

۱- اگر هیچ صفحه‌ای در فضا وجود نداشته باشد که از هر چهار نقطه A ، B ، C و D بگذرد، آنگاه وضعیت دو خط AB و CD کدام است؟

سوال ۴۹۴ کتاب آبی

(۴) موازی یا متقاطع‌اند

(۳) همواره متقاطع‌اند

(۲) همواره موازی‌اند

(۱) همواره متنافرند

سوال ۵۰۲ کتاب آبی

۲- کدام گزینه درباره سه صفحه متمایز دویهدو متقاطع نادرست است؟

(۲) ممکن است فصل مشترک‌هایشان بر هم منطبق باشد.

(۱) ممکن است فصل مشترک‌هایشان دویهدو موازی باشند.

(۴) ممکن است فصل مشترک‌هایشان در یک نقطه هم‌رس باشند.

(۳) ممکن است فصل مشترک‌هایشان دویهدو متنافر باشند.

۳- چهار نقطه A ، B ، C و D در فضا مفروض است به طوری که امتدادهای AB و CD متنافرند. تصاویر این نقاط بر صفحه عمود بر خطی که

سوال ۵۱۹ کتاب آبی

(۴) غیرمشخص

(۳) دوزنقه

(۲) لوزی

(۱) متوازی‌الاضلاع

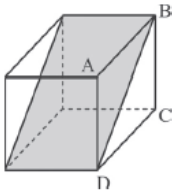
مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۴- در مکعب شکل مقابل، زاویه صفحه قطری سایه زده با صفحه وجه ABCD، چند درجه است؟

سوال ۵۲۰ کتاب آبی



۳۰ (۱)

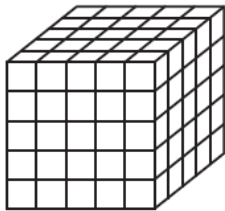
۴۵ (۲)

۶۰ (۳)

۹۰ (۴)

۵- تمام وجه‌های مکعب زیر را رنگ آمیزی می‌کنیم. نسبت تعداد مکعب‌های کوچکی که دو وجه رنگ شده دارند به مکعب‌های کوچکی که فقط یک

سوال ۵۵۸ کتاب آبی



وجه رنگ شده دارند، کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۱)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{4}{4}$ (۳)

$\frac{4}{4}$ (۴)

مای درس

گروه آموزشی عصر

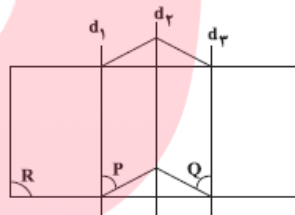
www.my-dars.ir

۱- گزینه ۱

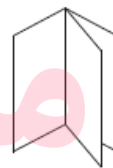
چون چهار نقطه مورد نظر هیچ گاه در یک صفحه قرار نمی گیرند، پس دو خط موازی یا متقاطع نیستند و در نتیجه متناظرند.

۲- گزینه ۳

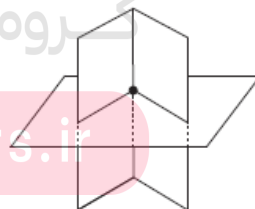
حالت‌های مختلفی که ۳ صفحه متمایز دوجه دو متقاطع، می‌توانند داشته باشند را بررسی می‌کنیم:
گزینه «۱»: ۳ خط d_1 ، d_2 و d_3 دوجه دو موازی هستند.



گزینه «۲»: فصل مشترک‌ها برهم منطبق هستند.



گزینه «۴»: فصل مشترک‌ها در یک نقطه هم‌رسند.



مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

چون AB و CD متنافرند، پس AC و BD نیز متنافرند (چرا؟).
 با رسم شکل سؤال، حل مسئله آسان می‌شود. مطابق شکل فرض کنید
 M و N به ترتیب وسط پاره‌خط‌های متنافر AC و BD باشند و P
 صفحه‌ای است که بر خط MN عمود است. خطوط AA' ، BB' ،
 CC' ، DD' و MN همگی بر صفحه P عمود شده‌اند، بنابراین با
 هم موازی‌اند. در دوزنقه قائم‌الزاویه $ACC'A'$ داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AA' \parallel MO \parallel CC' \\ AM = MC \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} A'O = OC' \quad (1)$$

در دوزنقه قائم‌الزاویه $BDD'B'$ نیز داریم:

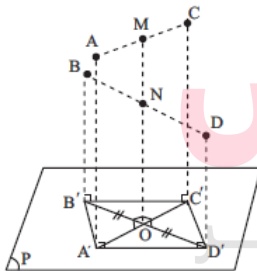
$$\left. \begin{array}{l} BB' \parallel NO \parallel DD' \\ BN = ND \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} B'O = OD' \quad (2)$$

تذکر ۱: چهارضلعی $A'B'C'D'$ تنها در صورتی لوزی می‌شود که زاویه
 بین دو خط متنافر AC و BD ، قائمه باشد.

تذکر ۲: اگر دو خط AB و CD متنافر نباشند یعنی یا موازی یا متقاطع
 باشند، تصاویر نقاط A و B و C و D روی صفحه P همگی بر روی

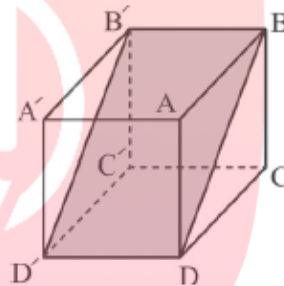
از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود $A'B'C'D'$ متوازی‌الاضلاع و O محل
 همرسی اقطار آن است.

یک خط قرار می‌گیرند و هیچ چهارضلعی‌ای تشکیل نمی‌شود.



(۱) چهارضلعی $ABB'A'$ مربع است، پس $\hat{ABB}' = 90^\circ$.

(۲) چهارضلعی $BCC'B'$ مربع است، پس $\hat{CBB}' = 90^\circ$.



از موارد (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که BB' بر دو خط متقاطع از صفحه وجه $ABCD$ عمود است.

پس می‌توان نتیجه گرفت که BB' بر صفحه وجه $ABCD$ عمود است.

از آنجا که خط BB' در صفحه قطری سایه زده بر صفحه وجه $ABCD$

عمود است، می‌توان نتیجه گرفت که صفحه قطری سایه زده بر صفحه

وجه $ABCD$ عمود است، پس زاویه بین آن‌ها 90° درجه است.

۵-

گزینه ۱

مکعب‌هایی که در وسط یال‌ها قرار می‌گیرند دو وجه رنگ شده دارند. هر



مکعب ۱۲ یال دارد. پس داریم:

تعداد مکعب‌هایی که دو وجه رنگ شده دارند $= 12 \times 3 = 36$

مکعب‌هایی که در وسط وجه‌های مکعب اصلی قرار دارند، دارای تنها یک وجه رنگ شده هستند. هر مکعب ۶ وجه دارد. پس داریم:



تعداد مکعب‌هایی که یک وجه رنگ شده دارند $= 6 \times 9 = 54$

$$\frac{36}{54} = \frac{2}{3}$$

بنابراین نسبت موردنظر برابر است با:

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir