابر ۱۰۰ کیلومتر است. زمان لازم برای این مسافت‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_۱ = v_۱\Delta t + v_۲\Delta t \Rightarrow ۱۰۰ = ۲۰\Delta t + ۲۰\Delta t \Rightarrow ۱۰۰ = ۴۰\Delta t \Rightarrow \Delta t = ۲/۵h$$

اکنون مسافت پیموده شده توسط پرنده را در این مدت حساب می‌کنیم.

$$= \frac{\quad}{\Delta t} \Rightarrow ۵ = \frac{\quad}{۲/۵} \Rightarrow l = ۱۲/۵km$$

۲۹ (۴) (۳) (۲) [✓ (۱)]

$$d_۱ = \frac{\quad}{۲} \;,\; {}_۲ + d_۳ = \frac{\quad}{۲}$$

$$- \xrightarrow{d_۲=(v_{av})_۲t_۲ \;,\; d_۳=(v_{av})_۳t_۳} ((v_{av})_۲ + ۲(v_{av})_۳)t_۲ = \frac{\quad}{۲}$$

$$t_۲=\frac{۱}{۳}(t_۲+t_۳)\Rightarrow t_۲-\frac{۱}{۳}t_۲=\frac{۱}{۳}t_۳ \Rightarrow \frac{۲}{۳}t_۲=\frac{t_۳}{۳} \Rightarrow \frac{t_۲}{t_۳}=\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow t_۲ = \frac{\quad}{۲(v_{av})_۲ + ۴(v_{av})_۳} \;,\; t_۳ = \frac{\quad}{(v_{av})_۲ + ۲(v_{av})_۳}$$

$$= \frac{d_۱ + d_۲ + \quad}{t_۱ + t_۲ + t_۳} = \frac{\quad}{\frac{d}{۲(vav)_۱} + \frac{\quad}{۲(vav)_۲+۴(vav)_۳} + \frac{\quad}{(vav)_۲+۲(vav)_۳}}$$

$$\Rightarrow \quad = \frac{۱}{\frac{\quad}{۲(vav)_۱} + \frac{۱}{۲(vav)_۲+۴(vav)_۳} + \frac{۱}{(vav)_۲+۲(vav)_۳}}$$

$$\xrightarrow{(vav)_۱=۱۰m/s \;,\; (vav)_۲=۴m/s \;,\; (vav)_۳=۳m/s} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{۱۰}} = \frac{۲۰}{۴} = ۵\,m/s$$

۳۰ (۴) [✓ (۳)] (۲) (۱)

معادلات حرکت هر دو متحرک را می‌نویسیم:

متحرک :

$t = ۲s$ تا $t = ۱s$ ثانیه دوم

$$(v_{av})_A = \frac{\quad}{\Delta t} = \frac{\quad}{۲ - ۱} = \frac{۲۰}{۱} = ۲۰m/s, x = (v_{av})_A t + x_۰$$

با جایگذاری یکی از مکان‌ها و زمان‌های داده‌شده، مکان متحرک در لحظهٔ $t_۰ = ۰$ به‌دست می‌آید.

$$t = ۲s \Big\} ۰ = ۲۰ \times ۲ + x_۰ \Rightarrow x_۰ = -۴۰m$$

بنابراین برای متحرک معادلهٔ حرکت به صورت $= ۲۰t - ۴۰$ خواهد بود.

متحرک :

$$\text{۴ ثانیهٔ دوم}: t = ۴s \text{ تا } t = ۸s \Rightarrow (v_{av})_B = \frac{\quad}{۸ - ۴} = \frac{-۴۰}{۴} = -۱۰m/s$$

$$x = ۶۰m \Big\} \Rightarrow ۶۰ = -۱۰ \times ۴ + x_۰ \Rightarrow x_۰ = ۱۰۰m$$

بنابراین معادلهٔ حرکت متحرک به صورت $= -۱۰t + ۱۰۰$ خواهد بود.

وقتی که این دو متحرک در یک مکان باشند باید $=$ شود، بنابراین داریم:

$$= \quad \Rightarrow -۱۰t + ۱۰۰ = ۲۰t - ۴۰ \Rightarrow ۱۴۰ = ۳۰t \Rightarrow t = \frac{۱۴}{۳}$$

۳۱ (۴) (۳) [✓ (۲)] (۱) روش اول: شرط به‌هم رسیدن دو متحرک و این است که مکان آنها در یک زمان با هم مساوی شود. پس کافیست معادلهٔ مکان دو متحرک را نوشته و مساوی هم قرار دهیم. (می‌دانیم: $x = vt + x_۰$ معادلهٔ مکان با سرعت ثابت)

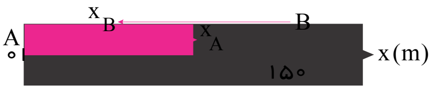
$$=$$

$$- \xrightarrow[x_B=۵۰+(-۲۰۰)]{=-۲۵t+۷۰۰} -۲۵t + ۷۰۰ = +۵۰t - ۲۰۰ \rightarrow ۹۰۰ = ۷۵t \rightarrow t = ۱۲(s)$$

روش دوم: به کمک حرکت نسبی می‌توان نوشت: $t \times {}_{\text{نسبی}} = $ نسبیΔx

$$\left.\begin{array}{l} \text{نسبی}\Delta x = \text{تغییر فاصلهٔ متحرک‌ها} = ۷۰۰ - (-۲۰۰) - ۰ = ۹۰۰ \\ \text{نسبی}v = \text{تفریق برداری سرعت‌ها} = ۵۰ - (-۲۵) = ۷۵ \end{array}\right\} \Rightarrow ۹۰۰ = ۷۵ \times t \rightarrow t = ۱۲s$$

۳۲ (۴) [✓ (۳)] (۲) (۱) راه اول: حداکثر زمان، یعنی دو متحرک از کنار یکدیگر عبور می‌کنند و در فاصلهٔ ۵۰ متری قرار می‌گیرند.



ابتدا معادلات حرکت را می‌نویسیم:

$= ۵۴ \qquad = ۵۴ \times \frac{۵}{۱۸} = ۱۵$

$= \quad t + \quad = ۱۰t$

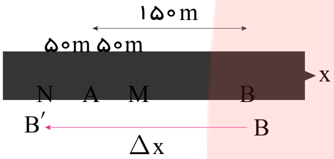
$= \quad t + x_{\circ B} = -۱۵t + ۱۵۰$

با توجه به شکل در لحظهٔ خواسته شده:

$- \quad = ۵۰$

$۲۵t = ۲۰۰ \Rightarrow t = ۸s$

راه دوم: از سرعت نسبی استفاده می‌کنیم. فرض می‌کنیم ساکن است و حرکت می‌کند. ابتدا در نقطهٔ و سپس در به ۵۰ متری A می‌رسد:



تندی نسبی جمع تندی‌های متحرک است:

$v' = \quad +$

$t = \frac{}{v'} = \frac{}{۱۰ + ۱۵} = ۸s$

۳۳ ۴ **۳** ۲ ۱

زمان رسیدن از رابطهٔ سرعت نسبی که جمع و است به‌دست می‌آید.

$t = \frac{}{v'} = \frac{\Delta x_۱ + \Delta}{+} \quad (I)$

$\Delta x_۲ = \quad t(II)$

متحرک تندتر است و زمان رسیدن آن از به برابر $\frac{۲}{۳}$ است.

$\frac{۲}{۳}t = \quad = \frac{}{} \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{۲}{۳}v_B t(III)$

$\Delta x_۱$ و $\Delta x_۲$ را از معادلات و در ( ) جاگذاری می‌کنیم:

$t = \frac{\frac{۲}{۳}v_B t +}{+} \Rightarrow \quad + \quad = \frac{۵}{۳}v_B \Rightarrow \quad = \frac{۲}{۳}v_B \Rightarrow \quad = \frac{۳}{۲}$

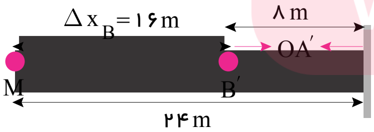
۳۴ **۴** ۳ ۲ ۱ ابتدا زمان رسیدن گلولهٔ را به دیوار به‌دست می‌آوریم:

$= \quad = \frac{۲۴}{۶} = ۴s$

در این مدت گلولهٔ نیز جابه‌جا شده است:

$\Delta x_B = v_B t_A = ۴ \times ۴ = ۱۶m$

فاصلهٔ دو گلوله در این وضعیت کمتر از ۲۴ شده است:



فاصلهٔ جدید $d = ۲۴ - ۱۶ = ۸m$

حال زمان رسیدن و را به یکدیگر پیدا می‌کنیم. (سرعت نسبی)

$t' = \frac{}{v'} = \frac{}{+} = \frac{}{۶ + ۴} = ۰/۸s$

در این مدت جابه‌جایی گلولهٔ ، $\Delta x_{B'}$ برابر است با:

$$\Delta x_{B'} = v'_B t' = ۴ \times ۰٫۸ = ۳٫۲m$$

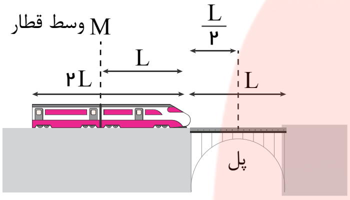
حال جابه‌جایی کل گلولهٔ را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \Delta \quad + \Delta x'_B = ۱۶ + ۳٫۲ = ۱۹٫۲m$$

۳۵ ۴ ۳ **۲** ۱ زمان لازم برای رد شدن کل قطار، زمان لازم برای طی کردن مسافتی به اندازهٔ جمع طول قطار و طول پل است:

$$v = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{} \ (I)$$

حال اگر بخواهیم وسط قطار به وسط پل برسد، باید به شکل زیر دقت کنیم:



در لحظهٔ $t = t'$ نقطهٔ (وسط قطار) باید به نقطهٔ (وسط پل برسد) در این مدت جابه‌جایی فاصلهٔ تا است.

$$t' = \qquad = \frac{L + }{} = \frac{۳}{۲}$$

حال را از رابطهٔ ( ) جاگذاری می‌کنیم:

$$t' = \frac{}{۲ \times (\frac{}{})} = \quad ۲$$

۳۶ ۴ **۳** ۲ ۱ راه اول: زمان لازم برای رسیدن گلولهٔ (۲) به نقطهٔ برابر است با:

$$= \qquad = \frac{۵۰}{۰٫۲} = ۲۵۰s$$

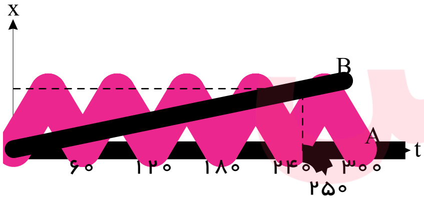
زمان لازم برای طی کردن فاصلهٔ توسط گلولهٔ (۱) برابر است با:

$$= \qquad = \frac{۵۰}{\frac{۵}{۳}} = ۳۰s$$

$$\frac{}{} = \frac{۲۵۰}{۳} \simeq ۸٫۳$$

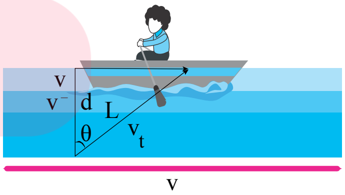
یعنی ۸ بار کنار هم قرار دارند، ولی جواب ۷ است زیرا لحظهٔ $t = ۰$ که از کنار هم شروع به حرکت می‌کنند، قابل قبول نیست.

راه دوم: رسم نمودار مکان - زمان



دو نمودار و ، ۷ بار یکدیگر را پس از $t = ۰$ قطع کرده‌اند که به معنای ۷ بار ملاقات یکدیگر است.

۳۷ **۴** ۳ ۲ ۱ برای آن‌که زمان کمینه شود باید تمام سرعت پارو زدن شخص (v') در راستای عمود بر آب صرف حرکت در عرض رودخانه شود. بنابراین مطابق شکل زیر، بردار سرعت‌ها قرار می‌گیرند:

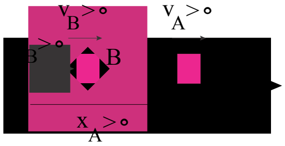


$$t = \qquad = \frac{}{\frac{}{\cos\theta}} = \frac{}{v'}$$

$$L = \quad t = \sqrt{v^۲ + v'^۲} \cdot \frac{}{v'}$$

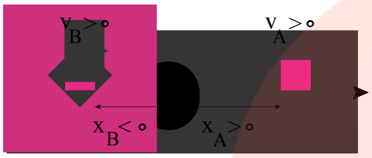
۳۸ **۴** ۳ ۲ ۱ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مثال نقض:



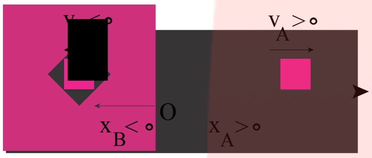
اگر $> v_B$ باشد، به‌هم نمی‌رسند.

گزینهٔ «۲»: مثال نقض:



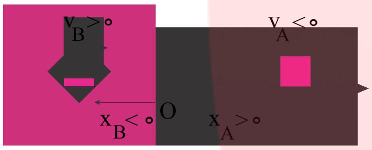
اگر $> v_B$ باشد، به‌هم نمی‌رسند.

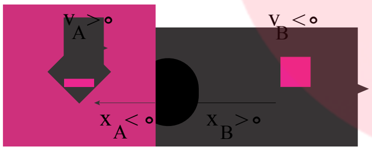
گزینهٔ «۳»: مثال نقض:



دو متحرک به‌هم نمی‌رسند.

گزینهٔ «۴»:





به هم می‌رسند.

۳۹ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱] معادلهٔ مکان - زمان متحرک به‌صورت زیر است:

$$x = vt$$

حال با فرض این‌که متحرک مسیر ۲۶۰ متری را در مدت $t_۱$ می‌پیماید:

$$۲۶۰ = vt_۱ \quad (۱)$$

اگر متحرک $۶m/s$ به سرعت خود بیفزاید، مسیر را $۳s$ زودتر به پایان می‌رساند پس:

$$۲۶۰ = (v+۶)(t_۱ - ۳) \quad (۲)$$

سمت چپ رابطه‌های (۱) و (۲) برابر است پس:

$$vt_۱ = (v+۶)(t_۱-۳) \Rightarrow \cancel{vt_۱} = \cancel{vt_۱} - ۳v + ۶t_۱ - ۱۸ \Rightarrow ۳v = ۶t_۱ - ۱۸ \rightarrow v = ۲t_۱ - ۶ \quad (۳)$$

حال   از رابطهٔ (۳) را در رابطهٔ (۱) قرار می‌دهیم و مقادیر   و $t_۱$ را به‌دست می‌آوریم:

$$(۱): ۲۶۰ = vt_۱ \xrightarrow{(۳)} ۲۶۰ = (۲t_۱ - ۶)(t_۱) \Rightarrow ۲۶۰ = ۲\,{}^{۲}_{۱} - ۶t_۱ \Rightarrow ۲\,{}^{۲} - ۶t - ۲۶۰ = ۰ \Rightarrow {}^{۲} - ۳t - ۱۳۰ = ۰ \Rightarrow (t+۱۰)(t-۱۳) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = ۱۳s \text{ ق.ق} \\ t = -۱۰s \text{ غ.ق.ق} \end{cases} \Rightarrow ۲۶۰ = vt_۱ \Rightarrow ۲۶۰ = v \times ۱۳ \Rightarrow v = ۲۰m/s$$

بنابراین با توجه به سرعت معادلهٔ مکان - زمان به‌صورت زیر خواهد شد و با استفاده از آن می‌توانیم مسافت متحرک در مدت زمان ۶_S را به‌دست آوریم:

$$x = vt \Rightarrow x = ۲۰t \xrightarrow{t=۶s} x = ۱۲۰m$$

$$_{\text{کل}} = \frac{۱۲۰}{۲۶۰} = \frac{۶}{۱۳}$$

۴۰ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱

$$\bar{} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_۱ + \Delta x_۲ + \Delta x_۳ + \dots}{۱+۱+۱+\dots} = \frac{v_۱\Delta t_۱ + v_۲\Delta t_۲ + v_۳\Delta t_۳ + \dots + \quad \Delta}{۱+۱+۱+\dots} = \frac{۱\times۱ + ۱\times۴ + ۱\times۹ + ۱\times۱۶ + \dots}{}$$

نکته ریاضی:

$$= \frac{\qquad}{} = \frac{۱^۲ + ۲^۲ + ۳^۲ + \ldots + n^۲}{}$$

$$۱^۲ + ۲^۲ + ۳^۲ + \ldots + n^۲ - \frac{n(n+۱)(۲n+۱)}{۶}$$

$$\Rightarrow {}^{-} = \frac{\frac{n(n+۱)(۲n+۱)}{۶}}{} = \frac{(n+۱)(۲n+۱)}{۶} = \frac{۲n^۲+۳n+۱}{۶}$$

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۲	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۳	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۴	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۵	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۶	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۷	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۸	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۹	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۰	[✓ ۱]	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۲	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۳	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۴	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۶	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۷	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۹	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	[✓ ۴]

۲۱	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۲۳	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۲۴	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۲۵	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۲۶	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۲۷	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۲۸	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۲۹	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	[✓ ۳]	۴

۳۱	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۳۲	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۳۳	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۳۴	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۳۵	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۳۶	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۳۷	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۳۸	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۳۹	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۴۰	۱	[✓ ۲]	۳	۴