

۱. سه عدد $3p+3$, $2p-1$, p به ترتیب جملاتی متوالی از یک دنباله هندسی هستند، قدر نسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) $-\frac{3}{5}$ (۴) $-\frac{5}{3}$

۲. اگر $x+1$, $4x$ و $6x$ جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، آن گاه x کدام می تواند باشد؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۳. اگر در یک دنباله هندسی، جمله ی هفتم برابر ۲ و جمله ی دوازدهم برابر ۴۸۶ باشد، جمله ی دهم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۶۲ (۲) ۵۴ (۳) ۸۱ (۴) ۲۷

۴. در یک دنباله هندسی مجموع ده جمله اول، $\frac{33}{32}$ برابر مجموع پنج جمله اول است. در این دنباله جمله ی دوازدهم چند برابر جمله ی دوم است؟

- (۱) 2^{-5} (۲) 2^{-11} (۳) 2^{-12} (۴) 2^{-10}

۵. مجموع ۵ جمله اول دنباله ی هندسی $a_n = 2\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{422}{81}$ (۲) $\frac{442}{81}$ (۳) $\frac{242}{81}$ (۴) $\frac{244}{81}$

۶. مجموع بیشمار جمله از دنباله ی هندسی $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{9}, \dots$ کدام است؟

- (۱) $1,25$ (۲) $1,5$ (۳) $1,75$ (۴) $2,25$

۷. حد مجموع جملات دنباله ی هندسی $6, 4, \dots$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) ۳۶

۸. جملات اول، دوم و سوم یک دنباله ی هندسی به ترتیب x , $2x-1$ و $4x+1$ هستند. مجموع کل جملات دنباله ی x, x^2, x^3, \dots کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۹. اگر $1 - 3x + 9x^2 - 27x^3 + \dots = \frac{2}{3}$ باشد، آنگاه مقدار $S = 1 + 3x + 9x^2 + 27x^3 + \dots$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$

۱۰. جملات دوم، چهارم و یازدهم از یک دنباله ی حسابی، سه جمله ی متوالی یک دنباله ی هندسی هستند. قدر نسبت دنباله ی حسابی چند برابر جمله ی اول است؟

- (۱) ۵ (۲) $-\frac{5}{7}$ (۳) ۷ (۴) $-\frac{7}{5}$

دنباله‌ی هندسی
 $a, b, c \rightarrow ac = b^2$ می‌دانیم

$$\text{پس: } p(4p+3) = (2p-1)^2 \rightarrow 4p^2 + 3p = 4p^2 - 4p - 1 \rightarrow 7p = -1 \rightarrow p = -\frac{1}{7}$$

$$p = -\frac{1}{7} \rightarrow \frac{1}{7}, \frac{-5}{7}, \frac{25}{7} \rightarrow q = \frac{-\frac{5}{7}}{\frac{1}{7}} = -5$$

دنباله‌ی هندسی
 $a, b, c \rightarrow ac = b^2$ می‌دانیم **۳. گزینه ۳**

$$(x-4)^2 - 6x(x+1) \Rightarrow x^2 - 8x + 16 - 6x^2 - 6x \Rightarrow -5x^2 - 14x + 16 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = (-14)^2 - 4(-5)(16) = 324 \Rightarrow x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{324}}{2(-5)} = \begin{cases} \frac{2+18}{-10} = -2 \\ \frac{2-18}{-10} = -1.6 \end{cases}$$

۳. گزینه ۲

می‌دانیم: $a_n = a_1 q^{n-1}$

$$\left. \begin{aligned} a_{12} = 486 \rightarrow a_1 q^{11} = 486 \\ a_7 = 2 \rightarrow a_1 q^6 = 2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تقسیم}} q^5 = 243 = 3^5 \rightarrow q = 3$$

$$a_{10} = a_1 q^9 = a_1 q^6 \cdot q^3 = a_7 \cdot q^3 = 2(3^3) = 54$$

۴. گزینه ۴ در هر دنباله‌ی هندسی داریم: $\frac{S_{2n}}{S_n} = 1 + q^n$ یعنی:

$$\frac{S_{10}}{S_5} = 1 + q^5 \rightarrow \frac{33 S_5}{S_5} = 1 + q^5 \rightarrow \frac{33}{1} = 1 + q^5 \rightarrow q^5 = 32 \rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a_{12}}{a_2} = \frac{a_1 q^{11}}{a_1 q} = q^{10} = (q^5)^2 = \left(\frac{1}{32}\right)^2 = \left(2^{-5}\right)^2 = 2^{-10}$$

۵. گزینه ۱ جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی هندسی به صورت $a_n = a_1 q^{n-1}$ است. پس $a = 2$ ، $q = \frac{2}{3}$ است.

www.my-dars.ir

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_5 = \frac{a_1(1-q^5)}{1-q} = \frac{2\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^5\right)}{1-\frac{2}{3}} = \frac{2\left(1-\frac{32}{243}\right)}{\frac{1}{3}}$$

$$= 6\left(1-\frac{32}{243}\right) = 6 - \frac{64}{81} = \frac{422}{81}$$

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{9}, \dots \rightarrow a_1 = \frac{1}{2}, q = \frac{2}{3}$$

حد مجموع جملات از دستور $S_{\text{حد}} = \frac{a_1}{1-q}$ محاسبه می‌شود: $1, 5, \dots - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{1}{3}$

۷. گزینه ۲

$$a_1 = 6, q = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow S_{\text{حد}} = \frac{a_1}{1-q} = \frac{6}{1-\frac{2}{3}} = \frac{6}{\frac{1}{3}} = 18$$

۸. گزینه ۳

می‌دانیم: $\begin{matrix} \text{دنباله‌ی هندسی} \\ a, b, c \rightarrow ac = b^2 \end{matrix}$

$$(2x-1)^2 = x(4x+1) \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 4x^2 + x \Rightarrow 5x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

پس دنباله‌ی x, x^2, x^3, \dots به صورت $(\frac{1}{5})^2, (\frac{1}{5})^3, \dots$ است که جمله‌ی اول و قدر نسبتش $\frac{1}{5}$ است:

$$S_{\text{حد}} = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{1}{4}$$

۹. گزینه ۱ می‌دانیم حد مجموع جملات دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a و قدر نسبت q با $|q| < 1$ برابر $\frac{a_1}{1-q}$ است. پس داریم:

$$\frac{1}{1-(-3x)} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2 + 6x = 3 \Rightarrow x = \frac{1}{6}$$

در محاسبه‌ی S داریم: $a = 1$ و $q = 3x$ ، پس می‌توان نوشت:

$$S_{\text{حد}} = \frac{1}{1-3x} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$$

۱۰. گزینه ۲

می‌دانیم: $\begin{matrix} \text{دنباله‌ی هندسی} \\ a, b, c \rightarrow ac = b^2 \\ \text{دنباله‌ی حسابی: } a_n - a_1 = (n-1)d \end{matrix}$

$$a_2, a_4, a_{11} \rightarrow a_1 + d, a_1 + 3d, a_1 + 10d$$

$$\xrightarrow{\text{دنباله‌ی هندسی}} (a_1 + 3d)^2 = (a_1 + d)(a_1 + 10d) \Rightarrow a^2 + 6a_1d + 9d^2 = a_1^2 + 11a_1d + 10d^2$$

$$\Rightarrow 5a_1d - d^2 = 0 \Rightarrow 5a_1 + d = 0 \Rightarrow d = -5a_1$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir