

تست هایی از مبحث
چندضلعی ها و ویژگی های آن ها
هندسه دهم
ویژه جمع بندی یا پیشخوانی

www.my-dars.ir

تهیه شده توسط
علی عابدی
دانشجوی
کارشناسی
مهندسی برق
دانشگاه تهران

هندسه

دهم ریاضی

سوالات

1 تعداد قطره‌های يك چند ضلعي محدب از تعداد اضلاع آن 42 واحد بیشتر است، تعداد قطره‌های این چند ضلعي کدام است؟

54 (۴)

52 (۳)

48 (۲)

45 (۱)

2 در 100 ضلعي محدب، تعداد قطره‌هایی که از دو رأس غیرمجاور می‌گذرد، چند تا است؟

194 (۴)

193 (۳)

196 (۲)

195 (۱)

3 با افزودن يك رأس به يك n ضلعي منتظم، 9 واحد به تعداد قطره‌های آن افزوده می‌شود. اندازه‌ی هر زاویه‌ی این n ضلعي کدام است؟

150° (۴)

144° (۳)

140° (۲)

135° (۱)

4 کدام گزینه يك مربع را مشخص می‌کند؟

- (۱) لوزي که يك قطرش با ضلع آن برابر باشد.
 (۲) مستطیلی که قطرهایش بر هم عمود باشند.
 (۳) متوازي الاضلاعي که دو قطرش مساوي باشند.
 (۴) دوزنقه‌ای که دو زاویه‌ی قائمه داشته باشد.

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

5 در مثلث ABC، از نقطه‌ی D، محل تلاقی نیم‌ساز داخلی زاویه‌ی A با ضلع BC، خطوطی موازی دو ضلع دیگر رسم می‌کنیم تا آن دو را در M و N قطع کنند، MN و AD نسبت به هم چه وضعی دارند؟

- (۱) فقط عمود بر هم
 (۲) فقط منصف هم
 (۳) زاویه‌ی بین آنها مکمل \hat{A}
 (۴) عمود منصف هم

سوالات

نیمسازهای زوایای داخلی یک مستطیل مربعی می‌سازند که یک رأس آن روی محیط مستطیل است، آن‌گاه نسبت اضلاع مستطیل چه قدر است؟

2 (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

اندازه‌ی دو ضلع مقابل از چهارضلعی محدب برابرند. اوساط دو قطر و اوساط دو ضلع دیگر آن همواره رئوس کدام چهارضلعی است؟

(۴) متوازی الاضلاع

(۳) لوزی

(۲) چهارضلعی محاطی

(۱) نوزنقه‌ی متساوی الساقین

در مثلث قائم الزاویه‌ای که طول اضلاع قائمه‌ی آن 3 و $\sqrt{7}$ است، ارتفاع وارد بر وتر رسم شده است. فاصله‌ی پای قائم از وسط وتر، کدام است؟

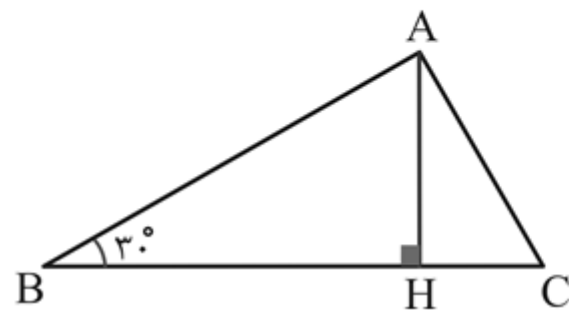
$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{2}{5}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

در مثلث قائم الزاویه‌ی ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، ارتفاع $AH = 4$ و $\hat{B} = 30^\circ$ ، طول HC چقدر است؟



مای درس

گروه آموزشی عصر

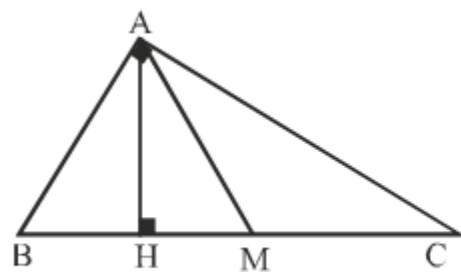
www.my-dars.ir

$\frac{4}{\sqrt{3}}$ (۲)

$\frac{8}{\sqrt{3}}$ (۱)

$3\sqrt{3}$ (۴)

5 (۳)



در شکل زیر $\hat{A} = 90^\circ$ و $\hat{C} = 15^\circ$ ، اگر ارتفاع AH و AM میانه باشد، آن‌گاه:

$HM = \frac{\sqrt{3}}{2} BC$ (۲)

$HM = \frac{1}{4} BC$ (۱)

$HM = \frac{1}{2} BC$ (۴)

$HM = \frac{\sqrt{3}}{4} BC$ (۳)

6

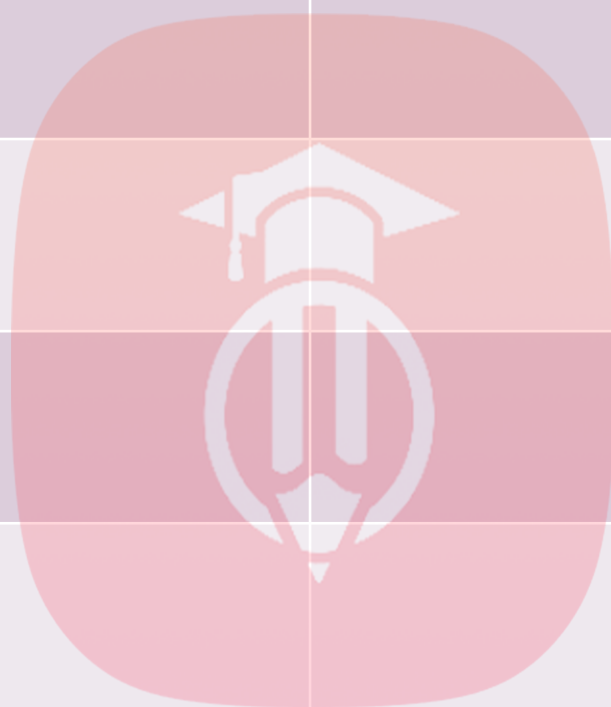
7

8

9

10

پاسخ	سوال
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9
	10



مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

نکته: با افزودن يك رأس به n ضلعي، $(n-1)$ قطر به آن افزوده می‌شود، زیرا:

$$\frac{(n+1)(n-2)}{2} - \frac{n(n-3)}{2} = \frac{n^2 - n - 2 - n^2 + 3n}{2}$$

$$= \frac{2n-2}{2} = n-1$$

بنابراین: $n-1=9$ و در نتیجه $n=10$.
اندازه‌ی هر زاویه‌ی 10 ضلعي منتظم برابر است با:

$$\frac{8 \times 180^\circ}{10} = 144^\circ$$

تعداد قطرهاي هر n ضلعي محدب، برابر با $\frac{n(n-3)}{2}$ است، پس طبق فرض مسأله، داریم:

$$\frac{n(n-3)}{2} = n+42 \Rightarrow n(n-3) = 2(n+42)$$

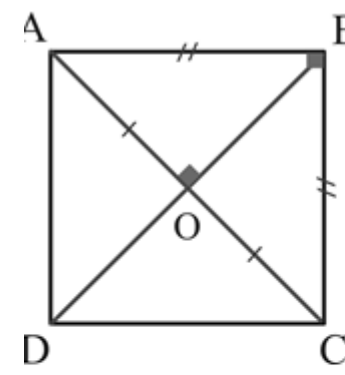
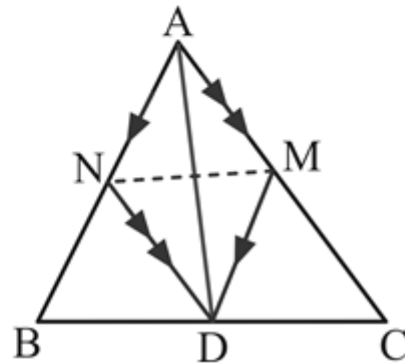
$$\Rightarrow n^2 - 3n = 2n + 84 \Rightarrow n^2 - 5n - 84 = 0$$

$$\Rightarrow (n-12)(n+7) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 12 & \text{قابل قبول} \\ n = -7 & \text{غیر قابل قبول} \end{cases} \Rightarrow \text{تعداد قطرها} = \frac{12 \times (12-3)}{2} = 54$$

از هر رأس یک n ضلعي محدب، $(n-3)$ قطر می‌گذرد، بنابراین اگر دو رأس یک صد ضلعي محدب را در نظر بگیریم، $97+97=194$ قطر از آن دو می‌گذرد، اما چون این دو رأس غیرمجاور هستند یکی از این قطرها را دوبار شمرده‌ایم، پس $194-1=193$ قطر از دو رأس غیرمجاور صد ضلعي محدب می‌گذرد.

مطابق شکل، نقطه‌ی D پای نیمساز زاویه‌ی A روی ضلع BC است و طبق فرض سؤال $MD \parallel AB$ و $ND \parallel AC$ ، پس چهارضلعی $AMDN$ متوازی‌الاضلاع است و در این متوازی‌الاضلاع قطر AD ، نیمساز زاویه‌ی A است، از آنجا که لوزی متوازی‌الاضلاعی است که قطرهای آن نیمساز زوایای آن هستند، می‌توان نتیجه گرفت که $AMDN$ لوزی است؛ AD و MN قطرهای این لوزی هستند و می‌دانیم که در لوزی قطرهای همدیگر را نصف کرده و بر هم عمودند.

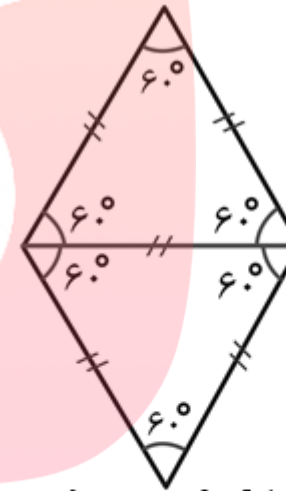


می‌دانیم که در مستطیل قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند. حال فرض کنید که در مستطیل $ABCD$ ، مطابق شکل قطرهای بر هم عمود نیز هستند. چون $OA = OC$ ، پس می‌توان نتیجه گرفت که در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC ، ارتفاع و میانه‌ی وارد بر وتر بر هم منطبقند.

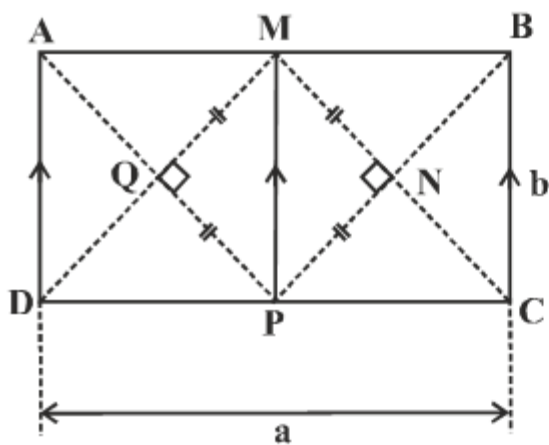
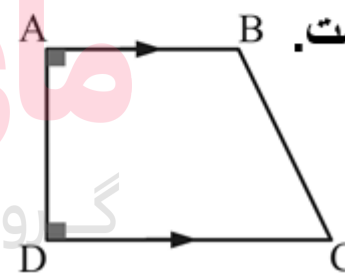
پس این مثلث متساوی‌الساقین نیز هست، بنابراین $AB = BC$ ، یعنی در مستطیل $ABCD$ ، دو ضلع مجاور با هم برابرند و مستطیلی که دو ضلع مجاور آن با هم برابر باشند، مربع است.

بررسی گزینه‌های دیگر:

گزینه‌ی «1»: اگر دو مثلث متساوی‌الاضلاع مساوی را از یک ضلع به هم بچسبانیم، لوزی‌ای حاصل می‌شود که یک قطرش با ضلع آن برابر است، با توجه به شکل مقابل، مسلماً این لوزی، مربع نیست، چون زاویه‌های آن 60° و 120° درجه هستند.



گزینه‌ی «3»: متوازی‌الاضلاعی که دو قطرش مساوی باشند، مستطیل است و لزوماً مربع نیست. گزینه‌ی «4»: شکل مقابل را در نظر بگیرید:

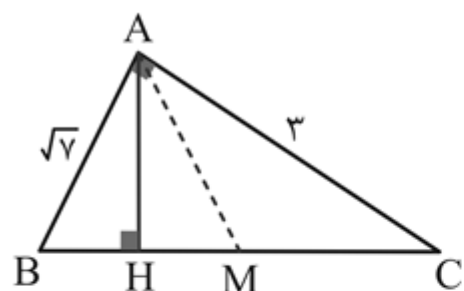


همان‌طور که در متن درس اشاره شده، اگر طول یک مستطیل a و عرض آن b باشد، از برخورد نیمسازهای داخلی این مستطیل، مربعی به طول قطر $a - b$ ایجاد می‌شود که قطرهای آن موازی ضلع‌های

مستطیل هستند، با این توضیحات با توجه به شکل بالا می‌توان گفت:

$$\left. \begin{array}{l} \text{می‌دانیم: } MP = a - b \\ \text{با توجه به شکل: } MP = b \end{array} \right\} \Rightarrow a - b = b \Rightarrow a = 2b \Rightarrow \frac{a}{b} = 2$$

با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، داریم:



