

۱- هریک از چند ضلعی‌های زیر چند محور تقارن دارد.
مستطیل:

» **پاسخ** «

۶ ضلعی منتظم: ۶ محور تقارن

مستطیل: ۲ محور تقارن

۲- اندازه‌ی یک زاویه‌ی داخلی و خارجی ۱۵ ضلعی منتظم را به دست آورید.

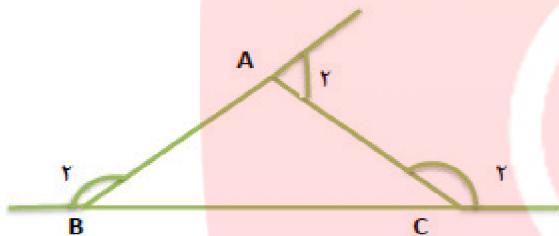
» **پاسخ** «

$$\frac{360}{15} = 24 \text{ زاویه خارجی}$$

$$180 - 24 = 156 \text{ زاویه داخلی}$$

$$\hat{A}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 = 360^\circ$$

۳- در شکل زیر ثابت کنید:



» **پاسخ** «

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_2 = \hat{B}_1 + \hat{C}_1 \\ \hat{B}_2 = \hat{A}_1 + \hat{C}_1 \\ \hat{C}_2 = \hat{A}_1 + \hat{B}_1 \end{array} \right\} \begin{aligned} \hat{A}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 &= 2\hat{A}_1 + 2\hat{B}_1 + 2\hat{C}_1 = 2(\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1) \\ &= 2 \times 180^\circ = 360^\circ \end{aligned}$$

۴- جواب صحیح سوالات را پیدا کنید.

سوالات	جواب‌ها
۱- چهارضلعی که فقط دو ضلع موازی دارد.	<input type="checkbox"/> الف) موازی‌الاضلاع <input type="checkbox"/> ب) ذوزنقه
۲- چهارضلعی که دو قطر آن مساوی و عمودمنصف یکدیگرند.	<input type="checkbox"/> الف) لوزی <input type="checkbox"/> ب) مریع
۳- چندضلعی که حداقل یک زاویه بزرگ‌تر از 180° دارد.	<input type="checkbox"/> الف) محدب <input type="checkbox"/> ب) مقعر
۴- چندضلعی که همه ضلع‌ها و زاویه‌هایش با هم برابرند.	<input type="checkbox"/> الف) منتظم <input type="checkbox"/> ب) محدب

» **پاسخ** «

(۱) ب. ذوزنقه (۲) ب. مریع (۳) ب. مربع (۴) الف. منتظم

۱)

www.my-dars.ir

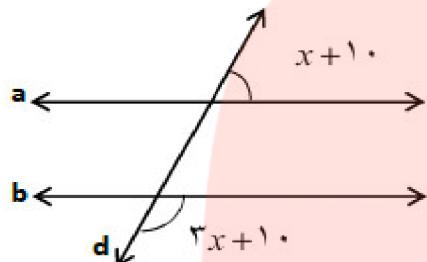
۵- اندازه هر زاویه یک پلیگون منتظم را به دست آورید.

«پاسخ»

$$\text{اندازه هر زاویه خارجی} \Rightarrow 360 \div 5 = 72^\circ$$

$$\text{اندازه هر زاویه داخلی} \Rightarrow 180 - 72 = 108^\circ$$

۶- در شکل مقابل مقدار x را به دست آورید.



$$x + 10 + 3x + 10 = 180$$

$$4x + 20 = 180$$

$$4x = 180 - 20$$

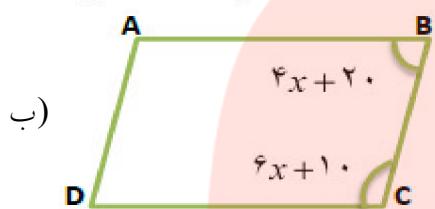
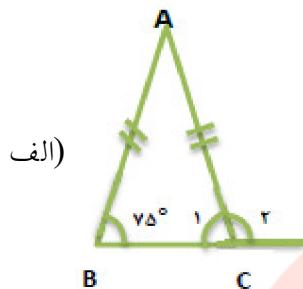
$$x = \frac{160}{4} = 40$$

«پاسخ»

مای درس
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۷- با توجه به شکل‌های زیر مقادیر خواسته شده را به دست آورید.



$$\hat{A} = \dots$$
$$\hat{C}_1 = \dots$$
$$\hat{C}_2 = \dots$$

$$x = \dots \quad (\text{با راه حل})$$
$$\hat{A} = \dots$$
$$\hat{D} = \dots$$

«پاسخ»

$$\hat{A} = 30^\circ$$
$$\hat{C}_1 = 75^\circ \quad (0/75)$$
$$\hat{C}_2 = 105^\circ$$

$$\begin{aligned} & \text{(ب) (1/25)} \\ & 4x + 20 + 6x + 10 = 180 \end{aligned}$$

$$10x + 30 = 180$$

$$10x = 180 - 30$$

$$x = \frac{150}{10} = 15$$

$$\begin{aligned} \hat{A} &= 105^\circ \\ \hat{D} &= 80^\circ \end{aligned}$$

۸- اندازه هر زاویه داخلی و هر زاویه خارجی ۱۰ ضلعی منتظم چند درجه است؟

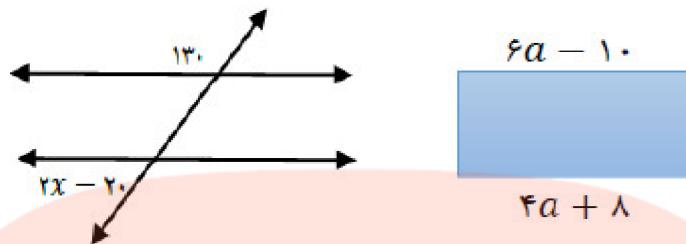
$$\frac{(10 - 2) \times 180}{10} = 144 \quad \text{داخلی}$$

$$\frac{360}{10} = 36 \quad \text{خارجی}$$

«پاسخ»

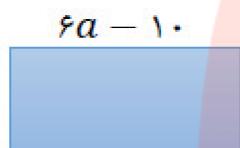
ما درس
گروه آموزشی عصر

۹- در هریک از شکل‌های زیر مقدار x و a را به دست آورید.

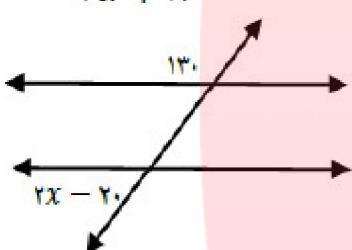


«پاسخ»

در مستطیل اضلاع رو به رو برابرند.



$$\begin{aligned}4a - 10 &= 4a + 8 \\4a - 4a &= 10 + 8 \\2a &= 18 \\a &= 9\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}180^\circ &= \text{زاویه باز} + \text{زاویه تند} \\2x - 20^\circ + 130^\circ &= 180^\circ \\2x + 110^\circ &= 180^\circ \\2x &= 70^\circ \\x &= 35^\circ\end{aligned}$$

۱۰- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) مریع دو محور تقارن دارد.

ب) در متوازی‌الاضلاع قطرها هم‌دیگر را نصف می‌کنند.

«پاسخ»

ب) درست

الف) نادرست

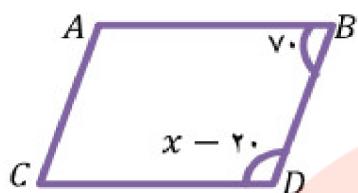
مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱۱- در شکل مقابل، مقدار x را پیدا کنید.

(چهارضلعی متوازی الاضلاع است)



» **پاسخ** »

$$x - 20 + 70 = 180$$

$$x = 180 - 50 = 130$$

$$x = 130$$

۱۲- درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

ب) اگر $d \parallel e$ و $d \parallel f$ آنگاه $e \parallel f$.

الف) در هر لوزی قطرها با هم برابرند.

» **پاسخ** »

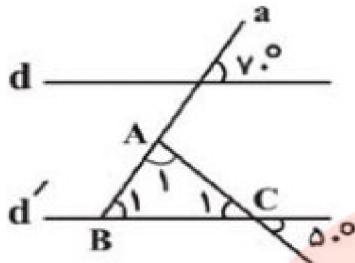
الف) نادرست

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱۳- در شکل زیر، $d \parallel d'$ می‌باشد. تساوی‌های زیر را کامل کنید.



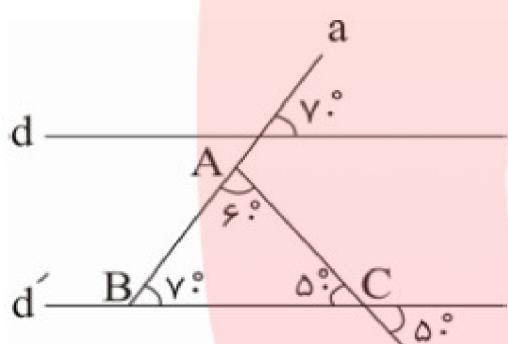
$$\hat{B}_1 =$$
$$\hat{A}_1 =$$

«پاسخ»

خط d با خط d' موازی است ($d \parallel d'$) بنا بر این زاویه‌ی \hat{B}_1 با زاویه‌ی 70° برابر است.

$$\hat{B}_1 = 70^\circ$$

زاویه‌ی 50° و $\hat{C}_1 = 50^\circ$ متقابل به رأس بوده و بنا بر این $\hat{C}_1 = 50^\circ$. حال در مثلث ABC می‌توان نوشت:



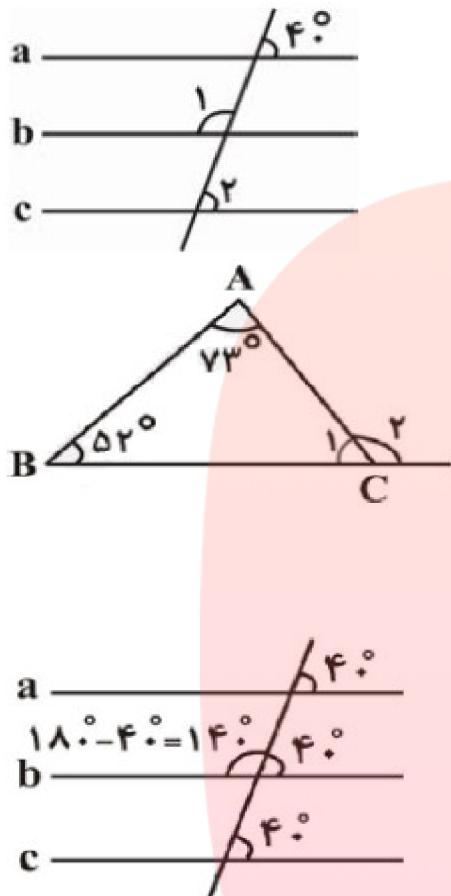
$$\begin{aligned}\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 &= 180^\circ \\ \hat{A}_1 + 70^\circ + 50^\circ &= 180^\circ \\ \hat{A}_1 &= 180^\circ - 120^\circ \\ \hat{A}_1 &= 60^\circ\end{aligned}$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱۴- با توجه به شکل‌های زیر، اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را بنویسید.



$$\begin{aligned}\hat{1} &= \\ \hat{2} &=\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{C}_1 &= \\ \hat{C}_2 &=\end{aligned}$$

«پاسخ»
(الف)

$$\begin{aligned}a &\quad 40^\circ \\ 180^\circ - 40^\circ &= 140^\circ \\ b &\quad 40^\circ \\ c &\quad 40^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{1} &= 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \\ \hat{2} &= 40^\circ\end{aligned}$$

ب) مجموع زوایای داخلی مثلث ABC ، باید 180° باشد. لذا زاویه‌ی \hat{C}_1 از این طریق به دست می‌آید:

$$73^\circ + 52^\circ + \hat{C}_1 = 180^\circ$$

$$\hat{C}_1 = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

$$\hat{C}_1 = 55^\circ$$

با توجه به این مطلب که زاویه‌ی \hat{C}_2 زاویه‌ی خارجی مثلث ABC است و اندازه‌ی هر زاویه‌ی خارجی مثلث، برابر با مجموع زوایی داخلی غیر مجاور آن می‌باشد، می‌توان نوشت:

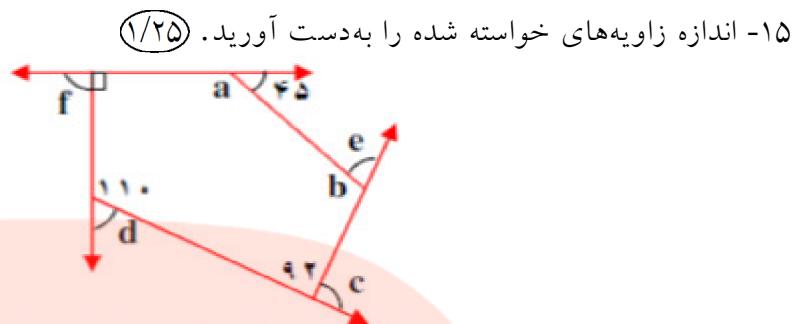
$$\hat{C}_2 = \hat{A} + \hat{B} = 52^\circ + 73^\circ = 125^\circ \Rightarrow \hat{C}_2 = 125^\circ$$

$$\begin{array}{l} \hat{a} = \dots\dots \\ \hat{c} = \dots\dots \\ \hat{e} = \dots\dots \end{array}$$

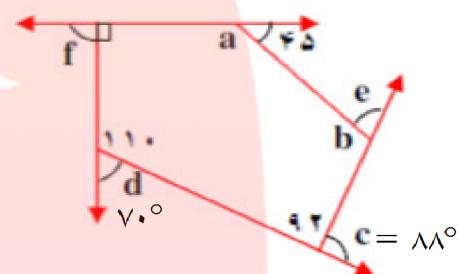
$$\begin{array}{l} \hat{b} = \dots\dots \\ \hat{d} = \dots\dots \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \hat{a} = 135^\circ \\ \hat{d} = 70^\circ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \hat{b} = 113^\circ \\ \hat{e} = 67^\circ \end{array}$$



«پاسخ»



۱۶- مجموع زاویه‌های داخلی یک ۱۲ ضلعی منتظم چند درجه است؟

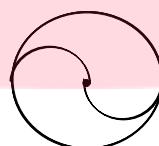
«پاسخ»

درجه ۱۸۰۰

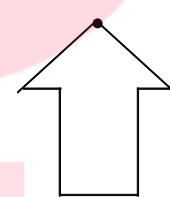
۱۷- محور تقارن شکل‌های زیر را رسم کنید.



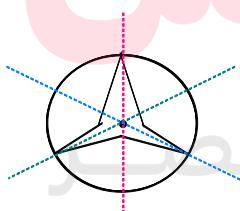
الف



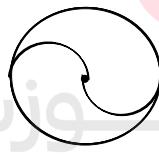
ب



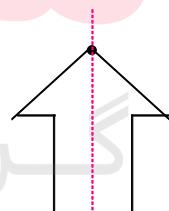
ج



۳ تا



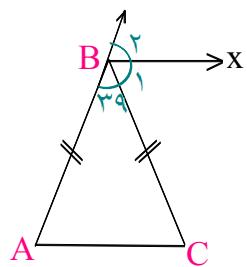
هیچی



یکی

«پاسخ»

۱۸- با توجه به شکل اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.



$$(Bx \parallel AC)(AB = BC)$$

$$\hat{B}_1 = \dots$$

$$\hat{B}_2 = \dots$$

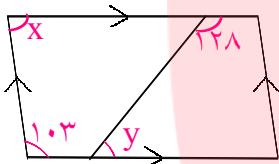
» پاسخ «

$$180 - 39 = 141$$

$$A = 141 \div 2 = \underline{\underline{70/5^{\circ}}} \quad AB, AC \parallel Bx \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}_2 = 70/5$$

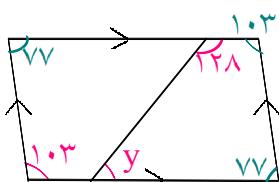
$$B_1 = 180 - (\underline{39 + 70/5}) = 70/5$$

۱۹- اندازه‌ی زاویه‌های x و y را به دست آورید.



» پاسخ «

می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های مجاور مکمل هستند پس $77 = 180 - 103 = x$ و زاویه‌های مقابل برابر هستند پس در چهارضلعی متوازی‌الاضلاع مجموع زاویه‌ها 360° می‌باشد زاویه‌ی y را می‌توان بدین صورت به دست آورد:



$$\text{مجموع ۳ زاویه } 128 + 103 + 77 = 308$$

$$y = 360 - 308 = 52$$

ما درس
گروه آموزشی عصر

- ۲۰- جاهای خالی را پر کنید:

الف) دو خط عمود بر یک خط

ب) موازی بودن دو خط m و n را با نماد ریاضی به صورت می نویسند.

ج) عمود بودن دو خط f و e را با نماد ریاضی به صورت نمایش می دهند.

$$\left. \begin{array}{l} d_1 \parallel d \\ d_2 \parallel d \end{array} \right\} \Rightarrow \dots \dots \dots$$

$$\left. \begin{array}{l} d_1 \parallel d_2 \\ d \perp d_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \dots \dots \dots$$

«**پاسخ**»

الف) با هم موازی اند

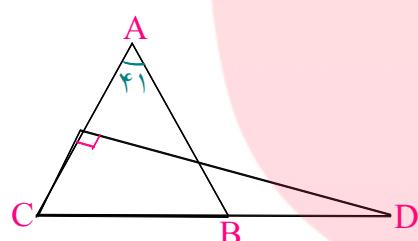
ب) $m \parallel n$ ()

ج) $e \perp f$ ()

د) $d_1 \parallel d_2$ ()

ه) $d \perp d_1$ ()

- ۲۱- زاویه‌ی خواسته شده را به دست آورید.



$$(\overline{AB} = \overline{AC})$$

$$\hat{D} = \dots$$

«**پاسخ**»

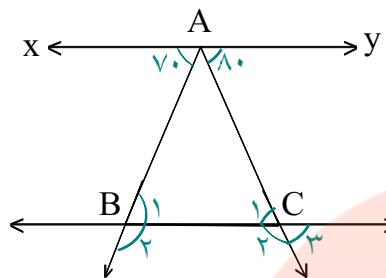
$$(\overline{AB} = \overline{AC}) \Rightarrow \text{ مثلث متساوی الساقین } C = \frac{139}{2} = 69.5$$

$$D = 180 - \underline{(90 + 69.5)} = 20.5$$

مای درس
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۲۲- در شکل زیر $(\overline{BC} \parallel xy)$ اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده به دست آورید.



$$\begin{array}{ll} \hat{C}_1 = \dots & \\ \hat{C}_2 = \dots & \hat{C}_3 = \dots \\ \hat{B}_1 = \dots & \hat{B}_2 = \dots \end{array}$$

«پاسخ»

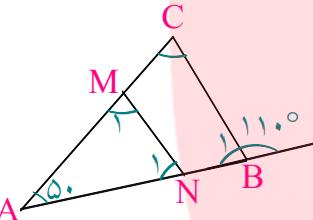
$$\hat{B}_1 = \boxed{80^\circ}$$

$$\hat{B}_2 = 180 - 80 = \boxed{100^\circ}$$

$$C_1 = \boxed{50^\circ}$$

$$C_2 = \boxed{70^\circ}$$

$$C_3 = 180 - 70 = \boxed{110^\circ}$$



$$\begin{array}{ll} \hat{B}_1 = \dots ; \hat{C} = \dots & \\ \hat{M}_1 = \dots ; \hat{N}_1 = \dots & \end{array}$$

«پاسخ»

$$\hat{C} = 110 - 50 = \boxed{60^\circ}$$

$$\hat{B}_1 = 180 - 110 = \boxed{70^\circ}$$

$$\hat{N}_1 = \hat{B}_1 = \boxed{70^\circ}$$

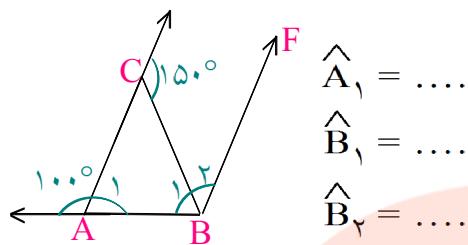
$$\hat{M}_1 = \hat{C} = \boxed{60^\circ}$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۲۴- در شکل زیر با توجه به خطوط موازی، زاویه‌های خواسته شده را بنویسید.



$$\hat{A}_1 = \dots$$

$$\hat{B}_1 = \dots$$

$$\hat{B}_2 = \dots$$

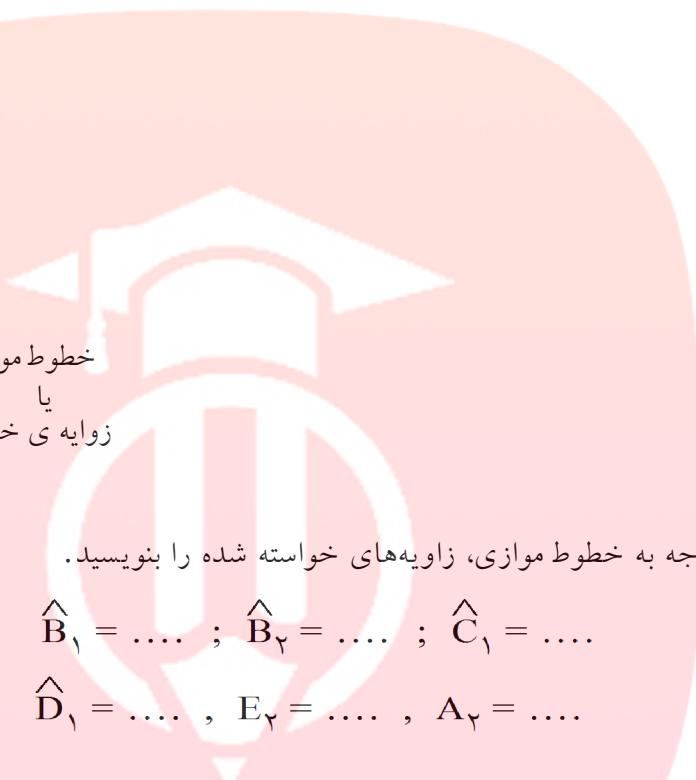
«پاسخ»

$$\hat{A}_1 = 180 - 100 = 80^\circ$$

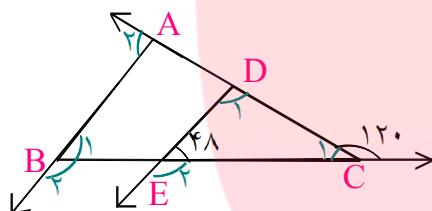
$$\hat{B}_1 = 150 - 80 = 70^\circ$$

$$\begin{cases} \hat{B}_2 = 180 - 150 = 30^\circ \\ \hat{B}_2 = 100 - 70 = 30^\circ \end{cases}$$

خطوط موازی
یا
زوایه‌ی خارجی



۲۵- در شکل زیر با توجه به خطوط موازی، زاویه‌های خواسته شده را بنویسید.



$$\hat{B}_1 = \dots ; \hat{B}_2 = \dots ; \hat{C}_1 = \dots$$

$$\hat{D}_1 = \dots , \hat{E}_1 = \dots , \hat{A}_2 = \dots$$

«پاسخ»

$$\hat{C}_1 = 180 - 120 = \boxed{60^\circ}$$

$$\hat{E}_1 = 180 - 48 = \boxed{132^\circ}$$

$$\hat{B}_1 = \hat{E} = \boxed{48^\circ}$$

$$\hat{B}_2 = \hat{E}_1 = \boxed{132^\circ}$$

$$\hat{D}_1 = 120 - 48 = \boxed{72^\circ}$$

$$\hat{A}_2 = 180 - 72 = \boxed{108^\circ}$$

مای درس

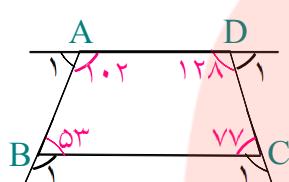
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۲۶- در شکل زیر زاویه‌های خارجی در رأس را رسم کنید و اندازه‌ی آنرا به دست آورید و مجموع زاویه‌های خارجی را تعیین کنید.



» **پاسخ** »



$$\hat{A}_1 = 180 - 102 = 78^\circ$$

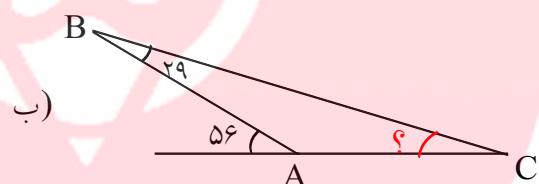
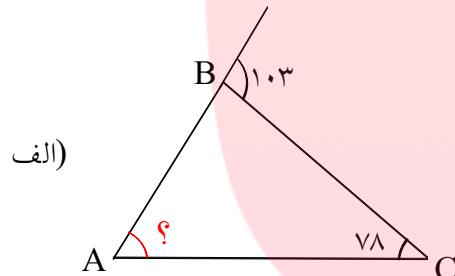
$$\hat{D}_1 = 180 - 128 = 52^\circ$$

$$\hat{B}_1 = 180 - 53 = 127^\circ$$

$$\hat{C}_1 = 180 - 77 = 103^\circ$$

$$\text{مجموع زوایای خارجی} = 78 + 52 + 127 + 103 = 360^\circ$$

۲۷- اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.



» **پاسخ** »

می‌دانیم زاویه‌ی خارجی برابر است با مجموع ۲ زاویه‌ی داخلی غیرمجاور، پس:

$$\hat{B}_1 = \hat{A} + \hat{C} \Rightarrow \hat{A} = 103 - 78 = 25^\circ \quad (\text{الف})$$

$$\hat{A}_1 = \hat{B} + \hat{C} \Rightarrow \hat{C} = 56 - 29 = 27^\circ \quad (\text{ب})$$

ما درس

گروه آموزشی عصر

۲۸- جدول زیر را کامل کنید.

اندازه یک زاویه داخلی	مجموع زاویه داخلی	تعداد اضلاع
۵		
۶		
۱۱		

» پاسخ «

تعداد اضلاع	اندازه یک زاویه داخلی	مجموع زاویه ها
۵	۱۰۸	540
۶	۱۲۰	720
۱۱	$147/2$	1620

$$\text{مجموع زاویه ها} = (n - 2) \times 180^\circ = 540$$

$$540 \div 5 = 108$$

$$(n - 2) \times 180^\circ = 720$$

$$720 \div 6 = 120$$

$$(n - 2) \times 180^\circ = 1620$$

$$1620 \div 11 = 147/2$$

۲۹- با توجه به شکل اندازه های خواسته شده را بنویسید. (شکل متوازی الاضلاع است.)

$$\overline{BD} = \dots$$

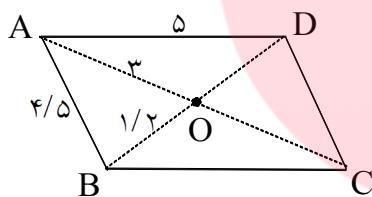
$$\overline{AC} = \dots$$

$$\overline{OC} = \dots$$

$$\overline{OD} = \dots$$

$$\overline{DC} = \dots$$

$$\overline{BC} = \dots$$



» پاسخ «

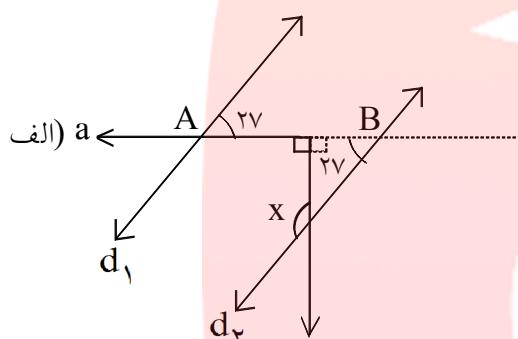
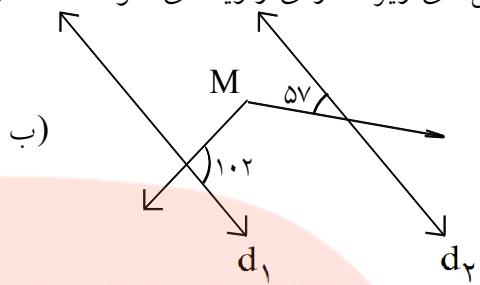
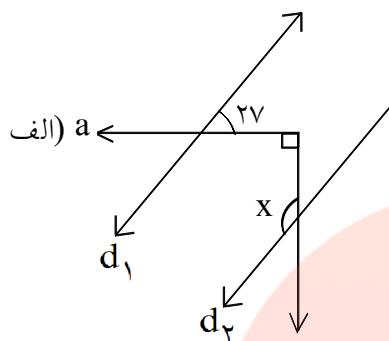
می دانیم در متوازی الاضلاع، قطرها هم دیگر را نصف می کنند و هر قطر از وسط قطر دیگر می گذرد و همچنین ضلع های رو به رو دو به دو برابرند. بنابراین:

$$\overline{BD} = 2 \times 1/2 = 2/4 ; \quad \overline{AC} = 2 \times 3 = 6 ; \quad \overline{OC} = 3$$

$$\overline{OD} = 1/2 ; \quad \overline{DC} = 4/5 ; \quad \overline{BC} = 5$$

گروه آموزشی عصر

۳۰- با توجه به شکل‌های زیر اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را بنویسید.



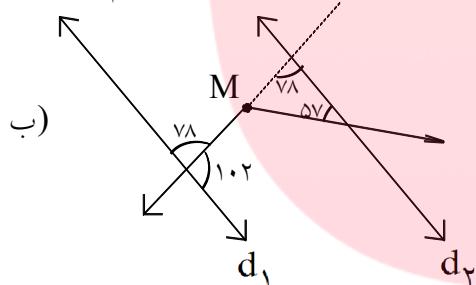
$$(d_1 \parallel d_2, a) \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = 27^\circ$$

$$27^\circ + 90^\circ = 117^\circ$$

$$\text{زاویه سوم} \quad 180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$$

$$x = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$$

کافی است یکی از نیم خط‌ها را امتداد دهیم تا دو خط موازی را قطع کند و زاویه‌های مساوی را مشخص کنیم.



$$57^\circ + 78^\circ = 135^\circ$$

$$\text{زاویه سوم} \quad 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

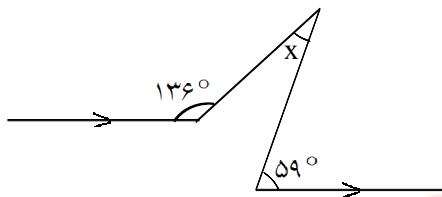
$$\hat{M} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

پاسخ

مای درس

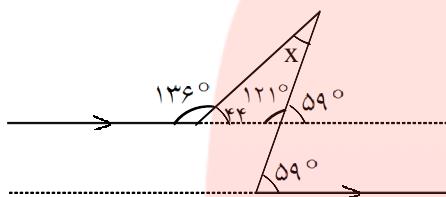
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

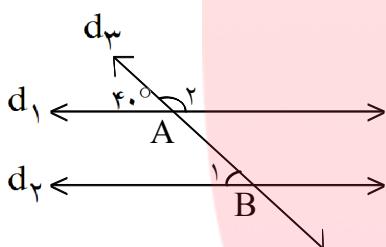


۳۱- اندازه‌ی زاویه‌ی خواسته شده را به دست آورید.

«پاسخ»



$$\begin{aligned}180 - 136 &= 44 \\180 - 59 &= 121 \\121 + 44 &= 165 \\x = 180 - 165 &= 15^\circ\end{aligned}$$

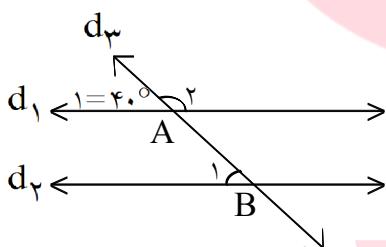


۳۲- با توجه به شکل زیر، اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.

$$\hat{A}_2 =$$

$$\hat{B}_1 =$$

«پاسخ»
چون \hat{A}_1 و \hat{A}_2 مکمل یکدیگرند، پس:



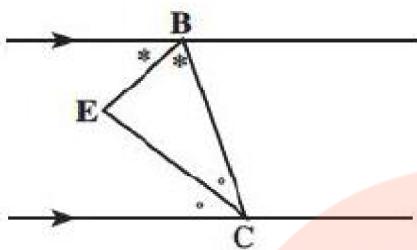
$$\begin{aligned}\hat{A}_2 &= 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \\\hat{B}_1 &= 40^\circ\end{aligned}$$

مای درس

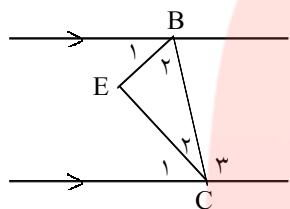
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۳۳- در شکل مقابل، ثابت کنید: $\hat{E} = 90^\circ$



«پاسخ»



$$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 = \hat{C}_3 \Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{B}_2 + \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ$$

$$2\hat{B}_2 + 2\hat{C}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{B}_2 + \hat{C}_2 + 90^\circ$$

$$\hat{E} + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{E} + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{E} = 90^\circ$$

۳۴- چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع است. طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید.



$$\hat{A} = \text{---}, \hat{B} = \text{---}, \hat{A} + \hat{B} = \text{---}$$

«پاسخ»

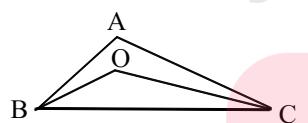
$$\hat{A} = \hat{C}, \hat{B} = \hat{D}, \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

۳۵- در مثلث ABC نیمسازهای داخلی دو زاویه‌ی B و C هم‌دیگر را در نقطه‌ی O قطع کرده‌اند، ثابت کنید:

$$\hat{O} = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$$

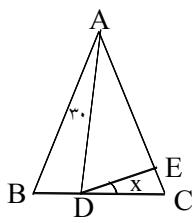
«پاسخ»

اگر O محل تلاقی دو نیمساز باشد



$$\left. \begin{aligned} \hat{O} + \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} &= 180^\circ \\ \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \rightarrow \hat{O} = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$$

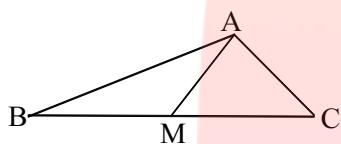
$$\left. \begin{aligned} \hat{O} + \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} &= 180^\circ \\ \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \rightarrow \hat{O} = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$$



۳۶- در شکل زیر $AB = AC$ و زاویه‌ی \widehat{BAD} برابر 30° درجه است. اگر $AE = AD$ آنگاه زاویه‌ی x برابر چیست؟

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{ADE} + x = 30 + \widehat{B} \\ \widehat{ADE} = 15 + \widehat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow x + 15 + \widehat{B} = 30 + \widehat{B} \Rightarrow x = 15$$

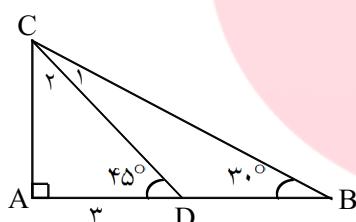
با توجه به شکل داریم:



۳۷- در شکل مقابل $BM = MC$ و $\widehat{B} = 16^\circ$, $\widehat{C} = 30^\circ$ مطلوبیست محاسبه‌ی زاویه‌ی \widehat{AMC} .

» پاسخ «

از B به AC عمود کرده پای عمود را H مینامیم. و از H به M وصل می‌کنیم. با توجه به زوایای داده شده و اینکه میانه‌ی وارد بر وتر نصف وتر است نتیجه می‌گیریم $HA = HM$ پس مثلث AHM متساوی‌الساقین و مثلث BHM متساوی‌الاضلاع است. در نتیجه $AMH = 75^\circ$ و $BMH = 60^\circ$ پس زاویه‌ی AMC برابر 45° درجه است.



۳۸- در شکل رویرو با توجه به اندازه‌های داده شده اندازه زاویه \widehat{C}_1 و طول پاره خط AC را حساب کنید.

$$\begin{aligned} 45^\circ &= \widehat{C}_1 + 30^\circ \Rightarrow \widehat{C}_1 = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ \\ \widehat{C}_2 &= 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ \Rightarrow \widehat{C}_2 = \widehat{CDA} \Rightarrow AC = AD = 3 \end{aligned}$$

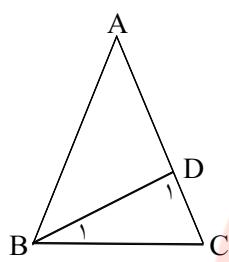
» پاسخ «

ما دریس

گروه آموزشی عصر

۳۹- در مثلث متساوی الساقین ABC به رأس A اگر طول نیمساز زاویه داخلی B با طول ضلع BC برابر باشد، اندازه زاویه A را بدست آورید.

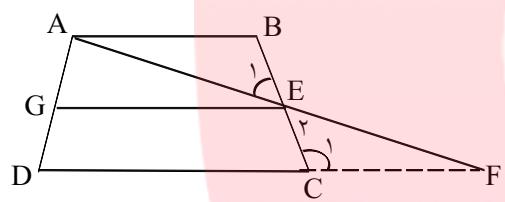
«پاسخ»



$$\begin{aligned} BD = BC &\Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C} \\ AB = AC &\Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{B}_1 + \hat{D}_1 + \hat{C} &= 180^\circ \Rightarrow \frac{\hat{B}}{2} + \hat{C} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \frac{\hat{C}}{2} + \hat{C} + \hat{C} = 180^\circ \\ \Rightarrow \frac{5}{2}\hat{C} &= 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 72^\circ \Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - (72^\circ + 72^\circ) = 36^\circ \end{aligned}$$

۴۰- ثابت کنید پاره خطی که وسطهای دو ساق یک ذوزنقه را به هم وصل می‌کند با دو قاعده موازی و متساوی نصف مجموع آن‌ها است.

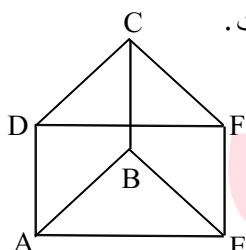
«پاسخ»



فرض: $AG = GD$ و $BE = EC$
حکم: $GE = \frac{AB + DC}{2}$ و $GE \parallel AB \parallel DC$
از رأس A به نقطه E وسط BC رسم کرده و امتداد می‌دهیم تا امتداد ضلع DC را در F قطع کند.

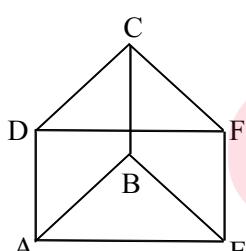
$$\left. \begin{array}{l} EB = EC \\ \hat{B} = \hat{C}_1 \\ \hat{E}_1 = \hat{E}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{ABE} = \hat{ECF} \Rightarrow AB = CF \text{ و } AE = EF$$

۴۱- در شکل روی روبرو ABCD و BEFC متوالی الاضلاعند ثابت کنید AEFD متوالی الاضلاع است.



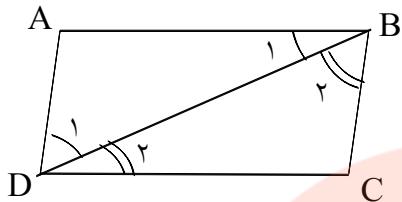
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

«پاسخ»



$$\left. \begin{array}{l} AD \overset{||}{=} BC \\ BC \overset{||}{=} EF \end{array} \right\} \Rightarrow AD \overset{||}{=} EF$$

۴۲- شکل مقابل یک متوازیالاضلاع است. چرا $\hat{B}_2 = \hat{D}_1$ و $\hat{B}_1 = \hat{D}_2$ است؟

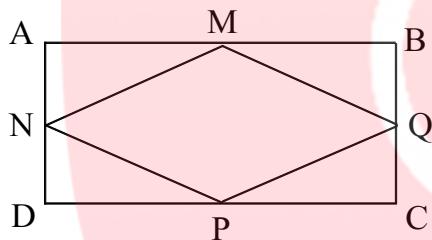


» پاسخ «

$$\begin{cases} B_2 = D_1 \\ B_1 = D_2 \end{cases}$$

خطی که دو خط موازی را قطع می‌کند زوایای داخلی با هم برابرند یعنی

۴۳- چهارضلعی ABCD یک مستطیل است و M، N، P و Q وسطهای چهار ضلع آن هستند. چرا چهارضلعی MNPQ یک لوزی است؟



» پاسخ «

$$\begin{cases} AN = ND \\ AM = DP \end{cases} \Rightarrow (\text{ض زض}) \quad \begin{cases} AM = NP \\ PQ = MQ \end{cases}$$

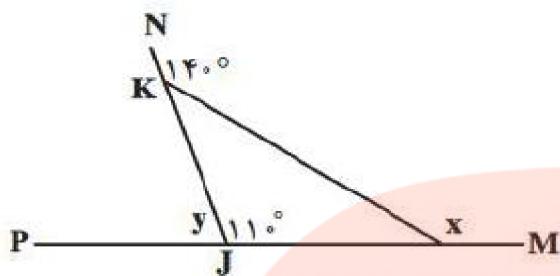
پس NMQP ← یک لوزی است.

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۴۴- در شکل زیر، مقادیر x و y را پیدا کنید.



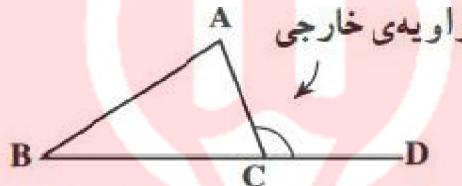
«پاسخ»

$$\begin{aligned} \hat{y} + 11^\circ &= 180^\circ \Rightarrow \hat{y} = 70^\circ \\ \hat{x} \hat{K} \hat{J} + 140^\circ &= 180^\circ \Rightarrow \hat{x} \hat{K} \hat{J} = 40^\circ \\ \hat{x} &= 40^\circ + 11^\circ = 150^\circ \end{aligned}$$

زاویه‌ی خارجی در مثلث برابر جمع دو زاویه‌ی داخلی غیرمجاور است.

۴۵- نشان دهید که در مثلث دلخواه ABC ، $\hat{A} + \hat{B} = \hat{A} \hat{C} \hat{D}$

$$\hat{A} \hat{C} \hat{D} = \hat{A} + \hat{B}$$



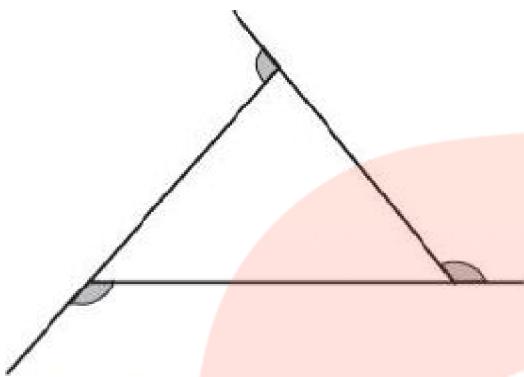
«پاسخ»

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{B} + \hat{A} \hat{C} \hat{B} = 180^\circ \\ \hat{A} \hat{C} \hat{B} + \hat{A} \hat{C} \hat{D} = 180^\circ \end{array} \right\} \text{مجموع زوایای مثلث} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = \hat{A} \hat{C} \hat{D}$$

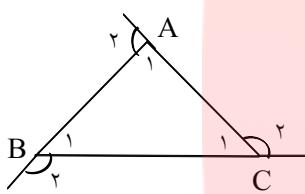
مای درس
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۴۶- مجموع زاویه‌های خارجی مثلث زیر را بیابید. آیا این یافته در مورد مجموع زاویه‌های خارجی هر مثلث درست است؟ جواب خود را با ذکر دلیل بنویسید.

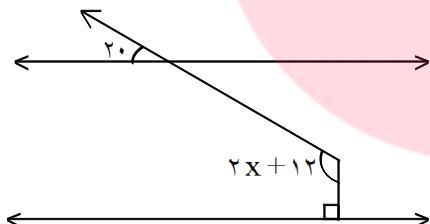


«پاسخ»

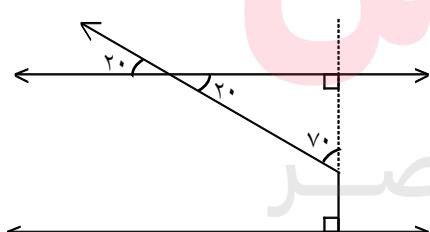


$$\begin{aligned}\hat{A}_1 + \hat{B}_1 &= \hat{C}_2 \\ \hat{A}_1 + \hat{C}_1 &= \hat{B}_2 \\ \hat{B}_1 + \hat{C}_1 &= \hat{A}_2 \\ \hat{A}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 &= 2(\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1) \\ \hat{A}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 &= 360^\circ\end{aligned}$$

بله، در مورد هر مثلثی درست است.



۴۷- با تشکیل معادله، مقدار X را به دست آورید.



$$90 + 20 = 110$$

$$\text{زاویه سوم مثلث} \quad 180 - 110 = 70$$

$$82$$

$$\text{مکمل یکدیگرند} \quad 2x + 12 + 70 = 180$$

$$2x = 180 - 82 = 98$$

$$x = \frac{98}{2} = 49$$

«پاسخ»

با امتداد دادن خط عمود، این خط بر خط اول نیز عمود شده و مثلث قائم الزاویه‌ای به وجود می‌آید.

$$90 + 20 = 110$$

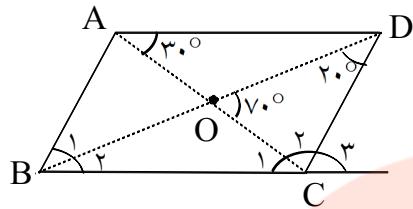
$$\text{زاویه سوم مثلث} \quad 180 - 110 = 70$$

$$82$$

$$\text{مکمل یکدیگرند} \quad 2x + 12 + 70 = 180$$

$$2x = 180 - 82 = 98$$

۴۸- چهارضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. با توجه به اطلاعات داده شده، تساوی‌ها را کامل کنید.



$$\begin{array}{ll} \hat{C}_1 = \dots & \hat{A} = \dots \\ \hat{B}_1 = \dots & \hat{B} = \dots \\ \hat{C}_2 = \dots & \\ \hat{C}_3 = \dots & \end{array}$$

«پاسخ»

$$OCD: 70 + 20 = 90 \Rightarrow \hat{C}_2 = 180 - 90 = 90^\circ$$

$$AD \parallel BC, AC \text{ مورب} \Rightarrow C_1 = 30 \Rightarrow C_3 = 180 - (90 + 30) = 60^\circ$$

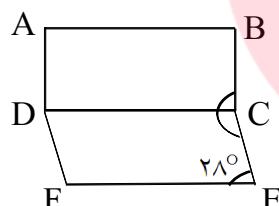
$$(AD \parallel BC, DC \text{ مورب}) \Rightarrow \hat{C}_3 = \hat{D} = 60^\circ$$

$$\hat{A} = 180 - 60 = 120$$

$$OBC: 110 + 30 = 140 \Rightarrow 180 - 140 = 40^\circ = \hat{B}_2$$

$$\hat{B} = \hat{D} = 60 \Rightarrow \hat{B}_1 = 60 - 40 = 20^\circ$$

۴۹- اندازه‌ی زاویه‌ی خواسته شده را به دست آورید. ($ABCD$ مستطیل و $DCEF$ متوازی‌الاضلاع)



$$\hat{BCE} = \dots$$

«پاسخ»

چون شکل ترکیبی از مستطیل و متوازی‌الاضلاع است، پس زاویه‌ی \hat{BCE} را می‌توان به ۲ زاویه تجزیه کرد:

$$\hat{BCE} = \hat{BCD} + \hat{DCE}$$

$$\hat{DCE} = 180 - 28 = 152^\circ$$

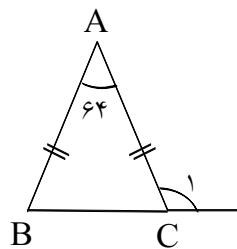
$$\hat{BCE} = 90 + 152 = 242^\circ$$

و نیز در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های مجاور، مکمل یکدیگرند، پس:

در نتیجه:

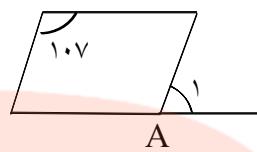
گروه آموزشی عصر

-۵۰- اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.



(الف)

$$\hat{C}_1 = \dots$$



$$\hat{A}_1 = \dots$$

(ب)

«**پاسخ**»

مجموع ۲ زاویه‌ی مجاور قاعده $= 116 - 64 = 180 - 116$

اندازه‌ی زاویه‌ی داخلی $= 116 \div 2 = 58$

$$\hat{C}_1 = 180 - 58 = 122^\circ$$

$$\hat{A} = 107^\circ$$

$$\hat{A}_1 = 180 - 107 = 73^\circ$$

الف) چون مثلث متساوی الساقین است، پس:

ب) در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های مقابل برابرند، پس:

مای درس
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir