

۲۰۰ تست هندسه دهم فصل ۳ - چندضلعی ها

۱ در یک چهارضلعی از برخورد نیمسازهای داخلی آن یک مربع ایجاد شده است. الزاماً نوع این چهارضلعی کدام است؟

- (۱) محاطی (۲) متوازی الاضلاع (۳) محیطی (۴) مستطیل

۲ در مثلثی قائم الزاویه با طول اضلاع قائم ۴ و ۶، طول نیمساز وارد بر وتر کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $2/2\sqrt{2}$ (۳) $2/6\sqrt{2}$ (۴) $2/4\sqrt{2}$

۳ اگر اندازه‌های اضلاع یک متوازی الاضلاع ۱۰ و ۵ واحد و زاویه‌ی بین این دو ضلع 135° باشد، آن‌گاه از برخورد نیمسازهای این متوازی الاضلاع یک چهارضلعی پدید می‌آید، مساحت شکل پدید آمده چه قدر است؟

- (۱) $\frac{25}{4}\sqrt{2}$ (۲) $\frac{25}{2}\sqrt{2}$ (۳) $\frac{5}{2}\sqrt{2}$ (۴) $\frac{5}{4}\sqrt{2}$

۴ اگر در مثلث ABC زوایای $\hat{B} = 20^\circ$ و $\hat{C} = 70^\circ$ باشند، آن‌گاه زاویه‌ی بین ارتفاع و میانه‌ی رأس A چه قدر است؟

- (۱) 20° (۲) 30° (۳) 40° (۴) 50°

۵ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) چندضلعی شکلی است که شامل n ($n \geq 3$) پاره‌خط متوالی که هر پاره‌خط دقیقاً دو پاره‌خط دیگر را در نقاط انتهایی خودش قطع می‌کند.
 (۲) چهارضلعی که قطرهاش برابر باشند، مربع یا مستطیل و یا دوزنقه متساوی الساقین است.
 (۳) اگر وسط‌های اضلاع هر چهارضلعی را به‌طور متوالی به هم وصل کنیم، یک چهارضلعی با زوایای مقابل مکمل پدید می‌آید.
 (۴) اگر در یک چهارضلعی قطرها بر هم عمود باشند، مساحت آن برابر با نصف حاصل ضرب قطرهاش است.

۶ اگر دوزنقه $ABCD$ متساوی الساقین باشد، آن‌گاه از تلاقی نیمسازهای زوایای داخلی آن چه نوع چهارضلعی پدید می‌آید؟

- (۱) محدب (۲) محاطی (۳) محیطی (۴) محاطی و محیطی

۷ در یک دوازده‌ضلعی محدب تعداد قطرهایی که از شش رأس متوالی می‌گذرد چه عددی است؟

- (۱) ۵۴ (۲) ۴۸ (۳) ۴۴ (۴) ۳۸

۸ اگر به تعداد اضلاع یک n ضلعی محدب منتظم ۳ ضلع اضافه شود ۳۶ قطر به قطرهای آن اضافه می‌شود. اندازه‌ی هر زاویه داخلی n ضلعی منتظم چه قدر است؟

- (۱) ۱۴۰ (۲) ۱۴۴ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۵۶

۹ اگر در یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، قطرهای برهم عمود باشند، وسط‌های اضلاع، رأس‌های کدام چهارضلعی‌اند؟

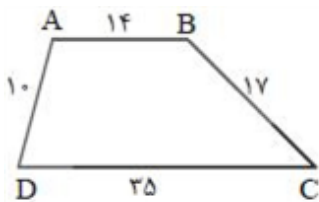
- (۱) مستطیل (۲) مربع (۳) لوزی (۴) متوازی‌الاضلاع

۱۰ نقطه M را در صفحه مثلث ABC به تصادف اختیار می‌کنیم. اگر O, P, Q, R به ترتیب وسط اضلاع AB, BC, MC و MA باشند، در مورد چهارضلعی $OPQR$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) متوازی‌الاضلاع است. (۲) قطرهای برابرند. (۳) قطرهای برهم عمودند. (۴) لوزی است.

۱۱ در یک متوازی‌الاضلاع به اضلاع ۸ و ۱۲ و زاویه 75° ، مجموع فواصل پای ارتفاع کوچک‌تر از اضلاع متوازی‌الاضلاع تقریباً کدام است؟

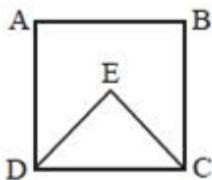
- (۱) $19/25$ (۲) $19/75$ (۳) $20/5$ (۴) $21/5$



۱۲ در دوزنقه‌ای با قاعده‌های ۱۴ و ۳۵ و ساق‌های ۱۰ و ۱۷، طول قطر BD کدام است؟

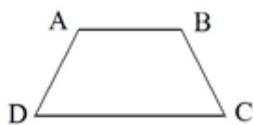
- (۱) ۲۵ (۲) $2\sqrt{29}$ (۳) ۲۴ (۴) $4\sqrt{29}$

۱۳ در شکل زیر $ABCD$ مربعی به ضلع a و مثلث DEC متساوی‌الاضلاع است. فاصله E تا AB کدام است؟



- (۱) $a\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (۲) $a\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ (۳) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

۱۴ در دوزنقه متساوی‌الساقین $ABCD$ که در آن اضلاع AB و CD موازیند، داریم: $CD = 4$ ، $AB = 3$ و $AD = 2$ طول قطر BD کدام است؟



- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) $2\sqrt{3}$

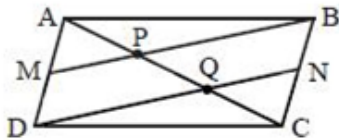
۱۵ روی اضلاع یک متوازی‌الاضلاع نقاط M, N, K, L را طوری انتخاب می‌کنیم که $AM = BN = CK = DL$ باشد، دو قطر چهارضلعی $MNKL$ همواره:

- (۱) با هم مساوی هستند. (۲) یک‌دیگر را نصف می‌کنند. (۳) بر هم عمودند. (۴) با اضلاع متوازی‌الاضلاع موازی هستند.

۱۶ در دوزنقه $ABCD$ ($AD \parallel BC$)، قطر BD را رسم می‌کنیم، داریم: $\widehat{ADC} = 9\widehat{BDC}$ ، $\widehat{ABC} = 5\widehat{BAD}$ و $BD = AD$. اندازه زاویه C کدام است؟

- (۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° (۴) $\frac{80^\circ}{3}$

۱۷ در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، M و N به ترتیب وسط‌های ضلع‌های AD و BC هستند. اگر $AC + PQ = 36$ باشد، اندازه AQ کدام است؟



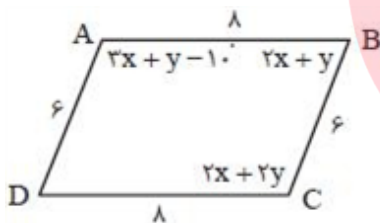
- (۱) ۱۲
(۲) ۱۵
(۳) ۱۸
(۴) ۲۱

۱۸ پاره‌خط‌های AB و CD هم‌دیگر را نصف می‌کنند. اگر اندازه AD برابر $3x + 7$ و اندازه BC برابر $5x - 2$ باشد، اندازه BC برابر کدام است؟

- (۱) $20/5$ (۲) ۲۱ (۳) $21/5$ (۴) ۲۲

۱۹ در لوزی $ABCD$ ، نیمساز زاویه A را رسم می‌کنیم و روی آن پاره‌خط AK برابر با KD جدا می‌کنیم. اگر بدانیم O محل برخورد دو قطر لوزی است و $\frac{AK}{KO} = 2$ ، اندازه زاویه A چه قدر است؟

- (۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° (۴) 75°



۲۰ با توجه به شکل، $x + y$ کدام است؟

(۱) 40°
(۲) 45°
(۳) 50°
(۴) 55°

۲۱ مجموع زوایای چند ضلعی که تعداد قطرهای و ضلع برابرند، کدام است؟

(۱) ۳۶۰ (۲) ۵۴۰ (۳) ۷۲۰ (۴) ۹۰۰

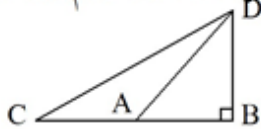
۲۲ از تقاطع نیمسازهای داخلی یک متوازی‌الاضلاع با زاویه 20° و اضلاع ۲ و ۶، چهارضلعی ایجاد می‌شود. مساحت این چهارضلعی چند برابر مساحت متوازی‌الاضلاع است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۲۳ در مستطیل $ABCD$ ، نقطه M روی ضلع AB به اندازه a طوری قرار گرفته است که این ضلع را به نسبت ۴ و ۵ قطع می‌کند و نیز پاره‌خط‌های MC و MD بر هم عمودند. مقدار $MC + MD$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}(\sqrt{5} + 1)a$ (۲) $\frac{1}{3}(\sqrt{5} - 1)a$ (۳) $\frac{1}{3}(\sqrt{5} + 2)a$ (۴) $\frac{1}{3}(\sqrt{5} - 2)a$

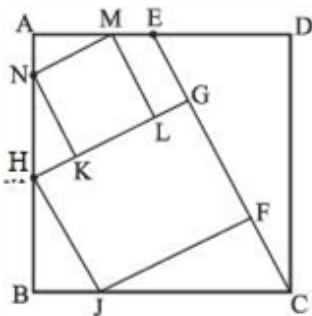
- ۲۴ در شکل زیر اگر $AC = 15$ و $CD - DB = 12$ و AD نیمساز زاویه D باشد، طول پاره خط AB کدام است؟
- (۱) ۹
(۲) ۱۰
(۳) ۸
(۴) ۱۲



- ۲۵ مساحت مثلثی که با اطلاعات $a = 4$ ، $b = 3$ و $m_c = \frac{2}{5}$ رسم شده، کدام است؟
- (۱) ۶
(۲) ۱۲
(۳) ۱۰
(۴) ۱۵

- ۲۶ در مثلث ABC ($\hat{C} = 30^\circ$ ، $\hat{B} > \hat{C}$)، طول نیمسازهای داخلی و خارجی رأس A برابرند. اندازهی زاویهی B کدام است؟
- (۱) 120°
(۲) 150°
(۳) 110°
(۴) 130°

- ۲۷ در مثلث ABC ($\hat{B} = 60^\circ$ ، $AC = 14$) عمودمنصفهای اضلاع AB و AC یکدیگر را در نقطهی M وسط ضلع BC قطع می کنند. طول پاره خط MC کدام است؟
- (۱) $14\sqrt{3}$
(۲) $\frac{4\sqrt{3}}{2}$
(۳) $\frac{14\sqrt{3}}{3}$
(۴) $\frac{28\sqrt{3}}{3}$



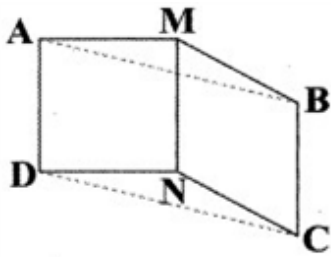
- ۲۸ در شکل روبه رو $ABCD$ مربع بوده و نقطه E وسط AD می باشد. نقاط G ، F روی CE و X و Z روی AB و BC طوری قرار گرفته اند که $FGXZ$ مربع است و به همین طریق $KLMN$ نیز مربع است. اگر مساحت مربع $KLMN$ برابر ۹۹ باشد، مساحت مربع $FGHJ$ چند است؟
- (۱) ۵۳۹
(۲) ۷۲۹
(۳) ۶۹۳
(۴) ۳۹۶
(۵) ۵۱۲

- ۲۹ فرض کنید D یک ده ضلعی منتظم با یالهای به طول یک می باشد. فرض کنید T با انتخاب سه رأس D و اتصال آنها به کمک یالهای D تعریف شود. چند مثلث ناهمنهشت بوده که طول برخی از یالهای آن یک می باشد، می توان در T یافت؟
- (۱) ۸
(۲) ۱۶
(۳) ۱۰
(۴) ۲۰
(۵) ۹

- ۳۰ در شکل روبه رو هشت مثلث قائم الزاویهی متساوی الساقین برای ساختن یک هشت ضلعی منتظم به کار رفته اند. اگر طول ضلع هشت ضلعی برابر ۱ cm باشد، طول ضلع هشت ضلعی خالی وسطی چند است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $2 - \sqrt{2}$
(۴) $\sqrt{2} - 1$
(۵) $\frac{3 - \sqrt{2}}{2}$



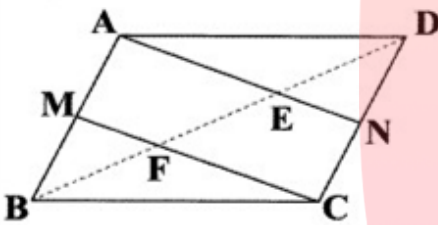
- ۳۱ در شکل زیر AMND یک مربع به ضلع a و MNCB یک لوزی با زاویه 60° می باشد. کدام گزینه در مورد چهارضلعی ABCD صحیح است؟
- (۱) یک متوازی الاضلاع با زاویه 60° می باشد.
 - (۲) یک متوازی الاضلاع با زاویه 75° می باشد.
 - (۳) یک مستطیل است.
 - (۴) یک متوازی الاضلاع به ابعاد a و $2a$ می باشد.

- ۳۲ قطر یک دوزنقه‌ی متساوی الساقین بر ساق عمود است و با قاعده‌ی بزرگ‌تر زاویه‌ی α می سازد. بزرگ‌ترین زاویه‌ی این دوزنقه کدام است؟

(۱) $180^\circ - 2\alpha$ (۲) 2α (۳) $90^\circ - \alpha$ (۴) $90^\circ + \alpha$

- ۳۳ در لوزی ABCD به ضلع a ، قطر بزرگ $\sqrt{3}$ برابر قطر کوچک آن است. طول قطر کوچک کدام است؟

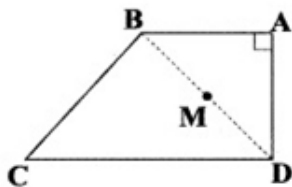
(۱) $\sqrt{3}a$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ (۳) a (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}a$



- ۳۴ در شکل زیر M و N وسط اضلاع AB و CD از متوازی الاضلاع ABCD قرار دارند. کدام گزینه صحیح نیست؟

(۱) $AN = MC$ (۲) $\frac{S_{\triangle DEN}}{S_{\triangle ABE}} = \frac{1}{9}$ (۳) $AE = FC = \frac{2}{3}AN$ (۴) $\frac{S_{\triangle END}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{1}{2}$

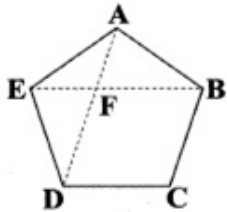
- ۳۵ در دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه ABCD، $AB = AD = a$ و M نقطه‌ای روی قطر BD می باشد. مجموع فواصل M از اضلاع AB و AD کدام است؟



(۱) a (۲) $2a$ (۳) $\frac{a}{2}$

(۴) نمی توان تعیین کرد.

- ۳۶ در پنج ضلعی منتظم ABCDE، قطرهای AD و BE یکدیگر را در نقطه‌ی F قطع می کنند. نوع چهارضلعی FBCD کدام است؟



- (۱) مستطیل
- (۲) لوزی
- (۳) متوازی الاضلاع
- (۴) نامشخص

۳۷ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، طول وتر BC برابر با ۱۲ واحد و $\hat{B} = 15^\circ$ است. فاصله‌ی پای میانه و پای ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{3}$ (۲) ۳ (۳) ۹ (۴) $9\sqrt{3}$

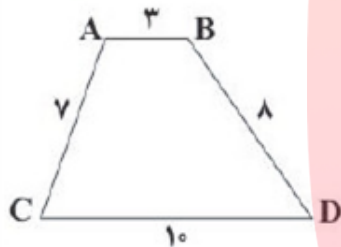
۳۸ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، $\hat{A} = 90^\circ$ و میانه‌ی AM برابر با یکی از اضلاع قائمه است. طول ضلع قائمه‌ی دیگر چند برابر وتر است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

۳۹ در چهارضلعی $ABCD$ ، وسط دو ضلع غیرمجاور و وسط دو قطر آن، رأس‌های یک لوزی است. الزاماً کدام نتیجه‌گیری در مورد چهارضلعی مفروض، درست است؟

- (۱) دو ضلع غیرمجاور دیگر، برابرند.
 (۲) دو قطر عمود برهم‌اند.
 (۳) دو ضلع شامل رأس‌های لوزی، برابرند.
 (۴) دو ضلع غیرمجاور، موازی‌اند.

۴۰ در ذوزنقه‌ی شکل زیر پاره‌خطی به موازات دو قاعده، درون ذوزنقه رسم می‌کنیم. اگر دو ذوزنقه‌ی کوچک‌تر ساخته شده محیط‌های یکسان داشته باشند، ساق بزرگ‌تر ذوزنقه پایینی چه قدر است؟



- (۱) ۴
 (۲) $\frac{32}{15}$
 (۳) ۵
 (۴) $\frac{28}{15}$

۴۱ در مثلث دلخواه $\triangle ABC$ ، کدام رابطه مثلثاتی، همواره برقرار است؟

- (۱) $BC = AB \sin \hat{B} + AC \sin \hat{C}$
 (۲) $BC = AB \cos \hat{B} + AC \cos \hat{C}$
 (۳) $BC = AB \tan \hat{B} + AC \tan \hat{C}$
 (۴) $BC = AB \cot \hat{B} + AC \cot \hat{C}$

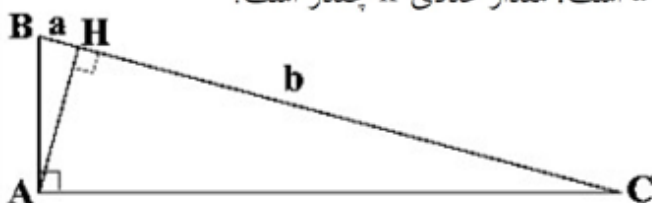
۴۲ اگر در n ضلعی محدب، نسبت تعداد قطرهای به تعداد اضلاع برابر یک عدد صحیح مانند K باشد، n کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۱

۴۳ اگر هر زاویه داخلی n ضلعی منتظم، 10° درجه کمتر از هر زاویه داخلی $n+3$ ضلعی منتظم باشد، n کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) ۹

۴۴ در مثلث قائم‌الزاویه‌ی زیر، $\hat{C} = 15^\circ$ و $a^2 + b^2 = kab$ است. مقدار عددی k چقدر است؟



- (۱) ۱۶ (۲) ۱۴ (۳) ۱۲ (۴) ۱۸

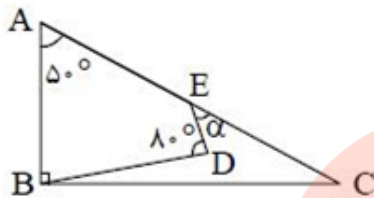
۴۵ در یک دوزنقه متساوی الساقین، قطر عمود بر ساق است. اگر اندازه قاعده بزرگتر و قطر آن به ترتیب ۱۰ و ۸ واحد باشند. اندازه قاعده کوچکتر چند واحد است؟

- (۱) $\frac{2}{8}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{6}$ (۴) $\frac{4}{2}$

۴۶ مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای ۴ است. این چهارضلعی حداکثر چند نقطه مرزی می‌تواند داشته باشد؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۴۷ در مثلث قائم‌الزاویه ABC مطابق شکل $AE = EC = BD$ است. با توجه به اندازه‌های داده شده، زاویه α چند درجه است؟



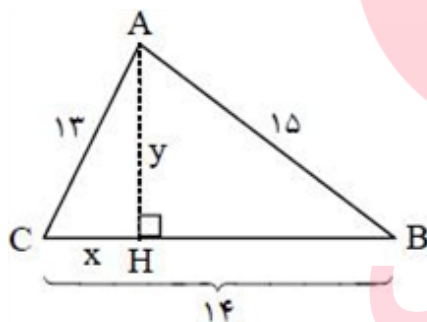
- (۱) 20° (۲) 30° (۳) 40° (۴) 50°

۴۸ اندازه دو ضلع قائم از مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۲ و ۶ واحد است. عمود منصف وتر، امتداد ضلع کوچکتر را در M قطع می‌کند. فاصله M از نزدیک‌ترین رأس این مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{5}$ (۲) ۸ (۳) $\sqrt{80}$ (۴) $\frac{25}{3}$

۴۹ در مثلثی به اضلاع ۲۰، ۱۶، ۱۲، فاصله نقطه هم‌مرسی میانه‌ها از کوچک‌ترین ارتفاع مثلث چه قدر است؟

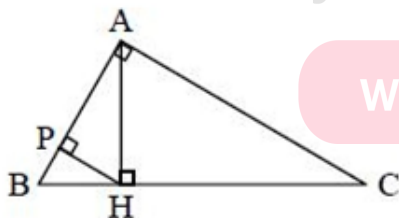
- (۱) $\frac{29}{6}$ (۲) $\frac{27}{4}$ (۳) $\frac{28}{15}$ (۴) $\frac{30}{17}$



۵۰ در شکل مقابل $H = 90^\circ$ می‌باشد. حاصل $\frac{y}{x}$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{4}{8}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{2}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

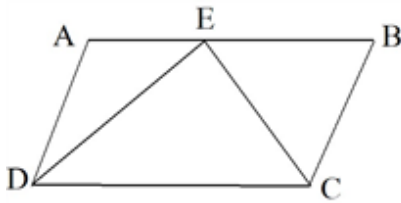
۵۱ در شکل زیر طول وتر ۱۳ واحد و دو قطعه‌ای که توسط ارتفاع وارد بر وتر روی وتر جدا می‌کند به نسبت ۴ به ۹ است. طول BP چه قدر است؟



- (۱) $\frac{36}{\sqrt{117}}$ (۲) $\frac{11}{\sqrt{117}}$ (۳) $\frac{36}{\sqrt{52}}$ (۴) $\frac{16}{\sqrt{52}}$

۵۲ در دوزنقه‌ی ABCD اگر $\hat{B} = 2\hat{D}$ و طول قاعده‌های AB و CD به ترتیب ۶ و ۱۰ واحد باشد، آنگاه اندازه‌ی ساق BC کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۵



۵۳ در شکل مقابل ABCD متوازی الاضلاع است. اگر E نقطه‌ی تلاقی نیمسازهای زاویه‌های C و D باشد، $CE = 6$ و $DE = 8$ ، محیط این متوازی الاضلاع چه قدر است؟

- (۱) ۲۰
(۲) ۲۵
(۳) ۳۶
(۴) ۳۰

۵۴ در متوازی الاضلاع ABCD، $AB = 2BC$ و $\hat{B} = 40^\circ$. اگر M وسط AB باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی CMD کدام است؟

- (۱) 80°
(۲) 90°
(۳) 100°
(۴) 105°

۵۵ در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائمه $2\sqrt{3}$ و ۲ مجموع مربعات سه میانه چه قدر است؟

- (۱) ۱۸
(۲) ۱۲
(۳) ۲۴
(۴) ۲۰

۵۶ اگر در یک چهارضلعی دلخواه، دو ضلع روبرو با هم برابر باشند، آنگاه چهارضلعی که از وصل کردن وسطهای دو ضلع مقابل دیگر و وسطهای دو قطر به دست می‌آید، لزوماً کدام نوع چهارضلعی می‌تواند باشد؟

- (۱) لوزی
(۲) متوازی الاضلاع
(۳) مربع
(۴) مستطیل

۵۷ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) هر چهارضلعی که دو ضلع موازی و دو ضلع مساوی دارد، یک متوازی الاضلاع است.
(۲) هر مستطیل که قطرهای برابر داشته باشد، یک مربع است.
(۳) هر لوزی یک مربع است.
(۴) چهارضلعی که قطرهای آن عمودمنصف یکدیگر باشند، یک لوزی است.

۵۸ کدام گزینه در مورد یک متوازی الاضلاع صحیح نیست؟

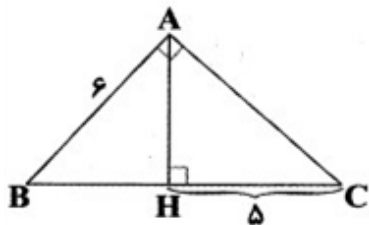
- (۱) زوایای مجاور مکمل‌اند.
(۲) اضلاع مقابل برابرند.
(۳) قطرها با هم برابرند.
(۴) قطرها منصف یکدیگرند.

۵۹ از تقاطع نیمسازهای داخلی یک متوازی الاضلاع کدام چهارضلعی به دست می‌آید؟

- (۱) مربع
(۲) لوزی
(۳) مستطیل
(۴) چهارضلعی به دست نمی‌آید.

۶۰ از به هم وصل کردن وسط اضلاع یک چهارضلعی، یک مستطیل به دست آمده است. این چهارضلعی لزوماً دارای کدام ویژگی است؟

- (۱) یک مربع است.
(۲) یک مستطیل است.
(۳) دارای اضلاع برابر است.
(۴) دارای قطرهای متعامد (عمود بر هم) است.



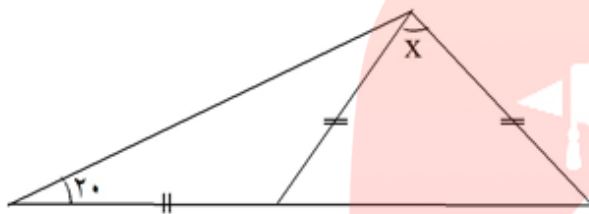
۶۱ با توجه به شکل زیر، طول AC کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{5}$
- (۲) $5\sqrt{3}$
- (۳) ۴
- (۴) $4\sqrt{2}$

۶۲ در مثلث ABC اگر $AC = 2AB$ آن گاه زاویه‌ی بین نیم‌ساز \hat{A} و میانه‌ی وارد بر ضلع AC برابر کدام است؟

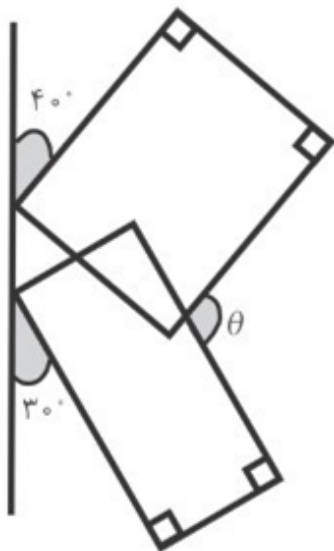
- (۱) ۳۰
- (۲) ۴۵
- (۳) ۶۰
- (۴) ۹۰

۶۳ در شکل مقابل اندازه‌ی زاویه‌ی X برابر کدام است؟



- (۱) ۶۰
- (۲) ۸۰
- (۳) ۴۰
- (۴) ۱۰۰

۶۴ در شکل، دو چهار ضلعی مستطیل هستند. اندازه‌ی زاویه‌ی θ چقدر است؟



- (۱) 105°
- (۲) 120°
- (۳) 130°
- (۴) 135°

(۵) هیچ کدام

مای درس

گروه آموزشی عصر

۶۵ یک مثلث، حداکثر چند زاویه خارجی منفرجه دارد؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) صفر

www.my-dars.ir

۶۶ در دوزنقه‌ای طول دو ساق برابر ۴ و ۷ است. اگر قاعده بزرگ دوزنقه برابر ۱۸ باشد، طول قاعده کوچک کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱۵
- (۲) ۱۲
- (۳) ۷
- (۴) ۶

۶۷ در مربعی به ضلع $2\sqrt{2}$ واحد، فاصله‌ی وسط یک ضلع از قطر مربع کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) $\sqrt{2}$
- (۴) $2\sqrt{2}$

۶۸ اندازه‌ی اضلاع مثلث ABC ، 4 ، $\frac{7}{5}$ و $\frac{8}{5}$ و بلندترین ارتفاع آن $\frac{7}{5}$ می‌باشد، مجموع اندازه‌های دو ارتفاع دیگر کدام است؟

- (۱) $\frac{53}{17}$ (۲) $\frac{128}{17}$ (۳) $\frac{66}{17}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۶۹ در یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین با یک زاویه‌ی 120° ، قاعده‌ی کوچک‌تر برابر ساق است. اگر محیط این دوزنقه 40 باشد، ارتفاع آن کدام است؟

- (۱) 6 (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) 4

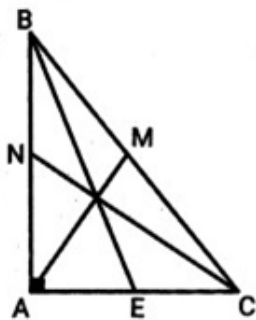
۷۰ طول یک مستطیل 5 برابر عرض آن است. اگر مساحت چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی این مستطیل برابر 32 باشد، محیط مستطیل کدام است؟

- (۱) 20 (۲) 12 (۳) 48 (۴) 24

۷۱ تعداد قطرهای یک چندضلعی محدب، سه برابر تعداد اضلاع آن است. از هر رأس این چندضلعی، چند قطر می‌گذرد؟

- (۱) 6 (۲) 9 (۳) 7 (۴) 8

۷۲ در شکل زیر، مثلث ABC قائم‌الزاویه است. $(\hat{A} = 90^\circ)$ و AM و BE و CN میان‌های وارد بر اضلاع مثلث می‌باشند. حاصل $AM^2 + BE^2 + CN^2$ ، کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{2} BC^2$
 (۲) $2AB^2$
 (۳) $AC^2 + BC^2$
 (۴) $AB^2 + AC^2 + BC^2$

۷۳ یک قطر چهارضلعی نیمساز دو زاویه آن است. در نتیجه:

- (۱) قطرها بر عم عموداند.
 (۲) قطرها هم دیگر را نصف می‌کنند.
 (۳) قطرها عمود منصف هم هستند.
 (۴) چهارضلعی متوازی الاضلاع است.

۷۴ برای مثلث ABC داریم: $AB = AC$ و $BC = 6$ میان AM را به اندازه AC از طرف M امتداد می‌دهیم تا به نقطه D برسیم. اگر $AM = 4$ باشد، BD کدام است؟

- (۱) 6 (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{38}$ (۴) $\sqrt{34}$

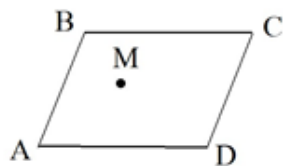
۷۵ در لوزی $ABCD$ ، عمودهای رسم شده از رأس‌های B و D از وسط ضلع‌های مقابل لوزی یعنی نقاط H و K می‌گذرد. اگر طول ضلع لوزی 2 باشد، محیط چهارضلعی $BHDK$ کدام است؟

- (۱) $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\sqrt{3} + 1$ (۳) $2 + 2\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3} + 1$

۷۶ در مثلث ABC، میانه‌های CP و BN در K برخورد می‌کنند. اگر مساحت چهارضلعی ANKP، $\frac{22}{5}$ سانتی‌متر مربع باشد و محیط مثلث ABC، ۴۵ سانتی‌متر باشد، مجموع معکوس‌های ارتفاع‌های مثلث ABC چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۷۷ نقطه‌ی M از دو ضلع AB و AD از متوازی‌الاضلاع ABCD به یک فاصله است. اگر $MD = MC$ باشد، کدام گزینه لزوماً صحیح است؟



- (۱) محل تلاقی نیمسازهای زوایای C و D است.
 (۲) محل تلاقی عمودمنصف‌های AD و CD است.
 (۳) محل تلاقی نیمساز \hat{A} و پاره‌خط‌واصل از B به وسط CD است.
 (۴) محل تلاقی نیمساز \hat{A} و عمودمنصف CD است.

۷۸ یک لوزی به طول ضلع ۵ و قطر ۶ واحد مفروض است، مساحت این لوزی کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۱۲ (۳) ۴۸ (۴) چنین لوزی قابل رسم نیست.

۷۹ از یک قطعه مقوا به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۶ واحد با حذف گوشه‌های آن شش ضلعی منتظم ساخته می‌شود. مساحت آن کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $6\sqrt{3}$ (۳) $8\sqrt{3}$ (۴) $9\sqrt{3}$

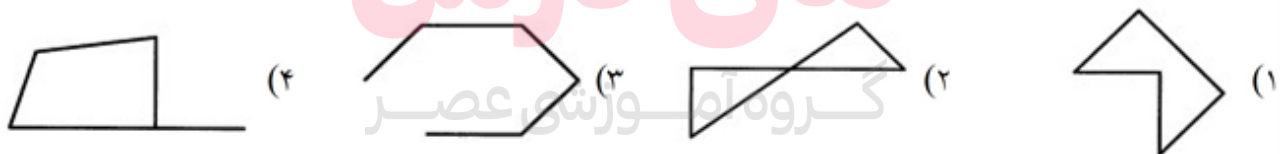
۸۰ اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای به صورت دنباله عددی‌اند. اگر محیط آن ۲۴ واحد باشد مساحت آن چند واحد مربع است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

۸۱ یک چهارضلعی با فرض کدام خواص ممکن است غیر متوازی‌الاضلاع باشد؟

- (۱) برابر بودن اضلاع مقابل (۲) مکمل بودن دو زاویه مجاور
 (۳) منصف بودن دو قطر (۴) برابری دو قطر

۸۲ کدام یک از شکل‌های زیر یک چندضلعی است؟



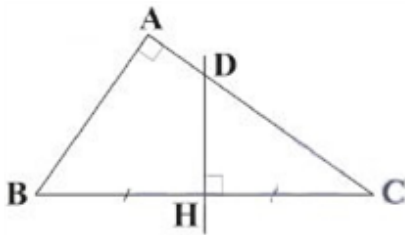
۸۳ در مثلث ABC، نسبت دو ضلع $a = BC$ و $b = AC$ برابر با $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ است. کدام گزینه صحیح است؟ (h_a و h_b)

به ترتیب ارتفاع‌های وارد بر اضلاع a و b می‌باشند.

- (۱) $\frac{h_a}{h_b} = \frac{3}{5}$ (۲) $\frac{h_a}{h_b} = \frac{2}{5}$ (۳) $\frac{h_a}{h_a + h_b} = \frac{5}{8}$ (۴) $\frac{h_a + h_b}{h_b} = \frac{2}{5}$

۸۴ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، طول اضلاع سه عدد متوالی‌اند. اگر O محل تلاقی نیمساز زوایای B و C باشد، مساحت مثلث OBC کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) $\frac{5}{2}$



۸۵ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، با اضلاع قائمه به طول $2\sqrt{10}$ و $4\sqrt{5}$ ، عمود منصف وتر، ضلع AC را در نقطه‌ی D قطع می‌کند، مجموع فواصل نقطه‌ی D از رئوس مثلث کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{5}$ (۲) $4\sqrt{5}$ (۳) $5\sqrt{5}$ (۴) $7\sqrt{5}$

۸۶ اندازه بزرگ‌ترین قطر یک ضلعی منتظم به ضلع ۴ واحد، کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) $6\sqrt{3}$

۸۷ اختلاف مجموع زوایای داخلی دو چند ضلعی منتظم، کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) 270° (۲) 540° (۳) 90° (۴) 300°

۸۸ اگر نقاط وسط اضلاع یک چهارضلعی محاط در دایره را به هم وصل کنیم، چهارضلعی به دست آمده، کدام است؟

- (۱) مربع (۲) مستطیل (۳) دوزنقه (۴) متوازی‌الاضلاع

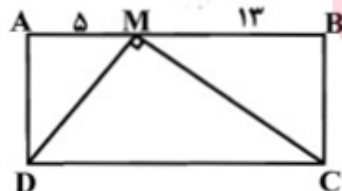
۸۹ در یک مثلث قائم‌الزاویه ($\hat{A} = 90^\circ$) و رابطه‌ی $a^2 = \frac{5}{4}bc$ ، بین اضلاع آن برقرار است. اگر $b > c$ باشد، مقدار \hat{C} ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۹۰ اندازه زوایای داخلی یک پنج ضلعی با اعداد ۳، ۵، ۷، ۷ و ۸، متناسب است. بزرگ‌ترین زاویه خارجی این پنج ضلعی، چند درجه است؟

- (۱) 115° (۲) 130° (۳) 126° (۴) 154°

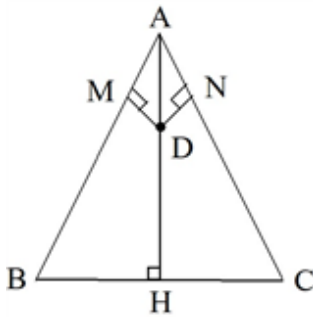
۹۱ در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ یک مستطیل است. اگر $MB = 13$ و $AM = 5$ و $\hat{M} = 90^\circ$ باشد، اندازه ضلع AD ، کدام است؟



- (۱) $\sqrt{65}$ (۲) $2\sqrt{65}$ (۳) $\sqrt{130}$ (۴) $\frac{\sqrt{130}}{2}$

۹۲ اگر تعداد قطرهای m ضلعی منتظم از دو برابر تعداد قطرهای n ضلعی منتظم دو واحد بیشتر و تعداد قطرهای m ضلعی برابر ۹۰ باشد، آن گاه مجموع زوایای داخلی m ضلعی از مجموع زوایای داخلی n ضلعی، چند درجه بیشتر است؟

- (۱) ۳۶۰ (۲) ۵۴۰ (۳) ۷۲۰ (۴) ۱۰۸۰



۹۳ در مثلث متساوی الاضلاع $\triangle ABC$ ، اگر $DH = \frac{4}{5}AH$ باشد، آن گاه نسبت

کدام است؟ $\frac{AD + DM + DN}{DH}$

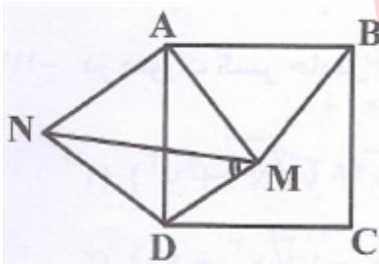
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۹۴ حاصل جمع تعداد اضلاع و تعداد قطرهای یک n ضلعی منتظم برابر ۱۳۶ است. مجموع زوایای داخلی آن، چند درجه است؟

- (۱) ۲۳۴۰° (۲) ۲۵۲۰° (۳) ۲۷۰۰° (۴) ۲۸۸۰°

۹۵ در یک n ضلعی منتظم، حاصل جمع تعداد قطرهای رسم شده از دو رأس غیرمجاور برابر ۲۹ است. اندازه هر زاویه خارجی این n ضلعی، چند درجه است؟

- (۱) ۲۰° (۲) ۲۴° (۳) ۳۲° (۴) ۳۶°



۹۶ در شکل روبه‌رو، چهارضلعی ABCD مربع و مثلث‌های $\triangle ABM$ و $\triangle AND$ متساوی الاضلاع‌اند. اندازه‌ی زاویه‌ی $\triangle DMN$ کدام است؟

- (۱) ۱۵° (۲) ۳۰° (۳) ۲۲/۵° (۴) ۴۵°

۹۷ در یک دوزنقه متساوی‌الساقین اگر قطرهای نیمساز زوایای کوچکتر باشند، محیط آن کدام است؟
 (۱) کمتر از ۴ برابر طول ساق (۲) مساوی با ۴ برابر طول قاعده کوچک
 (۳) مساوی با ۲ برابر مجموع دو قاعده (۴) بیشتر از ۴ برابر طول قاعده کوچک

www.my-dars.ir

۹۸ ضلع قائم و قاعده کوچک یک دوزنقه قائم‌الزاویه برابر و یک زاویه آن ۶۰ درجه است. اگر محیط دوزنقه و قاعده بزرگ آن به ترتیب P و a باشد، آن گاه کدام رابطه درست است؟

- (۱) $P < 3a$ (۲) $P = 3a$ (۳) $P > 4a$ (۴) $3a < P < 4a$

۹۹ تعداد قطره‌های یک چندضلعی منتظم دو برابر تعداد اضلاع آن است. اندازه هر زاویه این چندضلعی کدام است؟

- (۱) ۱۱۲ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۲۸/۵ (۴) ۱۳۵

۱۰۰ در مثلث ABC، با اضلاع $c = b = ۱۳$ و $a = ۱۰$ ، نقطه M بر روی ضلع BC قرار دارد، مجموع فواصل M از دو ضلع AB و AC تقریباً کدام است؟

- (۱) $۱۲/۳$ (۲) $۱۰/۵$ (۳) $۹/۵$ (۴) $۹/۲$

۱۰۱ در مثلث ABC با اضلاع $a = ۱۶$ ، $c = b = ۱۰$ و نقطه M روی ضلع BC قرار دارد. مجموع فواصل M از دو ضلع AB و AC کدام است؟

- (۱) $۸/۵$ (۲) $۸/۸$ (۳) $۹/۶$ (۴) $۹/۸$

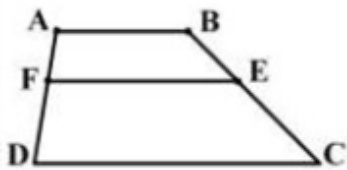
۱۰۲ کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) مجموع زوایای خارجی هر n ضلعی محدب برابر ۳۶۰° است.
 (۲) یک چهار ضلعی مستطیل است اگر و تنها اگر قطرهایش همدیگر را نصف کنند.
 (۳) در یک مثلث، دو ضلع با هم نابرابرند اگر و تنها اگر زاویه‌های روبه‌رو به دو ضلع نابرابر باشند.
 (۴) در یک مثلث، دو ضلع با هم نابرابرند اگر و تنها اگر روبه‌رو به دو ضلع نابرابر باشند.

۱۰۳ در مثلث قائم‌الزاویه ABC، $\hat{C} = ۷۵^\circ$ می‌باشد. اگر طول وتر مثلث ۱۲ واحد باشد، فاصله‌ی بین پای ارتفاع و پای میانه‌ی وارد بر وتر چند واحد است؟

- (۱) ۳ (۲) $۳\sqrt{۳}$ (۳) $۲\sqrt{۳}$ (۴) $۹\sqrt{۳}$

۱۰۴ در دوزنقه ABCD، قاعده‌ی بزرگ $\frac{۵}{۲}$ قاعده‌ی کوچک است و $AF = \frac{۱}{۴}AD$ و EF موازی قاعده است.



نسبت $\frac{EF}{CD}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{۱۱}{۲۰}$ (۲) $\frac{۷}{۱۵}$ (۳) $\frac{۸}{۱۵}$ (۴) $\frac{۳}{۵}$

۱۰۵ در یک متوازی‌الاضلاع با زاویه‌ی ۶۰° درجه، نیم‌سازهای دو زاویه‌ی مجاور ضلع بزرگ، روی ضلع دیگر آن متقاطع‌اند. اگر محیط این متوازی‌الاضلاع $۱۲\sqrt{۳}$ باشد، مساحت آن کدام است؟

- (۱) $۹\sqrt{۳}$ (۲) ۱۸ (۳) $۱۲\sqrt{۳}$ (۴) $۱۸\sqrt{۳}$

۱۰۶ در مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع و میانه‌ی نظیر وتر، زاویه‌ی ۱۲° درجه با هم ساخته‌اند. کوچک‌ترین زاویه‌ی این مثلث، چند درجه است؟

- (۱) ۳۴ (۲) ۳۸ (۳) ۳۷ (۴) ۳۹

۱۰۷ کدام گزاره همواره درست است؟

- (۱) چهارضلعی با اقطار مساوی و عمود بر هم مربع است.
 (۲) مستطیل با اقطار مساوی مربع است.
 (۳) لوزی با اقطار مساوی مربع است.
 (۴) متوازی‌الاضلاع با اقطار مساوی مربع است.

۱۰۸ در چهارضلعی محدب ABCD، زاویه بین نیمسازهای دو زاویه مجاور A و B برابر با کدام است؟

- (۱) $\frac{\hat{A} + \hat{D}}{2}$ (۲) $\frac{|\hat{B} - \hat{D}|}{2}$ (۳) $\frac{|\hat{C} - \hat{D}|}{2}$ (۴) $\frac{\hat{C} + \hat{D}}{2}$

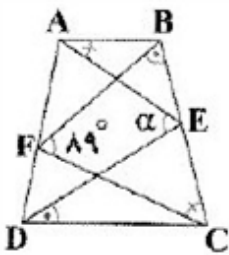
۱۰۹ در دوزنقه ABCD داریم: $AB = BC = CD$ و $\hat{ACD} = 5\hat{CAD}$. اندازه زاویه A کدام است؟

- (۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° (۴) 90°

۱۱۰ در چهارضلعی ABCD داریم: $\hat{D} = 40^\circ$ ، $\hat{A} = 140^\circ$ و $AB = DC = 5$ ، اگر مجموع توان دوهای اضلاع این

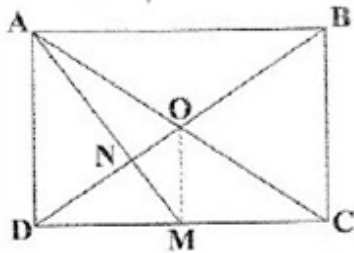
چهارضلعی ۴۴۲ باشد، محیط چهارضلعی ABCD کدام است؟

- (۱) ۳۸ (۲) ۴۰ (۳) ۴۲ (۴) ۴۴



۱۱۱ در شکل مقابل، ABCD دوزنقه است. مقدار α کدام است؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۸۹ (۳) ۸۸ (۴) ۹۱



۱۱۲ در مستطیل زیر به ابعاد ۱۲ و ۱۸ سانتی‌متر، نقطه‌ی O محل تلاقی قطرهای M و N است.

محیط مثلث OMN قرار دارد. کدام است؟

- (۱) $13 + \sqrt{13}$ (۲) $11 + \sqrt{13}$ (۳) $14 + 2\sqrt{13}$ (۴) $11 + 2\sqrt{13}$

۱۱۳ در مثلثی به اضلاع $a = 2$ و $b = 3$ ، اگر مجموع ارتفاع‌های h_a و h_b برابر با ارتفاع وارد بر ضلع سوم باشد، محیط

مثلث کدام است؟

- (۱) $6/2$ (۲) $7/2$ (۳) $35/6$ (۴) $25/6$

۱۱۴ کدام گزینه تعریفی برای متوازی‌الاضلاع نیست؟

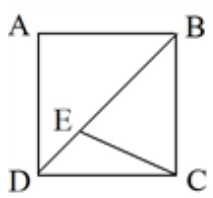
- (۱) چهارضلعی که هر دو ضلع مقابل آن موازی‌اند. (۲) چهارضلعی که هر دو ضلع مقابل آن مساوی‌اند. (۳) چهارضلعی که دارای دو جفت زاویه‌ی مساوی است. (۴) چهارضلعی که قطرهای آن منصف یک‌دیگرند.

www.my-dars.ir

۱۱۵ در یک لوزی به ضلع $a = \frac{5}{\sqrt{2}}$ و مساحت $S = 10$ ، نسبت طول دو قطر کدام است؟

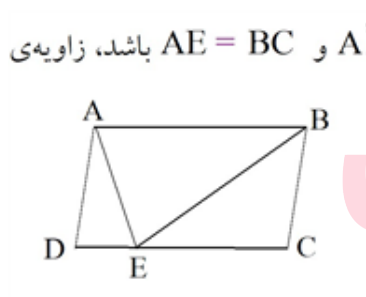
- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) ۲

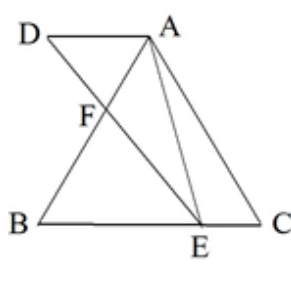
- ۱۱۶) یک مثلث متساوی الساقین به ارتفاع‌های $h_1 = 10$ ، $h_2 = 10$ و $h_3 = 30$ مفروض است. اگر نقطه‌ی M روی قاعده‌ی مثلث قرار داشته باشد، مجموع فواصل M از دو ساق کدام است؟
- ۳۰ (۱) ۲۰ (۲) ۱۰ (۳) ۴۰ (۴)

- ۱۱۷) در شکل مقابل، مربع $ABCD$ ، مربع، $DE = \sqrt{2}$ و $CE = \sqrt{10}$ است. طول ضلع مربع کدام است؟
- 
- ۵ (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴)

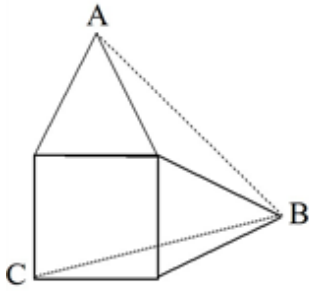
- ۱۱۸) در شکل مقابل، $ABCD$ لوزی و CED مثلث متساوی‌الاضلاع است. زاویه‌ی BEA چند درجه است؟
- 
- ۱۵۰ (۱) ۱۰۵ (۲) ۱۳۵ (۳) ۱۲۰ (۴)

- ۱۱۹) در مثلث قائم‌الزاویه‌ی شکل مقابل، مقدار α کدام است؟
- 
- ۴۵° (۱) ۶۰° (۲) ۷۰° (۳) ۳۰° (۴)

- ۱۲۰) در شکل مقابل، $ABCD$ متوازی‌الاضلاع و BE نیمساز می‌باشد. اگر $\widehat{ABE} = 35^\circ$ و $AE = BC$ باشد، زاویه‌ی EAB چند درجه است؟
- 
- ۶۵ (۱) ۷۰ (۲) ۷۵ (۳) ۸۰ (۴)

- ۱۲۱) در شکل مقابل، $AD \parallel BC$ و $DE \parallel AC$ است. اگر مساحت مثلث ADF برابر ۳ و مساحت مثلث FBE برابر ۱۲ باشد، مساحت مثلث AEC کدام است؟
- 
- ۹ (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴)

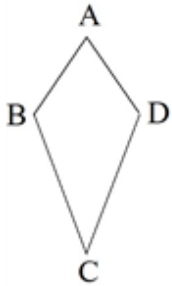
۱۲۲ شکل زیر از یک مربع و دو مثلث متساوی الاضلاع ساخته شده است.



اندازهی $\hat{A}BC$ چند درجه است؟

- (۱) ۴۵
(۲) ۵۵
(۳) ۶۰
(۴) ۷۰

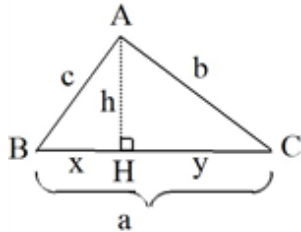
۱۲۳ در چهارضلعی زیر، $AB = AD$ و $CB = CD$ می‌باشد.



اگر $\hat{A} = 2\hat{C} = \frac{2}{3}\hat{D}$ باشد، اندازهی \hat{B} چند درجه است؟

- (۱) ۱۲۰
(۲) ۱۵۰
(۳) ۱۱۰
(۴) ۱۳۰

۱۲۴ در مثلث قائم‌الزاویه‌ی زیر، کدام تساوی برقرار نیست؟



- (۱) $c^2 = xy$
(۲) $b^2 = ay$
(۳) $h^2 = xy$
(۴) $ha = bc$

۱۲۵ طول اضلاع مثلثی ۹، ۱۵ و ۱۸ واحد است. اگر طول کوتاه‌ترین ارتفاع آن $2\sqrt{14}$ باشد، مجموع طول دو ارتفاع دیگر

- کدام است؟
(۱) $4/6\sqrt{14}$ (۲) $16\sqrt{14}$ (۳) $2/18\sqrt{14}$ (۴) $6/4\sqrt{14}$

۱۲۶ در مثلثی با اضلاع ۵، ۱۲ و ۱۳، فاصله محل تلاقی سه ارتفاع از محل تلاقی سه عمودمنصف چقدر است؟

- (۱) ۸/۵ (۲) ۷/۵ (۳) ۶/۵ (۴) ۵/۵

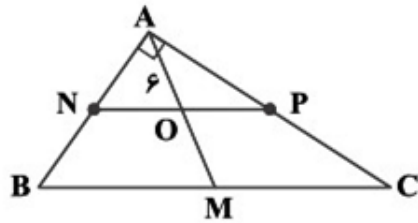
۱۲۷ از سه رأس مجاور یک ۱۰ ضلعی محدب، مجموعاً چند قطر می‌گذرد؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۰ (۳) ۱۹ (۴) ۱۸

۱۲۸ در مثلث قائم‌الزاویه به طول اضلاع قائم ۶ و ۸، فاصله نقطه تلاقی سه میانه از بزرگ‌ترین ضلع چقدر است؟

- (۱) ۱/۶ (۲) ۲ (۳) ۲/۲ (۴) ۱/۸

۱۲۹) در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، نقاط M ، N و P وسطهای اضلاع هستند. اگر $AO = 6$ ، طول وتر این مثلث کدام است؟

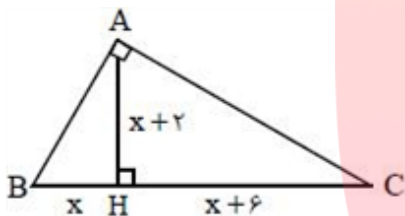


- (۱) ۱۲
- (۲) ۶
- (۳) ۳
- (۴) ۲۴

۱۳۰) کدام گزینه در مورد مربع درست است؟
 (۱) لوزی‌ای است که اقطارش مساوی‌اند.
 (۲) چهارضلعی‌ای است که اقطارش بر هم عمودند.
 (۳) متوازی‌الاضلاع است که اقطارش بر هم عمودند.
 (۴) دوزنقه‌ای است که یک زاویه قائمه دارد.

۱۳۱) در یک Π ضلعی محدب تعداد قطرهای با تعداد اضلاع برابر است. در این Π ضلعی، از هر رأس چند قطر عبور می‌کند؟
 (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۲) از تقاطع نیمسازهای داخلی یک متوازی‌الاضلاع، کدام شکل پدید می‌آید؟
 (۱) مربع (۲) لوزی (۳) مستطیل (۴) دوزنقه



۱۳۳) در شکل روبه‌رو $\hat{A} = 90^\circ$ می‌باشد. با توجه به اندازه‌های داده شده، اندازه بزرگ‌ترین ارتفاع مثلث کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) $2\sqrt{5}$
- (۳) $4\sqrt{5}$
- (۴) ۶

۱۳۴) در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، فاصله وسط ضلع بزرگ‌تر از دو ضلع دیگر ۳ و ۴ می‌باشد. فاصله رأس A تا ضلع بزرگ‌تر کدام است؟

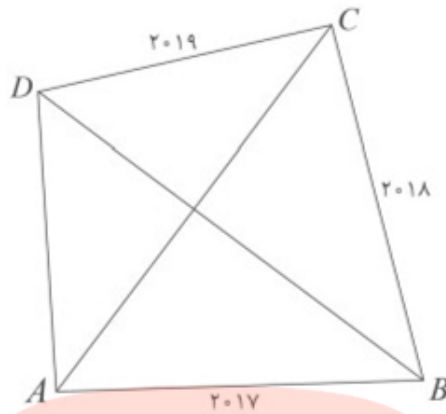
- (۱) $2/4$
- (۲) $4/4$
- (۳) $4/2$
- (۴) $4/8$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱۳۵) در شکل، قطرهای چهارضلعی محدب ABCD بر هم عمودند و $AB = ۲۰۱۷$ ، $BC = ۲۰۱۸$ و $CD = ۲۰۱۹$. اندازهی AD چه قدر است؟



- ۲۰۲۰ (۵) $\sqrt{۲۰۱۸^2 + ۲}$ (۴) $\sqrt{۲۰۲۰^2 - ۴}$ (۳) ۲۰۱۸ (۲) ۲۰۱۶ (۱)

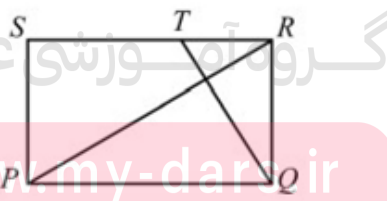
۱۳۶) یک چهارضلعی محدب، ممکن است چند زاویه‌ی تند داشته باشد؟

- ۳، ۲، ۱ (۵) ۳، ۱، ۰ (۴) ۴، ۳، ۲، ۱، ۰ (۳) ۳، ۲، ۱، ۰ (۲) ۲، ۱، ۰ (۱)

۱۳۷) دو چند ضلعی منتظم به طول ضلع ۱ سانتی‌متر در دو طرف ضلع مشترکشان، AB، رسم شده‌اند. یکی از آنها ۱۵ ضلعی ABCD ... و دیگری n ضلعی ABZX ... است. می‌دانیم $CZ = ۱$ ، n کدام است؟

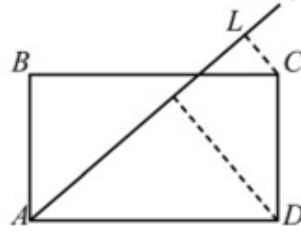
- ۱۸ (۵) ۱۶ (۴) ۱۵ (۳) ۱۲ (۲) ۱۰ (۱)

۱۳۸) در شکل زیر PQRS یک مستطیل است. نقطه‌ی T وسط SR و QT بر قطر PR عمود است. نسبت PQ به QR برابر است با:



- $\frac{۵}{۴}$ (۵) $\sqrt{۲}$ (۴) $\frac{۳}{۲}$ (۳) $\sqrt{۳}$ (۲) ۲ (۱)

۱۳۹) رأس A از مستطیل ABCD روی خط l قرار دارد. فاصله‌ی نقطه‌ی C از خط l برابر ۲ سانتی‌متر و فاصله‌ی نقطه‌ی D از این خط برابر ۶ سانتی‌متر است. اگر بدانیم طول AD دو برابر AB است، طول AD چند سانتی‌متر است؟



$4\sqrt{3}$ (۵)

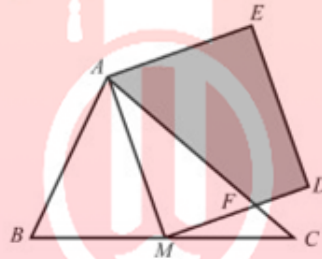
۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

۱۴۰) در مثلث ABC داریم $AB = 6\text{ cm}$ ، $AC = 8\text{ cm}$ و $BC = 10\text{ cm}$. همچنین M وسط ضلع BC است. اگر AMDE یک مربع باشد، مساحت ناحیه‌ی خاکستری، چند سانتی‌متر مربع است؟



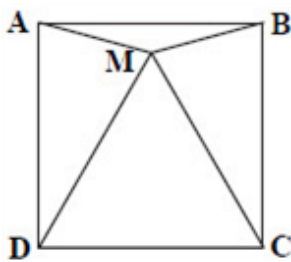
$\frac{128}{8}$ (۵)

$\frac{127}{8}$ (۴)

$\frac{126}{8}$ (۳)

$\frac{125}{8}$ (۲)

$\frac{124}{8}$ (۱)



۱۴۱) در شکل مقابل، مربع ABCD و مثلث متساوی‌الاضلاع MDC است. نسبت زاویه‌ی AMD به زاویه‌ی AMB کدام است؟

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

$\frac{3}{4}$ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۴)

۱۴۲) چه تعداد از تعریف‌های زیر، تعریف درستی برای مربع است؟

الف) مربع مستطیلی است که طول و عرض آن با هم برابرند.

ب) مربع لوزی است که قطرهای آن با هم برابرند.

پ) مربع مستطیلی است که قطرهای آن با هم برابرند.

ت) مربع لوزی است که زاویه میان دو ضلع مجاور آن 90° است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۴۳ در دوزنقه متساوی الساقین ABCD، ساق AD برابر قاعده کوچکتر و قطر AC برابر قاعده بزرگتر است. زاویه D چند درجه است؟

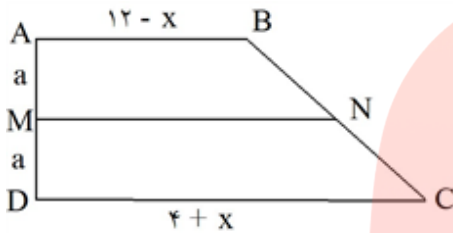
- (۱) ۳۶ (۲) ۶۴ (۳) ۷۲ (۴) ۸۴

۱۴۴ در مثلثی به اضلاع ۱۷، ۸ و ۱۵ فاصلهی محل تلاقی سه ارتفاع از محل تلاقی سه عمود منصف، کدام است؟

- (۱) ۵/۵ (۲) ۶/۵ (۳) ۷/۵ (۴) ۸/۵

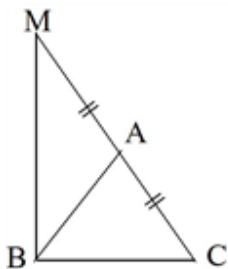
۱۴۵ در پنج ضلعی منتظم ABCDE، دو قطر BD و CE یکدیگر را در M قطع می کنند. چهار ضلعی ABME کدام است؟

- (۱) مربع (۲) مستطیل (۳) لوزی (۴) دوزنقه متساوی الساقین



۱۴۶ در شکل روبه رو، در دوزنقه ABCD، اگر $AM = MD$ و $BN = NC$ باشد، آن گاه طول MN کدام است؟

- (۱) $8a$ (۲) $12a$ (۳) ۸ (۴) ۱۲



۱۴۷ در مثلث متساوی الساقین $\triangle ABC$ ، ساق AC را از طرف A به اندازه ی طول AC، ادامه می دهیم تا به نقطه ی M برسیم. زاویه $\angle MBC$ ، چه نوع زاویه ای است؟

- (۱) تند (۲) قائمه (۳) باز (۴) هر نوع زاویه ای می تواند باشد.

۱۴۸ چه تعداد از گزاره های زیر درست است؟

- الف- از کنار هم قرار گرفتن $(n - 2)$ مثلث، همواره یک n ضلعی محدب ساخته می شود.
ب- مجموع زوایای خارجی یک n ضلعی محدب همواره برابر 2π رادیان است.
پ- هر n ضلعی محدب حداکثر $(n - 3)$ زاویه خارجی باز می تواند داشته باشد.
ت- مثلثی که ارتفاع و نیمساز وارد بر یک ضلعش بر هم منطبق باشند مثلث متساوی الاضلاع است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

www.my-dars.ir

۱۴۹ کدام گزینه درست است؟

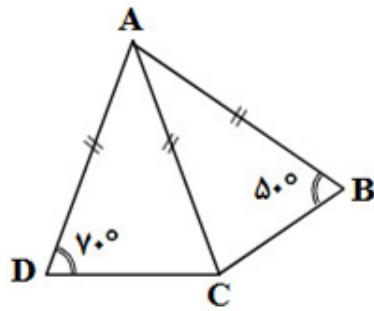
- (۱) اگر در یک چهارضلعی، دو ضلع با هم و دو قطر نیز با هم برابر باشند، چهارضلعی مستطیل است.
(۲) در هر مثلث متساوی الاضلاع، طول میانه وارد بر هر ضلع، نصف طول آن ضلع است.
(۳) در هر مثلث متساوی الاضلاع، طول نیمساز وارد بر هر ضلع، نصف طول آن ضلع است.
(۴) اگر در یک چهارضلعی، دو ضلع هم مساوی و هم موازی باشند، چهارضلعی متوازی الاضلاع است.

۱۵۰ پاره خط MN به طول ۸ مفروض است. به مراکز M و N و به شعاع یکسان ۵، دو کمان می زنیم تا یکدیگر را در P و Q قطع کند. چهارضلعی MPNQ کدام است؟

- (۱) مربع (۲) لوزی (۳) دوزنقه (۴) مستطیل

۱۵۱ در چهارضلعی ABCD، طول هر چهار ضلع برابر a می‌باشد. مجموع مربعات اقطار این چهارضلعی کدام است؟

- (۱) $8a^2$ (۲) $2a^2$ (۳) $6a^2$ (۴) $4a^2$



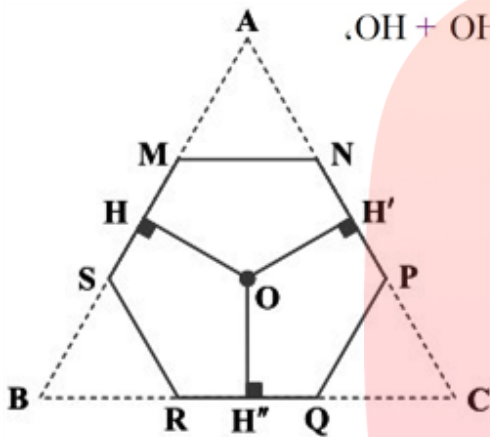
۱۵۲ از به هم چسباندن دو مثلث متساوی‌الساقین، یک چهارضلعی حاصل شده است.

زاویه بین اقطار AC و BD در این چهارضلعی کدام است؟

- (۱) 60° (۲) 50° (۳) 70° (۴) 80°

۱۵۳ در شش‌ضلعی منتظم شکل مقابل، اگر داشته باشیم $OH + OH' + OH'' = \sqrt{3}$

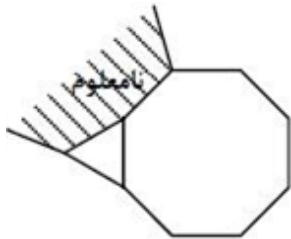
آن‌گاه مساحت شش‌ضلعی چند برابر $\sqrt{3}$ است؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۵۴ شکل زیر بخشی از کاشی‌کاری است که با استفاده از سه تا چندضلعی

منتظم ساخته شده است. تعداد اضلاع چندضلعی نامعلوم کدام است؟



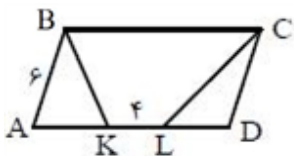
- (۱) ۲۴ (۲) ۲۰ (۳) ۱۶ (۴) ۱۲

۱۵۵ در یک لوزی اندازه هر ضلع $2\sqrt{10}$ و نسبت اندازه‌های دو قطر $\frac{1}{3}$ است. مساحت لوزی کدام است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۳۶ (۳) ۳۰ (۴) ۲۴

۱۵۶ در متوازی‌الاضلاع ABCD، اگر CL و BK نیمسازهای زوایای C و B باشند،

در این صورت محیط متوازی‌الاضلاع کدام است؟ ($KL = 4, AB = 6$)



- (۱) ۴۴ (۲) ۳۰ (۳) ۳۶ (۴) ۳۸

۱۵۷ در مربعی به ضلع ۲ واحد فاصله وسط یک ضلع از قطر مربع کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

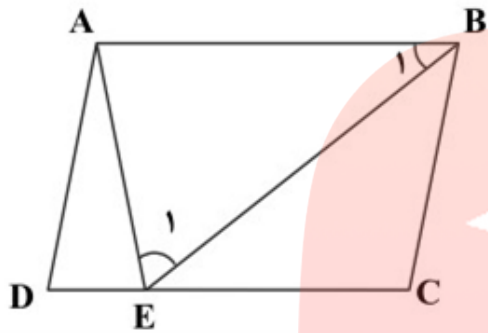
۱۵۸ در مثلثی به اضلاع ۵ و ۵ و ۸ واحد نقطه D ضلع بزرگتر را به نسبت ۱ به ۴ قطع می‌کند. مجموع فواصل نقطه‌ای D از دو ساق مثلث کدام است؟

- ۳ (۱) ۳/۶ (۲) ۴ (۳) ۴/۸ (۴)

۱۵۹ از برخورد نیمسازهای داخلی یک مستطیل، مربعی ایجاد شده است که دو رأس آن روی طول‌های مستطیل قرار دارند. نسبت طول به عرض این مستطیل چه قدر است؟

- ۳/۲ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۶۰ در متوازی‌الاضلاع ABCD، $AE = BC$ و BE نیمساز زاویه B می‌باشد. اگر $B_1 = 40^\circ$ ، اندازه زاویه E_1 کدام است؟

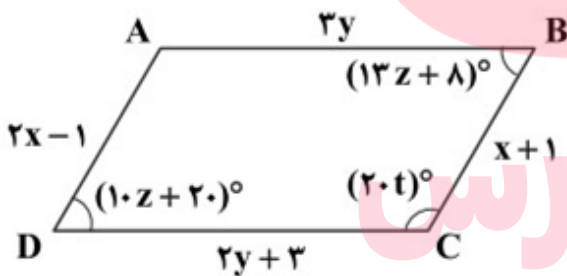


- ۶۰° (۱)
۷۰° (۲)
۷۵° (۳)
۸۰° (۴)

۱۶۱ وسط‌های اضلاع چهارضلعی ABCD را به‌طور متوالی به هم وصل کرده‌ایم. چهارضلعی MNPQ به‌دست آمده است. اگر $AC = 4$ و $BD = 6$ ، حاصل $MN + NP$ کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴)

۱۶۲ چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع است. حاصل نسبت $\frac{x+y+z}{t}$ کدام است؟



- ۹/۴ (۱)
۹/۵ (۲)
۳/۲ (۳)
۲ (۴)

گروه آموزشی عصر

۱۶۳ از سه رأس متوالی یک ۲۰ ضلعی، چند قطر متمایز می‌گذرد؟

- ۴۸ (۱) ۵۰ (۲) ۵۱ (۳) ۲۵ (۴)

۱۶۴ کدام یک از گزینه‌های زیر از ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع نیست؟

(۱) قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند.
(۲) زاویه‌های مجاور مکمل هستند.
(۳) قطرهای نیمساز زاویه‌ها هستند.
(۴) اضلاع روبه‌رو برابرند.

۱۶۵ از برخورد نیمسازهای داخلی یک متوازی‌الاضلاع کدام چهارضلعی ایجاد می‌شود؟

(۱) لوزی (۲) مستطیل (۳) دوزنقه (۴) چهارضلعی غیر مشخص

۱۶۶ از تقاطع نیمسازهای داخلی یک مستطیل به ابعاد ۳ و ۵ واحد یک چهارضلعی پدید آمده است. محیط این چهارضلعی کدام است؟

- ۲ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴)

۱۶۷ در یک n ضلعی، تعداد قطرهای دو برابر تعداد اضلاع است. n کدام می‌باشد؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۱۶۸ مجموع زوایای داخلی یک چند ضلعی محدب 900° است. تعداد اقطار آن کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۴ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴)

۱۶۹ در یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، ساق‌ها با قاعده‌ی کوچک برابرند و محیط دوزنقه پنج برابر طول یک ساق است. کدام یک از گزینه‌های زیر، یکی از زوایای این دوزنقه است؟

- ۱۵۰° (۱) ۱۳۵° (۲) ۱۲۰° (۳) ۱۰۰° (۴)

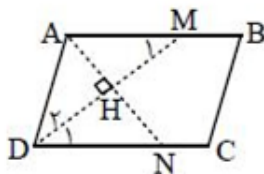
۱۷۰ یک ناحیه در کدام حالت محدب است؟

- (۱) هر زاویه درونی آن حاده باشد.
 (۲) هر قطر منصف آن باشد.
 (۳) حداقل یک زاویه خارجی منفرجه باشد.
 (۴) پاره‌خطی که دو نقطه ناحیه را به هم وصل کند، کاملاً در آن ناحیه قرار گیرد.

۱۷۱ از یکی از رئوس یک n ضلعی محدب، ۱۰ قطر می‌گذرد. این ۱۰ قطر، n ضلعی را به چند مثلث تقسیم می‌کنند؟

- ۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

۱۷۲ در متوازی‌الاضلاع ABCD روی ضلع AB پاره‌خط AM را مساوی AD جدا می‌کنیم. از A عمود AH را بر DM وارد می‌کنیم تا ضلع DC را در N قطع کند. اگر طول متوازی‌الاضلاع ۵ و محیط AMND برابر ۸ باشد، قطعه‌ی NC برابر است با:



- ۲ (۱)
 ۳ (۲)
 $\frac{2}{5}$ (۳)
 $\frac{1}{5}$ (۴)

مای درس

گروه آموزشی عصر

۱۷۳ چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

- الف- چهارضلعی که زوایای مقابل آن برابر باشند حتماً متوازی‌الاضلاع است.
 ب- چهارضلعی که قطرهایش منصف یک‌دیگراند حتماً متوازی‌الاضلاع است.
 ج- پاره‌خطی که وسط‌های دو ضلع روبه‌روی یک متوازی‌الاضلاع را به هم وصل می‌کند از محل تلاقی دو قطر عبور می‌کند.

- ۱ (صفر) ۲ (یک گزاره) ۳ (دو گزاره) ۴ (سه گزاره)

۱۷۴ اگر چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع باشد، کدام گزاره‌ی زیر درباره‌ی آن درست است؟

- (۱) با رسم قطرهای آن چهار مثلث هم‌نهشت پدید می‌آید.
- (۲) زوایای مجاور مکمل یک‌دیگراند.
- (۳) قطرها نیمسازها زوایای آن می‌باشند.
- (۴) قطرها مساوی و منصف یک‌دیگراند.

۱۷۵ اندازه زوایای داخلی یک چند ضلع محدب تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. اگر کوچک‌ترین زاویه 95° و بزرگ‌ترین

زاویه 145° باشد، تعداد ضلع‌ها کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

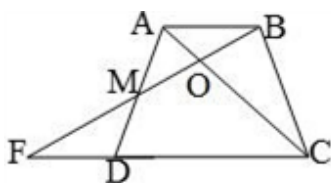
۱۷۶ در هشت ضلعی منتظمی به ضلع $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ توان دوم بزرگ‌ترین قطر چند برابر توان دوم کوچک‌ترین قطر است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۷۷ اگر در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC داشته باشیم، $\hat{A} = 90^\circ$ و $2AB = BC$ آنگاه میانه‌ی AM با ضلع BC چه

زوایای می‌سازد؟

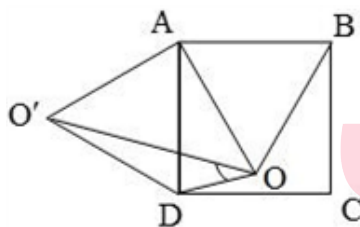
- (۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° (۴) 90°



۱۷۸ در دوزنقه‌ی ABCD از رأس B به وسط ضلع AD وصل کرده و امتداد می‌دهیم تا امتداد ضلع CD را در نقطه‌ی F قطع کند. اگر O محل تلاقی

قطر AC با BM باشد و $OM = OB$ ، آنگاه نسبت $\frac{FM}{OB}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳



۱۷۹ در شکل مقابل ABCD مربع و مثلث‌های $\triangle ADO'$ و $\triangle ABO$ متساوی‌الاضلاع هستند. اندازه‌ی زاویه‌ی \hat{DOO}' کدام است؟

- (۱) 30° (۲) $22/5^\circ$ (۳) 15° (۴) 45°

۱۸۰ در متوازی‌الاضلاع ABCD زاویه A حاده است. از رأس C عمود CH را بر امتداد ضلع AB رسم می‌کنیم و از M

وسط AD به C و H وصل می‌کنیم در این صورت مثلث MCH است.

- (۱) متساوی‌الاضلاع (۲) قائم‌الزاویه (۳) متساوی‌الساقین (۴) غیر مشخص

۱۸۱ بر رأس B از متوازی‌الاضلاع ABCD خطی دلخواه رسم می‌کنیم که از داخل آن بگذرد و رئوس A و D در یک

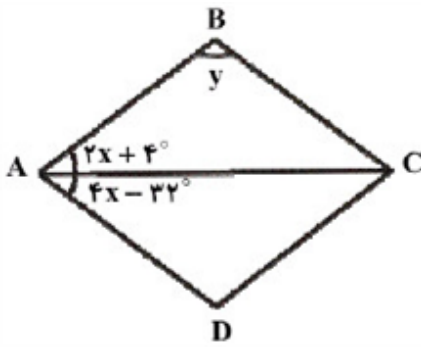
طرف این خط باشند. اگر فاصله‌های رئوس A و C و D از این خط به ترتیب m و n و k باشند کدامیک از

گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) $m + n = k$ (۲) $n + k = m$ (۳) $m - n = k$ (۴) $2mn = k$

۱۸۲ در یک دوزنقه متساوی الساقین، طول قاعده‌ی کوچک با طول هر ساق برابر و طول قاعده‌ی بزرگ دو برابر طول هر یک از آن‌هاست. زاویه‌ی حاده‌ی این دوزنقه چند درجه است؟

- ۳۰ (۱) ۴۵ (۲) ۶۰ (۳) ۷۵ (۴)



۱۸۳ در لوزی زیر، حاصل $y - 5x$ چند درجه است؟

- ۲۰ (۱)
۴۰ (۲)
۱۰ (۳)
۲۵ (۴)

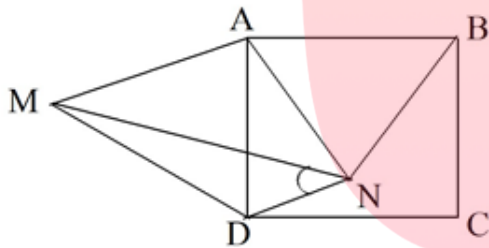
۱۸۴ یک نه ضلعی محدب حداکثر چند زاویه‌ی حاده‌ی داخلی می‌تواند داشته باشد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۸۵ اگر مجموع تعداد اقطار رسم شده از سه رأس متوالی یک n ضلعی محدب برابر ۱۱ باشد، n کدام است؟
چنین فرضی امکان ندارد. (۴)

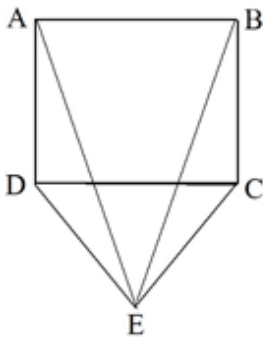
- ۶ (۱) ۸ (۲) ۷ (۳)

۱۸۶ در شکل مقابل چهارضلعی ABCD مربع و مثلث‌های AMD و ANB متساوی الاضلاع هستند. اندازه‌ی زاویه‌ی \widehat{MND} کدام است؟



- ۱۵° (۱)
۲۲/۵° (۲)
۳۰° (۳)
۴۵° (۴)

۱۸۷ در شکل زیر چهارضلعی ABCD مربع و مثلث CDE مثلث متساوی الاضلاع است. زاویه‌ی \widehat{AEB} کدام است؟



- ۴۵° (۱)
۳۰° (۲)
۴۰° (۳)
۵۰° (۴)

www.my-dars.ir

۱۸۸ تعداد اقطار یک n ضلعی محدب از تعداد اقطار یک $n+2$ ضلعی محدب، ۲۱ تا کم‌تر است. مجموع زاویه‌ی داخلی n ضلعی کدام است؟

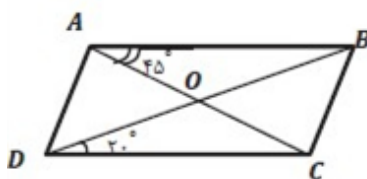
- ۱۴۴۰° (۱) ۱۶۲۰° (۲) ۱۸۰۰° (۳) ۱۹۸۰° (۴)

۱۸۹ از چهار رأس A، D، E و F از دوازده ضلعی ABCDEFGHIJKL چند قطر می‌گذرد؟

- ۳۰ (۱) ۳۴ (۲) ۳۲ (۳) ۳۶ (۴)

۱۹۰ در دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین ABCD اگر ساق AD برابر قاعده‌ی AB و قطر AC برابر قاعده‌ی DC زاویه‌ی D بر حسب درجه کدام است؟

- ۳۶ (۱) ۵۴ (۲) ۶۰ (۳) ۷۲ (۴)



۱۹۱ در متوازی‌الاضلاع ABCD دو قطر AC و BD را رسم می‌نماییم. اگر $\widehat{BAC} = 45^\circ$ و $\widehat{BDC} = 20^\circ$ و $BD = 2BC$ باشد آن‌گاه بزرگ‌ترین زاویه‌ی داخلی این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- ۱۱۰° (۱) ۱۱۵° (۲) ۱۲۰° (۳) ۱۰۵° (۴)

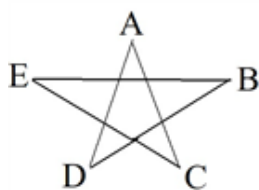
۲ AB - DC (۴)

۱۹۲ در دوزنقه ABCD اگر $\widehat{B} = 2\widehat{D}$ آن‌گاه ساق BC برابر کدام است؟

- AB (۱) ۲ CD - ۳ AB (۲) ۳ CD - AB (۳) CD - AB (۴)

۱۹۳ کدام گزینه درست نیست؟

- (۱) چهارضلعی که قطرهاش بر هم عمود و با هم برابر باشند مربع است.
- (۲) متوازی‌الاضلاعی که قطرهاش بر هم عمود باشند لوزی است.
- (۳) مستطیلی که قطرهاش نیمساز زوایا باشند مربع است.
- (۴) دوزنقه‌ای که قطرهاش برابر باشند متساوی‌الساقین است.

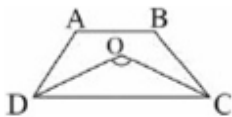


۱۹۴ در شکل مقابل $\widehat{B} = \widehat{C} = 2\widehat{E} = 36^\circ$ اندازه‌ی زاویه‌ی $\widehat{A} = \widehat{D}$ چند درجه است؟

- ۶۵° (۱) ۵۶° (۲) ۴۵° (۳) ۵۴° (۴)

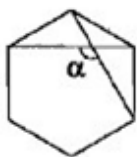
۱۹۵ کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) چهارضلعی‌ای که اقطار آن مساوی و منصف باشند، مستطیل است.
- (۲) اگر چهارضلعی‌ای چهار ضلع برابر داشته باشد، لوزی است.
- (۳) اگر دو ضلع چهارضلعی‌ای هم مساوی و هم موازی باشند، چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.
- (۴) اگر دو ضلع چهارضلعی با هم و دو قطر آن نیز با هم برابر باشند، چهارضلعی مستطیل است.



۱۹۶ در دوزنقه متساوی‌الساقین مقابل، اگر $DC = 2AB = 2AD$ باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی بین

- نیمسازهای OC و OD چند درجه است؟
- ۱۰۰ (۱) ۱۱۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۳۰ (۴)



۱۹۷ شکل روبه‌رو یک شش‌ضلعی منتظم است. مقدار α چه قدر است؟

- ۹۰° (۲) ۱۱۰° (۱) ۱۲۰° (۴) ۱۳۵° (۳)

۱۹۸ در پنج ضلعی منتظم اندازه‌ی زاویه‌ی بین نیمسازهای داخلی دو رأس مجاور چند درجه است؟

- ۶۸° (۴) ۷۲° (۳) ۴۵° (۲) ۳۶° (۱)

۱۹۹ کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) متوازی‌الاضلاعی که قطرهايش برهم عمودند، لوزی است.
- (۲) دوزنقه‌ای که دو قطرش برابر باشند، متساوی‌الساقین است.
- (۳) مستطیلی که قطرهايش برهم عمود باشند، مربع است.
- (۴) هر دوزنقه که دو ضلع برابر داشته باشد، متساوی‌الساقین است.

۲۰۰ مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی محدب بدون یکی از آن‌ها 1910° است، تعداد قطرهای آن کدام است؟

۷۷ (۴)

۵۴ (۳)

۶۵ (۲)

۴۴ (۱)



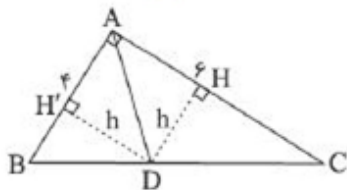
مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم از برخورد نیم‌سازهای متوازی‌الاضلاع، مستطیل ایجاد می‌شود و از برخورد نیم‌سازهای مستطیل، مربع حاصل می‌شود. پس چهارضلعی اولیه مستطیل است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون D روی نیم‌ساز زاویه A است، فاصله آن از دو ضلع AC و AB برابر است.



$$DH = DH' = h$$

ضمناً چهارضلعی $AHDH'$ به دلیل داشتن سه زاویه قائمه، مستطیل است و چون دو ضلع مجاور آن (DH, DH') برابرند، مربع است. مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$\frac{4 \times 6}{2} = 12$$

در ضمن مجموع مساحت مثلث‌های ADC و ABD برابر مساحت مثلث ABC است:

$$\frac{h \times 6}{2} + \frac{h \times 4}{2} = 12 \Rightarrow 10h = 24 \Rightarrow h = \frac{24}{10} \Rightarrow AD = \frac{24}{10} \sqrt{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از تلاقی نیم‌سازهای هر متوازی‌الاضلاع یک مستطیل پدید می‌آید، به طوری که اگر a و b

دو ضلع متوازی‌الاضلاع و θ زاویه‌ی بین آنها باشد آن‌گاه اضلاع مستطیل برابر $|a - b| \sin \frac{\theta}{2}$ و $|a - b| \cos \frac{\theta}{2}$

هستند. پس: $\text{یک ضلع مستطیل} = |10 - 5| \cos \frac{135^\circ}{2}$

$\text{ضلع دیگر مستطیل} = |10 - 5| \sin \frac{135^\circ}{2}$

بنابراین مساحت مستطیل برابر است با:

$$S = 5 \cos \frac{135^\circ}{2} \times 5 \sin \frac{135^\circ}{2} = 25 \left(\frac{1}{2} \sin 135^\circ \right) = 25 \left(\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{25}{4} \sqrt{2}$$

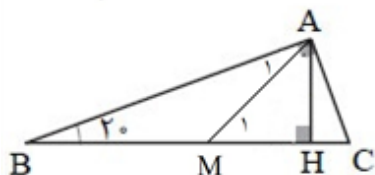
(دقت کنید از تساوی $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ استفاده شده است.)

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به مفروضات مثلث $\triangle ABC$ در رأس A قائمه است؛ بدین صورت داریم:



$$\triangle ABC : \hat{C} = 70^\circ, \hat{B} = 20^\circ \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

پس میانه‌ی AM نصف وتر BC است. یعنی $AM = BM = MC$ بنابراین $\hat{A}_1 = 20^\circ$

$$\triangle ABM \text{ زاویه خارجی } \hat{M}_1 = \hat{B} + \hat{A}_1 \Rightarrow \hat{M}_1 = 40^\circ \Rightarrow \hat{MAH} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی سایر گزینه‌ها:

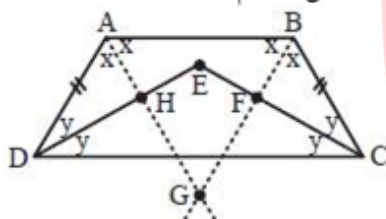
گزینه (۱): باید شرط این که «هر دو پاره‌خط که در یک انتها مشترک هستند روی یک خط نباشد» به تعریف اضافه شود.

گزینه (۲): چهارضلعی که قطرهایش برابر باشند، چهارضلعی مشخصی نمی‌باشد.

گزینه (۳): اگر وسط‌های اضلاع هر چهارضلعی را به‌طور متوالی به هم وصل کنیم، یک متوازی‌الاضلاع پدید می‌آید که می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع زوایای مقابل برابر هستند.

۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر چهارضلعی $EFGH$ را بنامیم، آنگاه با توجه به شکل داریم:



$$2x + 2y = 180^\circ \Rightarrow \hat{F} = 180^\circ - (x + y) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{H} = 90^\circ \Rightarrow \hat{H} + \hat{F} = \hat{E} + \hat{G} = 180^\circ \Rightarrow \text{محاظی } EFGH \text{ (I)}$$

$$\begin{cases} ED = EC \\ HD = FC \end{cases} \Rightarrow ED - HD = EC - FC \Rightarrow EH = EF$$

به طور مشابه

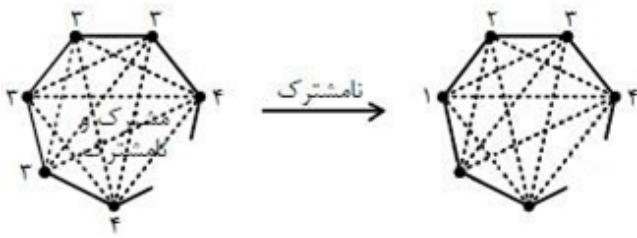
$$\rightarrow GH = GF \rightarrow EFGH : EF + HG = EH + FG \Rightarrow \text{محیطی } EFGH \text{ (II)}$$

(I), (II) \Rightarrow محاطی و محیطی

مای درسی گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل‌های زیر داریم:



- ۱- از هر رأس دوازده‌ضلعی $9 = 12 - 3$ قطر می‌گذرد.
- ۲- به‌ظاهر از شش رأس متوالی $54 = 6 \times 9$ قطر می‌توان رسم کرد.
- ۳- اما با توجه به شکل بالا، شش رأس متوالی دارای ۱۰ قطر مشترک هستند ($20 - 10 = 10$) که هر کدام دوبار به‌حساب آمده‌اند.
- ۴- پس تعداد واقعی قطرهای که از شش رأس متوالی یک دوازده‌ضلعی محدب می‌گذرد برابر $54 - 10 = 44$ قطر است.

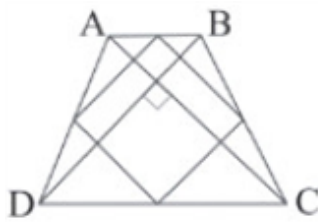
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هر n ضلعی دارای $\frac{n(n-3)}{2}$ قطر است پس:

$$\frac{(n+3)(n+3-3)}{2} = \frac{n(n-3)}{2} + 36 \Rightarrow \frac{(n+3)n}{2} = \frac{n(n-3)}{2} + 36 \Rightarrow n + 3n = n - 3n + 72$$

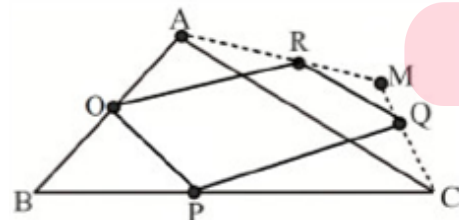
$$6n = 72 \Rightarrow n = 12$$

$$\alpha = \frac{\text{مجموع کل زوایای داخلی}}{n} = \frac{(n-2) \times 180}{n} = \frac{10 \times 180}{12}$$

$$\alpha = 150 \text{ درجه}$$

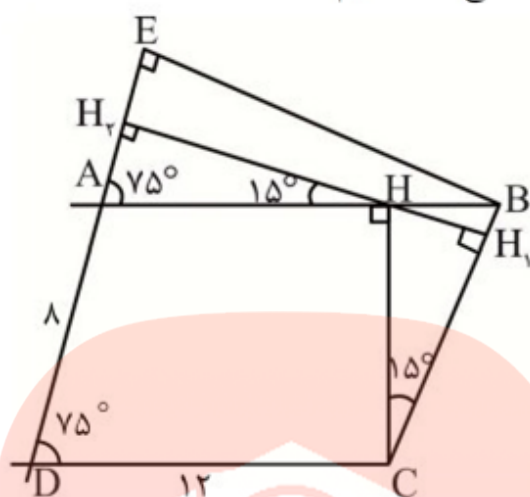


گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون اضلاع متوازی‌الاضلاع حاصل از وصل کردن اواسط اضلاع به هم، موازی قطرهای چهارضلعی اولیه و نصف طول قطر متناظرشان هستند و چون قطرهای برهم عمودند، پس اضلاع چهارضلعی حاصل نیز برهم عمودند، یعنی متوازی‌الاضلاع حاصل مستطیل است. از طرفی چون در ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، قطرهای مساوینند، پس مستطیل حاصل مربع خواهد بود.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنابر عکس تالس $OR \parallel PQ$ و $QR \parallel OP$ است، پس چهارضلعی، متوازی‌الاضلاع است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در متوازی‌الاضلاع ABCD ارتفاع CH وارد بر ضلع بزرگتر AB ارتفاع کوچکتر است. از نقطه‌ی H عمودهای HH_۱ و HH_۲ را بر اضلاع BC و AD وارد کرده‌ایم. از رأس B خطی موازی H_۱H_۲ ترسیم می‌کنیم تا امتداد AD را در E قطع کند. داریم:



$BC \parallel DE, BE \parallel H_1 H_2 \Rightarrow BH_1 H_2 E$ متوازی‌الاضلاع است

$$\Rightarrow BE = H_1 H_2, \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}, \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow BE = AB \sin 75^\circ = 3(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

$$HC = BC \sin 75^\circ = 2(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \Rightarrow HH_1 + HH_2 + HC = BE + HC = 5(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

که تقریباً برابر ۱۹/۲۵ است.

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$AH = BK = h$$

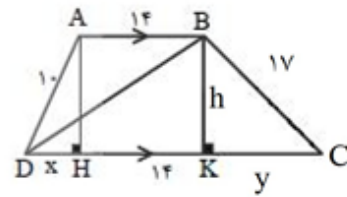
$$DC = 14 + (x + y) = 35 \Rightarrow x + y = 21$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ADH: h^2 = 100 - x^2 \\ \triangle BKC: h^2 = 289 - y^2 \end{array} \right\} \Rightarrow 100 - x^2 = 289 - y^2 \Rightarrow y^2 - x^2 = 189$$

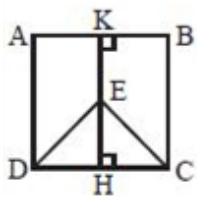
$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 21 \\ y^2 - x^2 = 189 \Rightarrow (y - x)(y + x) = 189 \Rightarrow y - x = 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 21 \\ y - x = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 15 \end{cases} \Rightarrow h = 8$$

$$\triangle BDK: BD^2 = 8^2 + (14 + 6)^2 = 464 \Rightarrow BD = 4\sqrt{29}$$



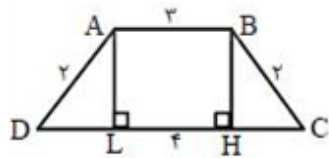
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳



$$EH = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow EK = a - \frac{\sqrt{3}}{2}a = a\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عمودهای AL و BH را بر ضلع CD فرود می‌آوریم. چون دوزنقه متساوی‌الساقین است، پس:

$$DL = CH = \frac{1}{2}$$

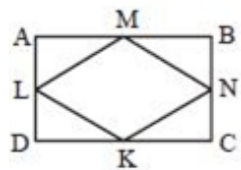


$$\triangle BHC: \hat{H} = 90^\circ \Rightarrow BH^2 = 2^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{15}{4}$$

$$\triangle BHD: 90^\circ \Rightarrow BD^2 = BH^2 + DH^2 = \frac{15}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{64}{4} = 16$$

$$\Rightarrow BD = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع است، پس:



$$\left. \begin{array}{l} AD = BC \Rightarrow CN = AL \\ \hat{A} = \hat{C} \\ AM = CK \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ALM = \triangle CKN \Rightarrow LM = KN \quad (1)$$

www.my-dars.ir

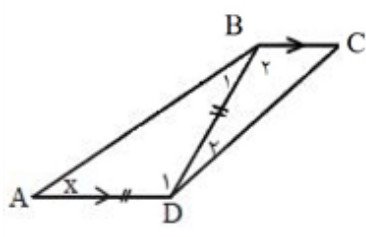
از طرفی:

$$\left. \begin{array}{l} AB = CD \Rightarrow MB = KD \\ BN = DL \\ \hat{B} = \hat{D} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle DLK = \triangle MNB \Rightarrow MN = KL$$

حال با توجه به این که هر چهارضلعی که دو ضلع روبه‌رو با هم برابر باشند، متوازی‌الاضلاع است، پس MNKL نیز متوازی‌الاضلاع است و می‌دانیم در هر متوازی‌الاضلاع قطرها هم‌دیگر را نصف می‌کنند.

۱۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنیم $\widehat{DAB} = x$ در نتیجه داریم:



$$BD = AD \Rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{A} = x$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{BAD} = 5x$$

$$AD \parallel BC \Rightarrow \widehat{A} + \widehat{ABC} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x + 5x = 180^\circ \Rightarrow 6x = 180^\circ \Rightarrow x = 30^\circ \Rightarrow \widehat{D_1} = 120^\circ$$

$$\widehat{ADC} = 9\widehat{BDC} \Rightarrow \widehat{D_1} + \widehat{D_2} = 9\widehat{D_2} \Rightarrow \widehat{D_1} = 8\widehat{D_2} \Rightarrow 120^\circ = 8\widehat{D_2} \Rightarrow \widehat{D_2} = 15^\circ$$

$$\widehat{ADC} = 9 \times 15^\circ = 135^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

۱۷

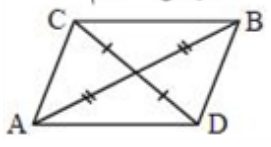
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم در شکل داده شده $AP = PQ = QC$ است، بنابراین $AC = 3PQ$ در نتیجه داریم:

$$AC + PQ = 36 \Rightarrow 3PQ + PQ = 36 \Rightarrow 4PQ = 36 \Rightarrow PQ = 9$$

$$AQ = AP + PQ = 2PQ = 2 \times 9 = 18$$

۱۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می دانیم چهارضلعی که قطرهاش منصف یکدیگرند متوازی الاضلاع است، بنابراین ACBD متوازی الاضلاع است. هم چنین می دانیم در متوازی الاضلاع، اضلاع روبرو هم اندازه اند، بنابراین داریم:



$$AD = BC \Rightarrow 3x + 7 = 5x - 2$$

$$\Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = 4.5$$

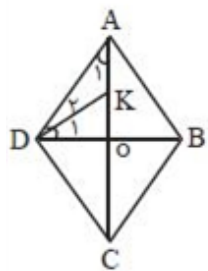
$$\Rightarrow BC = 5x - 2 = 5(4.5) - 2 = 20.5$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در هر لوزی قطرهای نیمساز زاویه‌ها هستند. اگر فرض کنیم: $\hat{A}_1 = \alpha$ باشد داریم:



$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{D} = 180^\circ - 2\alpha \Rightarrow \hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 90^\circ - \alpha$$

از طرفی با توجه به این‌که $AK = DK$ است، $\hat{A}_1 = \hat{D}_2$ بنابراین:

$$\hat{D}_1 = 90^\circ - 2\alpha$$

حال در مثلث قائم‌الزاویه DKO داریم:

$$\frac{OK}{DK} = \frac{OK}{AK} = \frac{1}{2}$$

چون ضلع روبه‌روی زاویه 30° نصف وتر است، بنابراین زاویه \hat{D}_1 برابر 30° است.

$$\hat{D}_1 = 90^\circ - 2\alpha = 30 \Rightarrow \alpha = 30^\circ \Rightarrow \hat{A} = 2 \times 30 = 60^\circ$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم اگر در یک چهارضلعی، ضلع‌های مقابل دویه‌دو هم‌اندازه باشند، چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است، پس ABCD متوازی‌الاضلاع است. از طرفی می‌دانیم در هر متوازی‌الاضلاع هر دو زاویه مجاور مکمل‌اند و هر دو زاویه مقابل هم‌اندازه‌اند، در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \\ \hat{A} = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 2y - 10^\circ = 180^\circ \\ 2x + y - 10^\circ = 2x + 2y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x + 2y = 190^\circ \\ x - y = 10^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 30^\circ \\ y = 20^\circ \end{cases} \Rightarrow x + y = 50^\circ$$

گروه آموزشی عصر

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{n(n-3)}{2} = n \Rightarrow n-3=2 \Rightarrow n=5$$

$$\text{مجموع زوایا} = (5-2) \times 180 = 540$$

۲۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از برخورد نیمسازهای داخلی متوازی الاضلاع ABCD مستطیل MNPQ ایجاد می‌شود.

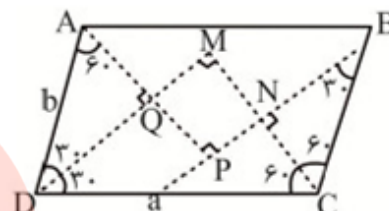
چون در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle DM\hat{C}$ زاویه $\hat{C} = 60^\circ$ و $\hat{D} = 30^\circ$ داریم: $DM = \frac{\sqrt{3}}{2}a$, $CM = \frac{1}{2}a$ (۱)

همچنین در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ADQ$ داریم: $DQ = \frac{\sqrt{3}}{2}b$, $CN = \frac{1}{2}b$ (۲)

$\xrightarrow{(۱) \text{ و } (۲)}$ $QM = DM - DQ = \frac{\sqrt{3}}{2}a - \frac{\sqrt{3}}{2}b = \frac{\sqrt{3}}{2}(a - b)$

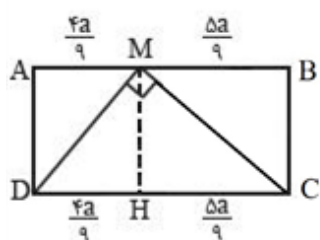
$MN = CM - CN = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b = \frac{1}{2}(a - b)$

$\frac{S_{MNPQ}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} (6 - 2)(6 - 2)}{2 \times 6 \times \sin 120} = \frac{2}{3}$



۲۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$MD^2 = DH \times CD = \frac{4}{9}a \times a \Rightarrow MD = \frac{2}{3}a$

$MC^2 = CH \times CD = \frac{5}{9}a \times a \Rightarrow MC = \frac{\sqrt{5}}{3}a$

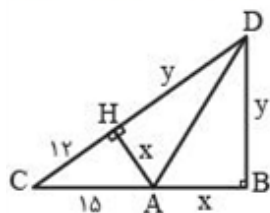
$MC + MD = \frac{1}{3}(2 + \sqrt{5})a$

۲۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

از A بر CD $AB = x$ عمود می‌کنیم \Rightarrow چون A روی نیمساز D است $AB = AH = x$
 $BD = y$ $DH = BD = y$

$CD - BD = 12 \Rightarrow CD = 12 + y \Rightarrow CH = 12$

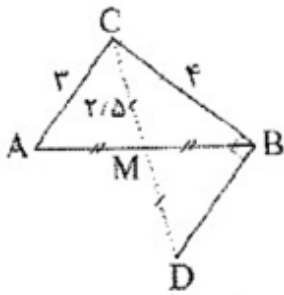


فیثاغورس در $\triangle AHC$ $AC^2 = AH^2 + HC^2$

$\Rightarrow 15^2 = x^2 + 12^2 \Rightarrow x^2 = 225 - 144 = 81 \Rightarrow x = 9 \Rightarrow AB = 9$

www.my-dars.ir

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $CM = m_c$ را به اندازه‌ی خودش امتداد می‌دهیم تا به نقطه‌ی D برسیم. چهارضلعی $ACBD$ متوازی‌الاضلاع است (قطرها منصف) و داریم:

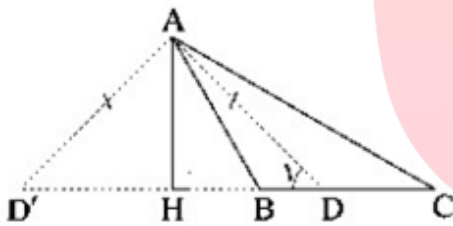


$$\begin{cases} CD = 2CM = 2 \times 2/5 = 5 \\ BD = AC = 3 \\ BC = 4 \end{cases}$$

بنابراین اضلاع مثلث BCD ، اعداد فیثاغورسی‌اند $(5^2 = 3^2 + 4^2)$ و در نتیجه مثلث در رأس B قائمه است و چون $ACBD$ متوازی‌الاضلاع است، لذا مستطیل نیز می‌باشد و $\hat{C} = 90^\circ$ است. در نتیجه:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(AC \times BC) = \frac{3 \times 4}{2} = 6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم نیمسازهای داخلی و خارجی نظیر هر زاویه‌ی مثلث بر هم عمودند.



$$\begin{cases} AD = AD' \\ \hat{DAD}' = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{D}' = \hat{D} = 45^\circ$$

(AH ارتفاع نظیر رأس A است.)

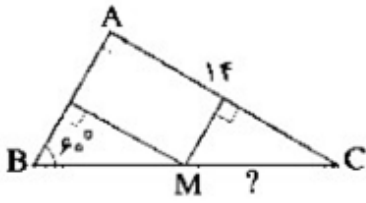
نکته: زاویه‌ی بین ارتفاع و نیمساز داخلی رأس A برابر است با $\frac{\hat{B} - \hat{C}}{2}$ ، پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{HAD} &= \frac{\hat{B} - \hat{C}}{2} \\ \hat{HAD} &= 45^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\hat{B} - \hat{C}}{2} = 45^\circ \Rightarrow \hat{B} - \hat{C} = 90^\circ$$

$$\xrightarrow{\hat{C} = 30^\circ} \hat{B} = 120^\circ$$

۲۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم اگر مثلث قائم‌الزاویه باشد، محل هم‌مرسی عمود منصف‌ها روی محیط و وتر است. پس مثلث ABC قائم‌الزاویه است، در مثلث ABC داریم:



$$\sin 60^\circ = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{14}{BC}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{28}{\sqrt{3}}$$

چون M وسط BC است، پس:

$$MC = \frac{BC}{2} = \frac{\frac{28}{\sqrt{3}}}{2} = \frac{28}{2\sqrt{3}} = \frac{14\sqrt{3}}{3}$$

۲۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض کنید $FG = x$ و $KL = y$ ، در نتیجه:

$$AN + NH + HB = BJ + JC$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}}y + \frac{\sqrt{5}}{2}y + \frac{2}{\sqrt{5}}x = \frac{1}{5}x + \frac{\sqrt{5}}{2}x$$

نسبت مساحت $FG + ej$ و $KLMN$ برابر $\left(\frac{x}{y}\right)$ می‌باشد که برابر $\frac{49}{4}$ می‌باشد.

۲۹

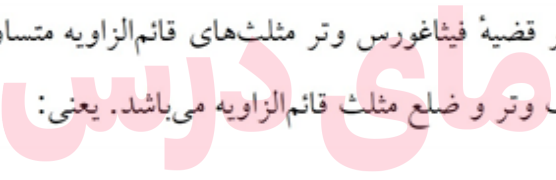
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۳۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنا بر قضیه فیثاغورس وتر مثلث‌های قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین برابر $\sqrt{2}$ است و ضلع

$$\sqrt{2} - 1$$

هشت ضلعی وسطی برابر اختلاف وتر و ضلع مثلث قائم‌الزاویه می‌باشد. یعنی:

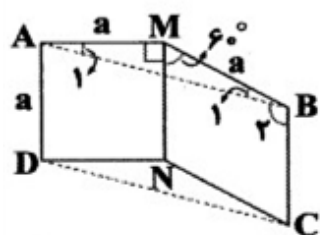


گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

$$\widehat{M} = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$$

$$\triangle AMB: AM = MB = a \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{B}_1 = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$$



$$\Rightarrow B_2 = 120^\circ - 15^\circ = 105^\circ$$

$$\widehat{ADC} = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$$

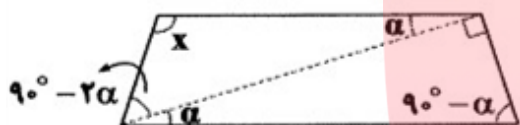
$$\widehat{DAB} = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$$

$$\widehat{BCD} = 60^\circ + 15^\circ = 75^\circ$$

بنابراین ABCD متوازی الاضلاعی با زاویه 75° است.

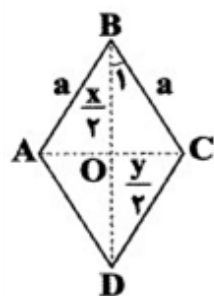
توجه کنید که بنا به قضیه‌ی نامساوی مثلثی در $\triangle DNC$ ، چون $DN = NC = a$ بنابراین $DC < 2a$ می‌باشد و نمی‌تواند ابعاد متوازی الاضلاع a و $2a$ باشد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنا به قضیه‌ی خطوط موازی و مورب و مطابق شکل داریم:



$$x = 180^\circ - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ + \alpha$$

$$x = \sqrt{3}y$$



$$\triangle OBC: \tan \widehat{B}_1 = \frac{y}{x} = \frac{y}{\sqrt{3}y} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \widehat{B}_1 = 30^\circ \xrightarrow{\text{قطرها، نیمساز}} \widehat{B} = 2\widehat{B}_1 = 60^\circ \Rightarrow \widehat{A} = \widehat{C} = 120^\circ$$

زوایا می‌باشند.

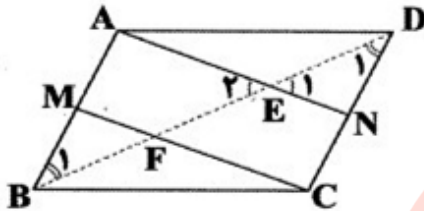
$$\Rightarrow \text{طول قطر کوچک } ABC \Rightarrow AC = a$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بنا به ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع داریم:

$$\begin{cases} BM = DN = \frac{1}{2} AB \\ AD = BC \\ \hat{D} = \hat{B} \end{cases} \Rightarrow \triangle AND \cong \triangle MBC \Rightarrow AN = MC$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

طبق قضیه‌ی خطوط موازی و مورب داریم:



$$\begin{cases} \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \\ \hat{E}_1 = \hat{E}_2 \text{ (متقابل به راس)} \end{cases}$$

$$\triangle DNE \sim \triangle AEB \Rightarrow \frac{ED}{BE} = \frac{EN}{AE} = \frac{DN}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{\triangle DNE}}{S_{\triangle AEB}} = \frac{1}{4}$$

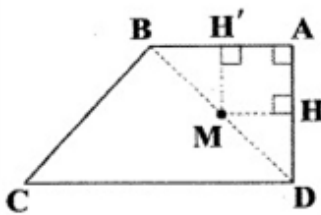
بنابراین:

بنابراین گزینه‌ی (۲) نادرست است.

$$AE = 2EN \Rightarrow \begin{cases} \frac{AE}{AN} = \frac{2}{3} \Rightarrow AE = FC = \frac{2}{3} AN \\ \frac{S_{\triangle END}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{EN}{AE} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

توجه کنید که دو مثلث END و ADE، هم‌ارتفاع بوده و نسبت مساحت‌ها برابر با نسبت قاعده‌ها می‌باشد. بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نیز، درست می‌باشند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

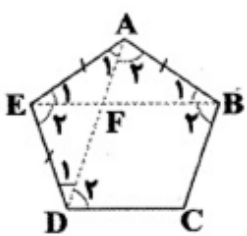


$$AB = AD \Rightarrow \triangle ABD \text{ متساوی‌الساقین است.}$$

مجموع فواصل هر نقطه روی قاعده‌ی مثلث متساوی‌الساقین از ۲ ساق آن، برابر با ارتفاع وارد بر ساق است. چون

$\triangle ABD$ قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است، پس ارتفاع وارد بر ساق‌ها همان اضلاع قائمه‌ی مثلث‌اند، در نتیجه:

$$MH + MH' = AB = AD = a$$



$$\widehat{ABE} : \widehat{E}_1 = \widehat{B}_1$$

بنابراین، با توجه به تساوی‌های $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = \widehat{E}$ داریم:

$$\Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{B}_1 = \widehat{E}_1 = \widehat{D}_1 \quad (*)$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A}_2 = \widehat{E}_2 \\ \widehat{B}_1 = \widehat{D}_1 \\ AB = DE \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AFB \cong \triangle EFD \Rightarrow FB = FD \quad (1)$$

$$BC = DC \quad (2)$$

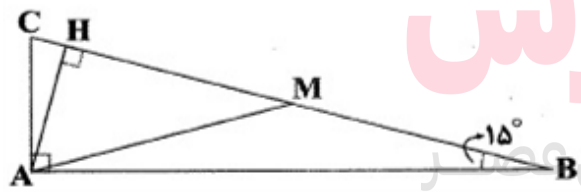
$$\left. \begin{array}{l} \widehat{F} = \widehat{A}_2 + \widehat{B}_1 \quad (\text{زاویه ی خارجی } \triangle AFB) \\ \widehat{F} = \widehat{A}_2 + \widehat{B}_1 \stackrel{(*)}{=} \widehat{A}_2 + \widehat{A}_1 = \widehat{A} = \widehat{C} \\ \widehat{B}_2 = \widehat{D}_2 \end{array} \right\} (3)$$

FBCD یک لوزی است. $\Rightarrow (1), (2), (3)$

$$\left\{ \begin{array}{l} AM \text{ میانه است.} \Rightarrow AM = \frac{BC}{2} = \frac{12}{2} = 6 \quad (1) \\ \widehat{B} = 15^\circ \Rightarrow \triangle ABC : AH = \frac{BC}{4} = \frac{12}{4} = 3 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\triangle AHM : HM^2 = AM^2 - AH^2 \stackrel{(1), (2)}{=} 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$$

$$\Rightarrow HM = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

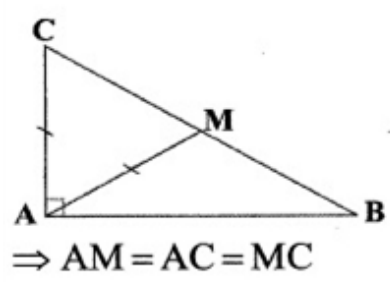


مای درس

گروه آموزشی

www.my-dars.ir

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم میانه‌ی وارد بر وتر، نصف وتر است:



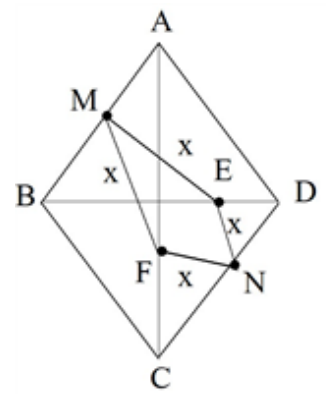
$$\begin{cases} AM = AC \\ AM = MC = MB \end{cases}$$

بنابراین $\triangle AMC$ ، متساوی‌الاضلاع و $\hat{C} = 60^\circ$ می‌باشد، در نتیجه:

$$\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = \frac{\sqrt{3}}{2} BC$$

\downarrow وتر \downarrow ضلع قائمه ی دیگر

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

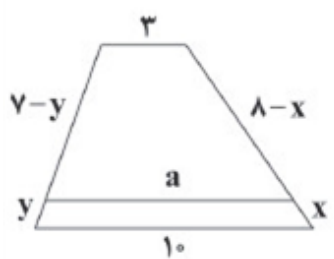


در نظر بگیرید نقاط M و N وسط‌های دو ضلع غیرمجاور چهارضلعی ABCD است و نقاط E و F وسط‌های دو قطر آن است و چهارضلعی MENF لوزی به ضلع x است. بنابر قضیه‌ی میان خط دو مثلث نتیجه می‌گیریم.

$$BC = 2MF = 2EN = 2x \text{ و } AD = 2ME = 2FN = 2x$$

پس $BC = AD$ یعنی دو ضلع غیرمجاور دیگر چهارضلعی ABCD برابرند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

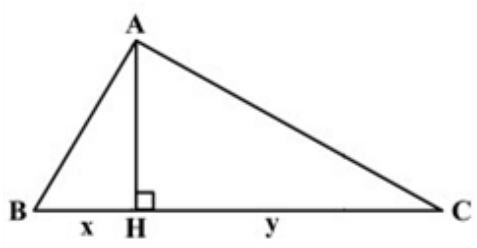


$$\begin{aligned} 3 + a + v - y + \lambda - x &= a + 10 + x + y \\ \Rightarrow 2x + 2y &= \lambda \Rightarrow x + y = \frac{\lambda}{2} \quad (1) \\ \frac{\lambda - x}{x} = \frac{v - y}{y} &\Rightarrow vx = \lambda y \Rightarrow y = \frac{v}{\lambda}x \quad (2) \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} x + \frac{v}{\lambda}x = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \frac{15}{\lambda}x = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow x = \frac{\lambda^2}{30} \Rightarrow y = \frac{v}{\lambda} \times \frac{\lambda^2}{30} = \frac{2\lambda v}{30}$$

www.my-dars.ir

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\begin{aligned} BC &= x + y \\ \begin{cases} x = AB \cdot \cos \hat{B} \\ y = AC \cdot \cos \hat{C} \end{cases} &\Rightarrow BC = AB \cdot \cos \hat{B} + AC \cdot \cos \hat{C} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴۲

$$\frac{n(n-3)}{2} = k \Rightarrow \frac{n-3}{2} = k \Rightarrow n = 2k + 3$$

فرد است

بنابراین اگر حاصل عددی زوج باشد غیرقابل قبول است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۳

$$\frac{(n-2)180^\circ}{n} + 10^\circ = \frac{(n+1)180^\circ}{n+3}$$

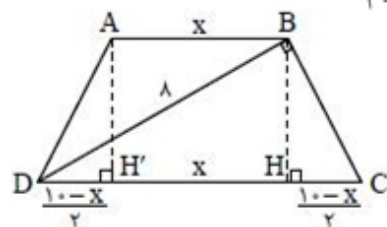
$$180^\circ \left(\frac{n+1}{n+3} - \frac{n-2}{n} \right) = 10^\circ \Rightarrow \frac{n^2 + n - n^2 - n + 6}{n(n+3)} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{6}{n(n+3)} = \frac{1}{18} \Rightarrow n^2 + 3n = 108 \Rightarrow (n+12)(n-9) = 0 \Rightarrow n = 9$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در هر مثلث قائم‌الزاویه که یک ضلع زاویه‌ی 15° دارد، ارتفاع وارد بر وتر $\frac{1}{4}$ وتر است و همچنین ارتفاع وارد بر وتر در هر مثلث قائم‌الزاویه، واسطه‌ی هندسی دو پاره‌خط ایجادشده بر وتر است. اگر $AH = x$ فرض شود، آن‌گاه:

$$\begin{cases} x^2 = ab \\ a + b = 4x \end{cases} \Rightarrow a + b = 4\sqrt{ab} \Rightarrow (a+b)^2 = 16ab \Rightarrow a^2 + b^2 = 14ab \Rightarrow k = 14$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم‌الزاویه BDC با استفاده از روابط طولی داریم: ۴۵



$$BD^2 = DH \times DC \Rightarrow \lambda^2 = \left(\frac{10-x}{2} + x \right) \times 10$$

$$\Rightarrow 64 = \frac{10+x}{2} \times 10 \Rightarrow 64 = 50 + 5x \Rightarrow x = \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق قضیه پیک، مساحت یک چندضلعی برابر است با: ۴۶

$$S = \frac{b}{2} - 1 + i$$

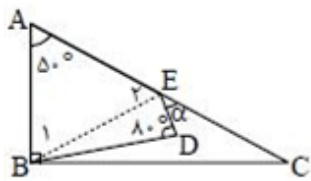
که در آن b تعداد نقاط مرزی و i تعداد نقاط درونی یک چندضلعی شبکه‌ای است، بنابراین داریم:

$$\frac{b}{2} - 1 + i = 4 \Rightarrow \frac{b}{2} + i = 5 \Rightarrow b + 2i = 10 \Rightarrow b = 10 - 2i$$

بیشترین تعداد نقاط مرزی (b) در صورتی است که از عدد ۱۰، مقدار کم‌تری کسر گردد، یعنی کم‌ترین تعداد نقاط درونی (i) را داشته باشیم و از آنجایی که کم‌ترین مقدار برابر صفر است، بیشترین تعداد نقاط مرزی برابر ۱۰ می‌شود.

۴۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از B به E وصل می‌کنیم. می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است، پس:



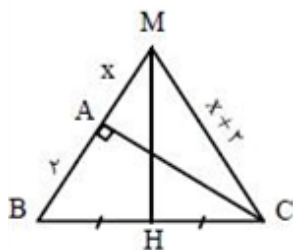
$$BE = \frac{1}{2}AC = AE \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{A} = 50^\circ \Rightarrow \hat{E}_2 = 80^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{فرض: } AE = BD \\ \text{فرض: } BE = AE \end{array} \right\} \Rightarrow BD = BE \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{D} = 80^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - (\hat{E}_1 + \hat{E}_2) = 180^\circ - (80^\circ + 80^\circ) = 20^\circ$$

۴۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مثلث MBC متساوی‌الساقین است زیرا M نقطه‌ای به روی عمود منصف پاره‌خط BC است، پس: $MB = MC$. اگر فرض کنیم $AM = x$ ، به وضوح داریم: $MC = MB = x + 2$. حال در مثلث قائم‌الزاویه AMC داریم:

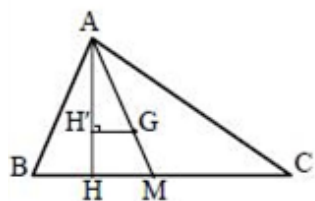


$$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow (x+2)^2 = x^2 + 6^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 = x^2 + 36 \Rightarrow x = 8$$

۴۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مثلث به اضلاع ۲۰، ۱۶ و ۱۲ قائم‌الزاویه است و کوچک‌ترین ارتفاع، ارتفاع وارد بر وتر است. طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:



$$\left. \begin{array}{l} AB^2 = BH \times BC \\ BH = \frac{144}{20} = \frac{36}{5} \\ BM = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow HM = \frac{14}{5}$$

می‌دانیم: $\frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$ ، در نتیجه طبق قضیه تالس در مثلث AHM داریم:

$$\frac{AG}{AM} = \frac{GH'}{MH} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{GH'}{\frac{14}{5}} \Rightarrow GH' = \frac{28}{15}$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

۵۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\triangle ABH: \text{فیتاغورس: } (14-x)^2 + y^2 = 15^2 \Rightarrow 196 + x^2 - 28x + y^2 = 225 \quad (1)$$

$$\triangle ACH: \text{فیتاغورس: } x^2 + y^2 = 13^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 169 \quad (2)$$

$$(2) \rightarrow (1): 196 + 169 - 28x = 225 \Rightarrow x = 5, y = 12 \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

۵۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{BH}{HC} = \frac{4}{9} \Rightarrow BH = 4x, HC = 9x \Rightarrow 9x + 4x = 13 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \begin{cases} BH = 4 \\ CH = 9 \end{cases}$$

$$\triangle ABC: AH^2 = BH \times CH = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow AH = 6$$

در مثلث قائم‌الزاویه ABC: $AB = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52}$ و هم‌چنین:

$$BH^2 = BP \cdot AB \Rightarrow 16 = BP \cdot \sqrt{52} \Rightarrow BP = \frac{16}{\sqrt{52}}$$

۵۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم،

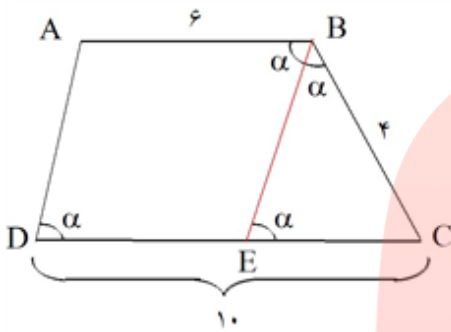
که در آن BE موازی AD است. چهارضلعی ABED متوازی‌الاضلاع است.

مثلث CBE متساوی‌الساقین است.

چون ABED متوازی‌الاضلاع است، پس $AB = DE = 6$ ، در نتیجه $CE = 4$

هم‌چنین چون مثلث CBE متساوی‌الساقین است،

$$BC = EC = 4$$



۵۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در متوازی‌الاضلاع دو زاویه‌ی مجاور C و D مکملند، پس

$$\hat{C} + \hat{D} = 180^\circ \xrightarrow{\div 2} \hat{C}_1 + \hat{D}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{E}_1 = 90^\circ$$

بنابراین مثلث DEC قائم‌الزاویه است.

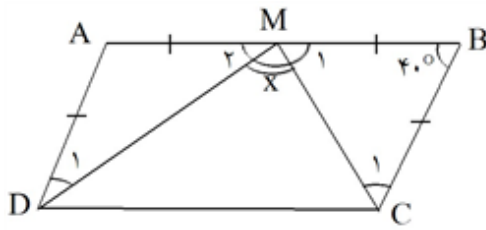
$$\triangle DEC: DC^2 = DE^2 + CE^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow DC = 10 = AB$$

اکنون از قضیه‌ی خطوط موازی و مورب نتیجه می‌گیریم $\hat{E}_2 = \hat{C}_1$ چون $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$ پس $\hat{E}_2 = \hat{C}_2$ بنابراین $BC = BE$

به همین ترتیب ثابت می‌شود $AD = AE$ بنابراین $AB = AE + BE = 2BC$ در نتیجه

$$\text{محیط متوازی‌الاضلاع} = 2(AB + BC) = 2\left(AB + \frac{AB}{2}\right) = 3AB = 3 \times 10 = 30$$

www.my-dars.ir



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم. چون $B = 40^\circ$ پس $CA = 140^\circ$. مثلث ADM متساوی‌الساقین است:

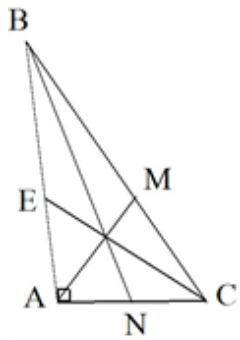
$$\widehat{M}_2 = \frac{180^\circ - \widehat{A}}{2} = \frac{180^\circ - 140^\circ}{2} = 20^\circ$$
 است:
 هم‌چنین مثلث BMC هم متساوی‌الساقین است، در نتیجه:

$$\widehat{M}_1 = \frac{180^\circ - \widehat{B}}{2} = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$$

اکنون به دست می‌آید:

$$\widehat{CMD} = x = 180^\circ - (\widehat{M}_1 + \widehat{M}_2) = 180^\circ - (70^\circ + 20^\circ) = 90^\circ$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم‌الزاویه میانه وارد بر وتر نصف وتر است. اگر در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC پاره‌خط‌های AM و BN و CE میانه باشند، آن‌گاه از قضیه‌ی فیثاغورس نتیجه می‌شود.



$$\begin{aligned} \triangle ABN: BN^2 &= AB^2 + AN^2 \xrightarrow{AN = \frac{AC}{2}} BN^2 = AB^2 + \frac{AC^2}{4} \\ \triangle ACE: CE^2 &= AC^2 + AE^2 \xrightarrow{AE = \frac{AB}{2}} CE^2 = AC^2 + \frac{AB^2}{4} \end{aligned}$$

از طرف دیگر $AM = \frac{BC}{2}$ پس $AM^2 = \frac{BC^2}{4}$. بنابراین مجموع مربعات سه میانه برابر است با:

$$AM^2 + BN^2 + CE^2 = \frac{BC^2}{4} + AB^2 + \frac{AC^2}{4} + AC^2 + \frac{AB^2}{4}$$

چون $AB^2 + AC^2 = BC^2$ پس:

$$\text{مجموع مربعات سه میانه} = \frac{BC^2}{4} + BC^2 + \frac{BC^2}{4} = \frac{3}{2}BC^2$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 2^2 + (2\sqrt{3})^2 = 16 \Rightarrow BC = 4$$

از طرف دیگر:

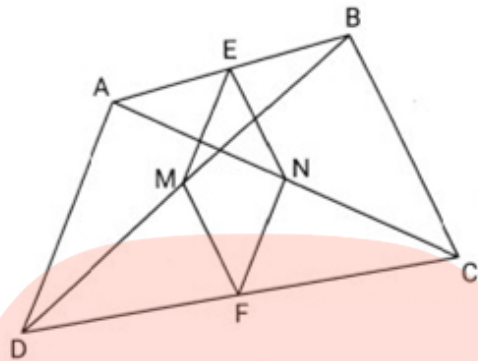
$$\text{بنابراین مجموع مربعات سه میانه مساوی } \frac{3}{2}(16) = 24$$

www.my-dars.ir

نکته: در مثلث قائم‌الزاویه مجموع مربعات میانه‌ها مساوی $\frac{3}{2}$ مربع وتر است.

$AD = BC$

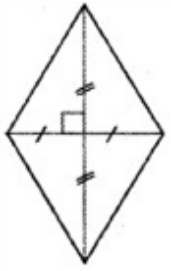
$$\begin{cases} \text{در مثلث } \triangle ABD \text{ وسط های اضلاع } E \text{ و } M \Rightarrow EM \parallel AD \text{ و } EM = \frac{1}{2} AD \\ \text{در مثلث } \triangle ACD \text{ وسط های اضلاع } F \text{ و } N \Rightarrow FN \parallel AD \text{ و } FN = \frac{1}{2} AD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} EM = FN \\ EM \parallel FN \end{cases}$$



$$\begin{cases} \text{در مثلث } \triangle ABC \text{ وسط های اضلاع } E \text{ و } B \Rightarrow EN \parallel BC \text{ و } EN = \frac{1}{2} BC \\ \text{در مثلث } \triangle DCB \text{ وسط های اضلاع } F \text{ و } M \Rightarrow FM \parallel BC \text{ و } FM = \frac{1}{2} BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} EN = FM \\ EN \parallel FM \end{cases}$$

در نتیجه چهار ضلعی MENF لوزی است.

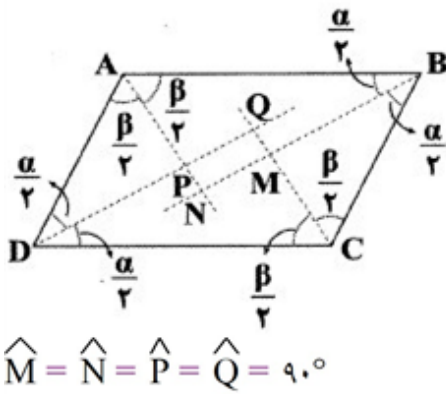
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:



- (۱) نادرست است، دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین دو ضلع موازی و دو ضلع مساوی دارد.
- (۲) نادرست است، در هر مستطیل قطرها برابرند و اگر قطرها بر هم عمود باشند، این مستطیل یک مربع است.
- (۳) نادرست است، در لوزی لزوماً زوایا 90° نیست و فقط اضلاع برابر است.
- (۴) درست است، زیرا چهار مثلث قائم‌الزاویه‌ی ایجاد شده توسط قطرها، هم‌نهشت بوده و در نتیجه وترها که همان اضلاع لوزی‌اند، برابر می‌گردند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در یک متوازی‌الاضلاع قطرها لزوماً برابر نیست، در واقع اگر قطرها برابر باشد، متوازی‌الاضلاع حاصل یک مستطیل خواهد بود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل داریم: ۵۹



$ABCD \Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ \Rightarrow \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 90^\circ$

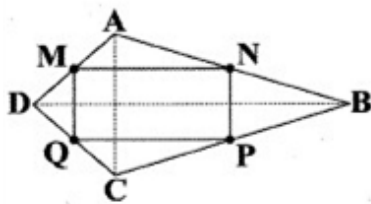
$$\triangle BCM : \hat{M} = 180^\circ - \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} \right) = 90^\circ$$

$$\hat{M} = \hat{N} = \hat{P} = \hat{Q} = 90^\circ$$

به طور مشابه:

بنابراین چهارضلعی MNPQ یک مستطیل است، ولی لزوماً مربع نیست.
در واقع MNPQ وقتی مربع است که ABCD مستطیل باشد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنیم، M، N، P، Q وسط اضلاع چهارضلعی ABCD باشند: ۶۰



$\triangle ABD$: وسط اضلاع M و N $\xrightarrow{\text{عکس تالس}}$ $MN \parallel BD$

$\triangle ADC$: وسط اضلاع Q و M $\xrightarrow{\text{عکس تالس}}$ $MQ \parallel AC$

$$\left. \begin{array}{l} MN \perp MQ \\ MN \parallel BD \\ MQ \parallel AC \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp AC$$

حال داریم:

مای درس

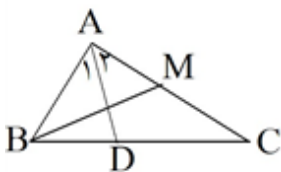
گروه آموزشی عصر

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۱

$$AB^2 = BH \times BC \xrightarrow{BH = x} 6^2 = x(x + 5) \Rightarrow x^2 + 5x - 36 = 0 \Rightarrow (x + 9)(x - 4) = 0$$

$$\xrightarrow{x > 0} x = 4 \Rightarrow BC = x + 5 = 9 \Rightarrow AC^2 = BC^2 - AB^2 = 9^2 - 6^2 = 81 - 36 = 45$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

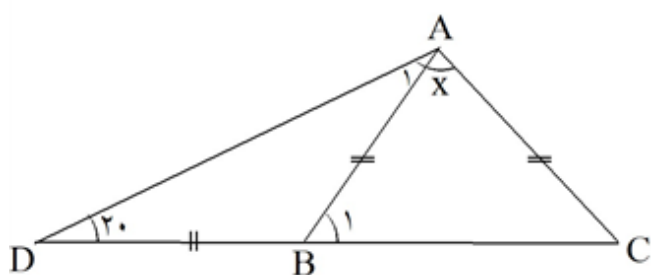


گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنیم BM میانه‌ی ضلع AC و AD ۶۲

نیم‌ساز A باشد. چون $AM = \frac{1}{2}AC$ و $AB = \frac{1}{2}AC$ پس مثلث $\triangle ABM$

متساوی‌الساقین است و در مثلث متساوی‌الساقین ABM نیم‌ساز زاویه‌ی A ارتفاع هم می‌باشد. بنابراین نیم‌ساز زاویه‌ی A بر BM عمود است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مثلث‌های ABC و ABD متساوی‌الساقین هستند. ۶۳



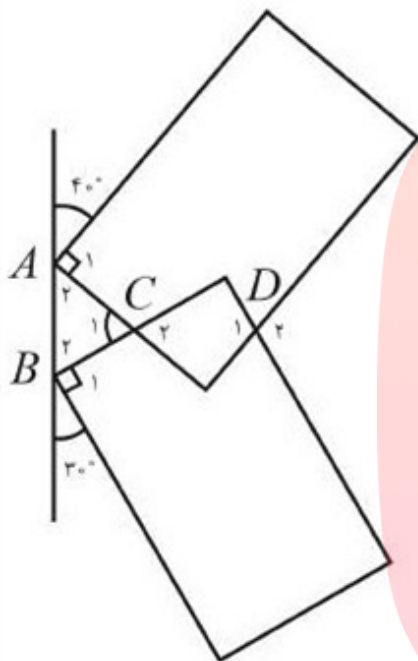
$$\triangle ABD: \hat{A}_1 = \hat{D} = 20$$

$$\text{زاویه ی خارجی } \hat{B}_1 = \hat{A}_1 + \hat{D} = 20 + 20 = 40$$

$$\triangle ABC = \hat{B}_1 = \hat{C} \Rightarrow \hat{C} = 40$$

$$x = 180 - (40 + 40) = 100$$

گزینه ۵ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل داریم: ۶۴



$$\hat{A}_2 = 180 - 40 - 90 = 50^\circ$$

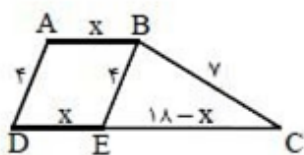
$$\hat{B}_2 = 180 - 30 - 90 = 60^\circ$$

$$\hat{C}_2 = \hat{C}_1 = 180 - \hat{A}_2 - \hat{B}_2 = 180 - 60 - 50 = 70^\circ$$

$$\theta = \hat{D}_2 = \hat{D}_1 = 360 - (90 + 90 + 70) = 110^\circ$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هر n ضلعی حداکثر ۳ زاویه خارجی منفرجه دارد. زیرا اگر بیش از ۳ زاویه خارجی منفرجه داشته باشد مجموع زوایای خارجی از 360° بیشتر می‌شود که غیرممکن است. ۶۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به داده‌های مسئله، شکل را رسم می‌کنیم. از نقطه B به موازات ساق AD خطی رسم می‌کنیم تا DC را در E قطع کند. ۶۶



گروه آموزشی عصر

$ABED$ متوازی‌الاضلاع است، پس:

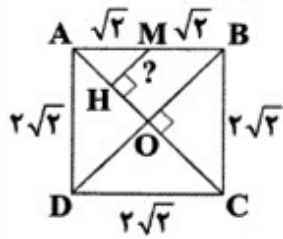
$$AD = BE = 4, AB = DE = x \Rightarrow EC = 18 - x$$

در مثلث BEC قضیه نامساوی مثلث را می‌نویسیم:

$$7 - 4 < 18 - x < 7 + 4 \Rightarrow 3 < 18 - x < 11 \xrightarrow{-18} -15 < -x < -7$$

$$\xrightarrow{x(-1)} 7 < x < 15 \text{ که فقط گزینه ۲ در این محدوده است.}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم قطر مربعی به ضلع a برابر $a\sqrt{2}$ است، پس قطر مربعی به ضلع $2\sqrt{2}$ برابر ۴ است، پس نصف آن یعنی $OB = 2$ است.



$$\triangle AOB : HM \parallel OB \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MH}{OB} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{MH}{2} \Rightarrow MH = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر a, b و c اضلاع مثلث و h_a, h_b و h_c به ترتیب ارتفاع وارد بر هر یک از این اضلاع باشند، آن‌گاه داریم:

$a > b > c \Rightarrow h_c > h_b > h_a$

$$a \times h_a = b \times h_b = c \times h_c = 2S \Rightarrow 8/5 \times h_a = 7/5 \times h_b = 4 \times 7/5$$

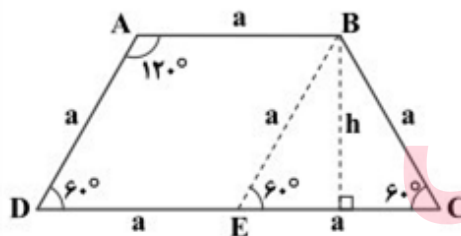
$$\Rightarrow \begin{cases} 4 \times 7/5 = 7/5 \times h_b \Rightarrow h_b = 4 \\ 4 \times 7/5 = 8/5 \times h_a \Rightarrow h_a = \frac{4 \times 7/5}{8/5} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4} \end{cases}$$

$$h_b + h_a = 4 + \frac{15}{4} = 4 + \frac{30}{8} = 4 + \frac{60}{16} = \frac{128}{16}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اندازه‌ی ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ است.

با توجه به شکل مقابل، از B خطی موازی ساق AD رسم می‌کنیم. در این صورت داریم:



$$\hat{E} = \hat{D} = 60^\circ, \hat{C} = 60^\circ$$

بنابراین هر سه زاویه‌ی مثلث BEC برابر 60° است، پس مثلث BEC متساوی‌الاضلاع است، در نتیجه:

$$BE = EC = BC$$

طبق فرض محیط این دوزنقه برابر ۴۰ است، پس:

$$AB + BC + CD + AD = 40 \Rightarrow 5a = 40 \Rightarrow a = 8$$

بنابراین ارتفاع این دوزنقه که در واقع ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع BEC به ضلع $a = 8$ است، برابر است با:

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$$

۷۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی هر مستطیل یک مربع است. اگر طول مستطیل را a و عرض مستطیل را b در نظر بگیریم، اندازه‌ی ضلع این مربع $\frac{\sqrt{2}}{2}(a-b)$ است.

با توجه به نکته‌ی بالا اگر طول مستطیل را a و عرض مستطیل را b در نظر بگیریم، داریم: $a = 5b$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2(a-b)} = \frac{\sqrt{2}}{2(5b-b)} = 2\sqrt{2}b$$

طبق فرض $S = x^2 = (2\sqrt{2}b)^2 = 32 \Rightarrow 8b^2 = 32$

$$\Rightarrow b^2 = 4 \xrightarrow{b > 0} b = 2 \xrightarrow{a = 5b} a = 5 \times 2 = 10$$
$$2(a+b) = 2(10+2) = 24$$

بنابراین محیط این مستطیل برابر است با:

۷۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: در n ضلعی محدب، تعداد قطرهای گذرنده از رأس برابر با $n-3$ است.

نکته: در n ضلعی محدب، تعداد کل قطرها برابر $\frac{n(n-3)}{2}$ است.

اگر تعداد اضلاع این چند ضلعی محدب را n در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{n \cdot (n-3)}{2} = 3n \Rightarrow n(n-3) = 6n \xrightarrow{+n \neq 0} n-3 = 6 \Rightarrow n = 9$$

بنابراین تعداد قطرهای گذرنده از هر رأس این چند ضلعی برابر است با: $n-3 = 9-3 = 6$

۷۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\triangle ABE \rightarrow BE^2 = AB^2 + AE^2 = AB^2 + \frac{AC^2}{4}$$

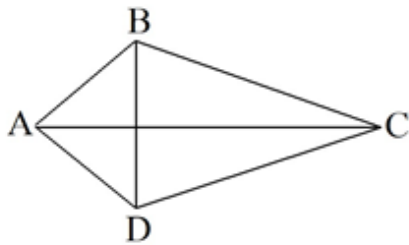
$$\triangle ACN \rightarrow CN^2 = AC^2 + AN^2 = AC^2 + \frac{AB^2}{4}$$

$$AM = \frac{BC}{2} \text{ وتر نصف وتر است} \Rightarrow AM^2 = \frac{BC^2}{4}$$

$$AM^2 + BE^2 + CN^2 = \frac{BC^2}{4} + AB^2 + \frac{AC^2}{4} + AC^2 + \frac{AB^2}{4}$$

$$= \frac{BC^2}{4} + BC^2 + \frac{BC^2}{4} = \frac{3}{2}BC^2$$

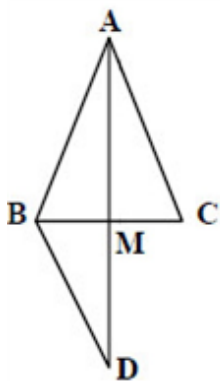




$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 &= \hat{A}_2 \\ \hat{C}_1 &= \hat{C}_2 \\ AC &= AC \\ BC &= DC \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta ADC \Rightarrow AB = AD$$

A و C از دوسر پاره خط BD به یک فاصله‌اند. پس روی عمود منصف BD قرار دارند. یعنی AC عمود منصف BD است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون $AB = AC$ پس مثلث متساوی الساقین بوده و AM ارتفاع نیز می‌باشد و



$$AB^2 = AM^2 + BM^2$$

$$BD^2 = DM^2 + BM^2 = AB^2 + BM^2 =$$

$$AM^2 + 2BM^2 = 4^2 + 2(3)^2 = 34$$

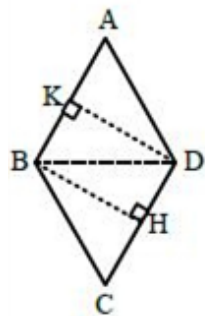
$$BD = \sqrt{34}$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مطابق شکل عمودهای رسم شده از B و D، در نقاط K و H از وسطهای AB و CD می‌گذرد، داریم: (a ضلع لوزی)



$$\triangle ABD: AD = AB \text{ و } DK \text{ عمودمنصف } AB \Rightarrow AD = BD$$

$$\Rightarrow AD = BD = AB \Rightarrow \triangle ABD: \text{متساوی الاضلاع}$$

$$\Rightarrow DK = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \frac{\sqrt{3}}{2} a \text{ و } BK = \frac{a}{2}$$

به همین ترتیب:

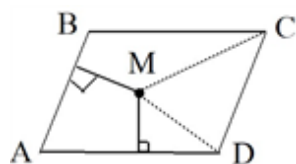
$$\triangle BCD: \text{متساوی الاضلاع} \Rightarrow BH = \frac{\sqrt{3}}{2} a, DH = \frac{a}{2}$$

چهارضلعی BHDK مستطیل می‌باشد، داریم:

$$\text{محیط مستطیل} = 2(BK + DK) = 2\left(\frac{a}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}a\right) = a + \sqrt{3}a$$

$$\text{محیط مستطیل} = 2 + 2\sqrt{3}$$

اگر $a = 2$ باشد، داریم:

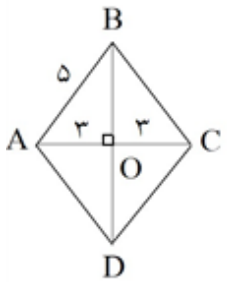


گزینه ۴ پاسخ صحیح است. M روی نیمساز زاویه‌ی \hat{BAD} قرار دارد، زیرا M از دو ضلع آن به یک فاصله است. از طرفی چون $MC = MD$ است، پس M روی عمودمنصف ضلع CD است و در نتیجه M محل تلاقی نیمساز \hat{A} و عمودمنصف ضلع CD است.

گروه آموزشی عصر

۷۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در لوزی قطرها بر هم عمودند، بنابراین مثلث قائم‌الزاویه‌ی OAB با داشتن وتر و یک ضلع قائمه قابل رسم است (طول ضلع سوم آن طبق رابطه‌ی فیثاغورس برابر با ۴ می‌باشد).



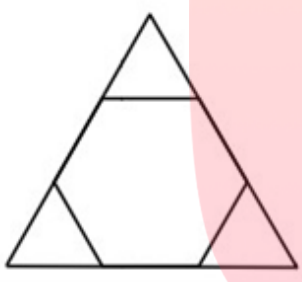
$$OB^2 = AB^2 - OA^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow OB = 4$$

$$S = \frac{AC \times BD}{2} = \frac{6 \times 8}{2} = 24$$

بنابراین مساحت لوزی برابر است با:

۷۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مساحت ۶ ضلعی $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع اصلی است.



$$S = \frac{2}{3} \times \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{36 \sqrt{3}}{4} = 6 \sqrt{3}$$

۸۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(a + d)^2 = a^2 + (d - d)^2 \Rightarrow a = 4d$$

اضلاع به ترتیب $a - d, a, a + d$ باشند.
اضلاع به صورت $3d$ و $4d$ و $5d$ می‌باشند.

$$3d + 4d + 5d = 24 \Rightarrow d = 2$$

$$S = \frac{1}{2}(6 \times 8) = 24$$

پس مساحت آن برابر است با:

۸۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر دو قطر چهارضلعی برابر باشند لزومی ندارد که متوازی‌الاضلاع باشد.

۸۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در چند ضلعی هر پاره‌خط دقیقاً دو پاره‌خط دیگر را در نقاط انتهایی خود قطع می‌کند.

۸۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{h_b}{h_a} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{h_a}{h_b} = \frac{5}{3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{h_a}{h_a + h_b} = \frac{5}{5 + 3} = \frac{5}{8} \\ \frac{h_a - h_b}{h_b} = \frac{5 - 3}{3} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

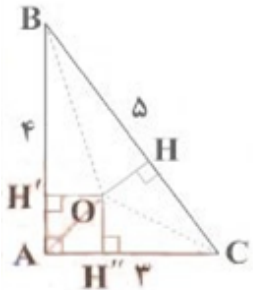
قضیه فیثاغورس $\xrightarrow{\quad}$ $(x+1)^2 = (x-1)^2 + x^2$

اضلاع مثلث: $x-1, x, x+1$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 - 2x + 1 + x^2 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \text{ (غ ق)} \\ x=2 \end{cases}$$

\Rightarrow اضلاع مثلث: ۳, ۴, ۵

از نقطه‌ی O به رأس A وصل می‌کنیم، چون O محل هم‌رسی نیم‌سازها است، لذا $OH = OH' - OH''$ و در نتیجه داریم:



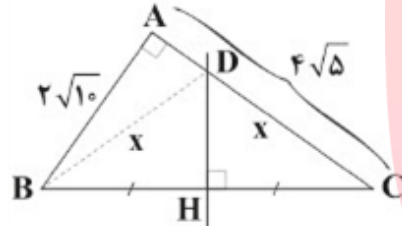
$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OAC} + S_{\triangle OBC}$$

$$\frac{3 \times 4}{2} = \frac{OH' \times 4}{2} + \frac{OH'' \times 3}{2} + \frac{OH \times 5}{2}$$

$$\Rightarrow 6 = 2x + \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}x \Rightarrow 6 = 6x \Rightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow S_{\triangle OBC} = \frac{1 \times 5}{2} = \frac{5}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. D روی عمود منصف ضلع BC قرار دارد، بنابراین:



$$BD = CD = x \Rightarrow AD = 4\sqrt{5} - x$$

$$\triangle ABD \text{ در فیثاغورس: } x^2 = (4\sqrt{5} - x)^2 + (2\sqrt{10})^2$$

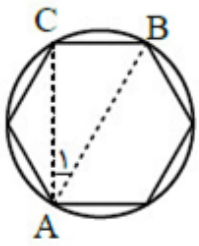
$$\Rightarrow x^2 = (4\sqrt{5})^2 + x^2 - 2(4\sqrt{5})x + 40 \Rightarrow 2(4\sqrt{5})x = 80 + 40$$

$$\Rightarrow x = \frac{120}{8\sqrt{5}} = \frac{15}{\sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$$

$$DA + DC + DB = (4\sqrt{5} - x) + x + x = 4\sqrt{5} + x = 4\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$$

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir



$$\hat{A}_1 = \frac{360^\circ}{2 \times 6} = 30^\circ$$

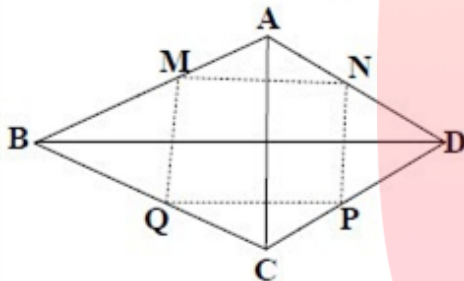
$$\hat{ACB} = \frac{3 \times 60^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$AB = 2BC = 8$$

در نتیجه:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مجموع زوایای داخلی n ضلعی محدب همواره مضربی از 180° است. بنابراین اختلاف مجموع زوایای داخلی دو چند ضلعی محدب متفاوت نیز مضربی از 180° است. ۸۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از محاط بودن چهارضلعی در دایره نتیجه می‌شود چهارضلعی محدب است. ۸۸



$$\left. \begin{array}{l} \text{AB وسط M} \\ \text{AD وسط N} \end{array} \right\} \Rightarrow MN = \frac{BD}{2}, MN \parallel BD$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{CD وسط P} \\ \text{BC وسط Q} \end{array} \right\} \Rightarrow PQ = \frac{BD}{2}, PQ \parallel BD$$

$$NP = \frac{AC}{2}, NP \parallel AC, \quad MQ = \frac{AC}{2}, MQ \parallel AC$$

در نتیجه:

بنابراین چهارضلعی MNPQ متوازی‌الاضلاع است.

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 \\ a^2 = \frac{5}{2}bc \end{cases} \Rightarrow b^2 + c^2 = \frac{5}{2}bc \Rightarrow b^2 - \frac{5}{2}bc + c^2 = 0$$

$$b = \frac{\frac{5}{2}c \pm \sqrt{\frac{25}{4}c^2 - 4c^2}}{2} = \frac{\frac{5}{2}c \pm \frac{3}{2}c}{2} = \begin{cases} \frac{1}{2}c \\ 2c \end{cases}$$

بنابراین:

$$c < b \Rightarrow b = 2c \quad \text{قابل قبول}$$

$$\operatorname{tg} \hat{c} = \frac{c}{b} = \frac{c}{2c} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۰

مجموع زوایای داخلی پنج ضلعی = $(5 - 2)180^\circ = 540^\circ$
 مجموع زوایای داخلی n ضلعی = $(n - 2)180^\circ$
 $3x + 5x + 7x + 7x + 8x = 540^\circ \Rightarrow 30x = 540^\circ \Rightarrow x = 18^\circ$
 کوچک‌ترین زاویه داخلی = $3 \times 18^\circ = 54^\circ$
 بزرگ‌ترین زاویه خارجی = $180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$

$$AD^2 = DM^2 - 25 \Rightarrow 2AD^2 = DM^2 + MC^2 - 194$$

$$AD^2 = BC^2 = MC^2 - 169$$

$$DC^2 = DM^2 + MC^2 = AB^2 = 18^2 = 324$$

$$2AD^2 = 324 - 194 = 130 \Rightarrow AD^2 = 65 \Rightarrow AD = \sqrt{65}$$

در نتیجه:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرض: تعداد قطرهای n ضلعی برابر k باشد، یعنی $\frac{n(n-3)}{2} = k$ ۹۲

در این صورت: $90 = \frac{m(m-3)}{2} = 2\left(\frac{n(n-3)}{2}\right) + 2$

$$n(n-3) + 2 = 90 \Rightarrow n^2 - 3n - 88 = 0 \Rightarrow (n-11)(n+8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -8 & \text{غیر قابل قبول} \\ n = 11 & \text{قابل قبول} \end{cases}$$

$$m^2 - 3m - 180 = 0 \Rightarrow (m-15)(m+12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 15 & \text{قابل قبول} \\ m = -12 & \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

$$\text{مجموع زوایای داخلی ۱۵ ضلعی منتظم} = (2 \times 15 - 4) \times 90 = 26 \times 90 = 2340^\circ$$

$$\text{مجموع زوایای داخلی ۱۱ ضلعی منتظم} = (2 \times 11 - 4) \times 90 = 18 \times 90 = 1620^\circ$$

$$2340^\circ - 1620^\circ = 720^\circ$$

در نتیجه:

۹۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر D نقطه‌ای داخل مثلث متساوی‌الاضلاع ABC باشد، آن‌گاه:

$$DM + DN + DH = AH$$

$$DM + DN = AH - DH = \frac{1}{5}AH = AD$$

بنابراین:

$$\frac{AD + DM + DN}{DH} = \frac{2\left(\frac{1}{5}AH\right)}{\frac{4}{5}AH} = \frac{1}{2}$$

در نتیجه:

۹۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{n(n-3)}{2} + n = 136 \Rightarrow \frac{n^2 - 3n + 2n}{2} = 136 \Rightarrow n^2 - n - 272 = 0$$

$$(n-17)(n+16) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -16 & \text{غیر قابل قبول} \\ n = 17 & \text{قابل قبول} \end{cases}$$

$$(2n-4) \times 90^\circ = (2 \times 17 - 4) \times 90^\circ = 30 \times 90^\circ = 2700^\circ$$

۹۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از هر رأس $n-3$ قطر می‌توان رسم کرد.

هر رأس غیرمجاور با رأس موردنظر دارای یک قطر مشترک است. بنابراین از هر رأس غیرمجاور $n-4$ قطر می‌توان رسم کرد.

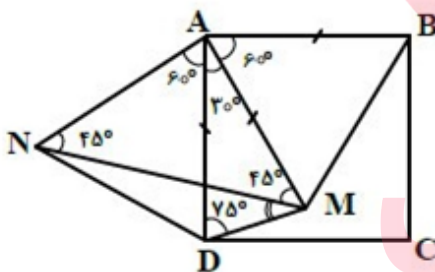
$$n-3 + n-4 = 2n-7 = 29 \Rightarrow 2n = 36 \Rightarrow n = 18$$

در نتیجه:

$$\text{اندازه زاویه خارجی} = \frac{360}{n} = \frac{360}{18} = 20^\circ$$

۹۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\widehat{MAB} = 60^\circ$$

$$\widehat{DAM} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$AB = AM = AD \Rightarrow \widehat{ADM} \text{ متساوی الساقین}$$

$$\Rightarrow \widehat{ADM} = \widehat{AMD} \Rightarrow 2\widehat{ADM} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AMD} = 75^\circ$$

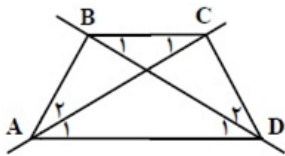
$$\widehat{NAM} = 90^\circ, AN = AM \Rightarrow \widehat{NAM} \text{ متساوی الساقین}$$

$$\widehat{ANM} = \widehat{AMN} = 90^\circ \div 2 = 45^\circ$$

$$\widehat{DMN} = \widehat{AMD} - \widehat{AMN} = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$$

در نتیجه:

بنابراین:



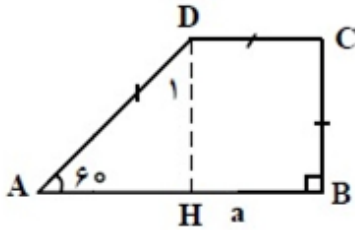
$AD > BC \Rightarrow \text{محيط} = 3BC + AD > 4BC$

گزینه 4 پاسخ صحیح است.

$$B \parallel AD \Rightarrow \begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 = \hat{A}_2 = \hat{C}_2 \Rightarrow AB = BC \\ \hat{D}_1 = \hat{B}_1 = \hat{D}_2 = \hat{B}_2 \Rightarrow BC = CD \end{cases} \Rightarrow AD > BC \Rightarrow \text{محيط} = 3BC + AD > 4BC$$

$$\hat{D}_1 = \hat{B}_1 = \hat{D}_2 = \hat{B}_2 \Rightarrow BC = CD$$

گزینه 2 پاسخ صحیح است.



$$\hat{D}_1 = 30^\circ \Rightarrow AH = \frac{AD}{2}$$

$$DH = \sqrt{3} AD$$

$$a = \left(\frac{1}{2} + \sqrt{3}\right) AD \Rightarrow AD = \frac{2a}{1 + 2\sqrt{3}}$$

$$P = DC + BC + AD + AB = \left(2\sqrt{3} + \frac{3}{2}\right) AD = \frac{(6\sqrt{3} + 3)}{2} \times \frac{2a}{1 + 2\sqrt{3}} = 3a$$

گزینه 3 پاسخ صحیح است.

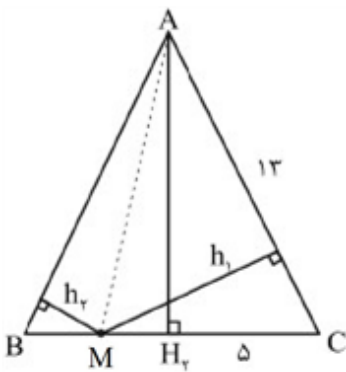
تعداد قطرهای n ضلعی $= \frac{n(n-3)}{2} = 2n$

$n - 3 = 4 \Rightarrow n = 7$

مجموع زوایای n ضلعی $= (n - 2) \times 180 = 5 \times 180$

اندازه هر زاویه 7 ضلعی منتظم $= \frac{5 \times 180}{7} = 128.5$

گزینه 4 پاسخ صحیح است. ABC متساوی الساقین، پس H وسط BC است.



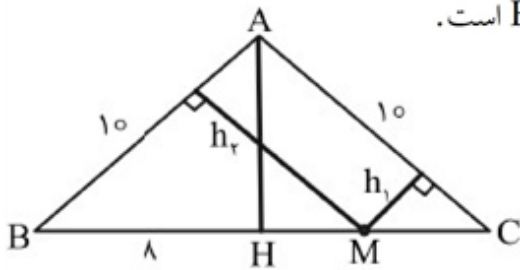
$$\Delta AHC: AH \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 12 \times 10 = 60$$

$$S_{ABC} = S_{AMC} + S_{AMB} \Rightarrow 60 = \frac{13}{2} h_1 + \frac{13}{2} h_2$$

$$\Rightarrow h_1 + h_2 = \frac{120}{13} \approx 9.2$$

www.my-dars.ir

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ABC متساوی الساقین، پس H وسط BC است. (۱۰۱)



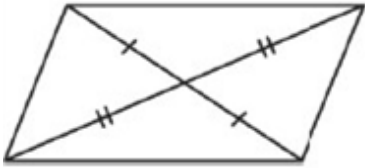
$$ABH: AH = \sqrt{10^2 - 4^2} = 6$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$

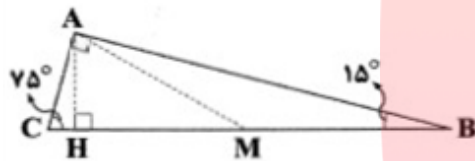
$$S_{ABC} = S_{AMC} + S_{AMB} \Rightarrow 24 = 4h_1 + 4h_2$$

$$\Rightarrow h_1 + h_2 = 6$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در هر متوازی الاضلاع، قطرها همدیگر را نصف می‌کند و مثال نقض گزینه ۴ شکل زیر است. (۱۰۲)



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۰۳)



$$\text{میانۀ } AM = \frac{1}{2}BC = \frac{12}{2} = 6$$

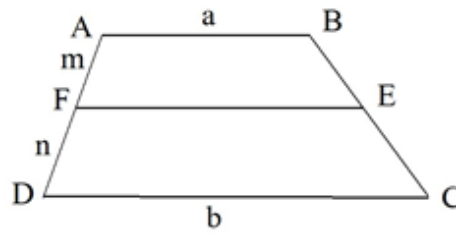
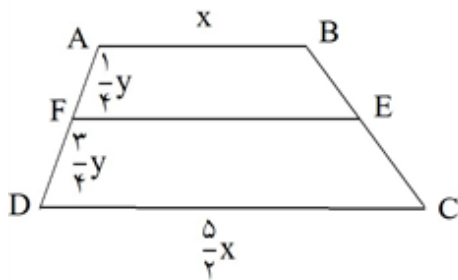
$$\hat{B} = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ \Rightarrow AH = \frac{1}{2}BC = \frac{12}{2} = 6$$

$$\triangle AHM: MH^2 = AM^2 - AH^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27 \Rightarrow MH = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

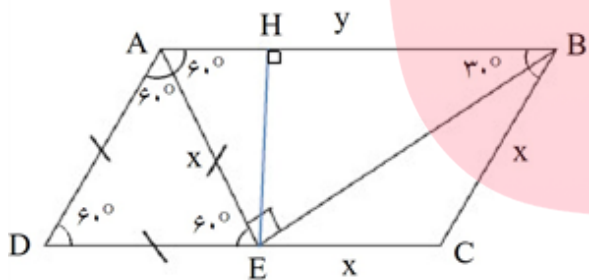
www.my-dars.ir



$$EF = \frac{na + mb}{m + n}$$

$$EF = \frac{\frac{3}{4}xy + \frac{5}{8}xy}{y} = \frac{11}{8}x$$

$$\frac{EF}{CD} = \frac{\frac{11}{8}x}{\frac{5}{2}x} = \frac{11 \times 2}{5 \times 8} = \frac{11}{20}$$



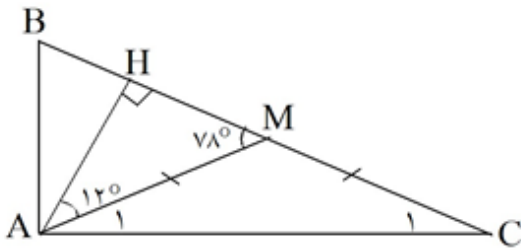
$$\cos 60^\circ = \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = y$$

$$x + y = 6\sqrt{3} \Rightarrow 3x = 6\sqrt{3} \Rightarrow x = 2\sqrt{3}$$

$$y = 4\sqrt{3}$$

$$\text{ارتفاع : } EH = \sin 60^\circ \times x = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 3$$

$$\text{متوازی الاضلاع} = EH \times y = 3 \times 4\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. میانه‌ی وارد بر وتر، نصف وتر است: (۱۰۶)

$$AM = \frac{1}{2}BC = MC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1$$

$$\hat{MAH} = 12^\circ \Rightarrow \hat{AMH} = 90 - 12 = 78^\circ$$

$$\hat{AMH} = \hat{A}_1 + \hat{C}_1 = 2\hat{C}_1 = 78^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 39^\circ$$

*نکته: در مثلث قائم‌الزاویه، بین ارتفاع و میانه وارد بر وتر برابر تفاضل دو زاویه حاده مثلث است. $(\hat{MAH} = \hat{B} - \hat{C})$.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۰۷)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۰۸)

$$\triangle ABO : \hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{O} = 180^\circ$$

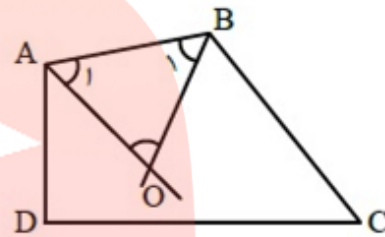
$$\hat{O} = 180^\circ - (\hat{A}_1 + \hat{B}_1) = 180^\circ - \left(\frac{\hat{A} + \hat{B}}{2}\right)$$

$$\hat{O} = \frac{360^\circ - (\hat{A} + \hat{B})}{2}$$

ABCD چهارضلعی: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$
 $\hat{A} + \hat{B} = 360^\circ - (\hat{C} + \hat{D})$

$$\hat{O} = \frac{360^\circ - [360^\circ - (\hat{C} + \hat{D})]}{2}$$

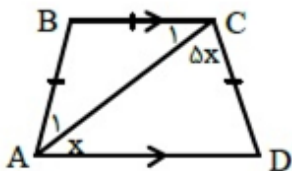
$$\hat{O} = \frac{\hat{C} + \hat{D}}{2}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنیم $\hat{CAD} = x$. در نتیجه داریم: $\hat{ACD} = 5x$ (۱۰۹)

$$BC \parallel AD \Rightarrow \hat{C}_1 \Rightarrow \hat{C} = 6x = x$$

$$BC = BA \Rightarrow \hat{A}_1 = x \Rightarrow \hat{A} = 2x$$



در دوزنقه متساوی‌الساقین زوایای روبه‌رو مکمل هستند:
 $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 2x + 6x = 180^\circ \Rightarrow 8x = 180^\circ \Rightarrow x = \frac{180}{8} = 45$

www.my-dars.ir

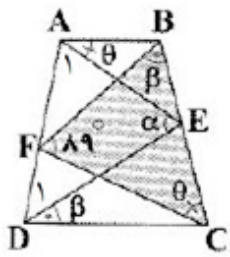
$$\left. \begin{aligned} \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ &\Rightarrow AB \parallel CD \\ AB = CD &\end{aligned} \right\} \Rightarrow ABCD \text{ متوازی الاضلاع}$$

(چهارضلعی که دو ضلع مقابل آن هم‌اندازه و موازی باشند، متوازی‌الاضلاع است.)
می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع، اضلاع روبه‌رو هم‌اندازه‌اند. در نتیجه داریم:

$$BC = AD$$

$$AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = 2(5^2 + BC^2) = 442 \Rightarrow BC^2 = 196 \Rightarrow BC = 14$$

$$ABCD \text{ محیط } 2(AB + BC) = 2(5 + 14) = 38$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در مثلث BFC می‌توان گفت: (۱۱۱)

$$\beta + \theta + 89^\circ = 180^\circ \Rightarrow \beta + \theta = 91^\circ$$

حال در مثلث AED داریم:

$$A_1 + \alpha + D_1 = 180^\circ \quad (1)$$

در ذوزنقه‌ی ABCD می‌توان نوشت:

$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{D}_1 + \beta + \theta = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{D}_1 + 91^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{D}_1 = 89^\circ$$

اکنون با جایگذاری $A_1 + D_1 = 89^\circ$ در رابطه‌ی ۱ مقدار α به دست می‌آید:

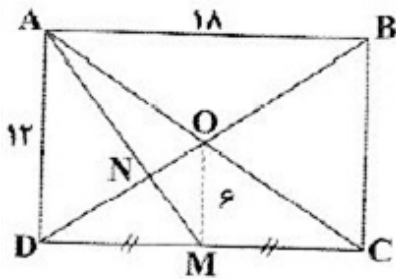
$$\hat{A}_1 + \alpha + \hat{D}_1 = 180^\circ \xrightarrow{\hat{A}_1 + \hat{D}_1 = 89^\circ} 89^\circ + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 91^\circ$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بنا به قضیه فیثاغورس داریم: (۱۱۲)



$$BD^2 = AD^2 + AB^2 = 12^2 + 18^2 = 468 = 36 \times 13$$

$$\Rightarrow BD = \sqrt{36 \times 13} = 6\sqrt{13} \Rightarrow OD = 3\sqrt{13}$$

$$OM = \frac{12}{2} = 6$$

از طرفی داریم:

در مثلث ADC، نقطه N محل تلاقی میانه‌های مثلث است، در نتیجه:

$$ON = \frac{1}{3}OD = \frac{1}{3} \times 3\sqrt{13} = \sqrt{13}$$

$$NM = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3}\sqrt{12^2 + 9^2} = \frac{1}{3}\sqrt{225} = \frac{1}{3} \times 15 = 5 \Rightarrow \text{محیط مثلث ONM} = 6 + \sqrt{13} + 5$$

$$= 11 + \sqrt{13}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۱۳)

$$h_a + h_b = h_c \quad (*)$$

$$h_a \times 2 = h_b \times 3 = h_c \times c \Rightarrow \begin{cases} h_a = \frac{c}{2}h_c \\ h_b = \frac{c}{3}h_c \end{cases} \xrightarrow{(*)} \frac{c}{2}h_c + \frac{c}{3}h_c = h_c$$

$$\Rightarrow \frac{5}{6}ch_c = h_c \Rightarrow c = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

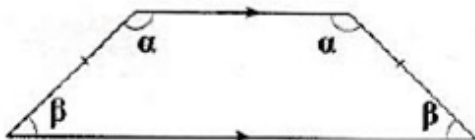
$$\text{محیط} = 2 + 3 + 1\frac{1}{5} = 6\frac{1}{5}$$

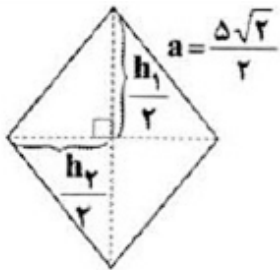
مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دوزنقه متساوی الساقین، دو جفت زاویه‌ی مساوی دارد اما متوازی الاضلاع نیست. (۱۱۴)





$$S = \frac{h_1 \times h_2}{2} = 10 \Rightarrow h_1 h_2 = 20$$

$$\left(\frac{h_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{h_2}{2}\right)^2 = \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

از طرفی داریم:

$$\Rightarrow \frac{h_1^2 + h_2^2}{4} = \frac{50}{4} \Rightarrow h_1^2 + h_2^2 = 50$$

بنابراین داریم:

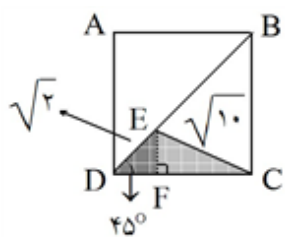
$$\left(\frac{20}{h_2}\right)^2 + h_2^2 = 50 \Rightarrow \frac{400}{h_2^2} + h_2^2 = 50 \xrightarrow{\times h_2^2} 400 + h_2^4 - 50h_2^2 \xrightarrow{h_2^2 = t}$$

$$t^2 - 50t + 400 = 0 \Rightarrow (t - 10)(t - 40) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 10 \Rightarrow h_2^2 = 10 \Rightarrow h_2 = \sqrt{10} \Rightarrow h_1 = \frac{20}{\sqrt{10}} = 2\sqrt{10} \\ t = 40 \Rightarrow h_2^2 = 40 \Rightarrow h_2 = \sqrt{40} \Rightarrow h_1 = \frac{20}{\sqrt{40}} = \sqrt{10} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{h_1 > h_2} \frac{h_1}{h_2} = \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مجموع فواصل هر نقطه روی قاعده‌ی مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق، برابر با ارتفاع وارد بر ساق‌هاست که در این جا طول ارتفاع وارد بر ساق‌ها برابر با ۱۰ می‌باشد. (۱۱۶)



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از E بر DC عمود می‌کنیم. مثلث DFE قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین است. پس داریم: (۱۱۷)

$$DE^2 = EF^2 + DF^2 \xrightarrow{EF = DF} 2 = 2EF^2 \Rightarrow EF = 1$$

حال در مثلث قائم‌الزاویه‌ی EFC داریم: www.my-dars.ir

$$EC^2 = EF^2 + FC^2 \Rightarrow 10 = 1 + FC^2$$

$$\Rightarrow FC^2 = 9 \Rightarrow FC = 3$$

بنابراین طول ضلع مربع برابر است با:

$$DC = DF + FC = 1 + 3 = 4$$

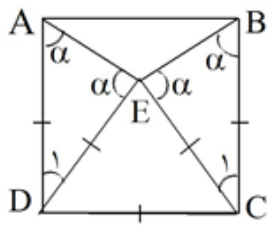
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. لوزی چهار ضلع برابر و مثلث متساوی الاضلاع سه ضلع برابر دارد. بنابراین مثلث‌های ADE و ECB متساوی الساقین می‌شوند و زاویه‌ها به صورت شکل مقابل درمی‌آیند. می‌دانیم مجموع زوایای مجاور در لوزی برابر ۱۸۰° است، پس:

$$\hat{D}_1 = 180 - 2\alpha, \hat{C}_1 = 180 - 2\beta$$

$$\hat{D} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 180^\circ - 2\alpha + 60^\circ + 180^\circ - 2\beta + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\alpha + 2\beta = 300^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 150^\circ$$

حال در نقطه‌ی E داریم:



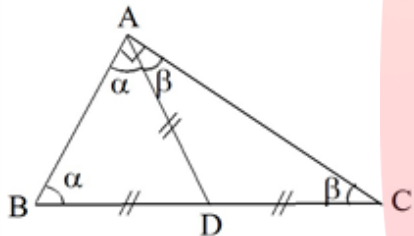
$$\alpha + 60^\circ + \beta + \hat{BEA} = 360^\circ \Rightarrow 150^\circ + 60^\circ + \hat{BEA} = 360^\circ \Rightarrow \hat{BEA} = 150^\circ$$

*چون در این تست اشاره به نوع خاص لوزی نکرده است، می‌توان آنرا مربع گرفت و تست را راحت‌تر حل کرد:

$$\hat{D}_1 = 90 - 60 = 30^\circ = \hat{C}_1 \Rightarrow 2\alpha = 150^\circ \Rightarrow \alpha = 75^\circ$$

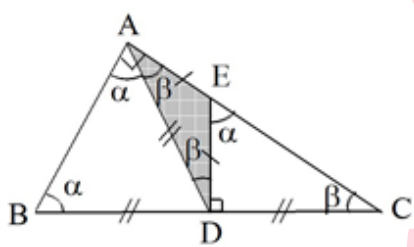
$$\hat{AEB} = 360^\circ - 2(75) - 60 = 150^\circ$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث ABC، AD میانه‌ی وارد بر وتر است. با فرض $\hat{C} = \beta$ داریم:



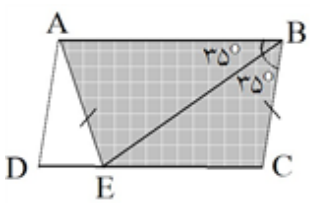
$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

حال DE را به شکل برمی‌گردانیم. در مثلث متساوی الساقین AED، α زاویه‌ی خارجی است، پس $\alpha = 2\beta$ می‌باشد. از طرفی $\alpha + \beta = 90^\circ$ است، بنابراین داریم:



$$\begin{cases} \alpha + \beta = 90^\circ \\ \alpha = 2\beta \end{cases} \Rightarrow 3\beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

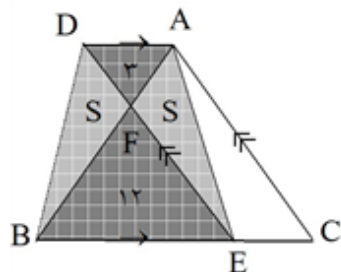
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



از آنجایی که BE نیمساز و $\hat{ABE} = 35^\circ$ ، پس $\hat{B} = 70^\circ$ می‌باشد. چهارضلعی ABCE دوزنقه‌ی متساوی الساقین است، پس $\hat{EAB} = 70^\circ$.

۱۲۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



از D به B وصل می‌کنیم. چهارضلعی DAEB دوزنقه است، چون $AD \parallel BC$ می‌باشد. می‌دانیم در دوزنقه حاصل ضرب بال‌های پروانه‌ای متکی بر ساق‌ها با حاصل ضرب بال‌های پروانه‌ای اسیر بین دو قاعده برابرند. در ضمن بال‌های پروانه‌ای متکی بر ساق‌ها با هم نیز برابر است. بنابراین داریم:

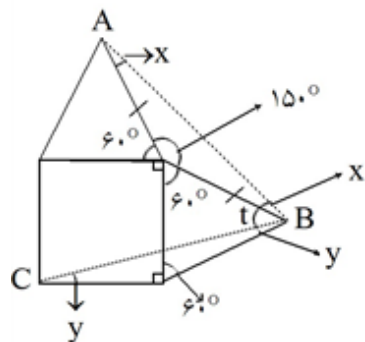
$$S \times S = 3 \times 12 \Rightarrow S = 6$$

چهارضلعی DACE متوازی‌الاضلاع است، زیرا اضلاع روبه‌رو دوجه‌دو موازی‌اند. بنابراین قطر AE، آنرا به دو مثلث هم‌مساحت تبدیل می‌کند، پس:

$$S_{DAE} = S_{AEC} \Rightarrow 3 + 6 = S_{AEC} \Rightarrow S_{AEC} = 9$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

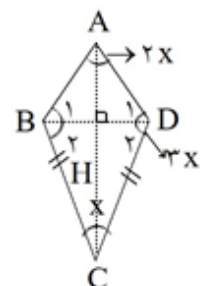
۱۲۲



$$\begin{aligned} 2x &= 180^\circ - 150^\circ \Rightarrow x = 15^\circ \\ 2y &= 180^\circ - 150^\circ \Rightarrow y = 15^\circ \\ t &= 60^\circ - y = 45^\circ \\ \Rightarrow \hat{A}BC &= x + t = 15^\circ + 45^\circ = 60^\circ \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱۲۳



$$\begin{cases} AB = AD \Rightarrow \triangle ABD \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow AH \text{ عمود منصف} \\ CB = CD \Rightarrow \triangle BCD \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow CH \text{ عمود منصف} \end{cases}$$

یعنی AH و CH در امتداد یک‌دیگرند و قطر AC را می‌سازند و در نتیجه قطر AC بر قطر BD عمود است و داریم:

$$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 = \hat{D}_1 + \hat{D}_2 \Rightarrow \hat{B} = \hat{D} = 3x$$

$$2x + x + 3x + 3x = 360^\circ \Rightarrow 9x = 360^\circ \Rightarrow x = 40^\circ \Rightarrow \hat{B} = 3 \times 40^\circ = 120^\circ$$

بنابراین داریم:

www.my-dars.ir

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. همه‌ی روابط به غیر از گزینه‌ی ۱ صحیح است. تساوی درست این گزینه به شکل

$$c^2 = xa \text{ می‌باشد.}$$

۱۲۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اولاً داریم:

$$a \times h_a = b \times h_b = c \times h_c$$

به علاوه همواره کوتاه‌ترین ارتفاع بر بلندترین ضلع وارد می‌شود، بنابراین:

$$18 \times 2\sqrt{14} = 15h_b = 9h_c \Rightarrow \begin{cases} h_b = \frac{18^2 \times 2\sqrt{14}}{15} = \frac{12\sqrt{14}}{5} = 2/4\sqrt{14} \\ h_c = \frac{18^2 \times 2\sqrt{14}}{9} = 4\sqrt{14} \end{cases}$$

$$\Rightarrow h_b + h_c = 6/4\sqrt{14}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته ۱: در مثلث قائم‌الزاویه، محل تلاقی سه ارتفاع، رأس قائمه و محل تلاقی سه عمودمنصف، وسط وتر است.

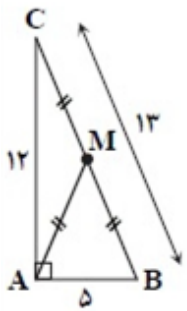
نکته ۲: در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است.

اعداد ۵، ۱۲ و ۱۳ فیثاغورسی هستند، زیرا $13^2 = 12^2 + 5^2$. بنابراین مثلث موردنظر قائم‌الزاویه است.

با توجه به نکته ۱، باید طول AM را به دست بیاوریم.

AM میانه وارد بر وتر BC است، پس با توجه به نکته ۲ داریم:

$$AM = \frac{BC}{2} = \frac{13}{2} = 6/5$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: از هر رأس یک ضلعی محدب، $n - 3$ قطر می‌گذرد.

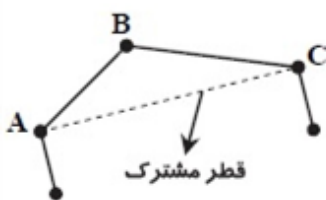
با توجه به نکته بالا، از هر رأس یک ۱۰ ضلعی محدب ۷ قطر عبور می‌کند.

از این $21 = 3 \times 7$ قطر، یک قطر بین رأس اول و سوم مشترک است،

پس از سه رأس مجاور این ۱۰ ضلعی محدب ۲۰ قطر می‌گذرد.

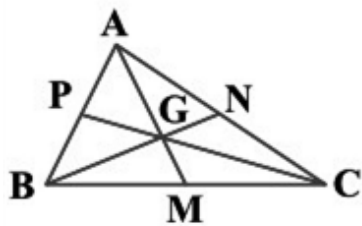
بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

تذکر: از هر سه رأس متوالی یک n ضلعی محدب، $1 - 3(n - 3)$ قطر می‌گذرد.



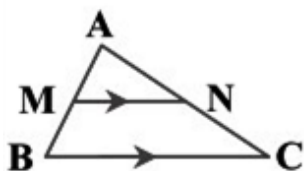
مای داریس
www.my-daris.ir

نکته: در مثلث ABC اگر میانه‌های AM، BN و CP یکدیگر را در نقطه G قطع کنند، آن‌گاه:



$$\frac{G}{AM} = \frac{GN}{BN} = \frac{GP}{CP} = \frac{1}{3}$$

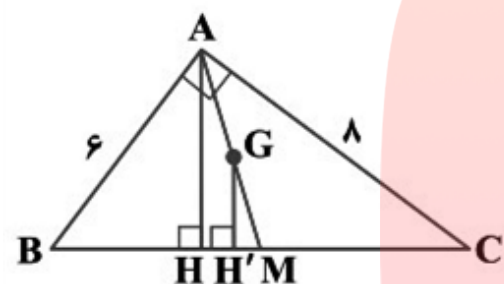
نکته (تعمیم قضیه تالس): در مثلث ABC اگر $MN \parallel BC$ ، آن‌گاه:



$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

ابتدا با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{36 + 64} = 10$$



$$\begin{cases} GH' \perp BC \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow GH' \parallel AH \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{GH'}{AH} = \frac{GM}{AM}$$

چون G محل برخورد میانه‌هاست، داریم: $\frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}$ پس:

$$\frac{GH'}{AH} = \frac{1}{3} \Rightarrow GH' = \frac{1}{3} AH$$

اکنون به کمک روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AB \times AC = AH \times BC \Rightarrow 6 \times 8 = AH \times 10 \Rightarrow AH = \frac{4}{5}$$

$$GH' = \frac{1}{3} \left(\frac{4}{5} \right) = \frac{1}{6}$$

با جای گذاری در (*) داریم:

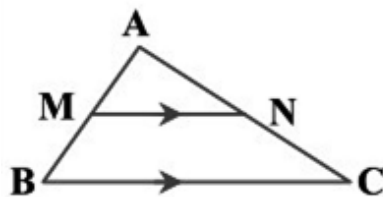
مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

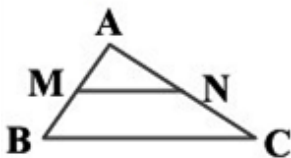
گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته (تعمیم قضیه تالس): در مثلث ABC اگر $MN \parallel BC$. آنگاه:



$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

نکته (عکس قضیه تالس): در مثلث ABC، اگر پاره خط MN روی اضلاع AB و AC پاره خطهای متناسب ایجاد کند

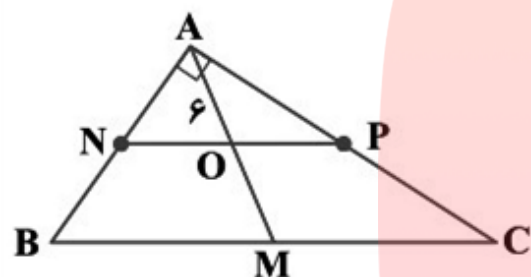


کند $\left(\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}\right)$ ، آنگاه: $MN \parallel BC$

نکته: در مثلث قائم الزاویه، میانه وارد وتر، نصف وتر است. طبق فرض، N و P وسطهای AB و AC هستند. پس:

$$\frac{AN}{AB} = \frac{AP}{AC} = \frac{1}{2} \quad (*)$$

بنابراین از عکس قضیه تالس نتیجه می‌گیریم $NP \parallel BC$. پس $OP \parallel MC$ در نتیجه با استفاده از تعمیم قضیه تالس در $\triangle AMC$ داریم:



$$\frac{AO}{AM} = \frac{AP}{AC} \stackrel{(*)}{=} \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad AO = 6 \quad \rightarrow \quad \frac{6}{AM} = \frac{1}{2} \Rightarrow AM = 12$$

بنابراین طول میانه وارد بر وتر BC برابر ۱۲ است. پس طول وتر برابر است با: $BC = 2AM = 24$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: مربع، لوزی‌ای است که اقطارش مساوی‌اند. با توجه به نکته بالا، گزینه ۱ پاسخ است. برای سایر گزینه‌ها مثال نقض ارائه می‌کنیم. مثال نقض گزینه‌های ۲ و ۳: لوزی



مثال نقض گزینه ۴: دوزنقه قائم الزاویه

گروه آموزشی عصر

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: در یک n ضلعی محدب، از هر رأس ۳-n قطر می‌گذرد.

نکته: تعداد کل قطرهای یک n ضلعی محدب برابر $\frac{n(n-3)}{2}$ است.

طبق فرض تعداد قطرها و تعداد اضلاع برابر است، پس:

$$\frac{n(n-3)}{2} = n \quad \xrightarrow{\div n \neq 0} \quad \frac{n-3}{2} = 1 \Rightarrow n-3 = 2 \Rightarrow n = 5$$

بنابراین از هر رأس ۲ = ۵ - ۳ قطر می‌گذرد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بزرگ‌ترین ارتفاع همان ضلع AC می‌باشد.

$$AH^2 = BH \cdot CH \Rightarrow (x + 2)^2 = x(x + 6)$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 = x^2 + 6x \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$AC^2 = CH \cdot BC = 8 \times 10 = 80 \Rightarrow AC = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$



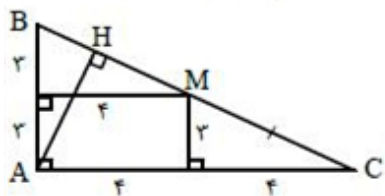
مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱۳۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $M \Rightarrow AB = 6, AC = 8$ محل برخورد عمود منصف‌ها



$$\left. \begin{aligned} AM^2 &= 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow AM = 5 \\ AM &= \frac{1}{2}BC \end{aligned} \right\} \Rightarrow BC = 10$$

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH \times 10 = 6 \times 8 \Rightarrow AH = 4/8$$

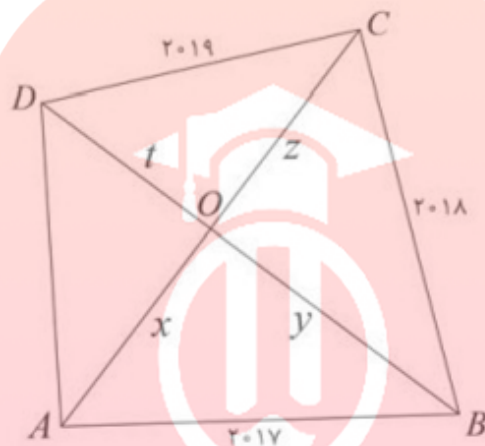
۱۳۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون قطرها بر هم عمودند، می‌توانیم بنویسیم

$$x^2 + y^2 = 2 \cdot 17^2$$

$$y^2 + z^2 = 2 \cdot 18^2$$

$$z^2 + t^2 = 2 \cdot 19^2$$



به این ترتیب

$$\begin{aligned} AD^2 &= x^2 + t^2 = x^2 + y^2 + z^2 + t^2 - (y^2 + z^2) \\ &= 2 \cdot 17^2 + 2 \cdot 19^2 - 2 \cdot 18^2 \\ &= 2 \cdot 17^2 + 2 \cdot 19^2 + 2 \cdot 18^2 \\ &= 2 \cdot 17^2 + 2 \times 2 \cdot 17 + 2 \\ &= (2 \cdot 17 + 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

مای دارس

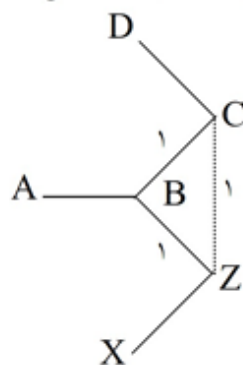
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱۳۶

گزینه ۵ پاسخ صحیح است. امکان ندارد که یک چهارضلعی محدب، هیچ زاویه‌ی تندی نداشته باشد. چون در آن صورت مجموع زاویه‌هایش از $360 = 4 \times 90$ بیش‌تر خواهد شد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در شکل زیر، بخشی از دو چند ضلعی را رسم کرده‌ایم. (۱۳۷)



مثلاً BCZ متساوی‌الاضلاع است. پس $\widehat{ZBC} = 60^\circ$ از طرف دیگر $\widehat{ABC} = \frac{(15-2)180}{15} = 156^\circ$ بنابراین:

$$\widehat{ABZ} = 360^\circ - (\widehat{ZBC} + \widehat{ABC}) = 360^\circ - (60^\circ + 156^\circ) = 144^\circ$$

$$\text{هر زاویه داخلی } n \text{ ضلعی منتظم} = \frac{(n-2)180}{n} = 144^\circ \Rightarrow 144n = 180n - 360^\circ \Rightarrow n = 10$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در شکل زیر داریم: (۱۳۸)

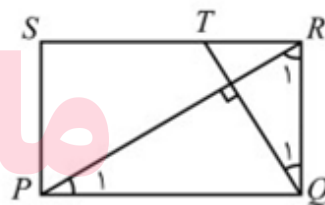
$$\widehat{Q_1} + \widehat{R_1} = \widehat{P_1} + \widehat{R_1} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle P_1 = \angle Q_1$$

$$\Rightarrow P\hat{Q}R \sim Q\hat{R}T \Rightarrow \frac{PQ}{QR} = \frac{QR}{RT} = \frac{QR}{\frac{1}{2}PQ}$$

$$\Rightarrow QR^2 = \frac{1}{2}PQ^2 \Rightarrow 2QR^2 = PQ^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}QR = PQ \Rightarrow \frac{PQ}{QR} = \sqrt{2}$$



www.my-dars.ir

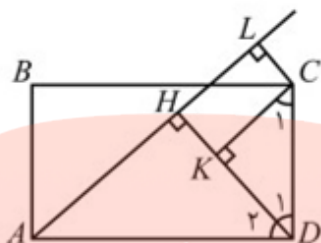
۱۳۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از C بر پاره خط HD عمود می‌کنیم. در شکل زیر، KCMH مستطیل است. پس $HK = ۲\text{ cm}$ بنابراین $KD = ۴\text{ cm}$. داریم:

$$\hat{C}_1 + \hat{D}_1 = 90^\circ, \hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 90^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{D}_2$$

$$\Rightarrow \triangle AHD \sim \triangle DCK \Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{HA}{KD} = ۲$$

$$\Rightarrow ۲ = \frac{HA}{۴} \Rightarrow HA = ۸\text{ cm}$$



$$AD = \sqrt{AH^2 + HD^2} = \sqrt{۶۴ + ۳۶} = ۱۰\text{ cm}$$

بنابراین:

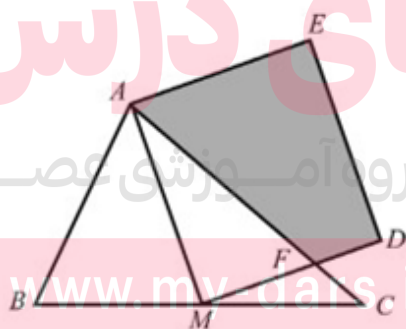
۱۴۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به قضیه فیثاغورس، مثلث ABC قائم‌الزاویه است. در مثلث‌های قائم‌الزاویه، طول میانه برابر نصف طول وتر است، پس $AM = ۵$. از طرفی $AM = MC$. پس $\angle MAC = \angle ACM$. بنابراین دو مثلث قائم‌الزاویه ABC و AMF متشابه‌اند. پس داریم

$$\frac{MF}{AB} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow \frac{MF}{۶} = \frac{۵}{۸} \Rightarrow MF = \frac{۱۵}{۴}$$

پس

$$S_{AEDF} = S_{AEDM} - S_{AFM} = ۲۵ - \frac{۱}{۲} \times \frac{۱۵}{۴} \times ۵ = \frac{۱۲۵}{۸}$$



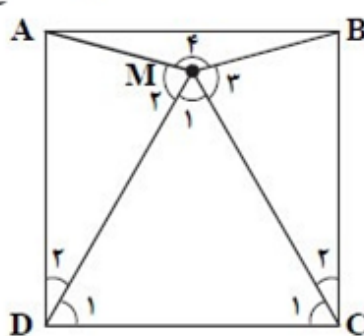
۱۴۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: مربع یک چهارضلعی است که هر چهارضلع آن هم اندازه و هر چهار زاویه آن قائمه است.
نکته: در مثلث متساوی الساقین زاویه های مجاور به ساق با هم برابرند.

$$\triangle MCD \Rightarrow \begin{cases} \hat{M}_1 = \hat{C}_1 = \hat{D}_1 = 60^\circ \Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{D}_2 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \\ MC = MD = CD \xrightarrow{CD = AD = BC} MD = AD \text{ و } MC = BC \end{cases}$$

متساوی الاضلاع



بنابراین $\triangle BMC$ و $\triangle AMD$ متساوی الساقین اند و داریم:

$$\hat{M}_2 = \hat{M}_3 = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$$

بنابراین: $\hat{AMD} = 75^\circ$
پس:

$$\begin{aligned} \hat{AMB} &= 360^\circ - (\hat{M}_1 + \hat{M}_2 + \hat{M}_3) \\ &= 360^\circ - (60^\circ + 75^\circ + 75^\circ) = 150^\circ \end{aligned}$$

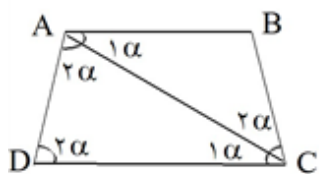
$$\frac{\hat{AMD}}{\hat{AMB}} = \frac{75^\circ}{150^\circ} = \frac{1}{2} \text{ در نتیجه:}$$

۱۴۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فقط قسمت «پ» تعریف درستی برای مربع نیست. زیرا در هر مستطیلی قطرها با هم برابرند و هر مستطیلی مربع نیست.

۱۴۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مثلث های ACD و ABH متساوی الساقین هستند، پس می توان نوشت:



$$\begin{cases} \triangle ABC : AB = BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 = \alpha \\ AB \parallel CD, \text{ مورب} \Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{A}_1 = \alpha + \hat{C}_1 \\ = \hat{C}_2 = \hat{A}_2 = \alpha \\ ABCD : \text{ ذوزنقه متساوی الساقین} \Rightarrow \hat{C} = \hat{D} = 2\alpha \end{cases}$$

$$\triangle ACD : \hat{A}_2 = \hat{D} = 2\alpha$$

$$\triangle ACD : \hat{A}_2 + \hat{C}_2 + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow 2\alpha + \alpha + 2\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 36^\circ$$

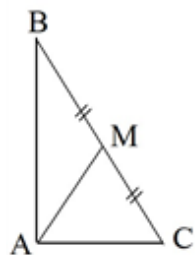
$$\hat{D} = 2\alpha = \hat{D} = 72^\circ$$

گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

۱۴۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مثلث داده شده، قائم‌الزاویه است. با توجه به شکل، محل هم‌مرسی ارتفاع‌ها رأس A و

محل هم‌مرسی عمودمنصف‌ها نقطه M وسط وتر BC است. بنابراین $(17)^2 = (15)^2 + 8^2$

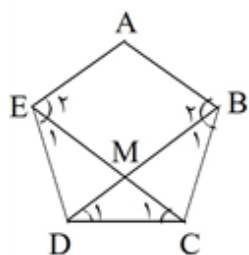


$$\text{فاصله مطلوب} = AM = \text{وتر} = \text{میانۀ وارد بر وتر} = \text{نصف وتر} = \frac{17}{2} = 8.5$$

۱۴۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در پنج‌ضلعی منتظم هر زاویه برابر 108° است از طرفی مثلث‌های BDC و

EDC متساوی‌الساقین‌اند، بنابراین:



$$\left. \begin{array}{l} BC = DC \\ \hat{C} = 108 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{B}_1 = \frac{180 - 108}{2} = 36$$

$$\hat{E}_1 = \hat{C}_1 = 36$$

به طریق مشابه

$$\hat{E}_2 = \hat{B}_2 = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ \Rightarrow \hat{A} = \hat{M} = 108$$

چهارضلعی ABME که در آن زوایای روبه‌رو با هم مساویند، متوازی‌الاضلاع و چون دو ضلع برابر دارد ($AE = AB$) لوزی می‌باشد.

مای دارس

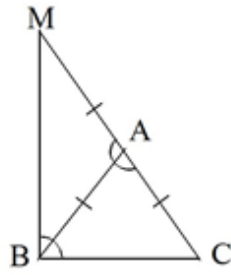
۱۴۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. M وسط AD و N وسط BC است:

$$MN = \frac{1}{2}(AB + DC) = \frac{1}{2}(12 - x + x + 4) = 8$$

گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۴۷)



در مثلث BMC پاره خط BA میانه است و طول BA نصف ضلع MC است پس مثلث BMC قائم الزویه است یعنی $\hat{MBC} = 90^\circ$.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فقط قسمت ب درست است. (۱۴۸)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:
گزینه ۱: دوزنقه متساوی الساقین نیز می‌تواند باشد. (۱۴۹)

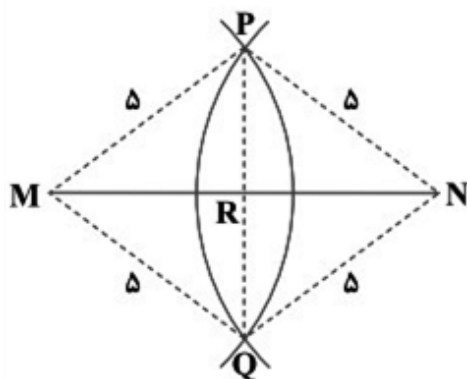
گزینه‌های ۲ و ۳: توجه کنید که در هر مثلث متساوی الاضلاع طول ارتفاع، میانه و نیمساز وارد بر هر ضلع، برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ طول آن ضلع است.

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. راه حل اول:
نکته: لوزی، یک چهارضلعی است که قطرهایش عمودمنصف یکدیگرند.



$$\begin{cases} MP = NP \Rightarrow \text{روی عمودمنصف MN است P} \\ MQ = NQ \Rightarrow \text{روی عمودمنصف MN است Q} \end{cases} \Rightarrow \text{PQ عمودمنصف MN است} (*)$$

$$\begin{cases} NP = NQ \Rightarrow \text{روی عمودمنصف PQ است N} \\ MP = MQ \Rightarrow \text{روی عمودمنصف PQ است M} \end{cases} \Rightarrow \text{MN عمودمنصف PQ است} (**)$$

از (*) و (**) نتیجه می‌گیریم که MN و PQ عمودمنصف یکدیگرند. با توجه به نکته بالا MPNQ لوزی است. دقت کنید که طبق فرض $MN = 8$ ، پس $RN = 4$. حال با استفاده از قضیه فیثاغورس

$$PR = \sqrt{PN^2 - RN^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$$

نتیجه می‌گیریم:

بنابراین $PQ = 6$. با توجه به اینکه $MN \neq PQ$ ، نتیجه می‌گیریم MPNQ مربع نیست.
راه حل دوم:

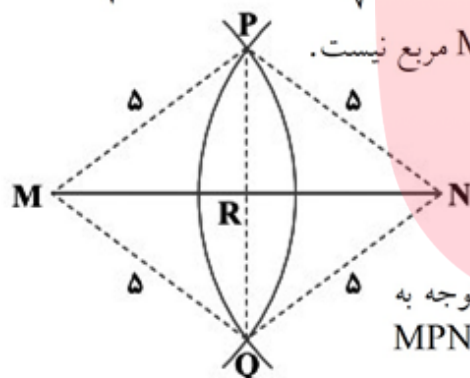
نکته: هر چهارضلعی که همه اضلاعش با هم مساوی باشند، لوزی است.

P روی کمان به مرکز M و شعاع ۵ است، پس: $MP = 5$

به همین ترتیب داریم: $NP = MQ = NQ = 5$

بنابراین چهارضلعی MPNQ دارای چهار ضلع مساوی است. در نتیجه با توجه به نکته بالا MPNQ لوزی است. مشابه راه حل اول، می‌توان نشان داد که MPNQ

مربع نیست.

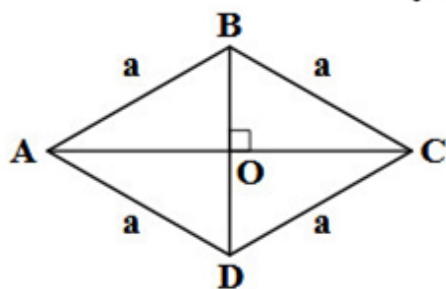


مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
نکته: در لوزی، قطرها عمودمنصف یکدیگرند.



چون طول هر چهار ضلع ABCD برابر a است، پس ABCD یک لوزی به ضلع a می‌باشد.

$$AO^2 + BO^2 = AB^2 \Rightarrow \left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \left(\frac{BD}{2}\right)^2 = a^2 \Rightarrow \frac{AC^2 + BD^2}{4} = a^2$$

$$\Rightarrow AC^2 + BD^2 = 4a^2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته:

$$AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}_1 = 50^\circ, \quad AD = AC \Rightarrow \hat{D} = \hat{C}_2 = 70^\circ$$

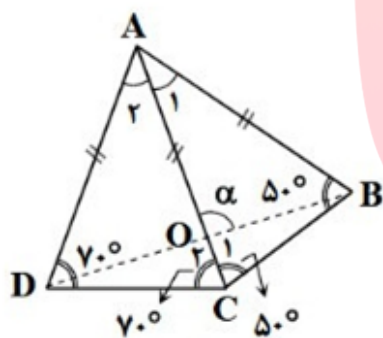
$$\begin{cases} \triangle ABC: \hat{A}_1 = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ \\ \triangle ADC: \hat{A}_2 = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$$

AD = AB، پس مثلث ABD به رأس A متساوی الساقین است. بنابراین:

$$\hat{ABD} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\hat{\alpha} = 180^\circ - \hat{A}_1 - \hat{ABO} = 180^\circ - 80^\circ - 30^\circ = 70^\circ$$

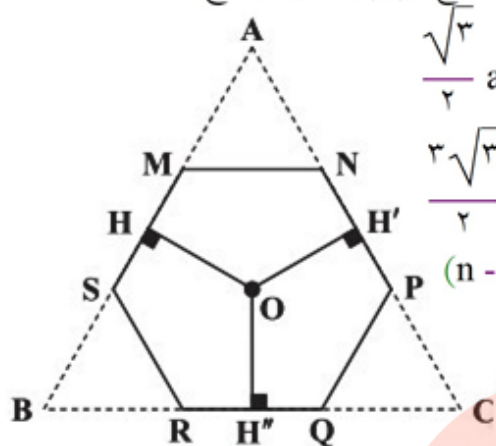
حال در مثلث ABO داریم:



مای درسی

گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

نکته ۱: مجموع فواصل هر نقطه دلخواه داخل مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع، برابر با اندازه ارتفاع مثلث است.



نکته ۲: اندازه ارتفاع مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع a برابر است با: $\frac{\sqrt{3}}{2} a$

نکته ۳: مساحت هر شش ضلعی منتظم به طول ضلع a ، برابر است با: $\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$

نکته ۴: مجموع زاویه‌های داخلی یک n ضلعی برابر است با: $(n - 2) \times 180^\circ$
با توجه به نکته ۴ اندازه هر زاویه داخلی شش ضلعی منتظم برابر است با:

$$\frac{(6 - 2) \times 180^\circ}{6} = 120^\circ$$

بنابراین در مثلث AMN اندازه دو زاویه خارجی $(\hat{M}$ و $\hat{N})$ برابر 120° است، پس اندازه زاویه‌های داخلی نظیر آن‌ها برابر 60° است. با توجه به اینکه مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° است، نتیجه می‌گیریم اندازه زاویه A هم برابر 60° است، پس مثلث AMN متساوی الاضلاع است. بنابراین: $AM = AN = MN$

به همین ترتیب ثابت می‌شود. $BS = BR = SR, PC = QC = PQ$

بنابراین مثلث ABC متساوی الاضلاع است و طول ضلع آن برابر طول شش ضلعی منتظم است. اگر طول ضلع مثلث ABC را a در نظر بگیریم، با توجه به نکته‌های ۱ و ۲ داریم:

$$OH + OH' + OH'' = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} a = \sqrt{3} \Rightarrow a = 2$$

$$\frac{a}{3} = \frac{2}{3}$$

بنابراین طول ضلع شش ضلعی که $\frac{1}{3}$ طول ضلع مثلث ABC است، برابر می‌شود با:

$$S = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times \frac{4}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

حال با توجه به نکته ۳، مساحت شش ضلعی برابر است با:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. هر زاویه داخلی ۸ ضلعی منتظم برابر 135° درجه است که مجموع آن با زاویه داخلی مثلث متساوی الاضلاع 195° خواهد شد، پس زاویه داخلی n ضلعی منتظم نامعلوم $165 = 195 - 360$ می‌شود، بنابراین:

$$\frac{180(n - 2)}{n} = 165 \Rightarrow n = 24$$

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر نسبت قطرها ۱ به ۳ باشد، نسبت نصف قطرها هم همین است، پس:

$$\frac{y}{x} = 3$$

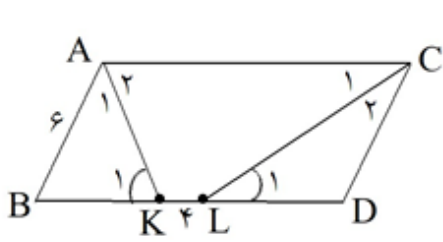
$$x^2 + y^2 = (2\sqrt{10})^2 \Rightarrow 10x^2 = 40 \Rightarrow x = 2$$

$$\text{مساحت لوزی} = 4 \times \frac{x \times y}{2} = 24$$



۱۵۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



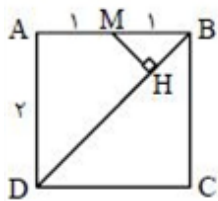
$$\left. \begin{aligned} \hat{B}_1 &= \hat{B}_2 \\ BC \parallel AD &\Rightarrow \hat{K}_1 = \hat{B}_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{K}_1 \Rightarrow AB = AK = 6$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{C}_1 &= \hat{C}_2 \\ BC \parallel AD &\Rightarrow \hat{L}_1 = \hat{C}_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{L}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow CD = DL = 6$$

محیط ABCD : $2(AB + AD) = 2(6 + 6 + 4 + 6) = 44$

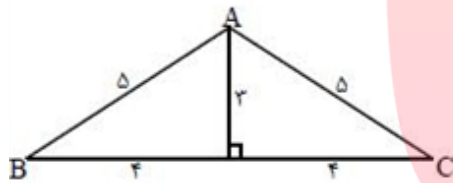
۱۵۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\triangle ABD \sim \triangle BMH \Rightarrow \frac{MH}{AD} = \frac{BM}{BD} \Rightarrow \frac{MH}{2} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow MH = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در مثلث متساوی الساقین مجموع فواصل هر نقطه دلخواه روی قاعده تا دو ساق برابر است با طول ارتفاع وارد بر ساق.

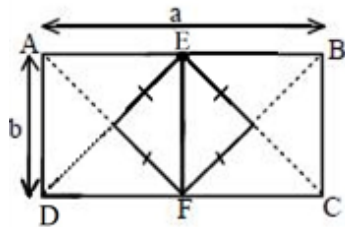


$$S = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{3 \times 8}{2} = 12$$

$$S = \frac{BH' \times AC}{2} = 12 \Rightarrow \frac{BH' \times 5}{2} = 12 \Rightarrow BH' = \frac{24}{5} = 4.8$$

۱۵۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\text{طول ضلع مربع} = \frac{a - b}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{قطر مربع} : EF = a - b$$

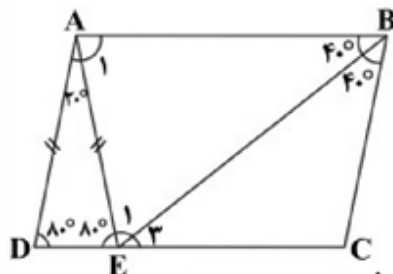
در این حالت قطر مربع با عرض مستطیل برابر است:

$$\Rightarrow a - b = b \Rightarrow a = 2b \Rightarrow \frac{a}{b} = 2$$

www.my-dars.ir

۱۶۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: در هر متوازی‌الاضلاع، اضلاع و زوایای روبه‌رو با هم برابر است. با توجه به نکته و شکل مقابل داریم:



$$\hat{B} = \hat{D} \text{ و } \hat{B}_1 = 40^\circ \Rightarrow \hat{B} = 80^\circ \Rightarrow \hat{D} = 80^\circ$$

$$AD = BC = AE \Rightarrow \hat{D} = \hat{AED} = 80^\circ$$

$$AB \parallel DC, BE \text{ مورب} \Rightarrow \hat{E}_3 = \hat{B}_1 = 40^\circ$$

از طرفی داریم:

$$\hat{E}_1 + \hat{E}_2 + \hat{E}_3 = 180^\circ \Rightarrow \hat{E}_1 = 180^\circ - 80^\circ - 40^\circ = 60^\circ$$

بنابراین:

۱۶۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر وسط‌های ضلع‌های یک چهارضلعی محدب را به‌طور متوالی به هم وصل کنیم، یک متوازی‌الاضلاع پدید می‌آید که محیط آن برابر مجموع اندازه‌های دو قطر چهارضلعی اولیه است.

با توجه به نکته، شکل حاصل یک متوازی‌الاضلاع است و محیط آن برابر است با:

$$\underline{MN} + \underline{NP} + \underline{QP} + \underline{MQ} = 2(MN + NP) = AC + BD = 4 + 6 = 10$$

$$MN + NP = \frac{10}{2} = 5 \text{ در نتیجه}$$

۱۶۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته (ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع):

(۱) اضلاع مقابل برابرند.

(۲) زاویه‌های مجاور مکمل هستند.

(۳) زاویه‌های مقابل برابرند.

مطابق نکته در هر متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های روبه‌رو با هم برابرند، پس $2x - 1 = x + 1$ و $3y = 2y + 3$

بنابراین: $y = 3$ و $x = 2$ از طرف دیگر در هر متوازی‌الاضلاع زاویه‌های مقابل، با هم برابرند، در نتیجه $\hat{B} = \hat{D}$

پس $13Z + 8 = 10Z + 20$ بنابراین: $Z = 4$ در نهایت، در هر متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های مجاور مکمل یکدیگرند،

$$\hat{C} = 180^\circ - \hat{D} \Rightarrow 20t = 180^\circ - (10z + 20) \xrightarrow{z=4} 20t = 120 \Rightarrow t = 6$$

پس:

$$\frac{x + y + z}{t} = \frac{2 + 3 + 4}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

اکنون می‌توان نوشت:

۱۶۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته ۱: در هر n ضلعی محدب، هر پاره‌خط که دو انتهای آن، دو رأس غیر مجاور باشد، قطر می‌نامند.

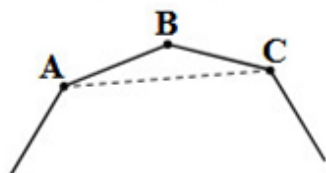
نکته ۲: از هر رأس یک n ضلعی محدب، ۳ - n قطر می‌گذرد.

فرض کنید، A، B و C سه رأس متوالی مورد بحث در مسئله هستند. با توجه به نکته ۲، از هر یک از این سه رأس

۱۷ - ۳ = ۱۴ قطر می‌گذرد، بنابراین از این سه رأس $3 \times 17 = 51$ قطر می‌گذرد،

اما با کمی دقت مشاهده می‌کنید که قطر AC دو بار محاسبه شده است (یک بار

برای A و یک بار برای C)؛ پس تعداد قطرهای متمایز $51 - 1 = 50$ است.



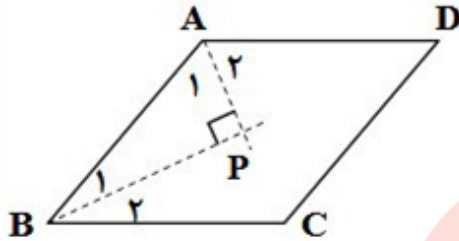
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: در هر متوازی‌الاضلاع، قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند.

نکته: در هر متوازی‌الاضلاع، هر دو زاویه مجاور مکمل هستند.

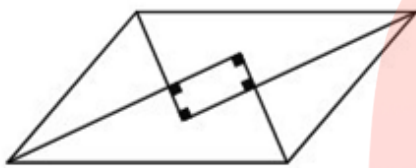
نکته: در هر متوازی‌الاضلاع، هر دو ضلع مقابل هم‌اندازه‌اند.

مطابق نکات فوق که همگی ویژگی‌هایی است که در صفحه‌های ۵۷ تا ۵۹ کتاب درسی آمده است، گزینه ۳ نادرست است. ویژگی گفته شده در گزینه ۳ فقط در لوزی و مربع وجود دارد و در حالت کلی نادرست است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که در متوازی‌الاضلاع زوایای مجاور مکمل‌اند.



$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \Rightarrow \hat{P} = 90^\circ$$



به همین صورت ثابت می‌شود سایر زوایای حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی متوازی‌الاضلاع، قائمه است. پس با توجه به اینکه همه زوایای چهارضلعی حاصل قائمه است، پاسخ مستطیل است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از تقاطع نیمسازهای داخلی مستطیلی به ابعاد a و b مربعی به ضلع $(a - b) \frac{\sqrt{2}}{2}$ پدید می‌آید:

$$\text{ضلع مربع} = \frac{\sqrt{2}}{2} (5 - 3) = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 = \sqrt{2} \Rightarrow \text{محیط مربع} = 4\sqrt{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد قطرها $= \frac{n(n-3)}{2} = 2n \Rightarrow n(n-3) = 4n$

$$\Rightarrow n^2 - 3n - 4n = 0 \Rightarrow n^2 - 7n = 0 \Rightarrow n(n-7) = 0 \xrightarrow{n \geq 3} n = 7$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: در یک n ضلعی محدب، مجموع زوایای داخلی برابر $(n-2) \times 180^\circ$ و تعداد کل اقطار برابر $\frac{n(n-3)}{2}$ است.

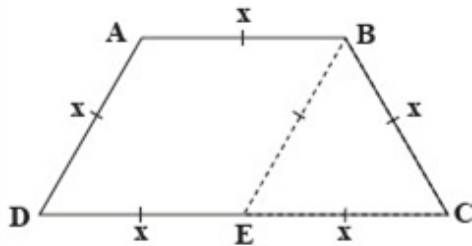
$$900^\circ = 5 \times 180^\circ \Rightarrow n - 2 = 5 \Rightarrow n = 7$$

$$\text{تعداد اقطار} = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{7 \times 4}{2} = 14$$

$$AD = AB = BC = x$$

$$\text{محیط ذوزنقه} = 5x \Rightarrow AB + BC + DC + AD = 5x \Rightarrow DC = 2x$$

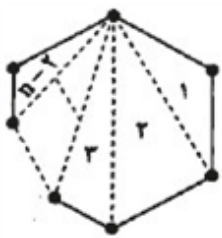
از نقطه‌ی B موازی AD رسم می‌کنیم، در متوازی‌الاضلاع ABED داریم:



$$DE = AB = x, AD = BE = x \Rightarrow EC = BE = BC = x$$

پس مثلث BEC متساوی‌الاضلاع است و $\hat{C} = 60^\circ$ ؛ در نتیجه زوایای A و B در این ذوزنقه 120° هستند.

اگر دو نقطه دلخواه ناحیه محدب را به هم وصل کنیم، تمام نقاط این پاره‌خط در داخل ناحیه محدب قرار می‌گیرد.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: از هر رأس یک ضلعی محدب، $n - 3$ قطر می‌گذرد که n

ضلعی را به $n - 2$ مثلث تقسیم می‌کنند.

با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$n - 3 = 10 \Rightarrow n = 13$$

$$n - 2 = 13 - 2 = 11 \text{ تعداد مثلث ها}$$

$$AM \parallel ND \quad (1)$$

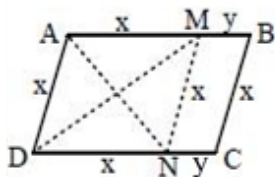
$$\hat{M}_1 = \hat{D}_1$$

$$\text{فرض: } AM = AD \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{D}_2 \quad (2) \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{D}_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{D}_1 = \hat{D}_2 \\ \hat{H} = 90^\circ \\ DH = DH \text{ (مشترک)} \end{cases} \Rightarrow \hat{ADH} = \hat{NDH} \text{ (فرض ز)} \Rightarrow AD \cong DN \quad (3)$$

(1), (2), (3): $AM \parallel DN \Rightarrow$ یک لوزی است. www.dars.ir

اضلاع لوزی AMND را x و ضلع NC را y می‌نامیم، داریم:



$$\begin{cases} \text{محیط AMND} = 4 \Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1 \\ \text{طول AB} = 5 \Rightarrow x + y = 5 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow NC = 4 \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به تعریف متوازی الاضلاع گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ غلط می‌باشند و فقط گزینه ۲ صحیح است. (۱۷۴)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم مجموع زوایای یک ۸ ضلعی محدب برابر $(1) 90(2n - 4)$ است و مجموع جملات در دنباله حسابی (۱۷۵)

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

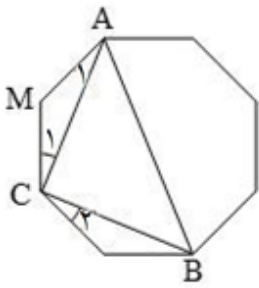
که در آن $a_n = 145$, $a_1 = 95$ است در نتیجه

$$s_n = \frac{n}{2}(95 + 145) = n \frac{240}{2} = 120n \quad (2)$$

در نتیجه با تساوی دو رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$\Rightarrow (2n - 4)90 = 120n \Rightarrow 12n = 18n - 36 \Rightarrow 6n = 36 \Rightarrow n = 6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در هشت ضلعی منتظم اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی 135 درجه است. مثلث AMC متساوی‌الساقین است، پس $\hat{C}_1 = \hat{A}_1 = 22/5$ به همین ترتیب $\hat{C}_2 = 22/5$ پس $\hat{C} = 135 - 45 = 90$ در نتیجه مثلث ABC مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است. (۱۷۶)



$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 2AC^2 \Rightarrow \frac{AB^2}{AC^2} = 2$$

توجه کنید در این تست دانستن اندازه‌ی ضلع هشت ضلعی منتظم ضرورتی ندارد و یک فرض اضافی است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم میانه‌ی وارد وتر نصف وتر است داریم: (۱۷۷)

$$\left. \begin{aligned} AM &= \frac{BC}{2} \\ AB &= \frac{BC}{2} \\ BM &= \frac{BC}{2} \end{aligned} \right\}$$

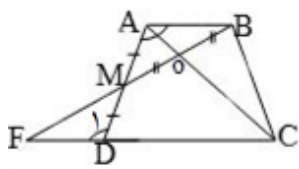
مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است. $\Rightarrow AM = AB = BM$

گروه آموزشی عصر

پس زاویه‌ی $\hat{M}_1 = 60^\circ$ می‌باشد.

www.my-dars.ir

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۷۸)

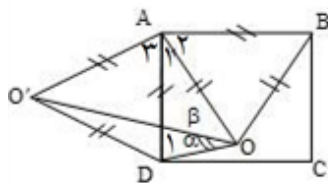


$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DC \\ AD \text{ مورب} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \\ AM = MD \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ز ض ز}} \triangle ABM = \triangle FDM \Rightarrow FM = BM$$

$$\text{از طرفی } OB = \frac{1}{2}BM \text{ بنابراین } \frac{FM}{OB} = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چهار ضلعی ABCD مربع و مثلث‌های $\triangle ABO$ و $\triangle ADO'$ متساوی‌الاضلاع هستند (۱۷۹)

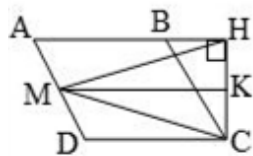
پس $AO = AD$ یعنی مثلث $\triangle ADO$ متساوی‌الساقین است.



$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABO \Rightarrow \hat{A}_2 = 60^\circ \\ ABCD \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = 30^\circ \Rightarrow \hat{D}_1 = \alpha + \beta = 75^\circ$$

از طرفی $\hat{A}_1 + \hat{A}_3 = 90^\circ$ در نتیجه مثلث $\triangle AOO'$ قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است پس $\beta = 45^\circ$. با توجه به رابطه‌ی (۱) نتیجه می‌گیریم $\alpha = 30^\circ$ پس $\hat{D}OO' = 30^\circ$.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از نقطه M عمود CK را بر CH وارد می‌کنیم. (۱۸۰)

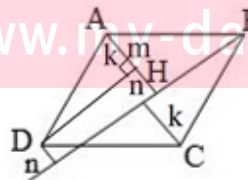


$$\Rightarrow AH \parallel MK \parallel DC \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{KH}{CK} = 1 \Rightarrow HK = CK$$

پس در مثلث MHC ارتفاع MK میانه هم می‌باشد، بنابراین مثلث MHC متساوی‌الساقین است.

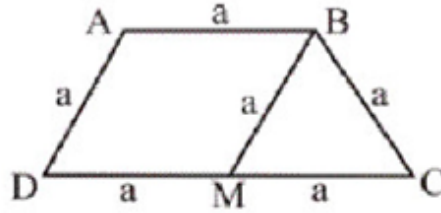
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر از D خطی عمود بر AH وارد کنیم آنگاه پاره خط AH را به دو قسمت n و k (۱۸۱)

تقسیم می‌کند پس: $m = n + k$



www.may-dars.ir

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر M وسط CD باشد، چهارضلعی $ABMD$ متوازی الاضلاع است، زیرا AB موازی و مساوی DM است. در نتیجه مثلث BCM متساوی الاضلاع است، بنابراین: $\hat{C} = 60^\circ$.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2x + 40^\circ = 4x - 32^\circ \Rightarrow 2x = 36^\circ \Rightarrow x = 18^\circ$$

$$\Rightarrow 2x + 40^\circ = 2(18^\circ) + 40^\circ = 40^\circ$$

از آنجا که لوزی تمام خاصیت‌های متوازی الاضلاع را دارد، باید مجموع زاویه‌های مجاور آن 180° باشد، بنابراین:

$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow 2(40^\circ) + y = 180^\circ$$

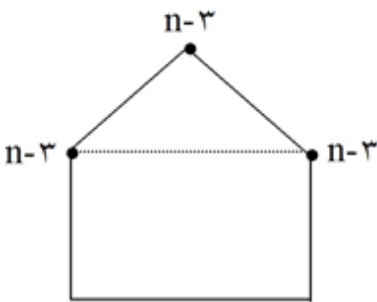
$$\Rightarrow y = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\Rightarrow y - 5x = 100^\circ - 5(18^\circ) = 10^\circ$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

هر n ضلعی محدب فارغ از این که n چه مقداری دارد، حداکثر ۳ زاویه‌ی حاده داخلی می‌تواند داشته باشد. زیرا مجموعه زاویه‌ی خارجی هر n ضلعی محدب 360° است. اگر این n ضلعی ۴ زاویه‌ی حاده داخلی داشته باشد، آن‌گاه ۴ زاویه‌ی منفرجه‌ی خارجی دارد که مجموع آن‌ها بیش از 360° خواهد بود که غیرممکن است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



از هر رأس یک n ضلعی محدب $n-3$ قطر می‌گذرد پس مجموع تعداد اقطار رسم شده از سه رأس متوالی باید $3(n-3)$ باشد ولی مطابق شکل یک قطر دو بار محاسبه شده که باید یک بار کم شود:

$$3(n-3) - 1 = 11 \Rightarrow 3(n-3) = 12 \Rightarrow n = 7$$

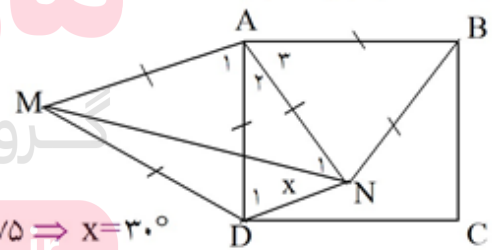
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A_1 + A_2 + A_3 = 60 + 90 = 150^\circ$$

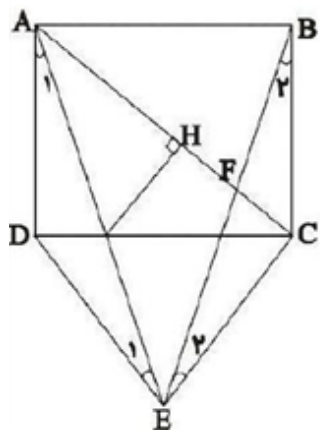
$$60 + A_2 + 60 = 150 \Rightarrow A_2 = 30^\circ$$

$$\triangle AMN: \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 60 + 30 = 90, AM = AN \Rightarrow \hat{N}_1 = 45^\circ$$

$$\triangle AND: A_2 = 30, AD = AN \Rightarrow \hat{N}_1 + x = \frac{180 - 30}{2} \Rightarrow 45 + x = 75 \Rightarrow x = 30^\circ$$



گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به آنکه $BC = CE$ داریم:



$$B_\gamma = E_\gamma \Rightarrow E_\gamma = \frac{180 - (90 + 60)}{2} = 15$$

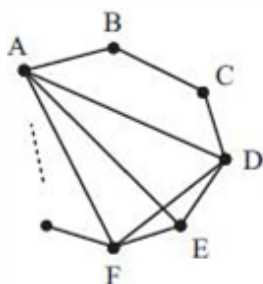
به همین ترتیب $\longrightarrow E_1 = E_\gamma = 15$

$$\hat{E} = 60^\circ \longrightarrow \hat{AEB} = 60 - (E_1 + E_\gamma) = 60 - 30 = 30$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. تعداد اقطار n ضلعی محدب برابر $\frac{n(n-3)}{2}$ است، پس تعداد اقطار $n+2$ ضلعی محدب برابر $\frac{(n+2)(n-1)}{2}$ خواهد بود.

$$\frac{(n+2)(n-1)}{2} - \frac{n(n-3)}{2} = 21 \Rightarrow \frac{n^2 + n - 2 - n^2 + 3n}{2} = \frac{4n-2}{2} = 2n-1 = 21 \Rightarrow n = 11$$

مجموع زوایای داخلی n ضلعی محدب $180^\circ \times (n-2)$ است، پس مجموع زوایای داخلی این ۱۱ ضلعی محدب برابر $1620^\circ = 9 \times 180^\circ$ است.



گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. تعداد پاره‌خط‌های حاصل از ۴ نقطه برابر ۶ عدد است که ۴ عدد از آن‌ها، قطر چندضلعی هستند.

$$\text{قطرهای هر رأس} = n - 3 = 9$$

$$\text{قطرهای چهار رأس} = 36$$

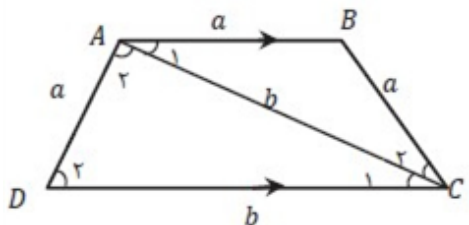
$$\text{حذف قطرهای تکراری} = 36 - 4 = 32$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



AB = BC = AD = a
 CD = AC = b

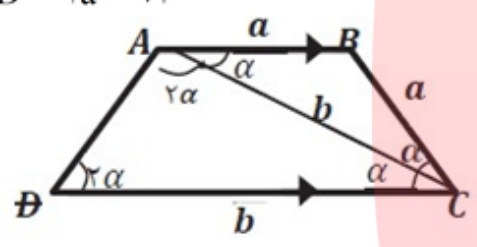
ABC : AB = BC ⇒ ∠A₁ = ∠C₁
 AB ∥ CD و AC = مورب ⇒ ∠A₁ = ∠C₂ } ⇒ ∠C₁
 = ∠C₂

ACD : AC = CD ⇒ ∠A₂ = ∠D, ∠D = ∠C ⇒ ∠A₂ = ∠C

ADC : ∑a = ۱۸۰° ⇒ a = ۳۶°

∠D = ۲a = ۷۲°

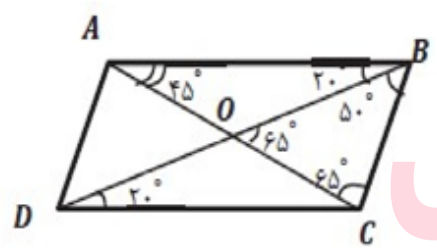
پس زوایای ذوزنقه به شکل زیر خواهد بود.



AB ∥ CD, BD = مورب ⇒ ∠ABD = ∠BDC = ۲۰°

∠BOC = ۴۵° + ۲۰° = ۶۵°

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



مای درس

در هر متوازی الاضلاع قطرها منصف یکدیگرند پس داریم:

$BO = \frac{BD}{2}$, $BD = 2BC \Rightarrow BO = BC \Rightarrow \angle BOC$

⇒ متساوی الساقین =

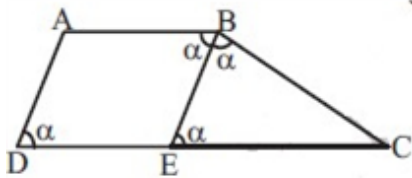
$\angle BCO = \angle BOC = 65^\circ \Rightarrow \angle OBC$

$= 180^\circ - (65^\circ + 65^\circ) = 50^\circ$

⇒ $\angle B = 50^\circ + 20^\circ = 70^\circ$

⇒ زاویه ی دیگر متوازی الاضلاع $= 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

www.my-dars.ir



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از رأس B پاره خط BE را موازی AD رسم می‌کنیم در این صورت متوازی‌الاضلاع ABED ایجاد می‌شود. با توجه به فرض $\hat{B} = 2\hat{D}$ نتیجه می‌گیریم مثلث BCE متساوی‌الساقین است و $BC = EC$ از طرفی $CE = DC - DE = DC - AB$ بنابراین $BC = DC - AB$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

به عنوان مثال نقض گزینه ۱ (۱) به شکل روبه‌رو توجه کنید: بقیه گزینه‌ها کاملاً درست می‌باشند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مجموع زاویه‌های داخلی 180° درجه است. از طرفی مجموع زاویه‌های خارجی ۵ ضلعی محدب میانی برابر 360° است.

پنج زاویه نشان داده شده در پنج مثلث قرار دارند و زوایای خارجی پنج ضلعی در پنج مثلث گفته شده قرار دارند (دوسری)

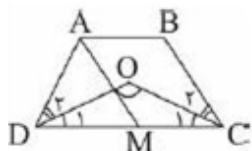
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} = 5(180^\circ) - 2(360^\circ) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} + 36 + 36 + \hat{D} + 18 = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{D} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A} = \hat{D} = 45^\circ$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین و بعضی کایت‌ها نیز همین ویژگی را دارند.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از رأس A خطی موازی BC رسم می‌کنیم تا قاعده‌ی DC را در M قطع کند. چهارضلعی ABCM متوازی‌الاضلاع می‌شود (اضلاع مقابل موازیند). پس:

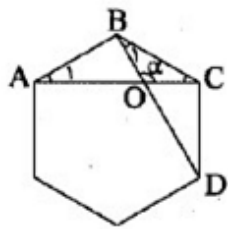


$$AB = MC = \frac{DC}{2}$$

$$DM = DC - MC = \frac{DC}{2} = AD = AM \Rightarrow \hat{D} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 60^\circ \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C}_1 = 30^\circ \Rightarrow \hat{O} = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

www.my-dars.ir



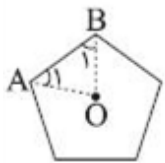
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۹۷)
 هر زاویه ی داخلی n ضلعی منتظم $= \frac{(n-2)180^\circ}{n}$

$$n = 6 \Rightarrow \hat{B} = \frac{(6-2)(180^\circ)}{6} = 120^\circ \quad (1)$$

$$\triangle ABC: \begin{cases} \hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{C}_1 = 180^\circ \xrightarrow{(1)} \hat{A}_1 + \hat{C}_1 = 60^\circ \\ AB = BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \end{cases} \Rightarrow \hat{C}_1 = 30^\circ$$

به طریق مشابه در مثلث BCD ثابت می شود که $\hat{B}_1 = 30^\circ$ پس:

$$\triangle BOC: \hat{\alpha} + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180^\circ \Rightarrow \alpha + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 120^\circ$$

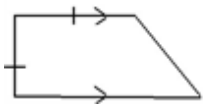


گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. در پنج ضلعی منتظم اندازه ی هر زاویه ی داخلی برابر 108° است. در نتیجه: (۱۹۸)

$$\hat{A}_1 = \hat{B}_1 = \frac{108^\circ}{2} = 54^\circ$$

$$\hat{AOB} = 180^\circ - (54^\circ + 54^\circ) = 72^\circ$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا شرط تساوی دو ضلع در تعریف دوزنقه وجود ندارد. زیرا دو ضلع دوزنقه می تواند یک قاعده و یک ساق باشد. مانند شکل: (۱۹۹)



(۲۰۰)

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴

۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴

۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴

۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴
۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴

۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴
۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴
۱۷۶	۱	۲	۳	۴
۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴
۱۸۱	۱	۲	۳	۴
۱۸۲	۱	۲	۳	۴
۱۸۳	۱	۲	۳	۴
۱۸۴	۱	۲	۳	۴
۱۸۵	۱	۲	۳	۴
۱۸۶	۱	۲	۳	۴
۱۸۷	۱	۲	۳	۴
۱۸۸	۱	۲	۳	۴
۱۸۹	۱	۲	۳	۴
۱۹۰	۱	۲	۳	۴
۱۹۱	۱	۲	۳	۴
۱۹۲	۱	۲	۳	۴

۱۹۳	۱	۲	۳	۴
۱۹۴	۱	۲	۳	۴
۱۹۵	۱	۲	۳	۴
۱۹۶	۱	۲	۳	۴
۱۹۷	۱	۲	۳	۴
۱۹۸	۱	۲	۳	۴
۱۹۹	۱	۲	۳	۴
۲۰۰	۱	۲	۳	۴



مای داریس
گروه آموزشی
www.may-dars.ir