$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{7+9} = 4$$

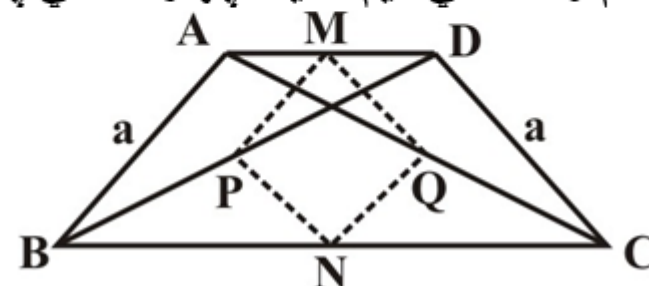
$$\Rightarrow \text{میانگه میانه‌ی وارد بر وتر} : AM = \frac{1}{2}BC \Rightarrow AM = 2$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \times AC}{BC} \Rightarrow AH = \frac{3\sqrt{7}}{4}$$

$$\triangle AHM \xrightarrow{\hat{H}=90^\circ} HM = \sqrt{AM^2 - AH^2}$$

$$\Rightarrow HM = \sqrt{4 - \frac{63}{16}} = \frac{1}{4}$$

مطابق شکل، فرض کنید که در چهار ضلعی محدب $ABCD$ ، داریم $AB = CD = a$ ، یعنی طول دو ضلع AB و CD که در مقابل هم هستند، با هم برابر است. وسط‌های دو قطر AC و BD و همچنین دو ضلع AD و BC را متوالیاً به هم وصل می‌کنیم تا یک چهار ضلعی پدید بیاید.

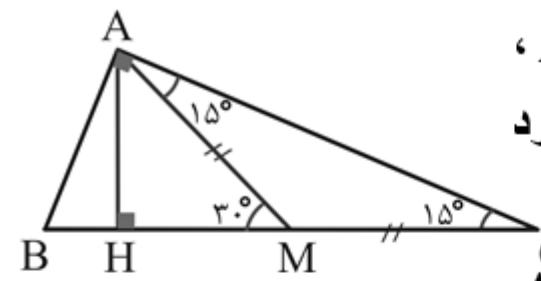


می‌دانیم که اگر وسط دو ضلع مثلث را به هم وصل کنیم، پاره‌خط حاصل موازی ضلع سوم مثلث است و طول آن، نصف طول ضلع سوم است. M و P را به هم وصل کرده‌ایم، پس در مثلث ABD طول پاره‌خط حاصل، نصف طول ضلع AB است، یعنی $MP = \frac{a}{2}$.

با نظیر همین استدلال در مثلث‌های ABC و BCD می‌توان نتیجه گرفت که به ترتیب $MQ = \frac{a}{2}$

و $NQ = \frac{a}{2}$ و $PN = \frac{a}{2}$ یا به عبارت دیگر

$MP = MQ = NQ = PN$ ، یعنی در چهار ضلعی $MNPQ$ ، طول همه‌ی اضلاع با هم برابر است، اگر طول اضلاع یک چهار ضلعی محدب با هم برابر باشد، آن چهار ضلعی، لوزی است.



در مثلث قائم‌الزاویه ABC ،
 $\hat{C} = 15^\circ$ و ارتفاع وارد
 بر وتر است، پس:

$$AH = \frac{1}{4}BC \quad (*)$$

چون در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، AM میانه‌ی وارد بر
 وتر است، پس $AM = MC$ پس مثلث MAC
 متساوی‌الساقین است و $\hat{MAC} = \hat{C} = 15^\circ$ ، همچنین:

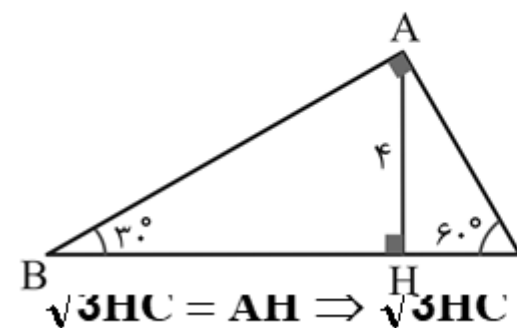
$$\hat{AMH} = \hat{MAC} + \hat{C} = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ$$

در مثلث قائم‌الزاویه AHM ، HM ضلع مجاور زاویه 30°
 درجه است، پس:

$$HM = \sqrt{3}AH \xrightarrow{(*)} HM = \sqrt{3} \left(\frac{1}{4}BC \right) = \frac{\sqrt{3}}{4}BC$$

چون $\hat{B} = 30^\circ$ و $\hat{A} = 90^\circ$ ، پس:

$$\hat{C} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$



در مثلث قائم‌الزاویه
 ACH ، ضلع مجاور
 زاویه 60° درجه و
 $AH = 4$ ، ضلع مقابل
 زاویه 60° درجه است، پس:

$$\sqrt{3}HC = AH \Rightarrow \sqrt{3}HC = 4 \Rightarrow HC = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir