۱ تعداد جایگشت‌های سه حرفی انتخاب شده از حروف کلمه‌ی $DELAVAR$ کدام است؟

① ۱۱۵ ② ۱۲۵ ③ ۱۳۰ ④ ۱۳۵

۲ تعداد جایگشت‌های ۴ حرفی از حروفی کلمه $SALAMAT$ که دو حرف آن A باشد، کدام است؟

① ۲۴ ② ۳۶ ③ ۵۶ ④ ۷۲

۳ به چند طریق می‌توان ۶ عدد اسباب‌بازی متمایز را بین سه بچه، با تعداد یکسان تقسیم کرد؟

① ۵۴ ② ۶۰ ③ ۷۲ ④ ۹۰

۴ با حروف کلمه‌ی $RANGIN$، چند کلمه‌ی رمز ۳ حرفی می‌توان ساخت؟

① ۶۰ ② ۷۲ ③ ۸۴ ④ ۱۲۰

۵ تعداد جایگشت‌های حروف کلمه‌ی $DADRASS$ که در آن حرف R همواره در وسط قرار گیرد، کدام است؟

① ۴۵ ② ۷۵ ③ ۹۰ ④ ۱۲۰

۶ پنج حرف از هفت حرف کلمه‌ی $ELEMENT$ را با جایگشت‌های متمایز کنار هم قرار می‌دهیم. تعداد کلماتی که هر سه E در آن‌ها موجود باشند، کدام است؟

① ۷۲ ② ۸۴ ③ ۹۶ ④ ۱۲۰

۷ از ۱۲ نفر دانش‌آموز نمونه، به چند راه می‌توان سه نفر را جهت مشارکت در سه مورد متمایز در امور مدرسه، انتخاب کرد؟

① ۱۳۲۰ ② ۶۶۰ ③ ۳۳۰ ④ ۲۲۰

۸ به چند طریق می‌توان، ۶ کارمند جدید را در اتاق‌های ۳ نفره، ۲ نفره و ۱ نفره جای داد؟

① ۴۵ ② ۵۴ ③ ۶۰ ④ ۷۲

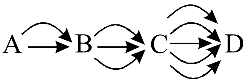
۹ چند کلمه‌ی ۴ حرفی انگلیسی صرف‌نظر از معنادار بودن می‌توان ساخت به‌طوری‌که اگر از اول به آخر بخوانیم یا از آخر به اول بخوانیم، یک کلمه بخوانیم (مانند $noon$)؟

① ۲۶! ② $۲۶ \times ۲۵ \times ۲۴ \times ۲۳$ ③ ۲۶×۲۵ ④ $۲۶^{۲}$

۱۰ با حروف کلمه‌ی «پیراهن» چند کلمه‌ی ۹ حرفی می‌توان نوشت به‌طوری‌که هیچ دو حرف مجاوری با‌هم یکسان نباشند؟

① ۶×۵^{۸} ② ۵×۶^{۸} ③ $۶^{۵} \times ۵^{۶}$ ④ $۵^{۶} + ۶^{۵}$

۱۱ در شکل مقابل، به چند طریق می‌توان از A به D رفت و برگشت به طوری‌که مسیر رفت و برگشت باهم متفاوت باشند؟



① ۹ ② ۸۹۹ ③ ۸۷۰ ④ ۱۰

۱۲ با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷ چند عدد ۵ رقمی فرد بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

① ۱۴۴۰ ② ۷۲۰ ③ ۲۵۲۰ ④ ۵۰۴۰

۱۳ در مجموعه‌ی $A = \{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}$ چند زیرمجموعه داریم که دارای ۳ و فاقد ۱ باشند؟

① ۸ ② ۱۶ ③ ۳۲ ④ ۶۴

۱۴ اگر یک اتوبوس با ۸ مسافر در ۳ ایستگاه توقف و همه‌ی مسافرین در این ایستگاه‌ها از اتوبوس پیاده شوند این کار به چند طریق ممکن است؟

① $۸^۳$ ② $۳^۸$ ③ ۲۴ ④ ۱۱

۱۵ تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد $۲^۲ \times ۳^۳ \times ۵^۵$ چند تا است؟

① ۳۰ ② ۷۲ ③ ۲۰ ④ ۱۰

۱۶ اگر a,b,c,d,e متمایز باشند چند تابع با دامنه‌ی $A = \{a,b,c,d,e\}$ می‌توان نوشت که برد آن‌ها مجموعه‌ی $B = \{۱,۲,۳\}$ باشند؟

① $۳^۵$ ② $۵^۳$ ③ $\frac{۵!}{۳!}$ ④ ۵! ۳!

۱۷ چند عدد ۵ رقمی وجود دارد که ارقام ۲ و ۳ در آن‌ها استفاده نشده باشد؟

① ۸×۷^۴ ② ۷×۸^۴ ③ ۴×۷^۸ ④ ۴×۸^۷

۱۸ حروف کلمه $TERRITORY$ را به چند روش می‌توان کنار هم قرار داد به طوری‌که حروف یکسان پهلوی هم باشند؟

① ۳۶۰ ② ۴۲۰ ③ ۴۸۰ ④ ۷۲۰

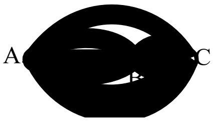
۱۹ چند عدد ۳ رقمی با ارقام غیر تکراری کوچک‌تر از ۸۷۴ وجود دارد؟

① ۵۵۶ ② ۸۴۶ ③ ۵۴۶ ④ ۵۰۴

۲۰ در یک دانشگاه، ۵ طبقه و در هر طبقه، بین ۳ تا ۵ راهرو، و در هر راهرو ۴ تا ۶ کلاس، و در هر کلاس، بین ۲۰ تا ۳۰ صندلی وجود دارد. تفاضل حداقل و حداکثر تعداد صندلی‌هایی که ممکن است در این دانشگاه وجود داشته باشد، کدام است؟

① ۴۵۰۰ ② ۱۲۰۰ ③ ۳۳۰۰ ④ ۵۷۰۰

۲۱ با توجه به شکل مقابل، به چند طریق می‌توان از A به C رفت و برگشت؟ (جهت حرکت در هر جاده، با فلش مشخص شده است.)



① ۴۸ ② ۴۲ ③ ۵۶ ④ ۴۰

۲۲ اگر $\frac{(n+۱)!}{(n-۱)!}=۳۰$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{n^۲+۵}{n!}$ کدام است؟

① ۴ ② $\frac{۱}{۴}$ ③ ۵ ④ $\frac{۱}{۵}$

۲۳ حاصل $\frac{۱۰!}{۱۰!-۱۱!}-\frac{۱۰!}{۱۰!+۱۱!}$ کدام است؟

① $\frac{۱۱}{۳۳}$ ② $\frac{۱}{۶}$ ③ $\frac{۱}{۲}$ ④ $\frac{۱۱}{۶۰}$

۲۴ در چند جایگشت از حروف کلمه‌ی $Blackboard$، حروف مشابه کنار هم قرار می‌گیرند؟

① $۸!\times ۲!\times ۲!$ ② $۱۲!$ ③ $۱۰!$ ④ $۸!$

۲۵ چند عدد ۴ رقمی می‌توان نوشت به طوری که رقم ۲ یک در میان مشاهده شود؟

① $۴!$ ② ۱۹۰ ③ ۹×۱۰^۳ ④ ۱۵۳

۲۶ با ارقام ۱,۲,۳,۴,۵,۶ چند عدد ۵ رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت که رقم اول زوج باشد؟

① ۱۸۰ ② ۳۶۰ ③ ۷۲۰ ④ ۱۲۰

۲۷ ۱۰ نفر به نام‌های a ، .... ، b می‌خواهند در یک صف بایستند؛ به چند طریق a جلوتر از b قرار می‌گیرد؟

① $۱۰!$ ② $۹!$ ③ $\frac{۱۰!}{۲}$ ④ $۲\times ۱۰!$

۲۸ با ارقام ۱, ۳, ۵, ۷ تمام عددهای چهار رقمی ممکن را نوشته‌ایم، مجموع دهگان همه‌ی این اعداد کدام است؟

① ۹۴ ② ۹۵ ③ ۹۶ ④ ۹۷

۲۹ در چند جایگشت ۶ حرفی از حروف کلمه‌ی $Computer$، دو حرف اول صدادار هستند؟

① $۷!$ ② $۳!۵!$ ③ $۸!$ ④ $P(۸,۶)$

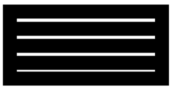
۳۰ اگر زیرمجموعه‌های ۲ عضوی یک مجموعه، ۲۸ تا باشند، تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی آن چند تا است؟

① ۶۸ ② ۷۰ ③ ۷۲ ④ ۷۴

۳۱ در یک قفسه‌ی کتاب، ۸ کتاب تاریخی و ۵ کتاب علمی قرار دارند. اگر بخواهیم جای دو کتاب علمی را با دو کتاب تاریخی عوض کنیم، به چند حالت این کار امکان پذیر است؟

① ۲۵۰ ② ۱۱۶۰ ③ ۱۱۲۰ ④ ۲۸۰

۳۲ اگر بخواهیم در شکل مقابل، ۳۰ مستطیل به چشم بخورد، چند خط عمودی دیگر باید به شکل اضافه کنیم؟



① ۱　② ۲　③ ۳　④ ۴

۳۳ علی می‌خواهد در ۲۰ روز مانده به امتحانات، خود را در ۶ درسی که در آن‌ها ضعف دارد، تقویت کند، اگر او روزانه درس را مورد مطالعه قرار دهد؛ حداکثر به چند طریق می‌تواند این کار را انجام دهد؟

① $20!\,6!$　② $20!\,3!$　③ $20!$　④ $6!$

۳۴ یک تیم ۴ نفره از میان ۶ پسر و ۸ دختر می‌خواهیم تشکیل بدهیم، اگر بخواهیم حداقل ۲ عضو از این تیم را پسرها تشکیل دهند، به چند حالت می‌توانیم این کار را انجام دهیم؟

① ۵۶۵　② ۵۷۵　③ ۵۸۵　④ ۵۹۵

۳۵ با ارقام $1, 2, 3, \cdots, 9$ چند عدد ۵ رقمی می‌توان نوشت به طوری که دقیقاً ۳ رقم آن فرد باشند؟

① $4^2 \times 5^3$　② $2^4 \times 5^5$　③ $5^4 \times 2^5$　④ $5^2 \times 4^3$

۳۶ به چند طریق می‌توانیم ۳ نقطه با طول و عرض طبیعی روی دستگاه مختصات دکارتی انتخاب کنیم که طول و عرضشان بین ۳ و ۱۲ $(4, \cdots, 11)$ باشد؟

① 55^2　② 56^2　③ 53^2　④ 54^2

۳۷ در یک مدرسه ۱۰ کلاس و در هر کلاس ۱۵ دانش‌آموز داریم، می‌خواهیم یک تیم ۷ نفره را از این مدرسه انتخاب کنیم به طوری که از هر کلاس حداکثر یک نفر انتخاب شوند. این کار به چند طریق ممکن است؟

① $\binom{15}{7}$　② $7!\,10!$　③ 120×15^7　④ $10! \times 15^7$

۳۸ بر روی یک دایره، ۸ نقطه متمایز وجود دارد. تعداد ۴ ضلعی‌های محدّب که هر رأس آن واقع بر نقاط مفروض باشد، کدام است؟

① ۵۶　② ۶۸　③ ۷۰　④ ۶۴

۳۹ می‌خواهیم از بین ۲ دانش‌آموز پایه‌ی اول و ۳ دانش‌آموز پایه‌ی دوم و ۴ دانش‌آموز پایه‌ی سوم یک شورای دانش‌آموزی تشکیل دهیم به طوری‌که حداقل از پایه‌های اول و دوم هر کدام ۲ نفر و از پایه‌ی سوم، دقیقا ۲ نفر انتخاب شوند. به چند حالت این کار ممکن است؟

① ۲۰　② ۲۲　③ ۲۴　④ ۲۶

۴۰ در یک خیابان تجاری، ۱۰ مغازه موجود است که هر مغازه ۲۰ نوع کالا به فروش می‌گذارد اگر برای بازرسی بخواهیم به‌طور اتفاقی ۲ مغازه و در هر مغازه ۳ کالا را بررسی کنیم، به چند حالت این کار ممکن است؟

① $\binom{10}{2}\binom{20}{3}$　② $\binom{10}{3}\binom{20}{2}$　③ $20!\,3!$　④ $20!\,10!\,3!$

۴۱ در یک آپارتمان، ۷ زوج زندگی می‌کنند؛ به چند طریق می‌توان ۴ نفر از این ۷ زوج انتخاب کرد به طوری‌که هیچ زن و شوهری با هم انتخاب نشوند؟

① ۲۱۰ ② ۷۰ ③ ۳۵ ④ ۳۵×۲^{۴}

۴۲ از بین ۵ دبیر شیمی و ۲ دبیر فیزیک و ۷ دبیر ریاضی چگونه می‌توان یک تیم ۶ نفره تشکیل داد به طوری‌که از هر درس فقط دو نفر شرکت باشد؟

① ۷۱۰ ② ۴۲۰ ③ ۵۸۰ ④ ۶۳۰

۴۳ با ارقام ۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۰ چند عدد سه رقمی بزرگ‌تر از ۳۰۰ بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

① ۴۰ ② ۶۰ ③ ۸۰ ④ ۱۲۰

۴۴ از هر یک از ۶ منطقه کشوری، ۱۵ دانش‌آموز به یک اردوگاه فرهنگی دعوت شده‌اند. به چند روش می‌توان ۳ دانش‌آموز از بین آن‌ها که دو به دو غیر هم منطقه‌ای هستند، انتخاب کرد؟

① ۵۷۶۰۰ ② ۶۷۵۰۰ ③ ۷۵۶۰۰ ④ ۷۶۵۰۰

۴۵ در یک کشور نوعی اتومبیل در ۳ مدل، ۵ رنگ و ۲ نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می‌شود. چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می‌شود؟

① ۱۰ ② ۲۰ ③ ۳۰ ④ ۴۰

۴۶ زهرا می‌خواهد برای تولد دوستش یک روان‌نویس یا یک کتاب شعر و یا یک قاب هدیه بخرد. در مغازه‌ای که وارد شده است ۶ مدل روان‌نویس، ۷ کتاب شعر متفاوت و ۳ مدل قاب وجود دارد. چند انتخاب برای خرید کادو وجود دارد؟

① ۱۶ ② ۱۲۶ ③ !۱۶ ④ $P(۱۶,۳)$

۴۷ یک مربی فوتبال به چند طریق می‌تواند از بین شش بازیکن دفاعی که در تمامی پست‌های دفاعی می‌توانند بازی کنند، ۴ بازیکن را برای بازی در چهار پست مختلف دفاع انتخاب کند؟

① ۱۸۰ ② ۳۶۰ ③ ۱۲۰ ④ ۳۰

۴۸ به چند طریق می‌توان ۳ کتاب ریاضی متمایز و ۴ کتاب داستان متمایز را در یک قفسه کنار هم قرار داد به شرطی که کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های داستان کنار هم باشند؟

① ۱۴۴ ② ۲۸۸ ③ ۲۸۸۰ ④ ۵۰۴۰

۴۹ حاصل $A =$ کدام است؟

!۷ − !۸

① ۱۵ ② $\frac{}{۷}$ ③ !۶ ④ !۱۵

(50) به چند طریق می‌توان طبقات مختلف یک ساختمان ۵ طبقه را با چهار رنگ سفید، قرمز، زرد و سبز، رنگ کرد به شرطی که رنگ طبقات مجاور، متمایز باشد؟

① $۴!$ ② $۴^{۵}$ ③ ۴×۳^{۴} ④ $۵^{۴}$

(51) فردی برای استفاده از رایانه‌ی شخصی خود یک رمز شامل دو حرف a و b و ۴ رقم از بین ارقام $۰, ۱, ۰۰۰, ۹$ با الگوی «حرف، رقم، رقم، رقم، رقم، حرف» انتخاب کرده است. اما ارقام رمز خود و ترتیب حروف a و b را فراموش کرده است. اگر بخواهد به صورت تصادفی رمز را وارد نماید و وارد کردن هر رمز ۳ ثانیه زمان نیاز داشته باشد، این فرد حداکثر در چه زمانی می‌تواند به اطلاعات رایانه‌ی خود دسترسی پیدا کند؟

① ۶۰۰ دقیقه ② ۱۰۰ دقیقه ③ ۱۰۰۰ دقیقه ④ ۶۰۰۰۰ دقیقه

(52) ۲۰ مسافر داخل مترو، به چند طریق می‌توانند در ۷ ایستگاه از قطار پیاده شوند؟

① $۲۰^{۷}$ ② $P(۲۰, ۷)$ ③ $۷^{۲۰}$ ④ $\frac{}{۷!}$

(53) با ارقام ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ و ۰ چند عدد چهاررقمی زوج کوچک‌تر از ۴۲۰۰ می‌توان نوشت؟

① ۶۸۹ ② ۳۶۰ ③ ۳۶۵ ④ ۶۶۰

(54) با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی با ارقام متمایز می‌توان نوشت که مضرب ۵ باشد؟

① ۲۶ ② ۳۶ ③ ۴۵ ④ ۵۶

(55) فردی با حروف الفبای فارسی یا انگلیسی می‌خواهد یک رمز سه حرفی بسازد به طوریکه تمامی حروف یا فارسی باشند یا انگلیسی، چند حالت برای این رمز وجود دارد؟ (۳۲ حرف فارسی و ۲۶ حرف انگلیسی وجود دارد.)

① $۳۲^{۳} + ۲۶^{۳}$ ② $(۳۲ \times ۲۶)^{۳}$

③ $۵۸^{۳}$ ④ $(۳۲ \times ۳۱ \times ۳۰) + (۲۶ \times ۲۵ \times ۲۴)$

(56) شخصی قصد دارد تا از نقطه‌ی A به نقطه‌ی C سفر کند. اگر مسیرهای مستقیم از A به C مسدود شده باشد، به چند طریق این عمل ممکن است؟ (از هر نقطه حداکثر یک بار می‌توان عبور کرد.)

[redacted]

① ۸ ② ۱۳

③ ۱۰ ④ ۱۱

(57) در کیسه‌ای ۶ مهره‌ی قرمز، ۲ مهره‌ی آبی و ۴ مهره‌ی سبز وجود دارد. اگر ۳ مهره به تصادف از کیسه خارج کنیم، در چند حالت امکان دارد ۳ مهره همرنگ باشند؟

① ۲۰ ② ۲۴ ③ ۱۸ ④ ۱۴

(58) از بین افراد یک گروه، تصمیم به انتخاب ۴ نفر داریم. به طوری که شخص A حتماً حضور داشته باشد و شخص B حضور نداشته باشد. اگر به ۸۴ طریق قادر به این کار باشیم، چند نفر در این گروه حضور دارند؟

① ۹ ② ۱۰ ③ ۱۱ ④ ۱۲

۵۹ در یک کنفرانس بین‌المللی افرادی از ایران و ۵ کشور دیگر حضور دارند. از هر کشور ۳ نفر اما از ایران ۴ نفر دعوت هستند. به چند طریق می‌توان ۳ نفر را برای سخنرانی انتخاب کرد طوری که هیچ دو نفر سخنران ملیت یکسان نداشته و یکی از آن‌ها ایرانی باشد؟

① ۳۶۰ ② ۹۶۹ ③ ۴۲۰ ④ ۱۲۰

۶۰ چند جایگشت (۶ حرفی) از حروف a,b,c,d,e,f وجود دارد به طوری که حروف a,b,c همواره کنار هم و حروف d,f نیز همواره کنار هم باشند؟

① ۷۲ ② ۳۶ ③ ۱۲ ④ ۶

۶۱ با حروف کلمه‌ی (سرازیری) چند کلمه‌ی هفت حرفی و بدون توجه به معنا، می‌توان نوشت به طوری که حرف «س» اول بیاید؟

① ۱۲۰ ② ۱۸۰ ③ ۳۶۰ ④ ۲۲۰

۶۲ چند عدد سه رقمی بزرگ‌تر از ۵۰۰ وجود دارد که مجموع ارقام یکان و دهگان آن‌ها ۸ باشد؟

① ۴۰ ② ۵۶ ③ ۲۰ ④ ۴۵

۶۳ تعداد ترتیب‌های مختلف حروف کدام یک از واژه‌ها، متفاوت با واژه‌های دیگر است؟

① مازیار ② کیانوش ③ شهریار ④ خشایار

۶۴ در یک کیسه ۳ مهره‌ی آبی، ۴ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی سیاه قرار دارد. به چند طریق می‌توان ۳ مهره انتخاب کرد به طوری که حداقل دو مهره سیاه باشد؟

① ۲۰ ② ۲۱ ③ ۲۲ ④ ۲۴

۶۵ از تساوی $P(n,n-۲)=۱۲$ مقدار n کدام است؟

① ۳ ② ۴ ③ ۵ ④ ۶

۶۶ با ارقام ۱, ۲, ۳, ۵, ۶ چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت که بزرگ‌تر از ۳۰۰ باشد؟ (تکرار ارقام مجاز است.)

① ۶۰ ② ۷۵ ③ ۳۶ ④ ۱۰۸

۶۷ تعداد جایگشت‌های سه حرفی انتخاب شده از حروف کلمه‌ی $DENTIST$، کدام است؟

① ۶۰ ② ۸۴۰ ③ ۱۲۰ ④ ۱۳۵

۶۸ با ارقام $\{۰, ۱, ۳, ۸\}$ چند عدد چهار رقمی فرد بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

① ۱۲ ② ۲۴ ③ ۱۰ ④ ۸

۶۹ چند عدد ۳ رقمی مضرب ۵ وجود دارد؟

① ۱۲۰ ② ۱۸۰ ③ ۱۷۰ ④ ۱۶۰

۷۰ با حروف کلمه‌ی "$CHILD$" چند کلمه‌ی سه حرفی بدون تکرار حروف می‌توان ساخت به طوری که شامل حرف «H» باشند؟

① ۶۰ ② ۳۶ ③ ۲۴ ④ ۳۰

۷۱ به چند طریق می‌توان به ۵ سؤال تستی دو گزینه‌ای (بله، خیر) پاسخ داد؟ (پاسخ دادن به همه‌ی سؤالات الزامی است.)

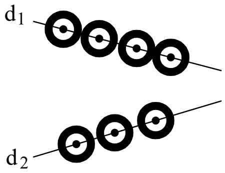
① ۱۸ ② ۲۴ ③ ۳۲ ④ ۳۸

۷۲ می‌خواهیم کارت‌هایی بسازیم که در سمت راست آن‌ها یکی از حروف {ن، ی، ب، ج، الف} و در سمت چپ آن‌ها عدد ۳ رقمی بدون رقم صفر نوشته شود. چند کارت می‌توانیم بسازیم؟

① ۵۰۰۰ ② ۷۲۹ ③ ۳۶۴۵ ④ ۴۵۰۰

۷۳ با استفاده از نقاط واقع شده بر روی دو خط $d_۱$ و $d_۲$ مطابق شکل زیر، چند مثلث می‌توان ساخت؟

① ۱۵ ② ۲۴ ③ ۳۰ ④ ۳۵



۷۴ در چند عدد ۳ رقمی، فقط یک رقم ۵ وجود دارد؟

① ۷۲ ② ۸۱ ③ ۲۲۵ ④ ۲۴۳

۷۵ از بین ۱۰ دانش‌آموز که دو نفر آن‌ها برادر هستند، به چند طریق می‌توان یک گروه ۳ نفره انتخاب کرد به طوری که هر دو برادر با هم انتخاب نشوند؟

① ۷۲ ② ۹۰ ③ ۱۱۲ ④ ۱۲۰

۷۶ تعداد زیرمجموعه‌های ۵ عضوی یک مجموعه با تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی آن برابر است. این مجموعه چند زیرمجموعه‌ی ۳ عضوی دارد؟

① ۱۲۰ ② ۶۰ ③ ۳۶ ④ ۸۴

۷۷ چند عدد ۴ رقمی می‌توان ساخت به طوری که ارقام آن یک در میان زوج و یا فرد باشند؟ (تکرار مجاز است.)

① ۷۲۰ ② ۸۷۰ ③ ۱۱۲۵ ④ ۱۴۵۹

۷۸ چند عدد ۴ رقمی با ارقام متمایز وجود دارد که رقم صفر در آن به کار نرفته باشد، اما رقم ۷ در آن به کار رفته است؟

① ۳۳۶ ② ۴۴۸ ③ ۶۷۲ ④ ۱۳۴۴

۷۹ اگر $P(n,۲)=۵n+۷$، حاصل $P(n-۱,۳)$ کدام است؟

① ۶۰ ② ۱۲۰ ③ ۲۱۰ ④ ۳۳۶

۸۰ چند عدد ۴ رقمی زوج کوچک‌تر از ۴۰۰۰ با ارقام متمایز وجود دارد؟

① ۵۶۰ ② ۶۷۲ ③ ۷۸۴ ④ ۸۴۰

۸۱ اگر $(۲x^{۲} - x)! = ۱$، در این صورت چند مقدار صحیح برای x وجود دارد؟

① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

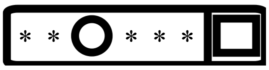
۸۲ با ارقام $\{۰,۱,۲,۳,۴,۵\}$ و بدون تکرار ارقام، چند عدد چهار رقمی بزرگ‌تر از ۲۰۰۰ و کوچک‌تر از ۴۰۰۰ می‌توان نوشت؟

① ۱۰۰ ② ۸۶ ③ ۱۲۰ ④ ۱۴۰

۸۳ گل‌فروشی در فروشگاه خود ۸ نوع گل مختلف وجود دارد. او در هر دسته گل از ۴ تا ۶ شاخه گل متمایز قرار می‌دهد. اگر گل‌فروش برای تزئین ماشین نیاز به ۲ دسته گل متمایز داشته باشد، به چند طریق می‌تواند یک ماشین را تزئین کند؟

① ۱۱۷۸۱ ② ۸۹۷۱ ③ ۱۳۵۲۳ ④ ۱۵۸۴۱

۸۴ یک کارخانه برای هر قطعه‌ی تولیدی خود یک شماره‌ی شناسه به‌صورت زیر می‌زند به‌طوری که هر ستاره بیان گر یک رقم غیر صفر، مربع بیان گر یک عدد دو رقمی با ارقام یکسان و دایره بیان گر یکی از حروف مجموعه‌ی $A = \{$الف، ب، ج، د، س، ص، ط، ق، ل، م، ن، و، هـ، ی$\}$ است. در این کارخانه چند قطعه می‌توان تولید کرد که شماره‌ی شناسه‌ی آن با رقم زوج شروع شود؟



① ۵۶×۹^{۵} ② ۱۴×۹^{۶} ③ ۵۶×۹^{۶} ④ ۱۴×۹^{۵}

۸۵ در چه تعداد از جایگشت‌های حروف کلمه‌ی «بیله‌سوار»، حروف کلمه‌ی «سوار» کنار هم قرار می‌گیرند؟

① $۵!$ ② $۴!$ ③ $۵! \times ۴!$ ④ $۵! \times ۶!$

۸۶ ۶ جفت جوراب داریم. ۵ لنگه به‌تصادف از بین آن‌ها خارج می‌کنیم. تعداد حالاتی که فقط یک جفت در بین آن‌ها دیده شود، کدام است؟

① ۲۷۰ ② ۳۶۰ ③ ۲۴۰ ④ ۴۸۰

۸۷ با ارقام ۳، ۰، ۲، ۱، ۸، ۹ و ۷ چند عدد ۴ رقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

① ۷۲۰ ② ۳۶۰ ③ ۳۲۰ ④ ۳۰۰

۸۸ با ارقام ۴،۵،۸،۰ و ۱ چند عدد ۵ رقمی و زوج بدون ارقام تکراری می‌توان نوشت؟

① ۷۲ ② ۵۴ ③ ۶۰ ④ ۳۶

۸۹ یک نقاش قوطی‌هایی از ۴ رنگ مختلف سبز، قرمز، آبی و نارنجی در اختیار دارد. او با ترکیب دو، سه یا چهار قوطی متمایز می‌تواند دقیقاً یک رنگ جدید به‌وجود آورد. او از حاصل ترکیب‌های خود مجموعاً چند رنگ مختلف می‌تواند تولید کند؟

① ۱۰ ② ۱۱ ③ ۱۶ ④ ۲۸

۹۰ می‌خواهیم از بین دانش‌آموزان سه کلاس ۴ نفره، یک تیم ۵ نفره برای مسابقات المپیاد انتخاب کنیم. در چه تعداد از حالت‌ها، تعداد افراد انتخاب شده از کلاس اول از مجموع نفرات انتخاب شده از هر دو کلاس دوم و سوم بیش تر است؟

① ۲۸ ② ۱۱۲ ③ ۱۱۰ ④ ۱۲۰

۹۱ تعداد جایگشت‌های شش حرفی واژه‌ی $OLYMPIAD$ که در آن حروف صدادار (O,A,I) یک در میان قرار گیرند، کدام است؟

① $۶!$ ② $\frac{}{۲!}$ ③ $۳\times ۵!$ ④ $\frac{}{۲!}$

۹۲ از مجموعه‌ی $A=\{۱,۳,۵,۷,۹\}$ به مجموعه‌ی $B=\{۱,۳,۵,۷,۹\}$ چند تابع می‌توان نوشت؟

① ۳۱۲۵ ② ۲۵ ③ ۶۲۵ ④ ۱۲۵

۹۳ اگر $(n^۲-۳n)!=۲۴$، آن‌گاه $(n+۲)!$ کدام است؟ $(n\in\mathbb{N})$

① ۶ ② ۲۴ ③ ۱۲۰ ④ ۷۲۰

۹۴ حروف کلمه $EARNEST$ را به چند طریق می‌توان در کنار هم قرار دارد، به طوری که حرف N همواره در وسط قرار گیرد؟ (بدون توجه به مفهوم)

① ۱۸۰ ② ۲۱۶ ③ ۲۴۰ ④ ۳۶۰

۹۵ سه مهره‌ی سیاه یکسان و دو مهره‌ی آبی یکسان داریم. به چند طریق می‌توان این پنج مهره را کنار هم چید؟

① ۸ ② ۱۰ ③ ۱۳ ④ ۱۵

۹۶ با حروف کلمه $Heater$ چند کلمه‌ی ۳ حرفی می‌توان ساخت؟

① ۶۰ ② ۷۲ ③ ۸۴ ④ ۹۲

۹۷ تعداد جایگشت‌های ۳ حرفی از حروف کلمه‌ی $BAHARAN$ که دقیقاً ۲ حرف همه‌ی آن‌ها A باشد، کدام است؟

① ۱۲ ② ۱۰ ③ ۸ ④ ۶

۹۸ از بین ۹ کارمند می‌خواهیم ۵ نفر را برای اعزام به خارج انتخاب کنیم. اگر ۳ فرد به خصوص از قبل برای اعزام انتخاب شده باشند، چند حالت مختلف برای این کار وجود دارد؟

① ۱۵ ② ۲۵ ③ ۳۵ ④ ۴۵

۹۹ با ارقام $(۰,۲,۳,۴,۵)$ چند عدد ۳ رقمی فرد بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

① ۱۸ ② ۲۴ ③ ۲۸ ④ ۳۲

۱۰۰ در یک جعبه ۵ مهره‌ی سیاه و ۴ مهره‌ی سفید داریم. تعداد حالت‌هایی که ۳ مهره با هم انتخاب شود به طوری که ۲ مهره سیاه و یک مهره سفید باشد، چند تاست؟

① ۲۰ ② ۳۶ ③ ۴۰ ④ ۴۸

۱۰۱ با ارقام $(۰,۱,۳,۵,۶,۸,۹)$ چند عدد ۳ رقمی فرد بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

① ۱۲۰ ② ۱۰۰ ③ ۹۰ ④ ۶۸

۱۰۲ چند عدد سه رقمی زوج بزرگ‌تر از ۳۰۰ با ارقام $(۱,۲,۳,۴,۵)$ وجود دارد؟ (تکرار ارقام مجاز است.)

① ۳۰ ② ۵ ③ ۱۲۵ ④ ۸۰

۱۰۳ با حروف کلمه‌ی «ملکان» چند کلمه‌ی چهار حرفی (بدون تکرار حروف) می‌توان نوشت، به طوری که حرف «م» در اول و حرف «ل» در آخر بیاید؟

① ۵ ② ۱۰ ③ ۹ ④ ۶

۱۰۴ با استفاده از ارقام فرد یک رقمی، چند عدد ۲ رقمی کوچک‌تر از ۴۰ می‌توان نوشت؟

① ۱۰ ② ۲۰ ③ ۱۵ ④ ۱۶

۱۰۵ تعداد جایگشت‌های ۵ حرفی از کلمه $LUGGAGE$ که فقط دو حرف آن G باشد، کدام است؟

① ۵۶ ② ۲۴۰ ③ ۲۰ ④ ۷۲

۱۰۶ چند جایگشت چهار حرفی با حروف کلمه‌ی $IRANIAN$ می‌توان نوشت که دقیقاً دو حرف آن تکراری باشد؟

① ۸۰ ② ۱۰۸ ③ ۱۲۰ ④ ۱۴۴

۱۰۷ با ارقام $۵,۵,۵,۵,۰,۰,۰,۰$ چند عدد ۸ رقمی زوج می‌توان ساخت؟

① ۱۰ ② ۶ ③ ۲۰ ④ $\frac{}{۴!\times ۳!}$

۱۰۸ با حروف کلمه‌ی $DAMDARAN$، چند رمز عبور ۸ حرفی می‌توان ساخت، به‌طوری که با D شروع و به D ختم شوند؟

① ۱۲۰ ② ۱۶۰ ③ ۱۸۰ ④ ۲۴۰

۱۰۹ با حروف کلمه‌ی $ZEMESTAN$ چند رمز عبوری چهارحرفی می‌توان ساخت؟

① ۴۸۰ ② ۱۸۰ ③ ۸۴۰ ④ ۱۰۲۰

۱۱۰ در یک آزمون با ۵ پرسش ۴ گزینه‌ای، فردی به تمام پرسش‌ها به تصادف پاسخ داده است. به چه احتمالی او به تمام پرسش‌ها پاسخ درست داده است؟

① $\frac{۱}{۲۰}$ ② $\frac{۱}{۶۲۵}$ ③ $\frac{۱}{۲۰۴۸}$ ④ $\frac{۱}{۱۰۲۴}$

۱۱۱ با حروف کلمه‌ی " $CHILD$ " چند کلمه‌ی سه حرفی بدون تکرار حروف می‌توان ساخت به طوری که شامل حرف «H» باشند؟

① ۶۰ ② ۳۶ ③ ۲۴ ④ ۳۰

۱۱۲ به ۱۰ سؤال چهار گزینه‌ای به چند طریق می‌توان پاسخ داد به طوری که پاسخ به همه‌ی سؤال‌ها اجباری باشد؟

① $۴^{۲۰}$ ② $۴^{۱۰}$ ③ $۲^{۱۰}$ ④ $۱۰^{۴}$

۱۱۳ چند عدد سه رقمی با ارقام متمایز وجود دارد؟

① ۴۵۰ ② ۵۰۴ ③ ۶۴۸ ④ ۷۲۰

۱۱۴ تعداد راه‌های ممکن برای پاسخ گویی به ۶ سؤال دو گزینه‌ای کدام است؟ (پاسخ‌گویی به همه‌ی سؤال‌ها اجباری است.)

① ۳۶ ② ۴۸ ③ ۶۴ ④ ۷۲

۱۱۵ با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ چند عدد ۴ رقمی بزرگ‌تر از ۵۰۰۰ و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

① ۳۶۰ ② ۴۰۰ ③ ۴۶۰ ④ ۸۰۰

۱۱۶ روی ۹ گوی یکسان ارقام ۱ تا ۹ را نوشته‌ایم، به چند طریق می‌توان ۲ گوی با هم برداشت به طوری که جمع اعداد روی آن‌ها عددی زوج باشد؟

① ۱۰ ② ۶ ③ ۹ ④ ۱۶

۱۱۷ با حروف کلمه‌ی «پاسداران» چند جایگشت ۸ حرفی می‌توان نوشت که با حرف «پ» شروع و به حرف «ن» ختم شود؟

① ۹۰ ② ۱۰۵ ③ ۱۲۰ ④ ۱۳۵

۱۱۸ با جایگشت ارقام ۳,۴,۴,۷,۵,۶,۶ چند عدد ۷ رقمی متمایز می‌توان نوشت؟

① ۱۲۰ ② ۱۲۶۰ ③ ۷۲۰ ④ ۱۳۶۰

۱۱۹ با ارقام ۱,۳,۷,۹,۸,۷,۵ چند عدد ۴ رقمی متمایز می‌توان نوشت؟

① ۲۴۰ ② ۶۰ ③ ۴۸۰ ④ ۱۲۰

۱۲۰ از بین ۴ دانش‌آموز کلاس اول و ۲ دانش‌آموز کلاس دوم و ۵ دانش‌آموز کلاس سوم، به چند طریق می‌توان سه نفر را انتخاب نمود به طوری که در این انتخاب، دانش آموزی از کلاس دوم وجود نداشته باشد؟

① ۶۲ ② ۷۸ ③ ۸۴ ④ ۹۶

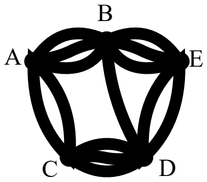
۱۲۱ یک سالن آمفی تئاتر ۱۰ در دارد. به چند طریق می‌توان از یک در وارد سالن شد و از دیگر خارج شد؟

① ۱۰۰ ② ۹۰ ③ ۹ ④ ۱۰

۱۲۲ با حروف کلمهٔ «پردیس» چند کلمهٔ ۳ حرفی با حروف غیرتکراری می‌توان نوشت؟

① $۴^{۳}$ ② $۳^{۴}$ ③ ۲۴ ④ ۶۰

۱۲۳ در نمودار شکل مقابل، به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر E رفت؟



① ۲۷ ② ۲۱

③ ۱۵ ④ ۱۸

۱۲۴ یک اتوبوس با ۱۰ مسافر در ۱۲ ایستگاه توقف می‌کند و همهٔ مسافرین در این ایستگاه‌ها از اتوبوس پیاده می‌شوند. این کار به چند طریق امکان‌پذیر است؟

(۱) ۱۲۰ (۲) $۱۰^{۱۲}$ (۳) $۱۲^{۱۰}$ (۴) ۱۴۴

۱۲۵ به چند طریق می‌توان رئوس یک چهارضلعی را با ۳ رنگ، رنگ‌آمیزی کرد به طوری که هیچ دو رأس مجاوری هم‌رنگ نباشند؟

(۱) ۳۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

۱۲۶ در یک منطقهٔ آموزش و پرورش، ۳ ناحیه و در هر یک از این ناحیه‌ها، ۸ مدرسهٔ دورهٔ دوم متوسطه و در هریک از این مدارس، ۶ کلاس دهم وجود دارد. در این منطقه چند کلاس دهم وجود دارد؟

(۱) ۱۴۴ (۲) ۷۲ (۳) ۹۶ (۴) ۴۸

۱۲۷ کدام گزینه نادرست است؟

(۱) $\frac{}{(n-۲)!}=n^{۲}-n \quad (n>۲)$ (۲) $۰!=۱!$

(۳) $۴!\times ۲=۸!$ (۴) $۲!\times ۲!\times ۳!=۴!$

۱۲۸ به چند طریق ۴ دانش آموز و ۳ معلم می توانند برای گرفتن عکس یادگاری کنار هم بایستند. به‌طوری که معلم‌ها کنار هم باشند؟

(۱) $۴!\times ۴!$ (۲) $۳!\times ۵!$ (۳) $۷!\times ۳!$ (۴) $۲!\times ۴!\times ۳!$

۱۲۹ با استفاده از ۴ رنگ قرمز، سبز، زرد و آبی به چند طریق می‌توان پنج خانهٔ کنار هم را که در یک ردیف قرار گرفته‌اند، رنگ کرد؛ به‌طوری که خانه‌های مجاور هم‌رنگ نباشند؟

(۱) ۵۷۶ (۲) ۳۲۴ (۳) ۱۰۲۴ (۴) ۲۴۳

۱۳۰ با حروف A، B، C و D چند کلمهٔ حداکثر چهارحرفی می‌توان ساخت به طوری که تکرار حروف مجاز نباشند؟

(۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۶۰ (۴) ۶۴

۱۳۱ با ارقام ۱,۲,۳,۵ اعداد ۳ رقمی نوشته ایم، تعداد حالت‌هایی که تکرار ارقام مجاز است، چقدر بیش تر از تعداد حالاتی است که تکرار ارقام مجاز نیست؟

(۱) ۵۸ (۲) ۴۰ (۳) ۴۸ (۴) ۳۶

۱۳۲ به چند طریق می‌توان ۳ کتاب متمایز را بین ۵ نفر تقسیم کرد، به‌طوری که به هر نفر بیش از یک کتاب نرسد؟

(۱) $۳^{۵}$ (۲) $۵^{۳}$ (۳) ۶۰ (۴) ۱۲۰

۱۳۳ سادهٔشدهٔ عبارت $\frac{}{۱۲!-۱۱!}$ کدام است؟

(۱) ۱۳ (۲) ۱۱ (۳) ۱۱×۱۳ (۴) $۱۱\times ۱۳!$

۱۳۴ چه تعداد از زیرمجموعه‌های مجموعهٔ $\{a,b,c,d,e\}$ دارای ۲ عضو a و b هستند؟

① ۸ ② ۲ ③ ۱۶ ④ ۴

۱۳۵ یک آزمون تستی شامل ۱۰ سؤال ۴گزینه‌ای و ۳ سؤال ۲گزینه‌ای است. اگر فردی بخواهد به‌طور تصادفی به همهٔ سؤالات پاسخ بدهد، به‌چند روش می‌تواند این کار را انجام بدهد؟ (امکان پاسخ ندادن به هیچ سؤالی وجود ندارد.)

① $۱۰^{۴} \times ۳^{۲}$ ② $۴^{۱۰} \times ۲^{۳}$ ③ $۱۰^{۴} \times ۲^{۳}$ ④ $۴^{۱۰} \times ۳^{۲}$

۱۳۶ می‌خواهیم از بین تعدادی کتاب مختلف، ۳ کتاب را انتخاب کنیم و در قفسه ای بچینیم. اگر تعداد همهٔ حالت های مختلف برای این کار برابر ۲۱۰ باشد، تعداد کتاب‌ها کدام است؟

① ۵ ② ۶ ③ ۷ ④ ۸

۱۳۷ با ارقام صفر، $۶,۳,۲,۱$ و ۷ و بدون تکرار ارقام، چند عدد سه‌رقمی می‌توان ساخت به‌طوری که حتماً شامل ۲ باشد؟

① ۵۲ ② ۴۸ ③ ۴۴ ④ ۳۶

۱۳۸ با حروف کلمهٔ $ASSIST$ چند کلمهٔ ۶ حرفی می‌توان ساخت به‌طوری که همواره Sها پشت سر هم باشند؟

① ۱۸ ② ۲۴ ③ ۳۶ ④ ۴۸

۱۳۹ در کدام گزینه ترتیب قرار گرفتن اشیا اهمیت ندارد؟

① انتخاب دفاع چپ، راست و وسط از بین ۷ مدافعی که همگی توانایی بازی در تمام حالت‌های دفاعی را دارند.

② ساختن کلمهٔ ۳ حرفی به کمک حروف کلمهٔ «موفق» و بدون تکرار حروف

③ حداقل ۲ بار «رو» آمدن یک سکه در ۳ پرتاب متوالی آن

④ انتخاب یک دسته‌گل با ۳ شاخه گل از بین ۵ شاخه گل رز، مریم، میخک، شب‌بو و گلایل

۱۴۰ با ارقام $\{۰,۱,۲,۳,۴,۵\}$ چند عدد ۴ رقمی بزرگتر از ۳۰۰۰ و مضرب ۵ می‌توان نوشت؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)

① ۱۴ ② ۶۰ ③ ۴۸ ④ ۷۲

۱۴۱ مقدار n در معادلهٔ $\binom{۲۱}{n} = \binom{}{۳n - ۳}$ کدام است؟

① ۲ ② ۴ ③ ۳ ④ ۶

۱۴۲ از میان ۴ داور ایرانی، ۳ داور ژاپنی و ۲ داور روسی، به چند طریق می‌توان یک کمیتهٔ داوران ۵ نفره تشکیل داد به‌طوری که در این کمیته حداقل ۲ داور ایرانی حضور داشته باشد؟

① ۶۵ ② ۱۰۵ ③ ۲۱۰ ④ ۶۰

۱۴۳ معلمی قصد دارد از یک کلاس، ۳ نفر را به تصادف برای حضور در مسابقات علمی انتخاب کند. اگر او این ۳ نفر را به ۵۶ روش بتواند انتخاب کند، تعداد دانش‌آموزان کلاس چند نفر بوده است؟

① ۱۰ ② ۹ ③ ۱۱ ④ ۸

۱۴۴ در یک لیگ فوتبال ۱۵ تیم حضور دارند. در پایان این لیگ، تیم‌های اول تا سوم به چند حالت مختلف می توانند مشخص شوند؟

① !۱۲ ② !۳ ③ !۱۳ ④ !۲

۱۴۵ مجموعهٔ $A = \{a_{۱}, a_{۲}, a_{۳}, \dots, a_{۱۰}\}$ چند زیرمجموعهٔ ۵ عضوی دارد که شامل عضوهای $a_{۱}$ و $a_{۲}$، ولی فاقد عضوهای $a_{۹}$ و $a_{۱۰}$ باشد؟

① ۲۰ ② ۸ ③ ۵۶ ④ ۱۲۰

۱۴۶ آرش در یک آزمون با ۶ سوال ۴ گزینه‌ای و ۴ سوال ۳ گزینه‌ای شرکت می‌کند. اگر پاسخ به سوال‌های ۳ گزینه‌ای در این آزمون الزامی باشد، آرش به چند طریق می‌تواند پاسخنامهٔ خود را پر کند؟

① $۶^{۴} \times ۴^{۳}$ ② $۴^{۴} \times ۵^{۶}$ ③ $۴^{۶} \times ۳^{۴}$ ④ $۵^{۶} \times ۳^{۴}$

۱۴۷ چند عدد ۴ رقمی طبیعی زوج با ارقام غیرتکراری و کوچک‌تر از ۶ داریم؟

① ۱۰۸ ② ۱۵۶ ③ ۱۸۰ ④ ۲۱۶

۱۴۸ اگر $(۲x - x^{۲})! = ۱$، آن‌گاه برای x چند مقدار وجود دارد؟

① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۱۴۹ چند عدد سه‌رقمی داریم که رقم صدگان آن‌ها برابر مجموع ارقام یکان و دهگان آن باشد؟

① ۵۴ ② ۵۵ ③ ۴۴ ④ ۴۵

۱۵۰ از شهر A تا شهر B، ۴ راه و از شهر B تا شهر C، ۳ راه و از شهر C تا شهر D، ۲ راه وجود دارد. به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر D رفت و دوباره به شهر A برگشت به‌طوری که از هر مسیر حداکثر یک بار عبور کنیم و از تمام شهرها عبور کنیم؟

① ۹۶ ② ۱۰۴ ③ ۱۴۴ ④ ۱۴۲

۱۵۱ تعداد راه‌های ممکن برای پاسخ دادن به تعدادی سوال دو گزینه‌ای برابر $۸۱^{۵}$ است. تعداد سوالات کدام است؟ (پاسخ دادن به سوالات اجباری نیست.)

① ۱۰ ② ۲۰ ③ ۵ ④ ۱۵

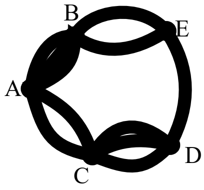
۱۵۲ سه برادر و سه خواهر به چند طریق می‌توانند عکس یادگاری بگیرند، به طوری که خواهرها همواره کنار هم باشند؟

① ۳۶ ② ۷۲ ③ ۱۴۴ ④ ۷۲۰

۱۵۳ با حروف کلمهٔ «یکسان» چند کلمهٔ ۵ حرفی می‌توان ساخت به طوری که با حرف نقطه‌دار شروع شود؟ (تکرار حروف مجاز نیست.)

① ۲۴ ② ۴۸ ③ ۷۲ ④ ۱۲

۱۵۴ اگر همهٔ جاده‌ها یک‌طرفه باشند، به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر E رسید؟ (از هر شهر فقط یک‌بار می‌توان عبور کرد.)



① ۱۴
② ۱۱
③ ۷
④ ۱۰

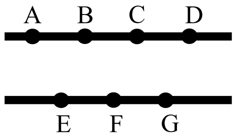
۱۵۵ با ارقام ۰, ۲, ۴, ۷, ۳ چند عدد زوج سه رقمی می‌توان نوشت؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)

① ۱۲
② ۳۶
③ ۱۸
④ ۳۰

۱۵۶ از میان ۵ نفر کلاس اولی، ۷ نفر کلاس دومی و ۶ نفر کلاس سومی به چند طریق می‌توان ۳ نفر انتخاب کرد به طوری که هم‌کلاسی باشند؟

① ۱۰
② ۳۵
③ ۴۵
④ ۶۵

۱۵۷ هفت نقطهٔ A ، B، C، D، E، F و G به صورت زیر روی دو خط موازی قرار دارند. چند مثلث مختلف می‌توان رسم کرد که رئوس آن از این هفت نقطه انتخاب شوند؟



① ۲۴
② ۳۰
③ ۳۶
④ ۳۵

۱۵۸ اگر $C(n+۳,۳) = ۵P(n+۲,۲)$، در این صورت n کدام است؟

① ۲۷
② ۳
③ ۶
④ ۳۳

۱۵۹ رمزی از سه رقم تشکیل شده است. اگر ارقام زوج کنار هم نباشند، برای این رمز چند حالت ممکن است؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)

① ۱۰۰
② ۳۰۰
③ ۴۶۰
④ ۴۰۰

۱۶۰ یک آزمون شامل ۲ سوال ۴ گزینه‌ای و ۴ سوال ۲ گزینه‌ای است. فردی قصد دارد به صورت تصادفی به سوالات جواب دهد. اگر بتواند سوال‌ها را بدون جواب هم بگذارد، او به چند روش می‌تواند این کار را انجام دهد؟

① ۲۶۵
② ۲۰۵۰
③ ۲۵۶
④ ۲۰۲۵

۱۶۱ با ارقام $۰,۱,۲,۳,۴,۵$ چند عدد چهار رقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت؟

① ۶۰
② ۹۶
③ ۱۵۶
④ ۲۵۰

۱۶۲ اگر $(n-۱)((n-۱)!+(n-۲)!) = ۱۲۰$ باشد، n کدام است؟

① ۴
② ۵
③ ۶
④ ۷

۱۶۳ با حروف کلمهٔ $perusal$ چند جایگشت هفت حرفی بدون تکرار می‌توان نوشت که به حرف e ختم می‌شود و حروف e، r، u کنار هم باشند؟

① ۴۸
② ۱۲۰
③ ۱۴۴
④ ۲۴۰

۱۶۴ با حروف کلمهٔ «تقویم» و بدون تکرار حروف چند کلمهٔ ۵ حرفی می‌توان نوشت به طوری که بین حروف «و» و «م» دقیقاً یک حرف قرار بگیرد؟

① ۳۶ ② ۲۴ ③ ۴۸ ④ ۳۲

۱۶۵ چند عدد پنج رقمی وجود دارد که حداقل یک رقم تکراری داشته باشد؟

① ۶۹۷۶۰ ② ۴۹۶۰۰ ③ ۶۲۷۸۴ ④ ۷۴۸۸۰

۱۶۶ اگر در یک کیسه ۲ مهرهٔ زرد، ۵ مهرهٔ قرمز و ۳ مهرهٔ سبز داشته باشیم و بخواهیم ۴ مهره به تصادف انتخاب کنیم، تعداد حالات ممکن برای آن‌که حداقل یک مهرهٔ زرد و دقیقاً یک مهرهٔ سبز انتخاب شوند، کدام است؟

① ۱۴۰ ② ۱۲۵ ③ ۱۰۵ ④ ۷۵

۱۶۷ گل فروشی در مغازه‌اش ۱۰ مدل گل مختلف دارد. او با توجه به تقاضای مشتریان دسته گل‌هایی درست می‌کند که در آن‌ها حداقل ۸ شاخه گل متمایز به کار رفته است. وی چند دسته گل مختلف می‌تواند درست کند؟

① ۴۵ ② ۵۴ ③ ۵۶ ④ ۶۰

۱۶۸ ۶ نفر به نام‌های a، b، c، d، e و f را به چند طریق می‌توان در یک صف قرار داد به‌طوری که a و b بعد از e و f در صف قرار بگیرند؟ (a و b الزاما بلافاصله بعد از e و f نیستند.)

① ۳۶۰ ② ۲۴۰ ③ ۱۲۰ ④ ۱۸۰

۱۶۹ حاصل عبارت $\binom{۵}{۱}+\binom{۶}{۲}+\binom{۷}{۳}+\cdots+\binom{۱۴}{۱۰}$ کدام است؟

① ۱۳۶۴ ② ۱۳۶۵ ③ ۳۰۰۲ ④ ۳۰۰۳

۱۷۰ از بین ۳ دبیر رشتهٔ ریاضی، ۳ دبیر رشتهٔ تجربی، ۳ دبیر رشتهٔ انسانی و ۳ دبیر رشتهٔ هنر، به چند طریق می‌توان یک کمیتهٔ ۳ نفره انتخاب کرد به‌طوری که هیچ دو نفری از اعضای کمیته هم‌رشته نباشند؟

① ۲۲۰ ② ۱۰۸ ③ ۶۴۸ ④ ۲۷

۱۷۱ برای تزئین کردن یک شاخه گل، روبان‌هایی به رنگ‌های زرد، قرمز و صورتی، ۴ رنگ مختلف کاغذ و ۳ نوع برگ تزئینی در اختیار داریم. اگر بخواهیم از روبان صورتی استفاده کنیم، به چند روش می‌توانیم این شاخه گل را با ۱ برگ تزئینی و ۱ کاغذ تزئین کنیم؟

① ۲۴ ② ۳۶ ③ ۱۲ ④ ۲۷

۱۷۲ مقدار n در عبارت $\frac{۳}{۲}=\frac{}{(n-۲)!\,(n-۱)!}$ کدام است؟

① ۶ ② ۴ ③ ۳ ④ ۵

۱۷۳ با ارقام $(۰,۲,۴,۵,۷,۸)$ چند عدد ۴ رقمی فرد بزرگ‌تر از ۴۰۰۰ بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

① ۴۸ ② ۶۸ ③ ۷۲ ④ ۹۶

۱۷۴ با ارقام $(۰,۲,۳,۵,۷,۹)$ چند عدد ۳ رقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

① ۴۰ ② ۳۶ ③ ۳۲ ④ ۲۸

۱۷۵ با ارقام $۸,۷,۴,۳,۲$ چند عدد ۵ رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت به طوری که دو رقم فرد کنار هم نباشند؟

① ۴۸ ② ۵۶ ③ ۷۲ ④ ۸۴

۱۷۶ سه معلم و دو معاون مدرسه‌ای می‌خواهند عکس یادگاری بگیرند. به چند طریق می‌توانند این کار را انجام دهند به طوری که معلمین در کنار هم و معاونین نیز در کنار هم باشند؟

① ۱۲ ② ۱۸ ③ ۲۴ ④ ۳۶

۱۷۷ اگر $(n+۲)! = ۴۲n!$ باشد، حاصل $\binom{}{n-۲}$ کدام است؟

① ۱۰ ② ۲۶ ③ ۳۵ ④ ۴۲

۱۷۸ تیم ملی والیبال ۱۴ بازیکن دارد که قد هیچ دو نفرشان با هم یکسان نیست. به چند طریق می‌توان ۳ نفر از آن‌ها انتخاب کرد به‌طوری که از بین بلندترین فرد و کوتاه‌ترین فرد تیم، فقط یک نفر انتخاب شده باشد؟

① ۱۵۶ ② ۱۳۲ ③ ۲۶۴ ④ ۶۶

۱۷۹ تعداد جایگشت‌های حروف کلمهٔ $SAMPLE$، به‌طوری که A و P کنار هم نباشند، کدام است؟

① ۱۲۰ ② ۱۸۰ ③ ۴۸۰ ④ ۲۴۰

۱۸۰ با اعداد ۵، ۴، ۳، ۲ و ۱ چند عدد چهار رقمی زوج می‌توان نوشت که اولین رقم سمت چپ، عدد اول باشد؟ (بدون تکرار ارقام)

① ۳۶ ② ۳۰ ③ ۲۴ ④ ۱۸

۱۸۱ ۵ قوطی رنگ متفاوت داریم. اگر بتوانیم با ترکیب ۲ تا یا بیشتر از این قوطی‌ها، رنگ‌های جدید و متمایز بسازیم، تعداد کل رنگ‌هایی که می‌توانیم داشته باشیم کدام است؟

① ۳۶ ② ۳۰ ③ ۳۲ ④ ۳۱

۱۸۲ مقدار x در تساوی $(\frac{۲x}{۳}-۳)! = ۶$ کدام است؟

① ۹ ② ۱۰ ③ ۸ ④ ۶

۱۸۳ تعداد جایگشت‌های حروف کلمه‌ی $SASANPOOR$ به شرط آن‌که حروف یکسان کنار هم قرار بگیرند، کدام است؟

① ۱۲۰ ② ۷۲۰ ③ ۱۴۴۰ ④ $۶!\times ۲!\times ۲!\times ۲!$

۱۸۴ با حروف کلمهٔ $DANESH$، چند رمز عبور چهار حرفی می‌توان ساخت. به‌طوری که حرف S در هر رمز باشد؟

① ۲۴۰ ② ۲۵۰ ③ ۲۶۰ ④ ۲۷۰

۱۸۵ اگر برچسب‌های اجناس یک فروشگاه به‌صورت زیر طراحی شده باشد، این فروشگاه حداکثر چند برچسب با این طراحی و شرایط زیر می‌تواند بسازد؟

[redacted]

الف) داخل هر ستاره یک رقم غیرصفر قرار گیرد.

ب) داخل دایره یک حرف از حروف مجموعهٔ {آ, ب, پ, ت, ج, د} قرار گیرد.

پ) داخل مربع یک عدد از میان اعداد حسابی زوج یک رقمی و غیر تکراری قرار گیرد.

① ۳۲۴۰۰ ② ۲۹۱۶۰ ③ ۱۱۶۶۴ ④ ۲۵۹۲۰

۱۸۶ یک آزمون شامل ۱۰ سؤال چهارگزینه‌ای و ۵ سؤال دوگزینه‌ای (بلی – خیر) است. فردی قصد دارد به سؤال‌ها به‌صورت تصادفی جواب دهد. اگر جواب دادن به سؤال‌های چهارگزینه‌ای اجباری و جواب دادن به سؤال‌های دوگزینه‌ای اختیاری باشد، این فرد به چند روش می‌تواند به سؤال‌ها جواب دهد؟

① $5^{10} \times 3^{5}$ ② $4^{10} \times 2^{5}$ ③ $5^{10} \times 2^{5}$ ④ $4^{10} \times 3^{5}$

۱۸۷ با ارقام ۶، ۵، ۴، ۲، ۱ و صفر چند عدد چهاررقمی مضرب ۵ و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

① ۱۲۰ ② ۱۰۸ ③ ۹۶ ④ ۲۴۰

۱۸۸ به چند حالت می‌توانیم از میان ۴ دانش‌آموز رشتهٔ تجربی و ۳ دانش‌آموز رشتهٔ ریاضی، یک گروه ۴نفره تشکیل دهیم، به‌نحوی که حداقل ۳ نفر از آنان از رشتهٔ تجربی باشند؟

① ۱۳ ② ۳۶ ③ ۱۶ ④ ۹

۱۸۹ تعداد جایگشت‌های حروف کلمهٔ $HAMID$، به‌طوری که دو حرف H و D کنار هم نباشند کدام است؟

① ۵۴ ② ۶۵ ③ ۷۲ ④ ۸۰

۱۹۰ از میان ۵ ریاضیدان، ۶ فیزیکدان و ۴ شیمیدان قرار است کمیته‌ای ۴نفره انتخاب شود به‌طوری‌که از هر رشته حداقل یک نفر در آن عضو باشد. این کمیته به چند طریق می‌تواند انتخاب شود؟

① ۸۴۰ ② ۷۲۰ ③ ۶۴۰ ④ ۹۶۰

۱۹۱ با حروف کلمهٔ $subtitle$ چند کلمهٔ ۸حرفی می‌توان ساخت که حروف صدادار در کنار هم و حروف t نیز در کنار هم باشند؟

① ۷۲۰ ② ۱۲۰ ③ ۳۶۰ ④ !۸

۱۹۲ با ارقام ۰,۲,۳,۷ چند عدد سه‌رقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

① ۲۴ ② ۱۲ ③ ۳۲ ④ ۱۰

۱۹۳ با ارقام ۰,۱,۲,۳,۴,۵ چند عدد چهاررقمی کوچک‌تر از ۳۰۰۰ و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

① ۳۶۰ ② ۱۶۰ ③ ۱۲۰ ④ ۲۴۰

۱۹۴ با حروف کلمهٔ $monster$، چند کلمهٔ ۷حرفی می‌توان ساخت که حروف m، o و n کنار هم باشند؟

① ۱۲۰ ② $\frac{۷!}{۳}$ ③ $۲ \times ۶!$ ④ ۷۲۰

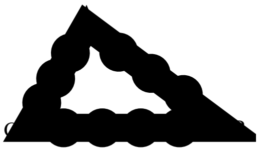
۱۹۵ با ارقام $۰,۱,۲,۳,۴,۵$ چند عدد چهاررقمی زوج و کمتر از ۴۵۰۰ بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

① ۹۷ ② ۲۵۵ ③ ۷۲ ④ ۱۱۴

۱۹۶ اگر $۲C(n,۳) = ۵P(n,۲)$ باشد، $C(n,۲)$ کدام است؟ $(n \geq ۳)$

① ۱۳۶ ② ۲۷۲ ③ ۱۲۰ ④ ۲۴۰

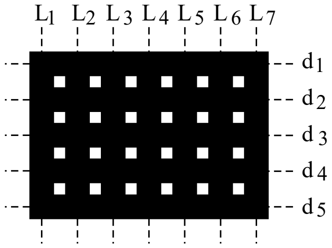
۱۹۷ با اتصال نقاط مشخص‌شده روی اضلاع مثلث ABC، چند مثلث می‌توانیم بسازیم؟



① ۳۶ ② ۱۱۴

③ ۹۹ ④ ۱۲۹

۱۹۸ در شکل زیر از برخورد خطوط افقی $d_۱$ تا $d_۵$ و خطوط عمودی $L_۱$ تا $L_۷$ چند مستطیل به‌وجود آمده است؟



① ۲۰۰

② ۲۱۰

③ ۲۲۰

④ ۲۴۰

۱۹۹ می‌خواهیم با استفاده از ارقام مجموعهٔ $\{۰,۱,۲,\cdots,۸,۹\}$ اعداد ۴رقمی بدون تکرار ارقام بسازیم، به‌طوری که اعداد ساخته‌شده ۲ رقم زوج و ۲ رقم فرد داشته باشند. چه تعداد عدد با این شرایط می‌توانیم بسازیم؟

① ۲۴۰۰ ② ۱۴۴۰ ③ ۲۱۶۰ ④ ۲۸۸۰

۲۰۰ در یک آپارتمان ۶ زوج (زن و شوهر) زندگی می‌کنند. به چند طریق می‌توان ۵ نفر از بین این ۱۲ نفر انتخاب کرد که دقیقاً یک زوج بین آن‌ها وجود داشته باشد؟

① ۲۴۰ ② ۴۸۰ ③ ۳۶۰ ④ ۵۴۰

۲۰۱ در رستوران (۱)، ۳ نوع پیش‌غذا، ۵ نوع غذای اصلی و ۷ نوع دسر وجود دارد و در رستوران (۲)، ۴ نوع پیش غذا، ۶ نوع غذای اصلی و ۲ نوع دسر وجود دارد. اگر فردی یکی از این رستوران‌ها را انتخاب کند و از منوی آن رستوران دقیقاً یک غذای اصلی، حداکثر یه پیش‌غذا و حداکثر یک دسر را انتخاب کند، در مجموع چند حالت برای میز غذای او وجود دارد؟

① ۱۰۵×۴۸ ② ۱۵۳ ③ ۲۵۰ ④ ۱۸۰

۲۰۲ با حروف کلمهٔ «خوارزمی» چند کلمهٔ ۵حرفی و بدون توجه به معنا می‌توان نوشت که فقط ۲ نقطه داشته باشد؟

① ۷۲۰ ② ۷۴۴ ③ ۶۲۴ ④ ۴۸۰

۲۰۳ مقدار n در معادلهٔ $۱۳(۱۳!+۱۲!)=n!$ کدام است؟

① ۱۱ ② ۱۳ ③ ۱۴ ④ ۱۵

۲۰۴ در معادلهٔ زیر، مقدار n کدام است؟

$$P(n,۴)=۶۰C(n-۲,۲)$$

① ۲ ② ۶ ③ ۵ ④ ۸

۲۰۵ در یک گلفروشی، هشت نوع گل متفاوت وجود دارد و برای ایجاد هر دسته گل، به چهار نوع گل نیاز داریم. به چند حالت می‌توان دسته گلی تهیه کرد که دو نوع خاص از این گل‌ها در آن وجود نداشته باشد؟

① ۸ ② ۱۰ ③ ۱۲ ④ ۱۵

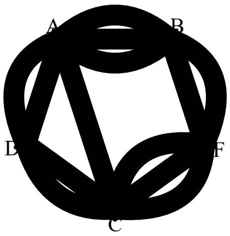
۲۰۶ با حروف کلمهٔ $soran$ چند کلمهٔ سه‌حرفی می‌توان ساخت؟ (بدون تکرار حروف)

① ۳۰ ② ۶۰ ③ ۱۲۰ ④ ۱۲۵

۲۰۷ با توجه به شکل زیر، به چند طریق می‌توان از A به C رفت و برگشت؟

① ۹ ② ۱۸

③ ۱۲ ④ ۱۶



۲۰۸ با حروف کلمهٔ «مغناطیس»، چند کلمهٔ ۷حرفی می‌توان نوشت که حروف «ط»، «ی» و «س» در آن کنار هم باشند؟

① ۱۲۰ ② ۱۴۴۰ ③ ۳۶۰ ④ ۷۲۰

۲۰۹ با ارقام ۹, ۸, ۵, ۲, ۱, ۰ بدون تکرار ارقام چند عدد شش‌رقمی فرد می‌توان نوشت؟

① ۱۴۴ ② ۷۲ ③ ۲۸۸ ④ ۳۶۰

۲۱۰ در یک جمع ۶نفره که ۲ نفر از آن‌ها زن هستند، به چند طریق می‌توان یک تیم ۳نفره تشکیل داد به‌طوری‌که حداکثر یک زن در این تیم حضور داشته باشد؟

① ۱۲ ② ۱۶ ③ ۲۰ ④ ۸

۲۱۱ دو سکهٔ متفاوت و یک تاس را با هم می‌ریزیم. احتمال آنکه حداقل یکی از سکه‌ها رو بیاید، کدام است؟

① $\frac{}{۸}$ ② $\frac{۱}{۴}$ ③ $\frac{}{۸}$ ④ $\frac{۳}{۴}$

۲۱۲ چند عدد زوج سه‌رقمی وجود دارد که یکان و صدگان آن برابرند؟

① ۳۰ ② ۴۰ ③ ۴۵ ④ ۵۰

۲۱۳ یک رئیس، یک خزانه‌دار و یک منشی را که افراد مختلفی هستند از یک مجموعهٔ ۱۰نفری که علی در آن قرار دارد، انتخاب می‌کنیم، این عمل به چند طریق امکان‌پذیر است، اگر علی نتواند خزانه‌دار یا منشی باشد؟

① ۱۲۵ ② ۲۱۶ ③ ۵۷۶ ④ ۶۷۲

۲۱۴ ۴ کتاب مختلف شیمی و ۶ کتاب مختلف ریاضی را به چند طریق می‌توان در یک قفسه قرار داد، به‌شرط آن‌که بین هر دو کتاب شیمی دقیقاً دو کتاب ریاضی قرار بگیرد؟

① $۶! \times ۴!$ ② $۴! \times ۳!$ ③ $(۴!)^۲$ ④ $(۶!)^۲$

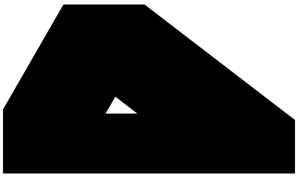
۲۱۵ به چند طریق می‌توان ۶ حرف a، b، c، d، e و f را در کنار هم قرار داد به‌طوری که e قبل از a، b و c قرار گیرد؟

① ۲۴۰ ② ۶۰ ③ ۱۲۰ ④ ۱۸۰

۲۱۶ چند چهارضلعی محدب می‌توان ساخت که رئوس آن از نقاط مشخص‌شده، روی مثلث ABC باشند؟

① ۱۲ ② ۲۴

③ ۱۵ ④ ۶



۲۱۷ به چند طریق می‌توان ۳ کتاب مختلف ریاضی و ۴ کتاب مختلف فیزیک را در یک قفسه چید به‌طوری که کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های فیزیک نیز کنار هم باشند؟

① $۷!$ ② $۳! \times ۴!$ ③ $۳! \times ۴! \times ۲!$ ④ $۴! \times ۲!$

۲۱۸ خانواده‌ای ۳ فرزند دختر و ۴ فرزند پسر دارد. در نزدیکی خانهٔ آن‌ها، ۴ مجتمع آموزشی دخترانه و ۵ مجتمع آموزشی پسرانه وجود دارد. او به چند طریق می‌تواند فرزندان خود را در مجتمع آموزشی ثبت‌نام کند به‌طوری که هیچ دو دخترش را در یک مجتمع آموزشی یکسان ثبت‌نام نکرده باشد؟

① $۵^۴ \times ۴^۳$ ② $۴^۵ \times ۳^۴$ ③ $۵^۳ \times ۳!$ ④ $۵^۳ \times ۵!$

۲۱۹ با حروف کلمهٔ $SISTERS$ چند کلمهٔ ۷حرفی بدون توجه به معنا می‌توان نوشت به‌طوری که هیچ دو حرف Sای کنار هم نباشند؟

① ۲۴۰ ② ۴۸۰ ③ ۷۲۰ ④ ۳۰۰

۲۲۰ برای شرکت در یک میهمانی ۵نفره قرار است از بین ۸ نفر دعوت به‌عمل آید. اگر ۲ نفر از این ۸ نفر باهم قهر باشند و امکان دعوت هم‌زمان آن‌ها در میهمانی نباشد دعوت مهمان‌ها به چند طریق امکان‌پذیر است؟

① ۳۰ ② ۳۶ ③ ۵۰ ④ ۵۶

پاسخنامه تشریحی

۱ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱ در بین حروف کلمه‌ی $DELAVAR$ دو حرف تکراری A داریم بنابراین مسأله را در سه حالت مختلف زیر حل می‌کنیم:

حالت اول: ابتدا سه حرف از بین تمام حروف (بجز) را انتخاب کرده و جایگشت‌های آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$D\,,\,E\,,\,L\,,\,V\,,\,R \to \text{انتخاب ۳ حرف از بین ۵ حرف و جایگشت سه حرف متمایز} \quad \binom{۵}{۳} \times \overbrace{۳!}^{\text{جایگشت ۳ حرف متمایز}} = ۱۰ \times ۶ = ۶۰$$

حالت دوم: در این مرحله یکی از حروف A و دو حرف دیگر از حروف غیر A را انتخاب و باز جایگشت آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{انتخاب ۲ حرف از ۵ حرف و جایگشت سه حرف متمایز} \quad \binom{۵}{۲} \times \overbrace{۳!}^{\text{جایگشت ۳ حرف متمایز}} = ۱۰ \times ۶ = ۶۰$$

حالت سوم: در این مرحله دو حرف A و یک حرف از حروف غیر A را انتخاب می‌کنیم و باز هم جایگشت آن‌ها (که این بار حرف تکراری هم دارد) حساب می‌کنیم:

$$\text{انتخاب ۱ حرف از ۵ حرف و جایگشت ۳ حرف با ۲ حرف تکراری یکسان} \quad \binom{۵}{۱} = ۵ \times \overbrace{\frac{}{۲!}}^{\text{جایگشت ۳ حرف با ۲ حرف تکراری یکسان}} = ۵ \times ۳ = ۱۵$$

بنابراین مجموع حالات برابر است با:

$$۶۰ + ۶۰ + ۱۵ = ۱۳۵$$

۲ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱ وجود ۲ حرف A قطعی است. پس برای کلمه‌ی ۴ حرفی ۲ حرف دیگر لازم داریم که آن‌ها را از بین بقیه‌ی حروف، به جز A یعنی T و M و L و S انتخاب می‌کنیم:

$$C(۴,۲) = \binom{۴}{۲} = \frac{}{(۴-۲)!\,۲!} = \frac{}{۲!\ \times ۲!} = \frac{۴ \times ۳}{۲} = ۶$$

حالا ۴ حرف داریم که دو تای آن‌ها (دو تا A) تکراری است. که جایگشت ۴ حرف دارای ۲ حرف تکراری به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{}{۲!} = \frac{۴ \times ۳ \times ۲}{۲} = ۱۲$$

پس کل جایگشت‌ها طبق اصل ضرب برابر است با:

$$۶ \times ۱۲ = ۷۲$$

۳ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱ برای آن که به بچه‌ها تعداد مساوی اسباب‌بازی برسد باید به هر بچه ۲ عدد اسباب‌بازی بدهیم. برای بچه‌ی اول کافیست ۲ اسباب‌بازی از ۶ اسباب‌بازی انتخاب کنیم $C(۶,۲)$ و بدهیم.

برای بچه‌ی دوم ۲ اسباب‌بازی از ۴ اسباب‌بازی باقی‌مانده انتخاب می‌کنیم $C(۴,۲)$ و در نهایت ۲ اسباب‌بازی باقی‌مانده را برای بچه‌ی سوم انتخاب می‌کنیم .

$$C(۶,۲) = \frac{}{۲!۴!} = \frac{}{۲ \times ۴!} = ۱۵$$

$$C(۴,۲) = \frac{}{۲!۲!} = \frac{}{۲ \times ۲!} = ۶$$

$$C(۲,۲) = \frac{}{۲!۰!} = ۱$$

بنا بر اصل ضرب داریم:

$$C(۶,۲) \times C(۴,۲) \times C(۲,۲) = ۱۵ \times ۶ \times ۱ = ۹۰$$

۴ ۱ **۲** ۳ ۴ چون کلمه‌ی $RANGIN$ دارای ۲ حرف تکراری N است، پس برای ساختن رمزهای ۳ حرفی حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم:

الف) شامل حرف N نباشد: بنابراین ۳ حرف را از بین حروف $\{R,A,G,I\}$ انتخاب کرده و جایگشت می‌دهیم:

$$\binom{۴}{۳} \times ۳! = ۴ \times ۶ = ۲۴$$

ب) شامل یک حرف N باشد: بنابراین ۲ حرف دیگر را از بین حروف $\{R,A,G,I\}$ انتخاب و جایگشت می‌دهیم:

$$\binom{۴}{۲} \times ۳! = \frac{۴ \times ۳}{۲} \times ۶ = ۳۶$$

ج) شامل دو حرف N باشد: بنابراین حرف سوم را از بین حروف $\{R,A,G,I\}$ انتخاب و با دو حرف تکراری N جایگشت می‌دهیم:

$$\binom{۴}{۱} \times \frac{}{۲!} = ۴ \times ۳ = ۱۲$$

در نهایت طبق اصل جمع داریم: $\qquad$ تعداد کل رمزها $= ۲۴ + ۳۶ + ۱۲ = ۷۲$

۵ ۱ ۲ **۳** ۴ حرف R را در وسط قرار می‌دهیم. برای ۶ جایگاه دیگر ۶ حرف داریم:

$$\square\ \square\ \square\ \boxed{R}\ \square\ \square\ \square$$

$DADASS$ که حروف S و A و D هر کدام ۲ بار تکرار شده است. باید جایگشت این ۶ حرف را حساب کنیم که حروف تکراری نیز دارد:

$$\frac{}{۲!۲!۲!} = \frac{}{۲! \times ۲ \times ۲} = ۶ \times ۵ \times ۳ = ۹۰$$

۶ ۱ ۲ ۳ **۴** حروف کلمه‌ی $ELEMENT$ شامل ۳ حرف تکراری E است، بنابراین برای ساختن کلمات پنج حرفی که شامل هر سه حرف E است، کافی است دو حرف دیگر از حروف غیر E (یعنی L، M، N یا T) را انتخاب کنیم و با سه حرف تکراری E جایگشت دهیم:

$$\text{تعداد کلمات} = \binom{۴}{۲} \times \frac{}{۳!} = \frac{}{۲! \times ۲!} \times \frac{}{۳!} = \frac{۴ \times ۳ \times \cancel{۲!}}{۲ \times \cancel{۲!}} \times \frac{۵ \times ۴ \times \cancel{۳!}}{\cancel{۳!}} = ۶ \times ۲۰ = ۱۲۰$$

۷ **۱** ۲ ۳ ۴ انتخاب ۳ نفر از ۱۲ نفر، مورد سؤال است و چون قرار است این سه نفر جهت مشارکت در سه مورد متمایز در امور مدرسه انتخاب شوند، پس ترتیب انتخاب آن‌ها اهمیت دارد. بنابراین از فرمول ترتیب استفاده می‌کنیم:

$$P(n,r) = \frac{}{(n-r)!} \Rightarrow P(۱۲,۳) = \frac{}{(۱۲-۳)!} = \frac{}{۹!} = \frac{}{۹!} = ۱۳۲۰$$

۸ ۱ ۲ **۳** ۴ از ۶ کارمند ابتدا ۳ نفر را انتخاب می‌کنیم $C(۶,۳)$ و سپس از ۳ نفر باقی‌مانده ۲ نفر را انتخاب می‌کنیم $C(۳,۲)$ و سپس ۱ نفر را از بین ۱ نفر باقی‌مانده انتخاب می‌کنیم $C(۱,۱)$ و در نهایت طبق اصل ضرب تعداد راه‌های هر مرحله را در هم ضرب می‌کنیم:

$$C(۶,۳) = \frac{}{(۶-۳)!\,۳!} = \frac{}{۳!۳!} = \frac{}{۳! \times ۳ \times ۲ \times ۱} = ۲۰$$

$$C(۳,۲) = \frac{}{(۳-۲)!\,۲!} = \frac{}{۱!\,۲!} = \frac{}{۱ \times ۲!} = ۳$$

$$C(۱,۱) = ۱$$

حاصل نهایی $= C(۶,۳) \times C(۳,۲) \times C(۱,۱) = ۲۰ \times ۳ \times ۱ = ۶۰$

۹ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱ برای این‌که از راست به چپ یا چپ به راست خواندن یک کلمه، با هم فرقی نداشته باشد باید حروف اول و آخر با هم و همچنین و دو حرف وسط با‌هم یکسان باشند.

برای حرف اول، بدون محدودیت یکی از ۲۶ حرف انگلیسی را انتخاب می‌کنیم که ۲۶ حالت دارد. حرف اول هرچه که انتخاب شد، حرف آخر هم باید همان باشد، پس حرف آخر ۱ حالت دارد. حرف دوم هم محدودیتی ندارد پس به ۲۶ طریق انتخاب می‌شود و حرف سوم هم ۱ حالت دارد چون باید با حرف دوم یکسان باشد.

پس طبق اصل ضرب داریم:

$$۲۶ \times ۲۶ \times ۱ \times ۱ = ۲۶^۲$$

۱۰ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱] از خانه سمت چپ شروع می‌کنیم:

اولین خانه به ۶ حالت می‌تواند پر شود $\underline{۶}, \_, \_, \_, \_, \_, \_, \_, \_$

دومین خانه به ۵ حالت می‌تواند پر شود چرا که نباید با خانه‌ی قبلی یکسان باشد $\underline{۶}, \underline{۵}, \_, \_, \_, \_, \_, \_, \_$

سومین خانه هم به ۵ حالت (۶ حرف منهای آن حرفی که در خانه‌ی دوم نشسته)

به‌همین ترتیب و طبق اصل ضرب خواهیم داشت:

تعداد حالات $= ۶ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ = ۶ \times ۵^۸$

۱۱ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ برای رفتن از A به D طبق اصل ضرب $۵ \times ۳ \times ۲ = ۳۰$ حالت وجود دارد. برای برگشت هم ۲۹ حالت وجود دارد (چرا که مسیر رفته قابل برگشت نیست) و در کل طبق اصل ضرب برای رفت و برگشت $۳۰ \times ۲۹ = ۸۷۰$ حالت داریم.

۱۲ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱] چون عدد فرد است پس رقم آخر باید ۱ یا ۳ یا ۵ یا ۷ باشد که ۴ حالت دارد و باقی اعداد از بین ۶ عدد باقی‌مانده انتخاب می‌شوند و چون تکرار مجاز نیست هر رقم ۱ حالت از رقم پیشین کم‌تر خواهد داشت.

$\underline{۶}$ $\underline{۵}$ $\underline{۴}$ $\underline{۳}$ ۴

۷

طبق اصل ضرب $۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۴$ حالت دارد.

$$۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۴ = ۱۴۴۰$$

۱۳ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ هر عضو ۲ حالت دارد، یا در زیرمجموعه هست یا نیست، ۳ و ۱ که تکلیفشان مشخص است و ۱ حالت دارند.

پس برای باقی اعضا طبق اصل ضرب $۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۱۶$ حالت داریم.

۱۴ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ هر مسافر در ۳ ایستگاه می‌تواند پیاده شود پس طبق اصل ضرب داریم:

$$۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ = ۳^۸$$

۱۵ ① **②** ③ ④

> مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد $\cdots \times a^n \times b^m$ که در آنها a, b اعداد اول و m, n اعداد صحیح است.
> به شکل ۰ تا n ضرب در ۰ تا m و ... است و تعداد آن برابر با $\cdots \times (n+۱) \times (m+۱)$ است.

هر مقسوم‌علیه طبیعی این عدد به شکل $۵^z \times ۳^y \times ۲^x$ است که در آن‌ها x از صفر تا ۲ و y از صفر تا ۳ و z از صفر تا ۵ می‌تواند باشد پس طبق اصل ضرب تعداد کل مقسوم‌های طبیعی این عدد برابر است با $۷۲ = ۶ \times ۴ \times ۳$

۱۶ **①** ② ③ ④ هر یک از مؤلفه‌های اول که ۵ تا هستند؛ می‌توانند یکی از سه مؤلفه‌ی دوم موجود را انتخاب کنند و چون مؤلفه‌های اول هم متفاوت هستند؛ پس در تابع بودن رابطه مشکلی پیش نمی‌آید.

اصل ضرب: $۳^۵ = ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ = \underline{۳},\underline{۳},\underline{۳},\underline{۳},\underline{۳}$

۱۷ ① **②** ③ ④ هر یک از ۵ رقم به‌جز رقم اول می‌توانند ارقام ۰ تا ۹ را داشته باشند. اگر ارقام ۲ و ۳ در آن‌ها نباشند، هر رقم می‌تواند یکی از ارقام باشد.

به‌جز رقم اول که نمی‌تواند صفر باشد.

پس طبق اصل ضرب: $۸^۴ \times ۷ = \_,\_,\_,\_,\_$

۱۸ ① ② ③ **④** تعداد جایگشت‌های حروف Y و O و I و E و $\boxed{R\text{و}R\text{و}R}$ و $\boxed{T\text{و}T}$ را محاسبه می‌کنیم که برابر $۶! = ۷۲۰$ است.

۱۹ **①** ② ③ ④ برای این‌که عدد، کوچک‌تر از ۸۷۴ باشد:

I) در صورتی‌که، رقم سمت چپ آن یکی از اعداد $۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷$ باشند، عدد، کوچک‌تر از ۸۷۴ خواهد شد و برای دو رقم دیگر محدودیتی وجود ندارد و می‌توانند هر یک از ارقام ۰ تا ۹ را داشته باشند اما چون تکرار مجاز نیست، هر رقم یک حالت از رقم قبلی کم‌تر دارد و طبق اصل ضرب داریم:

$\_,\overset{۹}{\_},\_ = ۷ \times ۹ \times ۸ = ۵۰۴$ حالت

II) در صورتی‌که، رقم سمت چپ ۸ باشد، برای این‌که عدد ما کوچک‌تر از ۸۷۴ باشد اگر رقم وسط یکی از ارقام $۱,۲,۳,۴,۵,۶$ باشد؛ برای رقم سوم محدودیتی نداریم و می‌تواند هر یک از ارقام ۰ تا ۹ داشته باشد.

با توجه به اصل ضرب و این‌که تکرار مجاز نیست داریم:

$\underset{۸}{\_},\overset{۶}{\_},\overset{۸}{\_} = ۴۸$ حالت

III) در صورتی‌که رقم سمت چپ ۸ و رقم وسط ۷ باشد، برای این‌که عدد ما کوچک‌تر از ۸۷۴ باشد رقم سمت راست باید یکی از ارقام $۰,۱,۲,۳$ باشد که طبق اصل ضرب ۴ حالت دارد:

$\underset{۸}{\_},\underset{۷}{\_},\overset{۴}{\_} = ۴$

طبق اصل جمع، در کل برای این‌که عدد ۳ رقمی (بدون تکرار ارقام) ما از ۸۷۴ کوچک‌تر باشد حالت دارد.

۲۰ ① ② **③** ④ حداقل صندلی‌ها بنابر اصل ضرب برابر است با:

حداکثر صندلی‌ها بنابر اصل ضرب برابر است با:

تفاضل حداقل و حداکثر برابر است با: $۴۵۰۰ - ۱۲۰۰ = ۳۳۰۰$

۲۱ **①** ② ③ ④ برای رفتن از A به C یا به‌طور مستقیم به C می‌رویم و یا ابتدا به B رفته و سپس از B به C می‌رویم:

$A \xrightarrow{\text{مستقیم}} C \ : \ ۲$

$A \rightarrow B \ : \ ۳$

$$A \xrightarrow{\text{در کل}} C = ۲ + ۶ = ۸$$

برای برگشت از C به A یا به‌طور مستقیم به A برمی‌گردیم و یا ابتدا به B برگشته و سپس از B به A برمی‌گردیم:

$$C \xrightarrow{\text{مستقیم}} A \ : \ ۲$$

$$C \xrightarrow{\text{در کل}} A = ۲ + ۴ = ۶$$

برای رفت و برگشت از A به C، طبق اصل ضرب داریم:

$$۶ \times ۸ = \underline{۴۸}$$

۲۲ ۴ ۳ **۲** ۱

$$\frac{}{(n-۱)!} = \frac{}{} = n(n+۱) = ۳۰ \Rightarrow n = ۵$$

$$\frac{n^۲+۵}{n!} = \frac{}{۵!} = \frac{}{۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱} = \frac{۱}{۴}$$

۲۳ **۴** ۳ ۲ ۱

$$\frac{}{۱۰!+۱۱!} - \frac{}{۱۰!-۱۱!} = \frac{}{۱۲ \times ۱۰!} - \frac{}{-۱۰ \times ۱۰!} = \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۰}$$

$$= \frac{۱۰+۱۲}{۱۲۰} = \frac{۲۲}{۱۲۰} = \frac{۱۱}{۶۰}$$

۲۴ **۴** ۳ ۲ ۱

حروف مشابه: a,a و b,b

حروف مشابه را یک حرف در نظر می‌گیریم برای اینکه کنار هم باشند و جایگشت $\boxed{a,a},\boxed{b,b},l,c,k,o,r,d$ را محاسبه می‌کنیم که برابر با $۸!$ است. دقت کنید خود b,b با a,a جایگشتی ندارد چرا که با جابه‌جایی آن‌ها کلمه‌ی جدیدی به‌وجود نمی‌آید.

۲۵ **۴** ۳ ۲ ۱ فرض کنیم رقم اول و سوم دو باشند: $\frac{۱}{۲},\frac{۹}{},\frac{۱}{۲},\frac{۹}{} = ۸۱$

باقی ارقام از صفر تا نه به جز ۲ می‌توانند باشد و ۹ حالت دارند و طبق اصل ضرب ۸۱ حالت داریم.

فرض کنیم رقم دوم و چهارم دو باشند: $\frac{۸}{},\frac{۱}{۲},\frac{۹}{},\frac{۱}{۲} = ۷۲$

رقم اول از یک تا نه به جز ۲ می‌تواند باشد که ۸ حالت دارد.

رقم سوم هم از صفر تا نه به جز ۲ می‌تواند باشد که ۹ حالت د ارد.

و طبق اصل ضرب ۷۲ حالت داریم.

طبق اصل جمع، در مجموع $۱۵۳ = ۸۱ + ۷۲$ حالت داریم.

۲۶ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ برای این‌که رقم اول زوج باشد، یکی از ارقام ۶, ۴, ۲ باید به‌عنوان رقم اول قرار بگیرد پس رقم اول ۳ حالت دارد.

برای باقی ارقام محدودیتی نداریم و با توجه به اصل ضرب و مجاز نبودن تکرار داریم:

$$۳ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ = ۳۶۰$$

۲۷ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ ده نفر به !۱۰ حالت کنار هم می‌ایستند که در نصف آن‌ها a جلوتر از b است پس جواب به‌صورت $\frac{۱۰!}{۲}$ است.

۲۸ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ فرض کنیم دهگان ۱ باشد؛ الباقی ارقام به $۳! = ۶$ حالت کنار هم می‌نشینند پس ۶ عدد داریم که دهگان آن‌ها ۱ است.

با فرض دهگان ۳: $۳! = ۶$ عدد

با فرض دهگان ۵: $۳! = ۶$ عدد

با فرض دهگان ۷: $۳! = ۶$

می‌بینیم ۶ عدد داریم که دهگان آن‌ها ۱ و

۶ عدد داریم که دهگان آن‌ها ۳ و

۶ عدد داریم که دهگان آن‌ها ۵ و

۶ عدد داریم که دهگان آن‌ها ۷ است پس مجموعشان برابر است با $۶(۱ + ۳ + ۵ + ۷) = ۶ \times ۱۶ = ۹۶$

۲۹ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ دو حرف اول باید صدادار باشند یعنی باید ۲ حرف از ۳ حرف انتخاب کنیم.

و برای چهار حرف باقی‌مانده باید ۴ حرف از ۵ حرف باقی‌مانده (بی‌صدا) انتخاب کنیم:

$$P(۳,۲) \times P(۵,۴) = \frac{}{(۳ - ۲)!} \times \frac{}{(۵ - ۴)!} = ۳! \times ۵!$$

۳۰ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱

تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی از یک مجموعه‌ی n عضوی برابر است با: $\binom{}{r}$

$$\binom{n}{۲} = ۲۸ \Rightarrow \frac{}{(n - ۲)!\,۲!} = \frac{}{(n - ۲)!\,۲!} = \frac{n(n - ۱)}{۲} = ۲۸$$

$$\Rightarrow n(n - ۱) = ۵۶ \Rightarrow n = ۸$$

تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی: $\binom{۸}{۴} = \frac{}{۴!\,۴!} = \frac{}{۴! \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱} = ۷۰$

۳۱ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱

انتخاب r شئ از n شئ بدون اهمیت داشتن ترتیب آن‌ها: $\binom{n}{r}$

راه حل اول: چون مسئله چیدن کتاب در قفسه است جابه‌جایی کتاب‌ها مهم است.

$$\binom{۸}{۲} \times \binom{۵}{۲} \times \underbrace{\quad}_{\text{جابجایی کتاب های علمی}} \times \overbrace{۲!}^{\text{جابجایی کتاب های تاریخی}} = ۲۸۰ \times ۴ = ۱۱۲۰$$

راه حل دوم:

$$\underbrace{\overset{\text{تاریخی}}{\binom{۸}{۱}} \times \overset{\text{علمی}}{\binom{۵}{۱}}}_{\text{جای یک کتاب علمی با یک کتاب تاریخی عوض شود.}} \times \underbrace{\overset{\text{تاریخی}}{\binom{۷}{۱}} \times \overset{\text{علمی}}{\binom{۴}{۱}}}_{\text{جای یک کتاب علمی با یک کتاب تاریخی به جز دو کتاب قبلی عوض شود.}} = ۸ \times ۵ \times ۷ \times ۴ = ۲۸۰ \times ۴ = ۱۱۲۰$$

۳۲ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱] **می‌دانیم برای تشکیل یک مستطیل، به دو خط عمودی و دو خط افقی نیاز داریم پس:**

$$\binom{۵}{۲}\binom{n}{۲} = ۳۰ \Rightarrow \binom{n}{۲} = \frac{۳۰}{\binom{۵}{۲}} = \frac{۳۰}{\frac{}{۳!\,۲!}} = \frac{۳۰}{\frac{}{۳!\times ۲}} = \frac{۳۰}{۱۰}$$

$$= ۳ \Rightarrow \binom{n}{۲} = ۳ \Rightarrow \frac{}{(n-۲)!\,۲!} = ۳ \Rightarrow \frac{}{(n-۲)!\,۲!} = ۳$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-۱)}{۲} = ۳ \Rightarrow n(n-۱) = ۶ \Rightarrow n = ۳$$

تعداد خطوط عمودی باید سه خط باشد که در شکل ۲ خط است.

پس با اضافه کردن ۱ خط عمودی، تعداد مستطیل‌های شکل به ۳۰ افزایش پیدا می‌کند.

۳۳ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ **تعداد گروه‌های سه تایی از ۶ درس را محاسبه می‌کنیم:**

$$\binom{۶}{۳} = \frac{}{۳!۳!} = \frac{}{} = ۲۰$$

یعنی علی در هر یک از این بیست روز یکی از این گروه‌های سه تایی را مورد مطالعه قرار می‌دهد که ۲۰! حالت دارد.

۳۴ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱

انتخاب r شئ از n شئ بدون اولویت: $\binom{}{r}$

حداقل ۲ پسر: ۲ پسر یا ۳ پسر یا ۴ پسر و الباقی دختر

$$\binom{۶}{۲}\binom{۸}{۲} + \binom{۶}{۳}\binom{۸}{۱} + \binom{۶}{۴}\binom{۸}{۰} =$$

$$\frac{}{۴!۲!\ \ ۶! \times ۲!} + \frac{}{۳!۳!۷!۱!} + \frac{}{۴!۲!\ ۸! \times ۰!} = ۴۲۰ + ۱۶۰ + ۱۵ = ۵۹۵$$

۳۵ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱

r شئ از n شئ $\binom{}{r}$

ابتدا سه جایگاه که در آن‌ها ارقام فرد بنشینند را انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{۵}{۳} = \frac{}{} = ۱۰$$

و در آن‌ها یکی از ارقام ۱, ۳, ۵, ۷, ۹ را می‌نویسیم:

سپس در ۲ جایگاه باقی‌مانده‌ی یکی از ارقام ۲, ۴, ۶, ۸ را می‌نویسیم:

در مجموع طبق اصل ضرب داریم:

$$۱۰ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۴ \times ۴ = ۵ \times ۲ \times ۵^{۳} \times ۲^{۴} = ۵^{۴} \times ۲^{۵}$$

۳۶ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ **هر نقطه یک طول و یک عرض دارد.**

وقتی طول نقاط (با طول طبیعی) بین ۳ تا ۱۲ باشد یعنی یکی از طول‌های ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱ باشد که برای سه نقطه، باید ۳ طول از این ۸ طول را انتخاب کنیم که به $\binom{۸}{۳}$ طریق ممکن است.

برای عرض نقاط نیز همین‌طور. در کل داریم:

$$\binom{۸}{۳}\times\binom{۸}{۳}=\binom{۸}{۳}^{۲}=\left(\frac{}{۵!\,۳!}\right)^{۲}=\left(\frac{}{۵!\times ۳\times ۲}\right)^{۲}=(۵۶)^{۲}$$

۳۷ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱

ابتدا هفت کلاس را انتخاب می‌کنیم و از هر کلاس، یک نفر را انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{۱۰}{۷}\binom{۱۵}{۱}\binom{۱۵}{۱}\binom{۱۵}{۱}\binom{۱۵}{۱}\binom{۱۵}{۱}\binom{۱۵}{۱}\binom{۱۵}{۱}=$$

$$\frac{}{۷!\,۳!}\times ۱۵\times ۱۵\times ۱۵\times ۱۵\times ۱۵\times ۱۵\times ۱۵=\frac{}{۷!\times ۳\times ۲}\times ۱۵^{۷}=۱۲۰\times ۱۵^{۷}$$

۳۸ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ با هر ۴ نقطه که از این ۸ نقطه انتخاب کنیم، می‌توانیم یک چهارضلعی محدّب بسازیم:

$$\binom{۸}{۴}=\frac{}{۴!۴!}=\frac{}{۴!\times ۴\times ۳\times ۲}=۷۰$$

۳۹ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ حداقل ۲ دانش‌آموز از پایه‌ی اول و دوم و سه دانش‌آموز از پایه‌ی چهارم

پایه‌ی اول: $\binom{۲}{۲}$

پایه‌ی دوم: $\binom{۳}{۳}$ یا $\binom{۳}{۲}$

پایه‌ی سوم: $\binom{۴}{۲}$

تعداد کل حالت‌های ممکن:

$$\binom{۲}{۲}\binom{۳}{۲}\binom{۴}{۲}+\binom{۲}{۲}\binom{۳}{۳}\binom{۴}{۲}$$

$$=۱\times\frac{}{۲!\,۱!}\times\frac{}{۲!۲!}+۱\times ۱\times\frac{}{۲!۲!}$$

$$=۱\times ۳\times ۶+۱\times ۱\times ۶=۱۸+۶=۲۴$$

۴۰ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱] ابتدا دو مغازه از ده مغازه را انتخاب می‌کنیم که به $\binom{۱۰}{۲}$ حالت امکان‌پذیر است و حال در هر مغازه ۳ کالا از ۲۰ کالا را بررسی می‌کنیم که به $\binom{۲۰}{۳}$ حالت امکان‌پذیر است و طبق اصل ضرب برای بازرسی این خیابان $\binom{۲۰}{۳}\binom{۱۰}{۲}$ حالت داریم.

۴۱ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱ ابتدا ۴ زوج را انتخاب می‌کنیم و از هر زوج یک نفر را:

$$\binom{۷}{۴}\binom{۲}{۱}\binom{۲}{۱}\binom{۲}{۱}\binom{۲}{۱}=\frac{}{۴!\,۳!}\times ۲\times ۲\times ۲\times ۲=\frac{}{۴!\times ۳\times ۲\times ۱}\times ۲^{۴}=۳۵\times ۲^{۴}$$

۴۲ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱ از هر درس دو دبیر را انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{۷}{۲}\binom{۳}{۲}\binom{۵}{۲}=\frac{}{۵!\,۲!}\times\frac{}{۲!\,۱!}\times\frac{}{۳!\,۲!}=۶۳۰$$

۴۳ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ عدد بزرگ‌تر از ۳۰۰ خواهد بود:

اگر صدگان، ۴ یا ۵ باشد:

$$\frac{۲}{\substack{۴\\ \\ ۵}},\frac{۵}{},\frac{۴}{}=۲\times ۵\times ۴=۴۰$$

اگر صدگان ۳ و دهگان بزرگ‌تر از صفر باشد:

$$\frac{۱}{۳},\frac{۴}{},\frac{۴}{}=۴\times ۴=۱۶$$

اگر صدگان ۳ و دهگان صفر و یکان بزرگ‌تر از صفر باشد:

$$\frac{۱}{۳},\frac{۱}{۰},\frac{۴}{}=۴$$

طبق اصل جمع کل حالت‌هایی که داریم برابر است با:

$$۴۰+۱۶+۴=۶۰$$

روش دوم:

روش بالا وقتی که اعداد تکرار ارقام دارند، کاربرد زیادی دارد ولی چون در این سوال ارقام تکرار ندارند نیازی به حالت‌بندی نمی‌باشد.

برای این که عدد بزرگ‌تر از ۳۰۰ باشد، تنها کافی است که صدگان ۳ یا ۴ یا ۵ باشد.

$$\frac{۳}{\text{۵ یا ۴ یا ۳}},\frac{۵}{},\frac{۴}{}=۳\times ۵\times ۴=۶۰$$

۴۴ ① ❷ ③ ④ ابتدا باید ۳ منطقه از ۶ منطقه را انتخاب کنیم که قرار است از هر یک از آن‌ها یک دانش‌آموز انتخاب شود؛ برای انتخاب دانش‌آموز هر منطقه نیز ۱۵ انتخاب داریم. پس تعداد حالت‌های ممکن برابر است با:

$$\binom{۶}{۳}\times ۱۵\times ۱۵\times ۱۵=\frac{}{۳!\,۳!}\times ۱۵\times ۱۵\times ۱۵=\frac{}{۳!\times ۳\times ۲\times ۱}\times ۱۵\times ۱۵\times ۱۵=۶۷۵۰۰$$

۴۵ ① ② ❸ ④

اصل ضرب: اگر عملی طی دو مرحله انجام شود که مرحله‌ی اول آن به m راه و مرحله دوم آن عمل به n راه قابل انجام باشد آن عمل به $m\times n$ راه قابل انجام خواهد بود.

$$\text{تعداد نوع‌ها}=\underset{\underset{\text{مدل‌ها}}{\downarrow}}{۳}\times\overset{\overset{\text{رنگ‌ها}}{\uparrow}}{۵}\times\underset{\underset{\text{نوع و دنده}}{\downarrow}}{۲}=۳۰$$

۴۶ ❶ ② ③ ④

اصل جمع: اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد، به گونه‌ای که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد، برای انجام کار موردنظر $m+n$ انتخاب وجود خواهد داشت.

$$\text{تعداد انتخاب‌ها}=۶+۷+۳=۱۶$$

۴۷ ① ❷ ③ ④

تعداد جایگشت‌های r تایی از n شیء متمایز عبارتست از : $P(n,r)=\frac{}{(n-r)!}$

$$P(۶,۴)=\frac{}{(۶-۴)!}=\frac{}{۲!}=\frac{}{۲!}=۶\times ۵\times ۴\times ۳=۳۶۰$$

(۴۸) ① [✓ ②] ③ ④

اصل ضرب: اگر عملی طی دو مرحله انجام شود که مرحله‌ی اول آن به m راه و مرحله‌ی دوم آن عمل به n راه قابل انجام باشد آن عمل به $n \times m$ راه قابل انجام خواهد بود.

(جایگشت موضوعات ریاضی و داستان) × (جایگشت کتاب‌های داستان) × (جایگشت کتاب‌های ریاضی) = تعداد حالات

$$= ۳! \times ۴! \times ۲! = ۶ \times ۲۴ \times ۲ = ۲۸۸$$

(۴۹) ① [✓ ②] ③ ④

$$\boxed{n! = n(n-۱)!}$$

$$\frac{}{۸! - ۷!} = \frac{}{۸ \times ۷! - ۷!} = \frac{}{۷!(۸-۱)} = \frac{}{۸-۱} = \frac{}{۷}$$

(۵۰) ① ② [✓ ③] ④ برای طبقه‌ی اول هر چهار رنگ می‌توانند مورد استفاده قرار گیرند؛ اما برای سایر طبقات ۳ انتخاب داریم، چون نباید طبقات کنار هم، همرنگ باشند:

$$\underbrace{\underline{۴}}_{\text{طبقه‌ی اول}} \times \underbrace{\underline{۳} \times \underline{۳} \times \underline{۳} \times \underline{۳}}_{\text{طبقات بعدی}} = ۴ \times ۳^{۴}$$

(۵۱) ① ② [✓ ③] ④

اصل ضرب: اگر عملی طی دو مرحله انجام شود که مرحله‌ی اول آن به m راه و مرحله دوم آن عمل به n راه قابل انجام باشد $n \times m$ راه قابل انجام خواهد بود.

رمز

حرف	رقم	رقم	رقم	رقم	حرف

$$: \underset{b \text{ یا } a}{۲} \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰ \times \underset{\text{حرف باقیمانده}}{۱} = ۲ \times ۱۰^{۴} = ۲۰۰۰۰$$

$$\text{زمان مورد نیاز} = ۲۰۰۰۰^{\text{حالت}} \times ۳^{\text{ثانیه}} = ۶۰۰۰۰^{\text{ثانیه}} = ۱۰۰۰^{\text{دقیقه}}$$

(۵۲) ① ② [✓ ③] ④ هر مسافر برای پیاده شدن ۷ انتخاب (ایستگاه) در اختیار دارد:

$$\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\text{۲۰ مسافر}} = ۷^{۲۰}$$

(۵۳) ① [✓ ②] ③ ④

اعداد زوج کمتر از ۴۲۰۰ :

$$\underset{۴}{\boxed{۱}}\ \underset{۰,۱}{\boxed{۲}}\ \boxed{۶}\ \underset{۰,۲,۴}{\boxed{۳}}\ \text{ارقام:} \qquad \Rightarrow \text{تعداد حالات}$$

$$\underset{۱,۲,۳}{\boxed{۳}}\ \boxed{۶}\ \boxed{۶}\ \underset{۰,۲,۴}{\boxed{۳}}\ \text{ارقام:} \qquad \Rightarrow \text{تعداد حالات} = ۳ \times ۶ \times ۶ \times ۳ = ۳۲۴$$

$$\Rightarrow \text{مجموع حالات} = ۳۲۴ + ۳۶ = ۳۶۰$$

(۵۴) ① [✓ ②] ③ ④ یکان اعداد مضرب ۵، صفر یا ۵ است:

اعداد سه رقمی مضرب ۵ با ارقام متمایز :

یکان صفر : $\boxed{۵}\boxed{۴}\underset{\text{ارقام:صفر}}{\boxed{۱}}$ ⇒ تعداد حالات

یکان ۵ : $\underset{\text{همه جز ۵,۰}}{\boxed{۴}\boxed{۴}}\underset{\text{ارقام:۵}}{\boxed{۱}}$ ⇒ تعداد حالات $= ۴ \times ۴ \times ۱ = ۱۶$

⇒ مجموع حالات $= ۱۶ + ۲۰ = ۳۶$

۵۵ ① ② ③ ④

تعداد حروف زبان فارسی تعداد حالات $= ۳۲^۳$

تعداد حروف زبان انگلیسی $= ۲۶ \Rightarrow$ تعداد حالات $= ۲۶ \times ۲۶ \times ۲۶ = ۲۶^۳$

⇒ مجموع حالات $= ۳۲^۳ + ۲۶^۳$

دقت: در متن سؤال، برای به کار بردن حروف تکراری در رمز عبور، منعی وجود ندارد.

۵۶ ① ② ③ ④ **باتوجه به داده‌های مسئله رفتن از A به C از مسیرهای زیر ممکن است:**

$A \to B \to C : \underset{A\to B}{\boxed{۳}}\underset{B\to C}{\boxed{۱}}$: تعداد حالات

$A \to D \to C : \underset{A\to D}{\boxed{۴}}\underset{D\to C}{\boxed{۲}}$: تعداد حالات $= ۴ \times ۲ = ۸$

⇒ مجموع حالات $= ۸ + ۳ = ۱۱$

۵۷ ① ② ③ ④

تعداد حالات انتخاب r شئ از n شئ متمایز برابر است با : $\frac{}{(n-r)!\,r!}$

۳ مهره همرنگ باشند یعنی هر سه قرمز یا هر سه سبز باشند. دقت کنید که فقط ۲ مهره‌ی آبی وجود دارد و حالت هر سه آبی امکان‌پذیر نیست. پس:

هر سه قرمز ⇒ تعداد حالات انتخاب ۳ مهره از ۶ مهره‌ی قرمز $= \binom{۶}{۳} = \frac{}{۳! \times ۳!} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳!}{} = ۲۰$

هر سه سبز ⇒ تعداد حالات انتخاب ۳ مهره از ۴ مهره‌ی آبی $= \binom{۴}{۳} = \frac{}{۳! \times ۱!} = \frac{}{۳!} = ۴$

مجموع حالات $= ۳ + ۴ = ۲۴$

۵۸ ① ② ③ ④

تعداد حالات انتخاب r شیء از n متمایز برابر است با : $\frac{n!}{(n-r)!\,r!}$

تعداد اعضای گروه را n می‌نامیم و قرار است که ۴ نفر را از این n نفر برگزینیم. از آنجا که A حتماً باید انتخاب شود، ما ۳ حق انتخاب داریم. همچنین این انتخاب‌ها باید از میان $n - ۱$ نفر (همه جز A) صورت پذیرد. از طرفی B نباید جزو افراد انتخاب شده باشد. بنابراین تعداد به $n - ۲$ نفر کاهش می‌یابد. پس:

$$\text{تعداد حالات} = \binom{n-۲}{۳} = ۸۴ \Rightarrow \frac{}{(n-۲-۳)! \times ۳!} = ۸۴ \Rightarrow \frac{}{(n-۵)! \times ۳۶} = ۸۴$$

$$\Rightarrow \frac{(n-۲)(n-۳)(n-۴)(n-۵)!}{(n-۵)! \times ۶} = ۸۴ \Rightarrow (n-۲)(n-۳)(n-۴) = ۶ \times ۸۴$$

⇒ **حاصل‌ضرب ۳ عدد متوالی** $= ۹ \times ۸ \times ۷ \Rightarrow (n-۲)(n-۳)(n-۴) = ۹ \times ۸ \times ۷ \Rightarrow n - ۲ = ۹$

$\Rightarrow n = ۱۱$

۵۹ ④ ③ ② [✓ ①] مسئله را به‌صورت زیر ساده می‌کنیم:

(انتخاب ۱ نفر از کشور خارجی ب) و (انتخاب ۱ نفر از کشور خارجی الف) و (انتخاب ۲ کشور از ۵ کشور خارجی) و (انتخاب یک نفر ایرانی از بین ۴ نفر ایرانی)

$$\text{تعداد حالات} = \binom{۴}{۱} \times \binom{۵}{۲} \times \binom{۳}{۱} \times \binom{۳}{۱} = ۴ \times \frac{}{۲!\,۳!} = ۴ \times \frac{}{۲!\,۳!} \times ۳ \times ۳$$

$$= ۴ \times ۱۰ \times ۳ \times ۳ = ۳۶۰$$

۱ — تعداد حالات انتخاب r شی از n شیء متمایز برابر است با:

$$\binom{n}{۱} = n - ۲$$

۶۰ ④ ③ ② [✓ ①] سه حرف a, b, c را در بسته‌ی (۱) در کنار هم فرض می‌کنیم. این حروف در داخل بسته‌ی (۱) به !۳ حالت جایگشت دارند. همچنین حروف d, f را در بسته‌ی (۲) در کنار هم قرار می‌دهیم. این دو حرف نیز در داخل بسته‌ی (۲) به !۲ حالت جایگشت دارند. حرف که باقی مانده است به همراه بسته‌های (۱) و (۲)، سه شیء را تشکیل می‌دهند که باهم !۳ جایگشت دارند. در نهایت طبق اصل ضرب تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

a, b, c کنار هم $\Rightarrow \boxed{\boxed{}\boxed{}\boxed{}} \Rightarrow ۳! = ۶$ حالت

d, f کنار هم $\Rightarrow \boxed{\boxed{}\boxed{}} \Rightarrow ۳! = ۶$ حالت

$\overset{a,b,c}{\boxed{\text{بسته‌ی (۱)}}}\ \overset{d,f}{\boxed{\text{بسته‌ی (۲)}}}\ \overset{e}{-} \Rightarrow ۳! = ۶$ حالت

$$\Rightarrow ۳! \times ۲! \times ۳! = ۶ \times ۲ \times ۶ = ۷۲$$

۶۱ ④ ③ [✓ ②] ① چون حرف «س» جایگاهش انتخاب شده است، بنابراین از ۶ حرف دیگر انتخاب‌ها صورت می‌پذیرد و چون حرف «ی» ۲ بار و حرف «ر» نیز ۲ بار در کلمه وجود دارد، داریم:

$$\text{تعداد کل حالت‌ها} = \frac{}{۲! \times ۲!} = \frac{}{۲! \times ۲!} = ۱۸۰$$

۶۲ [✓ ④] ③ ② ① باتوجه به صورت سؤال، برای آن‌که اعداد مورد نظر بزرگ‌تر از ۵۰۰ باشند در رقم صدگان یکی از ارقام ۵، ۶ و ۷ و ۸ و ۹ می‌تواند قرار بگیرد و در حالت کلی برای این که مجموع ارقام یکان و دهگان ۸ باشد مجموعه‌ی اعداد $\{(۰,۸), (۱,۷), (۲,۶), (۳,۵), (۴,۴)\}$ را خواهیم داشت، بنابراین داریم:

صدگان دهگان یکان

$\boxed{۵, ۶, ۷, ۸, ۹}\ \boxed{۸}\ \boxed{۰} \Rightarrow ۵ \times ۱ \times ۱ = ۵$

صدگان دهگان یکان

$\boxed{۵, ۶, ۷, ۸, ۹}\ \boxed{۰}\ \boxed{۸} \Rightarrow ۵ \times ۱ \times ۱ = ۵$

کل حالاتی که رقم یکان و دهگان صفر یا ۸ باشد ۱۰ حالت است، به همین ترتیب برای مجموعه‌ی ارقام $\{(۱,۷), (۲,۶), (۳,۵)\}$ نیز همین روند را داریم:

کل حالاتی که رقم یکان و دهگان ۱ یا ۷ باشد، ۱۰ حالت است.

کل حالاتی که رقم یکان و دهگان ۲ یا ۶ باشد، ۱۰ حالت است.

کل حالاتی که رقم یکان و دهگان ۳ یا ۵ باشد، ۱۰ حالت است.

صدگان دهگان یکان

$\boxed{۵,۶,۷,۸,۹}\ \boxed{۴}\ \boxed{۴} \Rightarrow ۵ \times ۱ \times ۱ = ۵$

بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر خواهد بود با: $۱۰ + ۱۰ + ۱۰ + ۱۰ + ۵ = ۴۵$

۶۳ ۴ ۳ **۲** ۱ کلمه‌ی کیانوش ۶ حرف متمایز دارد و تعداد ترتیب‌های آن برابر !۶ است.

اما سه کلمه‌ی دیگر ۶ حرفی هستند که ۲ حرف تکراری دارند بنابراین تعداد ترتیب‌های آن $\frac{}{۲!}$ است.

۶۴ ۴ **۳** ۲ ۱

از ترکیب استفاده می‌کنیم:

دو مهره سیاه باشد : $\binom{۳}{۲} \times \binom{}{} = ۳ \times ۷ = ۲۱$

سه مهره سیاه باشد : $\binom{۳}{۳} \times \binom{۷}{۰} = ۱ \times ۱ = ۱$

$\Rightarrow ۲۱ + ۱ = ۲۲$

۶۵ ۴ ۳ **۲** ۱

$$P(n, n-۲) = ۱۲ \Rightarrow \frac{}{(n-(n-۲))!} = ۱۲$$

$$\frac{}{۲!} = ۱۲ \Rightarrow n! = ۱۲ \times ۲ \times ۱ \Rightarrow n! = (۴ \times ۳) \times ۲ \times ۱ \Rightarrow n! = ۴! \Rightarrow n = ۴$$

۶۶ ۴ ۳ **۲** ۱ رقم صدگان باید یکی از سه رقم ۳، ۵ و ۶ باشد. رقم دهگان و یکان هر یک از پنج رقم داده شده می‌تواند باشد.

$\underline{۳} \times \underline{۵} \times \underline{۵} = ۷۵$

۶۷ **۴** ۳ ۲ ۱ دو حالت برای جایگشت‌ها در نظر می‌گیریم. اگر در جایگشت دو حرف تکراری T وجود داشته باشند که در این حالت حرف سوم جایگشت، در جایگاه اول یا دوم یا سوم قرار دارد، بنابراین ۵ حرف دیگر با دو حرف T، $۵ \times ۳ = ۱۵$ جایگشت دارند. در حالتی که سه حرف جایگشت، غیر تکراری باشند، تعداد جایگشت‌ها برابر است با: $۶ \times ۵ \times ۴ = ۱۲۰$

بنابراین تعداد کل جایگشت‌های سه حرفی برابر است با: $۱۵ + ۱۲۰ = ۱۳۵$

۶۸ **۴** ۳ ۲ ۱ در خانه‌ی یکان یا رقم ۳ یا ۱ می‌تواند قرار گیرد. پس دو حالت داریم، در خانه‌ی هزارگان رقم صفر نمی‌تواند قرار گیرد و یک رقم هم برای خانه‌ی یکان انتخاب کرده‌ایم پس دو حالت خواهیم داشت، بنابراین داریم:

هزارگان	صدگان	دهگان	یکان	
$\boxed{۲}$	$\boxed{۲}$	$\boxed{۱}$	$\boxed{۲}$	$= ۲ \times ۲ \times ۱ \times ۲ = ۸$

۶۹ ۴ ۳ **۲** ۱ تمامی اعداد ۴ رقمی مضرب ۵ که یکان آن صفر می‌باشد:

صدگان	دهگان	یکان	
$\boxed{۹}$	$\boxed{۱۰}$	$\boxed{۱}$	$= ۹ \times ۱۰ \times ۱ = ۹۰$

تمامی اعداد ۳ رقمی مضرب ۵ که یکان آن‌ها رقم ۵ می‌باشد:

صدگان	دهگان	یکان	
$\boxed{۹}$	$\boxed{۱۰}$	$\boxed{۱}$	$= ۹ \times ۱۰ \times ۱ = ۹۰$

کلیه‌ی اعداد ۳ رقمی مضرب ۵ $= ۹۰ + ۹۰ = ۱۸۰$

در جایگاه صدگان، صفر قرار نمی‌گیرد.

۷۰ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱

تعداد کل کلمات سه حرفی بدون تکرار حروف: $\boxed{۵}\ \boxed{۴}\ \boxed{۳} = ۵ \times ۴ \times ۳ = ۶۰$

تعداد کلمات سه حرفی فاقد حرف «H» (بدون تکرار حروف): $\boxed{۴}\ \boxed{۳}\ \boxed{۲} = ۴ \times ۳ \times ۲ = ۲۴$

تعداد کلمات سه حرفی شامل حرف «H» (بدون تکرار حروف) $= ۶۰ - ۲۴ = ۳۶$

۷۱ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ برای هر سؤال دو حالت وجود دارد. پس داریم:

$$۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۲^۵ = ۳۲$$

توضیح نکات درسی:

اگر یک تصمیم‌گیری دارای k مرحله باشد و تعداد انتخاب‌های ممکن در هر مرحله، با هم برابر و مساوی n باشند، آن‌گاه تعداد انتخاب‌های ممکن در این تصمیم‌گیری برابر است با حاصل‌ضرب تعداد انتخاب‌ها در هر مرحله یعنی:

$$\underbrace{\ ,\ ,\ ,\ \ ,\ }_{\text{بار } k} = n^k$$

۷۲ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱

$$\underbrace{\boxed{۹}\ \boxed{۹}\ \boxed{۹}}_{\substack{\downarrow \\ \text{اعداد سه رقمی بدون صفر}}}\ \ \underbrace{\boxed{۵}}_{\substack{\downarrow \\ \text{حرف}}} \Rightarrow ۹ \times ۹ \times ۹ \times ۵ = ۳۶۴۵$$

۷۳ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱

رسم مثلث با مشخصات داده شده از یکی از دو مسیر زیر ممکن است:

انتخاب دو نقطه از خط $d_۱$ و یک نقطه از خط $d_۲$: $\binom{۴}{۲} \times \binom{۳}{۱} = \frac{}{۲! \times ۲!} \times \frac{}{۲! \times ۱!} = ۶ \times ۳ = ۱۸$

انتخاب دو نقطه از خط $d_۲$ و یک نقطه از خط: $\binom{۴}{۱}\binom{۳}{۲} = \frac{}{۳! \times ۱!} \times \frac{}{۲! \times ۱!} = ۴ \times ۳ = ۱۲$

و مجموع تعداد حالات عبارتست از:

$$۱۸ + ۱۲ = ۳۰$$

۷۴ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ اعدادی که فقط یکبار عدد ۵ در آنها به کار رفته، در یکی از سه دسته‌ی زیر جای می‌گیرند:

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{}{۸} \times \frac{}{۹} \times \frac{۵}{۱} \\ \frac{}{۸} \times \frac{۵}{۱} \times \frac{}{۹} \\ \frac{۵}{۱} \times \frac{}{۹} \times \frac{}{۹} \end{array}\right. \Rightarrow \text{تعداد حالات} = ۸ \times ۹ \times ۱ + ۸ \times ۱ \times ۹ + ۱ \times ۹ \times ۹ = ۲۲۵$$

دقت: صفر نمی‌تواند در جایگاه صدگان قرار گیرد؛ چون در آن صورت عدد دو رقمی حاصل می‌شود.

۷۵ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز (بدون در نظر گرفتن ترتیب)، عبارتست از:

$$\binom{}{r} = \frac{}{r!\,(n-r)!}$$

تعداد حالات برابر است با تعداد کل حالات انتخاب ۳ نفر از ۱۰ نفر منهای تعداد حالات انتخاب همزمان دو برادر با هم:

$$\binom{۱۰}{۳} - \underset{\text{انتخاب دو برادر باهم}}{\underset{\downarrow}{\binom{۲}{۲}}} \times \underset{\substack{\text{انتخاب یک نفر}\\ \text{از ۸ نفر باقیمانده}}}{\underset{\downarrow}{\binom{}{}}} = \frac{}{۳!\,۷!} - ۱ \times ۸ = ۱۲۰ - ۸ = ۱۱۲$$

۷۶ ۱ ۲ ۳ [✓ ۴]

تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی از یک مجموعه‌ی n عضوی از رابطه‌ی $\binom{}{r} = \frac{}{r!\,(n-r)!}$ بدست می‌آید.

تعداد انتخاب‌های r شیء از n شیء متمایز با تعداد انتخاب‌های $n-r$ شیء از n شیء برابر است؛ یعنی:

$$\binom{}{r} = \binom{}{n-r}$$

از مجموعه‌ی اصلی شامل n عضو باشد، طبق قرض داریم:

$$\binom{n}{\underset{\overset{\uparrow}{r}}{۵}} = \binom{n}{\underset{\overset{\uparrow}{n-r}}{۴}} \Rightarrow \left\{ n - r = ۴ \Rightarrow n - ۵ = ۴ \Rightarrow n = ۹ \right.$$

پس مجموعه‌ی اصلی ۹ عضو دارد؛ و تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی آن برابر است با:

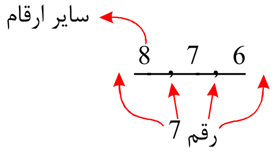
$$\binom{۹}{۳} = \frac{}{۳!\,۶!} = \frac{}{۳ \times ۲ \times ۱ \times ۶!} = ۸۴$$

۷۷ ۱ ۲ [✓ ۳] ۴ اعداد با ارقام یک در میان زوج و فرد، به یکی از دو صورت زیر ممکن است ظاهر شوند:

$$\left.\begin{array}{l} \underset{\boxed{\text{زوج}}}{۴} \times \underset{\boxed{\text{فرد}}}{۵} \times \underset{\boxed{\text{زوج}}}{۵} \times \underset{\boxed{\text{فرد}}}{۵} = ۵۰۰ \\ \underset{\boxed{\text{فرد}}}{۵} \times \underset{\boxed{\text{زوج}}}{۵} \times \underset{\boxed{\text{فرد}}}{۵} \times \underset{\boxed{\text{زوج}}}{۵} = ۶۲۵ \end{array}\right\} \Rightarrow \text{تعداد کل حالات} = ۵۰۰ + ۶۲۵ = ۱۱۲۵$$

دقت: صفر نمی‌تواند در اولین رقم سمت چپ ظاهر شود، چون در آن صورت عددی سه رقمی حاصل می‌شود.

۷۸ ۱ ۲ ۳ [✓ ۴] برای ساختن عددی که صفر در آن بکار نرفته باشد، ۹ رقم در اختیار داریم. اگر بخواهیم رقم ۷ در آن به کار رفته باشد، عدد را بصورت زیر در نظر می‌گیریم:



یعنی ۷ می‌تواند در یکی از جاهای نشان داده شده قرار گیرد. پس:

$$\text{تعداد حالات} = ۸ \times ۷ \times ۶ \times ۴ = ۱۳۴۴$$

تعداد انتخاب‌های که عدد ۷ برای قرار گرفتن، در اختیار دارد.

۷۹ ۱ [✓ ۲] ۳ ۴

$$\boxed{P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}}$$

$$P(n,۲) = ۵n + ۷ \Rightarrow \frac{}{(n-۲)!} = ۵n + ۷ \Rightarrow \frac{}{(n-۲)!} = ۵n + ۷$$

$$\Rightarrow n(n-۱) = ۵n + ۷ \Rightarrow n^{۲} - n = ۵n + ۷ \Rightarrow n^{۲} - ۶n - ۷ = ۰ \Rightarrow (n-۷)(n+۱) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \\ \end{cases}$$

$$P(n-۱,۳) = P(۶,۳) = \frac{}{(۶-۳)!} = \frac{}{۳!} = \frac{}{۳!} = ۶ \times ۵ \times ۴ = ۱۲۰$$

۸۰ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ چون می‌خواهیم عدد زوج و کوچک‌تر از ۴۰۰۰ باشد، پس هزارگان باید یکی از اعداد ۱، ۲، یا ۳ باشد و رقم یکان باید یکی از ارقام ۰، ۲، ۴، ۶ یا ۸ باشد.

پاسخ را می‌توان با ۲ راه حل زیر بدست آورد:

راه‌حل اول:

دو حالت در نظر می‌گیریم. حالتی که رقم ۲ در هزارگان باشد یا نباشد:

$$\underbrace{\qquad\quad}_{۲}\ \underbrace{\quad}\ \underbrace{\quad}_{۷}\ \underbrace{\qquad}_{۵} \Rightarrow ۲ \times ۸ \times ۷ \times ۵ = ۵۶۰$$

$$\underbrace{\quad}_{۱}\ \underbrace{\quad}\ \underbrace{\quad}_{۷}\ \underbrace{\qquad\qquad\quad}_{۴} \Rightarrow ۱ \times ۸ \times ۷ \times ۴ = ۲۲۴$$

طبق اصل جمع، $۵۶۰ + ۲۲۴ = ۷۸۴$ عدد با این شرایط وجود دارد.

راه حل دوم:

دو حالت در نظر می‌گیریم. حالتی که ۲ در یکان باشد یا نباشد:

$$\underbrace{\qquad\quad}_{۲}\ \underbrace{\quad}\ \underbrace{\quad}_{۷}\ \underbrace{\quad}_{۱} \Rightarrow ۲ \times ۸ \times ۷ \times ۱ = ۱۱۲$$

$$\underbrace{\qquad\qquad}_{۳}\ \underbrace{\quad}\ \underbrace{\quad}_{۷}\ \underbrace{\qquad\qquad\quad}_{۴} \Rightarrow ۳ \times ۸ \times ۷ \times ۴ = ۶۷۲$$

طبق اصل جمع، $۱۱۲ + ۶۷۲ = ۷۸۴$ عدد با این شرایط وجود دارد.

۸۱ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ $\boxed{۱! = ۱ \ ,\ ۰! = ۱}$

$$(۲x^{۲} - x)! = ۱ \Rightarrow \begin{cases} ۲x^{۲} - x = ۱ \Rightarrow ۲x^{۲} - x - ۱ = ۰ \Rightarrow x = \dfrac{۱ \pm \sqrt{۱+۸}}{۴} \Rightarrow \begin{cases} \\ x = -\dfrac{۱}{۲} \end{cases} \\ ۲x^{۲} - x = ۰ \Rightarrow x(۲x-۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \\ x = \dfrac{۱}{۲} \end{cases} \end{cases}$$

در این میان، مقادیر $x = ۰$ و $x = ۱$ صحیح هستند.

۸۲ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ اعداد بزرگ‌تر از ۲۰۰۰ و کوچک‌تر از ۴۰۰۰ دارای رقم هزارگان ۲ یا ۳ هستند. پس:

اعداد باقی‌مانده

[redacted]

۸۳ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱]

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز برابر است با : $\binom{}{r} = \frac{}{r!\,(n-r)!}$

می‌خواهیم ۲ دسته گل از میان تمام دسته گل‌های ممکن، انتخاب کنیم، پس ابتدا تعداد کل دسته گل‌های ممکن را محاسبه می‌کنیم:

۶ شاخه‌ای یا ۵ شاخه‌ای یا ۴ شاخه‌ای = دسته گل‌های ممکن

$$\text{تعداد دسته گل‌ها} = \binom{۸}{۴} + \binom{۸}{۵} + \binom{۸}{۶} = \frac{}{۴! \times ۴!} + \frac{}{۵! \times ۳!} + \frac{}{۶! \times ۲!}$$
$$= ۷۰ + ۵۶ + ۲۸ = ۱۵۴$$

پس تعداد حالات انتخاب ۲ دسته گل از این تعداد برابر است با:

$$\binom{۱۵۴}{۲} = \frac{}{۲!\,۱۵۲!} = \frac{}{۲ \times ۱ \times ۱۵۲!} = \frac{۱۵۴ \times ۱۵۳}{۲} = ۱۱۷۸۱$$

۸۴ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱] برای آن‌که شماره‌ی شناسه با رقم زوج غیر صفر آغاز شود، در اولین رقم سمت چپ ۴ عدد می‌توانند قرار گیرند. همچنین در جایگاه دایره‌ای ۱۴ حرف مشخص شده در مجموعه‌ی A می‌توانند قرار گیرند. در بقیه‌ی جایگاه‌های ستاره‌ای همه‌ی ارقام غیر صفر یعنی ۹ رقم می‌توانند واقع شوند. در جایگاه مربعی نیز اعداد دو رقمی با رقم‌های یکسان یعنی ۱۱ و ۲۲ و... و ۹۹ می‌توانند قرار گیرند، یعنی ۹ تا؛ پس:

$$\overset{*}{۴} \times \overset{*}{۹} \times \overset{\bigcirc}{۱۴} \times \overset{*}{۹} \times \overset{*}{۹} \times \overset{*}{۹} \times ۹ = ۵۶ \times ۹^{۵}$$

۸۵ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ حروف کلمه‌ی سوار را به‌عنوان ۱ شیء درنظر می‌گیریم که درون خود به !۴ حالت می‌تواند ظاهر شود (چون ۴ حرف دارد). این شیء در کنار حروف دیگر، ترکیب زیر را درست می‌کنند.

ه	ل	ی	ب	سوار

این ۵ شیء به !۵ حالت می‌توانند در کنار هم قرار گیرند و تعداد کل حالات طبق اصل ضرب برابر با !۴ × !۵ خواهد بود.

۸۶ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱ راه‌حل اول: لنگه‌های انتخاب شده باید شامل یک جفت و ۳ لنگه‌ی غیر جفت باشند، پس ابتدا ۴ جفت انتخاب می کنیم و سپس از آن ۴ جفت، یک جفت را انتخاب می‌کنیم. از هر یک از سه جفت دیگر، یک لنگه جوراب انتخاب می‌کنیم. داریم:

$$\binom{۶}{۴} \times \binom{۴}{۱} \times \binom{۲}{۱} \times \binom{۲}{۱} \times \binom{۲}{۱} = ۱۵۰ \times ۴ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۴۸۰$$

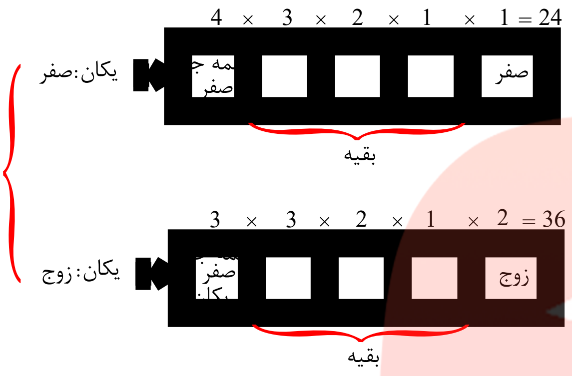
راه‌حل دوم: ابتدا یک جفت انتخاب می‌کنیم. سپس از بین ۵ جفت باقی‌مانده، ۳ جفت انتخاب می‌کنیم و از هر یک از این سه جفت، یک جوراب انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{۶}{۱} \times \binom{۵}{۳} \times \binom{۲}{۱} \times \binom{۲}{۱} \times \binom{۲}{۱} = ۶ \times ۱۰ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۴۸۰$$

۸۷ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ رقم یکان در اعداد زوج، عددی صفر یا زوج است.

عدد زوج
$$\begin{cases} \underbrace{\underline{۶}}_{\text{همه غیر از صفر}} \times \underbrace{\underline{۵} \times \underline{۴}}_{\text{بقیه}} \times \underbrace{\underline{۱}}_{\text{صفر}} = ۱۲۰ \\ \underbrace{\underline{۵}}_{\text{همه غیر از صفر و عدد یکان}} \times \underbrace{\underline{۵} \times \underline{۴}}_{\text{بقیه}} \times \underbrace{\underline{۲}}_{\text{۲ یا ۸}} = ۲۰۰ \end{cases} \rightarrow \text{تعداد کل حالات} = ۱۲۰ + ۲۰۰ = ۳۲۰$$

۸۸ ① ② [✓ ③] ④ **یکان عدد زوج، می‌تواند صفر یا زوج باشد، پس دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:**



تعداد کل حالات = 36 + 24 = 60

۸۹ ① [✓ ۲] ③ ④

$$\text{تعداد انتخاب های } r \text{ شیء از } n \text{ شیء متمایز عبارتست از : } \binom{}{r} = \frac{}{r!\,(n-r)!}$$

اگر دو قوطی متمایز باهم ترکیب شوند:

$$\binom{۴}{۲} = \frac{}{۲! \times ۲!} = ۶$$

اگر سه قوطی متمایز باهم ترکیب شوند:

$$\binom{۴}{۳} = \frac{}{۳! \times ۱!} = ۴$$

اگر چهار قوطی متمایز باهم ترکیب شوند:

$$\binom{۴}{۴} = \frac{}{۴! \times ۰!} = ۱$$

پس طبق اصل جمع، تعداد کل رنگ‌های جدید حاصل $۱۱ = ۱ + ۴ + ۶$ است.

۹۰ ① ② ③ [✓ ۴]

$$\text{تعداد انتخاب های } r \text{ شیء از } n \text{ شیء متمایز عبارتست از : } \binom{}{r} = \frac{}{r!\,(n-r)!}$$

چون قرار است که تعداد کلاس اولی‌ها از مجموع دو کلاس دیگر بیشتر باشد، باید از کلاس اول ۳ یا ۴ نفر انتخاب شوند، پس پیشامد A را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

(۴ نفر از کلاس اول و بقیه از کلاس دوم و سوم) یا (۳ نفر از کلاس اول و بقیه از کلاس دوم و سوم) : پیشامد

$$\Rightarrow n(A) = \binom{۴}{۳} \times \binom{۸}{۲} + \binom{۴}{۴} \times \binom{۸}{۱} = \frac{}{۳! \times ۱!} \times \frac{}{۲! \times ۶!} + ۱ \times \frac{}{۱! \times ۷!}$$

$$= ۴ \times ۲۸ + ۱ \times ۸ = ۱۱۲ + ۸ = ۱۲۰$$

۹۱ [✓ ۱] ② ③ ④ **کلمه‌ی ۶ حرفی را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم. (سه حرف صدادار و ۵ حرف بی‌صدا داریم)**

$۳ \times ۵ \times ۲ \times ۴ \times ۱ \times ۳ = ۳۶۰$

۳	۱	۴	۲	۵	۳
بی‌صدا	صدادار	بی‌صدا	صدادار	بی‌صدا	صدادار

یا

$۵ \times ۳ \times ۴ \times ۲ \times ۲ \times ۱ = ۳۶۰$

۱	۲	۲	۴	۳	۵
صدادار	بی‌صدا	صدادار	بی‌صدا	صدادار	بی‌صدا

⇒ مجموع $= ۳۶۰ + ۳۶۰ = ۷۲۰ = ۶!$

۹۲ ۴ ۳ ۲ **۱** توابع از A و B به صورت زیر هستند:

$$f = \{(۱,\cdots),(۳,\cdots),(۵,\cdots),(۷,\cdots),(۹,\cdots)\}$$

که در جاهای خالی هر یک از اعضای مجموعه‌ی B قرار می‌گیرند. پس تعداد کل توابع عبارتست از:

$$۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ = ۵^۵ = ۳۱۲۵$$

۹۳ **۴** ۳ ۲ ۱

$$\left.\begin{matrix}(n^۲ - ۳n)! = ۲۴ \\ \text{می‌دانیم}\quad ۴! = ۲۴\end{matrix}\right\} \Rightarrow n^۲ - ۳n = ۴ \Rightarrow n^۲ - ۳n - ۴ = ۰ \Rightarrow (n+۱)(n-۴) = ۰ \Rightarrow \left\{\begin{matrix} \\ n = ۴\end{matrix}\right.$$

n عددی طبیعی است پس $n = -۱$ غیر قابل قبول است.

۹۴ **۴** ۳ ۲ ۱

$$\_\,\_\,\_\ \underset{۱}{N}\ \_\,\_\,\_$$

حرف N را در وسط قرار می‌دهیم. ۶ حرف $EAREST$ باقی می‌ماند که جایگشت آن‌ها را حساب می‌کنیم:

(توجه کنید که حرف E ۲ بار تکرار شده است):

$$\frac{\quad}{۲!} = \frac{\qquad\qquad}{\qquad\qquad} = ۳۶۰$$

۹۵ ۴ ۳ **۲** ۱

$$\frac{\quad}{۳!۲!} = \frac{\qquad\qquad}{\qquad\qquad} = ۱۰$$

۹۶ ۴ ۳ **۲** ۱

حالت اول: حرف تکراری نداشته باشیم ⇒ $Heatr$ ⇒ $\boxed{۵\,|\,۴\,|\,۳}$ ⇒ جواب $= ۵ \times ۴ \times ۳ = ۶۰$

حالت دوم: حرف e دو بار تکرار شود ⇒ جواب $= \underbrace{\binom{\ }{\ }}_{\substack{\text{انتخاب یک حرف از چهار حرف} \\ H,a,t,r}} \times \underbrace{-}_{\text{جابجایی سه حرف}} = ۴ \times ۳ = ۱۲$

بنابراین $۷۲ = ۱۲ + ۶۰$ کلمه‌ی سه حرفی می‌توان ساخت.

۹۷ ④ ③ ② [✓ ۱]

$$\text{تعداد جایگشت‌ها} = \underbrace{\binom{}{}}_{\substack{\text{انتخاب یک حرف}\\ \text{از بین چهار حرف}\\ N,R,H,B}} \times \underbrace{\text{—}}_{\text{جابجایی سه حرف}} = ۴ \times ۳ = ۱۲$$

۹۸ ④ ③ ② [✓ ۱] ۳ نفر خاص، قبلاً انتخاب شده‌اند، پس باید ۲ نفر دیگر را از بین ۶ نفر باقی‌مانده انتخاب کنیم.
چون ترتیب انتخاب‌ها مهم نیست به کمک فرمول ترکیب خواهیم نوشت:

$$\text{تعداد حالت‌های انتخاب} = \binom{۶}{۲} = \frac{}{(۶-۲)!\,۲!} = \frac{}{۴!\ \times ۲ \times ۱} = ۱۵$$

۹۹ ④ ③ ② [✓ ۱] در خانه‌ی اول سمت راست (یکان) ۲ حالت داریم، ۳ یا ۵. در اولین خانه‌ی سمت چپ (صدگان) صفر نمی‌تواند باشد و یک عدد هم برای خانه‌ی اول (یکان) انتخاب کرده‌ایم، پس ۳ حالت دارد. در خانه‌ی وسط صفر نیز می‌تواند باشد. پس ۳ حالت دارد.
پس $۳ \times ۳ \times ۲ = ۱۸$ عدد می‌توان ساخت.

۱۰۰ ④ [✓ ۳] ② ①

$$\underbrace{\binom{}{}}_{\text{دو سیاه}} \times \underbrace{\binom{}{}}_{\text{یک سفید}} = \frac{}{۲!\,(۵-۲)!} \times \frac{}{۱!\,(۴-۱)!} = \frac{}{۲ \times ۱ \times ۳!} \times \frac{}{۱ \times ۳!} = ۱۰ \times ۴ = ۴۰$$

۱۰۱ ④ ③ [✓ ۲] ①
چون عدد سه رقمی فرد با ارقام متمایز است، یکان از بین اعداد $\{۱,۳,۵,۹\}$ انتخاب می‌شود. باتوجه به این که یکی از اعداد برای یکان استفاده شده است و صدگان نمی‌تواند صفر باشد بنابراین صدگان ۵ حالت دارد، دهگان نیز باتوجه به انتخاب شدن دو عدد، ۵ حالت خواهد داشت، پس:

$$\underset{\text{صدگان}}{\boxed{۵}} \times \underset{\text{دهگان}}{\boxed{۵}} \times \underset{\text{یکان}}{\boxed{۴}} = ۱۰۰$$

۱۰۲ ④ ③ ② [✓ ۱] به جای رقم صدگان ارقام ۳, ۴, ۵ را می‌توان قرار داد تا عدد بزرگ‌تر از ۳۰۰ شود، پس صدگان ۳ حالت دارد. رقم دهگان هر یک از ۵ رقم داده شده می‌تواند باشد. برای آن که عدد حاصل زوج باشد، در مرتبه‌ی یکان یکی از دو رقم ۲ یا ۴ می‌تواند قرار گیرد، پس تعداد حالت‌ها برابر است با: $۳ \times ۵ \times ۲ = ۳۰$

۱۰۳ [✓ ۴] ③ ② ① چهار خانه را در نظر می‌گیریم. کلمه‌ی ملکان پنج حرفی است. بنابراین خانه‌های سمت راست و چپ با حروف «م» و «ل» و هر کدام به یک طریق پُر می‌شود و چون تکرار مجاز نمی‌باشد، دو خانه‌ی دیگر به ۲ و ۳ طریق تکمیل می‌گردد.

$$\overset{\text{ل}}{\boxed{۱}}\ \boxed{۳}\ \boxed{۲}\ \overset{\text{م}}{\boxed{۱}} \longrightarrow ۱ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۶$$

۱۰۴ ④ ③ ② [✓ ۱] می‌خواهیم اعداد حاصل کوچک‌تر از ۴۰ باشند، بنابراین در خانه‌ی دهگان تنها ارقام ۱ و ۳ می‌توانند قرار بگیرند و در خانه‌ی یکان نیز می‌توان تمام ارقام فرد را گذاشت، بنابراین داریم:

ارقام فرد: $\{۱,۳,۵,۷,۹\}$

یکان دهگان

$$۲ \times ۵ = ۱۰$$

۱۰۵ ۴ ۳ **۲** ۱ از آن جایی که فقط دو حرف G حتماً باید انتخاب شود، پس از میان حروف L, U, A, E باید سه حرف دیگر را انتخاب کنیم و چون در کلمه‌ی پنج حرفی، ۲ حرف تکراری است، بنابراین داریم:

$$= \binom{۴}{۳} \times \frac{}{۲!} = \frac{}{۳!} \times \frac{}{۲!} = ۴ \times ۶۰ = ۲۴۰$$

۱۰۶ ۴ ۳ **۲** ۱ حروف کلمه‌ی داده شده عبارت‌اند از: $R\,,\ \underline{\quad}\,,\ \underline{\quad}\,,\ \underline{\quad}$

ابتدا دو حرف تکراری را انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{۳}{۱} = ۳$$

سپس از ۵ حرف باقی‌مانده، دو حرف متمایز را انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{۳}{۲} = ۳$$

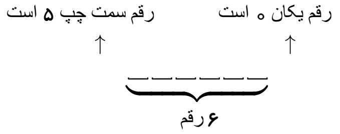
مثلاً حروف N و A, I, I را انتخاب کرده‌ایم، تعداد جایگشت‌های این چهار حرف برابر است با:

$$\frac{}{۲!} = ۱۲$$

پس تعداد جایگشت‌های مورد نظر برابر است با:

$$۳ \times ۳ \times ۱۲ = ۱۰۸$$

۱۰۷ ۴ **۳** ۲ ۱



تعداد اعداد ۶ رقمی با سه رقم صفر و سه رقم ۵ برابر است با: $۲۰ = \underline{\qquad\qquad}$

۱۰۸ ۴ ۳ ۲ **۱** اگر بخواهیم با حروف کلمه‌ی $DAMDARAN$ یک رمز ۸ حرفی بسازیم که با D شروع و به D ختم شود؛ رمز به صورت $D\square\square\square\square\square\square D$ است؛ یعنی با حروف $AAAMRN$ باید یک کلمه‌ی سه حرفی بسازیم که دارای ۳ حرف تکراری A است. بنابراین با استفاده از جایگشت با تکرار داریم:

$$[illegible] = \frac{۶!}{۳!} = \frac{\qquad\qquad}{۳!} = ۱۲۰$$

۱۰۹ **۴** ۳ ۲ ۱ الف) اگر دراین رمز دوبار حرف E تکرار شود، کافی است دو حرف دیگر را از بین شش حرف باقی‌مانده انتخاب کنیم و سپس جابجایی ۴ حرف را که دو حرف آن تکراری است را بدست آوریم.

$$\binom{۶}{۲} \times \frac{}{۲!} = ۱۵ \times ۱۲ = ۱۸۰$$

ب) اگر دراین رمز یک بار حرف E به کار رفته باشد کافی است ۳ حرف دیگر را از بین شش حرف باقی‌مانده انتخاب کنیم و سپس جابجایی ۴ حرف را بدست آوریم.

$\binom{۶}{۳} \times ۴! = ۲۰ \times ۲۴ = ۴۸۰$

ج)اگر دراین رمز حرف E تکرار نشده باشد کافی است ۴ حرف را از بین ۶ حرف باقی‌مانده انتخاب کنیم و سپس جابجایی ۴ حرف را بدست می‌آوریم.

$\binom{۶}{۴} \times ۴! = ۱۵ \times ۲۴ = ۳۶۰$

کل حالات $= ۱۸۰ + ۴۸۰ + ۳۶۰ = ۱۰۲۰$

۱۱۰ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱

تعداد کل حالت‌های پاسخ دادن $= \boxed{۴} \times \boxed{۴} \times \boxed{۴} \times \boxed{۴} \times \boxed{۴} \xlongequal{\text{اصل ضرب}} ۴^{۵} = ۲^{۱۰} = ۱۰۲۴$

تعداد حالتی که به تمام پرسش‌ها پاسخ درست داده شده است. $= ۱$

پس $P(A) = \frac{۱}{۱۰۲۴}$ است.

۱۱۱ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱

تعداد کلمات سه‌حرفی بدون تکرار حروف : $\boxed{۵} \times \boxed{۴} \times \boxed{۳} = ۶۰$

تعداد کلمات سه حرفی فاقد حرف «H» (بدون تکرار حروف) : $\boxed{۴} \times \boxed{۳} \times \boxed{۲} = ۲۴$

تعداد کلمات سه حرفی شامل حرف «H» (بدون تکرار حروف) $= ۶۰ - ۲۴ = ۳۶$

۱۱۲ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ ۱۰ سؤال داریم پس ۱۰ مرحله داریم که در هر مرحله ۴ انتخاب وجود دارد.

بنابر اصل اساسی شمارش به تعداد $۴^{۱۰} = \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{۱۰\ \text{بار}}$ راه مختلف می‌توان به این آزمون پاسخ داد.

۱۱۳ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱

$\boxed{۹} \times \boxed{۹} \times \boxed{۸} = ۶۴۸$

چون عدد سه رقمی است، صدگان نمی تواند صفر باشد پس یک رقم از $۱, ۲, \dots, ۹$ را برای صدگان باید انتخاب کنیم، در مرتبه‌ی دهگان هم یک رقم از $۰, ۱, \dots, ۹$ باید انتخاب شود ولی چون ارقام باید متمایز باشند و یک رقم هم در صدگان انتخاب شده پس ۹ انتخاب داریم و در مرتبه‌ی یکان هم ۸ انتخاب داریم.

۱۱۴ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ برای پاسخ به سؤال اول ۲ انتخاب، سؤال دوم ۲ انتخاب، ... و سؤال ششم نیز ۲ انتخاب خواهیم داشت که طبق اصل اساسی شمارش داریم:

تعداد حالات : $۲ \times ۲ \times \dots \times ۲ = ۲^{۶} = ۶۴$

۱۱۵ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱] توجه کنید که در خانه‌ی اول یکی از ارقام ۵ و ۶ و ۷ می تواند قرار گیرد.

$\underbrace{\boxed{۳}}_{\{۵,۶,۷\}} \times \boxed{۶} \times \boxed{۵} \times \boxed{۴} = ۳۶۰$

۱۱۶ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱ برای این که حاصل جمع دو عدد، عددی زوج شود، باید هر دو عدد زوج یا هر دو عدد فرد باشند:

$$\text{هر دو عدد زوج یا هر دو عدد فرد} = \binom{۵}{۲} + \binom{۴}{۲} = \frac{}{۲! \times ۳!} + \frac{}{۲! \times ۲!}$$

$$= \frac{}{۲ \times ۱ \times ۳!} + \frac{}{۲ \times ۱ \times ۲!} = ۱۰ + ۶ = ۱۶$$

۱۱۷ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ اگر در خانه‌ی اول حرف «پ» و در خانه‌ی آخر حرف «ن» قرار دهیم، این دو خانه فقط به همین حالت پر می‌شوند. برای ۶ خانه‌ی دیگر که سه حرف تکراری «الف» دارد، خواهیم داشت:

$$\frac{}{۳!} = \frac{}{۳!} = ۱۲۰ \Rightarrow \text{تعداد کل حالات} = ۱ \times ۱۲۰ \times ۱ = ۱۲۰$$

۱۱۸ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ رقم ۶ دو بار و رقم ۴ نیز ۲ بار تکرار شده است. پس:

$$\text{تعداد اعداد ۷ رقمی متمایز} = \frac{}{۲! \times ۲!} = \frac{۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲!}{۲ \times ۲!} = ۱۲۶۰$$

۱۱۹ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ اگر ۲ رقم از این ۴ رقم ۷ باشد، ۲ رقم دیگر را از ۵ رقم باقی مانده انتخاب می کنیم:

$$\binom{۵}{۲} \times \frac{}{۲!} = \frac{}{۲! \times ۳!} \times \frac{}{۲!} = ۱۰ \times ۱۲ = ۱۲۰$$

اگر یک رقم از این ۴ رقم ۷ باشد ۳ رقم دیگر را از ۵ رقم باقی‌مانده انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{۵}{۳} \times ۴! = \frac{}{۳! \times ۲!} \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۱۰ \times ۲۴ = ۲۴۰$$

اگر رقم ۷ در این ۴ رقم وجود نداشته باشد:

$$\binom{۵}{۴} \times ۴! = \frac{}{۴! \times ۱!} \times ۴! = \frac{}{} \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۱۲۰$$

$$\xrightarrow{\text{کل حالات ممکن}} ۱۲۰ + ۲۴۰ + ۱۲۰ = ۴۸۰$$

۱۲۰ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ چون دانش‌آموزان کلاس دوم حق حضور در این انتخاب را ندارند. در واقع باید سه نفر از بین ۹ نفر دیگر را انتخاب نمود.

$$C(۹,۳) = \frac{}{۶! \times ۳!} = \frac{}{۶! \times ۳ \times ۲ \times ۱} = ۸۴$$

۱۲۱ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱

می‌دانیم: اگر کاری در دو مرحله انجام بگیرد به‌طوریکه در مرحلهٔ اول m روش و در مرحلهٔ دوم n روش داشته باشد بنابر اصل ضرب، کل کار مورد نظر به $n \times m$ روش قابل انجام است.

برای ورود از هر یک از ۱۰ در دلخواه می‌توانیم وارد شویم و برای اینکه از همان در خارج نشویم، برای خارج شدن $۹ = ۱ - ۱۰$ حالت داریم. بنابراین در مجموع طبق اصل ضرب داریم: $۹۰ = ۹ \times ۱۰$

۱۲۲ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱

می‌دانیم: اگر کاری در دو مرحله انجام بگیرد به‌طوریکه در مرحلهٔ اول m روش و در مرحلهٔ دوم n روش داشته باشد بنابر اصل ضرب، کل کار مورد نظر به $n \times m$ روش قابل انجام است.

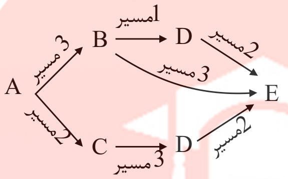
$$\overset{\text{تمام حروف}}{\underset{—}{۵}} \quad , \quad \overset{\text{تمام حروف به جز اولی}}{\underset{—}{۴}} \quad , \quad \overset{\text{تمام حروف به جز دومی}}{\underset{—}{۳}} \qquad \Rightarrow ۵ \times ۴ \times ۳ = ۶۰$$

۱۲۳ [✓ ۱] ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: اگر کاری در دو مرحله انجام بگیرد به‌طوریکه در مرحلهٔ اول m روش و در مرحلهٔ دوم n روش داشته باشد بنابر اصل ضرب، کل کار مورد نظر به $m \times n$ روش قابل انجام است.

اگر کاری را بتوان به یکی از دو روش انجام داد که روش اول m حالت و روش دوم n حالت داشته باشد انجام کل کار مورد نظر بنابر اصل جمع $m + n$ حالت دارد.

مسیرهای رفتن از A به E:



کل حالت‌های ممکن:

$$\Rightarrow \begin{cases} \\ A \to C \to D \to E \quad ۲ \times ۳ \times ۲ = ۱۲ \end{cases} \qquad \Rightarrow ۶ + ۱۹ + ۱۲ = ۲۷$$

۱۲۴ ۱ ۲ [✓ ۳] ۴

می‌دانیم: اگر کاری در دو مرحله انجام بگیرد به‌طوریکه در مرحلهٔ اول m روش و در مرحلهٔ دوم n روش داشته باشد بنابر اصل ضرب، کل کار مورد نظر به $m \times n$ روش قابل انجام است.

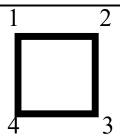
$$\underbrace{\overset{\text{مسافر اول}}{۱۲} \times \overset{\text{مسافر دوم}}{۱۲} \times \cdots \times \overset{\text{مسافر دهم}}{۱۲}}_{\text{۱۰ تا}} = ۱۲^{۱۰}$$

۱۲۵ ۱ ۲ [✓ ۳] ۴

می‌دانیم: اگر کاری در دو مرحله انجام بگیرد به‌طوریکه در مرحلهٔ اول m روش و در مرحلهٔ دوم n روش داشته باشد بنابر اصل ضرب، کل کار مورد نظر به $m \times n$ روش قابل انجام است.

اگر کاری را بتوان به یکی از دو روش انجام داد که روش اول m حالت و روش دوم n حالت داشته باشد انجام کل کار مورد نظر بنابر اصل جمع $m + n$ حالت دارد.

چهارضلعی مقابل را در نظر بگیرید.



رأس اول را به ۳ طریق می‌توان رنگ کرد

رأس دوم نباید با رأس اول همرنگ باشد. بنابراین به ۲ طریق قابل رنگ است.

رأس سوم نباید با رأس دوم همرنگ باشد و می‌تواند با رأس اول همرنگ باشد یا نباشد.

رأس چهارم اگر رئوس اول و سوم همرنگ باشند، به ۲ طریق و اگر رئوس اول و سوم همرنگ نباشند به ۱ طریق قابل رنگ است.

بنابراین طبق اصول ضرب و جمع داریم:

راس اول و سوم همرنگ

راس اول و سوم ناهمرنگ $: ۳ \times ۲ \times ۱ \times ۱ = ۶ \Big\} \Rightarrow ۶ + ۱۲ = ۱۸$

۱۲۶ ① ② ③ ④ — ● ۱

می‌دانیم:

و در مرحله $m_۲$ $m_۱$ n

انجام کاری شامل داشته باشیم، کار مورد نظر به مرحله اول m_n $\times$ . . $\times m_۲ \times m_۱$ **روش و در مرحله دوم روش و ... و**

بنابر اصل ضرب، برای تعدادی کلاس‌های دهم این منطقه داریم:

$$۳ \times ۸ \times ۶ = ۱۴۴$$

۱۲۷ ● ۳

می‌دانیم:

$n!$ حاصل‌ضرب اعداد طبیعی از ۱ تا n است.

$$n! = n(n-۱)! = n(n-۱)(n-۲)! = \dots$$

طبق قرارداد $۰! = ۱$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: درست:

$$\frac{}{(n-۲)!} = \frac{}{(n-۲)!} = n(n-۱) = n^۲ - n$$

گزینه ۲: درست: $۰! = ۱! = ۱$

گزینه ۳: نادرست:

$$۴! \times ۲ = ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ \times ۲ = ۸ \times ۶ \times \neq ۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱$$

گزینه ۴: درست:

$$۲! \times ۲! \times ۳! = ۲ \times ۱ \times ۲ \times ۱ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۴!$$

۱۲۸ ● ۲

می‌دانیم:

تعداد جایگشت‌های n شئ متمایز برابر است با $n!$

اگر انجام کاری شامل n مرحله باشد که در مرحله اول $m_۱$ روش و در مرحله دوم $m_۲$ روش و ... و .... و در مرحله nام m_n روش داشته باشیم، کار مورد نظر به $m_۱ \times m_۲ \times \dots \times m_n$ حالت قابل انجام است.

۳ معلم را یک نفر در نظر می‌گیریم و تعداد جایگشت های ۵ نفر را محاسبه می‌کنیم که برابر است با $۵!$

جابه‌جایی خود معلم‌ها نیز به $۳!$ حالت امکان‌پذیر است.

طبق اصل‌ضرب، کل کار مورد نظر به $۵! \times ۳!$ حالت امکان‌پذیر است.

۱۲۹ ● ۲ **اصل ضرب:**

می‌دانیم:

و در مرحله nام m_n روش $m_۲$ $m_۱$ n

داشته باشیم، کار مورد نظر به مرحله اول m_n $\times$ . . $\times m_۲ \times m_۱$ **روش و در مرحله دوم روش و ... و**

خانهٔ اول با هر یک از ۴رنگ دلخواه قابل رنگ کردن است.

خانهٔ بعدی هر رنگی می‌تواند باشد بجز رنگ خانهٔ اول، بنابراین به ۳ طریق قابل رنگ کردن است.

به همین ترتیب، سایر خانه‌ها نیز به ۳ حالت قابل رنگ کردن‌اند.

بنابراین در کل طبق اصل ضرب داریم:

$$۴ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ = ۴ \times ۳^۴ = ۴ \times ۸۱ = ۳۲۴$$

۱۳۰ ۱ ۲ ۳ **۴**

می‌دانیم: **تعداد جایگشت‌های rتایی از n شئ متمایز که در آن‌ها ترتیب اهمیت دارد را با $p(n,r)$ نشان می‌دهیم و داریم:**

$$p(n,r) = \frac{}{(n-r)!}$$

حداکثر ۴ حرفی یعنی ۱ حرفی یا ۲ حرفی یا ۳ حرفی یا ۴ حرفی

۱ حرفی: $p(۴,۱) = \frac{}{۳!} = \frac{}{۳!} = ۴$

۲ حرفی: $p(۴,۲) = \frac{}{۲!} = \frac{}{۲!} = ۱۲$

۳ حرفی: $p(۴,۳) = \frac{}{۱!} = ۴! = ۲۴$

۴ حرفی: $p(۴,۴) = \frac{}{۰!} = \frac{۴!}{۱} = ۲۴$

طبق اصل جمع برای انجام کار مورد نظر $۲۴ + ۲۴ + ۱۲ + ۴ = ۶۴$ حالت داریم.

۱۳۱ ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم: **تعداد جایگشت‌های rتایی از n شئ متمایز که در آن‌ها ترتیب اهمیت دارد را با $p(n,r)$ نشان می‌دهیم و داریم:**

$$p(n,r) = \frac{}{(n-r)!}$$

n $n!$ و در مرحله ام روش تعداد جایگشت‌های شئ متمایز برابر است با

اگر انجام کاری شامل n مرحله باشد که در مرحله اول $m_۱$ روش و در مرحله دوم $m_۲$ روش و ... و ....n....m_n........

داشته باشیم، کار مورد نظر به $m_۱ \times m_۲ \times \ldots \times m_n$ حالت قابل انجام است.

با تکرار ارقام: ۳ جایگاه داریم که هر کدام به ۴ طریق قابل پر شدن هستند بنابراین داریم:

$$۴ \times ۴ \times ۴ = ۶۴$$

بدون تکرار ارقام: تعداد جایگشت‌های ۳ تایی از ۴ شئ متمایز که برابر است با:

$$p(۴,۳) = \frac{}{۱!} = ۴! = ۲۴$$

بنابراین اختلاف این دو مقدار برابر است با $۶۴ - ۲۴ = ۴۰$

۱۳۲ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: **تعداد جایگشت‌های n شئ متمایز برابر است با $n!$**

اگر انجام کاری شامل n مرحله باشد که در مرحله اول $m_۱$ روش و در مرحله دوم $m_۲$ روش و ... و .... و در مرحله nام m_n روش

داشته باشیم، کار مورد نظر به $m_۱ \times m_۲ \times \ldots \times m_n$ حالت قابل انجام است.

ابتدا ۳ نفر از ۵ نفر را انتخاب می‌کنیم و سپس ۳ کتاب را بین آن‌ها توزیع می‌کنیم که همان $p(۵,۳)$ است. بنابراین:

$$p(۵,۳) = \frac{}{۲!} = \frac{}{۲!} = ۶۰$$

۱۳۳ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱]

می‌دانیم: $n!$ حاصل‌ضرب اعداد طبیعی از ۱ تا n است.

$$n! = n(n-۱)! = n(n-۱)(n-۲!) = \dots$$

طبق قرارداد $۰! = ۱$

$$\frac{}{۱۲! - ۱۱!} = \frac{۱۱ \times (۱۲ \times ۱۱! + ۱۱!)}{۱۲ \times ۱۱! - ۱۱!} = \frac{}{۱۱ \times ۱۱!} = ۱۳$$

۱۳۴ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱] وضعیت ۲ عضو a, b مشخص است.

عضوهای c, d, e هر کدام می‌توانند باشند یا نباشند که ۲ حالت دارد و بنابر اصل ضرب داریم:

$$۲ \times ۲ \times ۲ = ۸$$

۱۳۵ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱

می‌دانیم: اگر کاری شامل دو مرحله باشد بطوری‌که در مرحله اول m حالت، و در مرحله دوم n حالت داشته باشیم، کل کار موردنظر به $m \times n$ حالت انجام می‌پذیرد.

۱۰ سؤال ۴ گزینه‌ای: هر سؤال ۴ حالت = $۴^{۱۰}$

۳ سؤال ۲ گزینه‌ای: هر سؤال ۲ حالت = $۲^{۳}$

با توجه به اصل ضرب برای کل آزمون داریم: $۴^{۱۰} \times ۲^{۳}$

۱۳۶ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱

می‌دانیم: انتخاب rشئ از nشئ متمایز که ترتیب انتخاب در آن‌ها اهمیت داشته باشد، ترتیب نامیده می‌شود و داریم:

$$P(n,r) = \frac{}{(n-r)!}$$

$$n! = n(n-۱)! = n(n-۲)(n-۱)! = \dots$$

اگر تعداد کتاب‌ها را n فرض کنیم، انتخاب و چیدمان ۳ کتاب از n کتاب ۲۱۰ حالت دارد. بنابراین:

$$P(n,۳) = ۲۱۰ \Rightarrow \frac{}{(n-۳)!} = \quad \underset{(n-۳)!}{} \quad = ۲۱۰ \Rightarrow$$

$$n(n-۱)(n-۲) = ۲۱۰ = ۷ \times ۶ \times ۵ \Rightarrow n = ۷$$

۱۳۷ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱]

می‌دانیم: می‌دانیم: اگر کاری شامل دو مرحله باشد بطوری‌که در مرحله اول m حالت و در مرحله دوم n حالت داشته باشیم، کل کار موردنظر به $m \times n$ حالت انجام می‌پذیرد.

اگر کاری به دو صورت قابل انجام باشد بطوری‌که در حالت اول mروش و در حالت دوم n روش موجود باشد، کل کار موردنظر به $m + n$روش قابل انجام است.

حالت اول:

$$\frac{۱}{۲} \times \frac{۵}{} \times \frac{۴}{} = ۲۰$$

حالت دوم: در حالت دوم به بعد، صفر نمی‌تواند در جایگاه اول ظاهر شود:

$$\frac{۴}{} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{} = ۱۶$$

حالت سوم:

$$\frac{۴}{}, \frac{۴}{}, \frac{۱}{۲} = ۱۶$$

بنابراین اصل جمع:

$$۲۰ + ۱۶ + ۱۶ = ۵۲$$

۱۳۸ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱

می‌دانیم:

> تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر است با $n!$

Sها را یک حرف در نظر می‌گیریم و جایگشت ۴ شیء را محاسبه می‌کنیم که برابر $۲۴ = ۴!$ است.

۱۳۹ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱ بررسی گزینه‌ها:

۱) دفاع انتخاب‌شده در ۳ مکان «چپ، راست، وسط» قرار می‌گیرد. بنابراین ترتیب مهم است.

۲) هر حرف در ۳ جایگاه می‌تواند قرار بگیرد بنابراین ترتیب مهم است.

۳) این که در کدام پرتاب‌ها رو بیاید تفاوت ایجاد می‌کند بنابراین ترتیب مهم است.

۴) ترتیب قرارگیری گل‌ها در دسته گل اهمیت ندارد بنابراین ترتیب مهم نیست.

۱۴۰ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱

می‌دانیم:

> اگر کاری را به دو روش بتوان انجام داد بطوریکه در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم، کل کار مورد نظر به $m + n$ روش قابل انجام است.
>
> اگر کاری دارای ۲ مرحله باشد که در مرحلهٔ اول m روش و در مرحلهٔ دوم n روش داشته باشیم، کار مورد نظر به $m \times n$ روش قابل انجام است.

برای مضرب ۵ بودن یکان باید صفر یا ۵ باشد.

حالت اول: یکان صفر

$$\frac{۲}{\begin{matrix}۳\\۴\\۵\end{matrix}} \times \frac{۴}{} \times \frac{۳}{} \times \frac{۱}{۰} = ۳۶$$

حالت دوم: یکان ۵

$$\frac{۲}{\begin{matrix}۳\\۴\end{matrix}} \times \frac{۴}{} \times \frac{۳}{} \times \frac{۱}{۵} = ۲۴$$

بنابر اصل جمع کل کار موردنظر به $۶۰ = ۲۴ + ۳۶$ حالت قابل انجام است.

۱۴۱ ۱ ۲ ۳ **۴**

می‌دانیم:

$$\boxed{\binom{}{r} = \binom{}{n-r}}$$

$$\binom{۲۱}{n} = \binom{}{۳n-۳} \Rightarrow n = ۲۱ - (۳n - ۳) \Rightarrow n = ۲۱ - ۳n + ۳ \Rightarrow ۴n = ۲۴ \Rightarrow n = ۶$$

۱۴۲ ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم:

$$\boxed{\begin{aligned} \binom{}{r} &= \frac{}{(n-r)!r!} \\ \binom{n}{۲} &= \frac{n(n-۱)}{۲} \\ \binom{n}{۳} &= \frac{n(n-۱)(n-۲)}{۶} \\ \binom{}{r} &= \binom{}{n-r} \\ \binom{}{n-۱} &= \binom{n}{۱} = n \\ \binom{}{n} &= ۱ \end{aligned}}$$

حداقل ۲ یعنی ۲ یا ۳ یا ۴:

$$\underset{\text{۲ ایرانی}}{\underset{\downarrow}{\binom{۴}{۲}}} \times \underset{\text{۳ الباقی}}{\underset{\downarrow}{\binom{۵}{۳}}} + \underset{\text{۳ ایرانی}}{\underset{\downarrow}{\binom{۴}{۳}}} \times \underset{\text{۲ الباقی}}{\underset{\downarrow}{\binom{۵}{۲}}} + \underset{\text{۴ ایرانی}}{\underset{\downarrow}{\binom{۴}{۴}}} \times \underset{\text{۱ الباقی}}{\underset{\downarrow}{\binom{۵}{۱}}}$$

$$= \frac{۴ \times ۳}{۲} \times \frac{۵ \times ۴ \times ۳}{۶} + \frac{۴ \times ۳ \times ۲}{۶} + \frac{۵ \times ۴}{۶} + ۱ \times ۵ = ۱۲ \times ۵ + ۴ \times ۱۰ + ۵ =$$

$$= ۶۰ + ۴۰ + ۵ = ۱۰۵$$

۱۴۳ ۱ ۲ ۳ **۴**

می‌دانیم: انتخاب r شئ از n شئ متمایز (که ترتیب انتخاب اهمیت ندارد) را ترکیب r از n می‌نامیم و داریم:

$$\binom{}{r} = \frac{}{(n-r)!r!} \qquad \binom{n}{۳} = \frac{n(n-۱)(n-۲)}{۶}$$

اگر تعداد دانش آموزان را n فرض کنیم داریم:

$$\binom{n}{۳} = ۵۶ \Rightarrow \frac{n(n-۱)(n-۲)}{۶} = ۵۶ \Rightarrow n(n-۱)(n-۲) = ۸ \times ۷ \times ۶ \Rightarrow n = ۸$$

۱۴۴ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱]

می‌دانیم: انتخاب r شیٔ از n شیٔ متمایز که در آن‌ها ترتیب انتخاب اهمیت دارد را ترکیب r از n می‌نامیم و داریم:

$$P(n,r)=\frac{}{(n-r)!}$$

$$P(۱۵,۳)=\frac{}{۱۲!}$$

۱۴۵ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱] زیرمجموعه فاقد عضوهای $a_۹$ و $a_{۱۰}$ است. پس ۲ عضو از A حذف می‌شوند.

همچنین شامل $a_۱$ و $a_۲$ است که این ۲ عضو از A و زیر مجموعه انتخابی نیز حذف می‌شوند.

۳ عضو از ۵ عضو زیرمجموعه باقی می‌مانند که باید از اعضای $a_۳, a_۴, \ldots, a_۸$ انتخاب شوند که تعداد حالات انتخابشان $\binom{۶}{۳}$ است و داریم:

$$\binom{۶}{۳}=\frac{۶\times ۵\times ۴}{۶}=۲۰$$

۱۴۶ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱

می‌دانیم: اگر کاری را به دو روش بتوان انجام داد بطوریکه در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم،

کل کار مورد نظر به $m+n$ روش قابل انجام است.

اگر کاری دارای ۲ مرحله باشد که در مرحلهٔ اول m روش و در مرحلهٔ دوم n روش داشته باشیم،

کار مورد نظر به $m\times n$ روش قابل انجام است.

۶ سوال ۴ گزینه‌ای: هر سوال ۵ حالت (یکی از گزینه‌ها یا بی‌جواب ماندن سوال): $۵^۶$

۴ سوال ۳ گزینه‌ای: هر سوال ۳ حالت (یکی از ۳ گزینه): $۳^۴$

بنابر اصل ضرب جواب کل مسأله برابر است با: $۵^۶\times ۳^۴$

۱۴۷ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱

می‌دانیم: اگر کاری را به دو روش بتوان انجام داد بطوریکه در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم،

کل کار مورد نظر به $m+n$ روش قابل انجام است.

اگر کاری دارای ۲ مرحله باشد که در مرحلهٔ اول m روش و در مرحلهٔ دوم n روش داشته باشیم،

کار مورد نظر به $m\times n$ روش قابل انجام است.

از آنجائیکه صفر در بین ارقام است. دو حالت را در نظر می گیریم:

ارقام : $\{۰,۱,۲,۳,۴,۵\}$

۱) یکان غیرصفر:

$$\frac{۴}{}\times\frac{۴}{}\times\frac{۳}{}\times\underset{۴}{\frac{۲}{۲}}=۹۶$$

۲) یکان صفر:

$$\frac{۵}{\_}\times\frac{۴}{\_}\times\frac{۳}{\_}\times\frac{۱}{\_}=۶۰$$
$$۰$$

بنابر اصل جمع، $۱۵۶ = ۶۰ + ۹۶$ عدد ۴ رقمی زوج با ارقام غیرتکراری و کوچک‌تر از ۶ داریم.

۱۴۸ ④ [✓ ③] ② ①

می‌دانیم:

قرارداد	$۰! = ۱$

$$(۲x-x^۲)!=۱ \Rightarrow \begin{cases} ۲x-x^۲=۱ \Rightarrow x^۲-۲x+۱=۰ \Rightarrow (x-۱)^۲=۰ \Rightarrow x=۱ \\ ۲x-x^۲=۰ \Rightarrow x^۲-۲x=۰ \Rightarrow x(x-۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases} \\ x=۲ \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین ۳ مقدار برای x وجود دارد.

۱۴۹ ④ ③ ② [✓ ①]

می‌دانیم: اگر کاری به دو روش قابل انجام باشد که در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم، کل کار موردنظر به $m+n$ روش قابل انجام است.

رقم صدگان یک‌رقمی است. بنابراین مجموع ارقام یکان و دهگان باید یک‌رقمی باشد. بنابراین:

ــــــ	ـ ـ	ــــــــــــ
۰		۹
۱		۹
۲		۸
۳		۷
۴		۶
۵		۵
۶		۴
۷		۳
۸	۰, ۱	۲
۹	۰	۱

بنابراصل جمع تعداد حالت‌های انجام کار موردنظر برابر است با:

$$۹+۹+۸+۷+۶+۵+۴+۳+۲+۱=۵۴$$

۱۵۰ ④ [✓ ③] ② ①

می‌دانیم: اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد به‌طوریکه در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم، کل کار مورد نظر به $m+n$ حالت انجام‌پذیر است.

اگر کاری دارای ۲ مرحله باشد به‌طوریکه در مرحلهٔ اول m حالت و در مرحلهٔ دوم n حالت داشته باشیم، کار مورد نظر به $m \times n$ حالت قابل انجام است.

برای رفتن از A به B، ۴ حالت و از B به C، ۳ حالت و از C به D، ۲ حالت داریم که طبق اصل ضرب $۲ \times ۳ \times ۴ = ۲۴$ حالت برای رفتن داریم.

در مسیر برگشت از هر یک از مسیرهای رفت که آمده باشیم نمی‌توانیم برگردیم بنابراین برای برگشت از D به C، ۱ حالت و از C به B، ۲ حالت و از B به A، ۳ حالت داریم که بنابر اصل ضرب برای برگشت $۶ = ۱ \times ۲ \times ۳$ حالت داریم.

که در مجموع برای رفت و برگشت طبق اصل ضرب $۱۴۴ = ۶ \times ۲۴$ حالت داریم.

۱۵۱ ۴ ۳ **۲** ۱

می‌دانیم: اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد به‌طوریکه در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم، کل کار مورد نظر به $m+n$ حالت انجام‌پذیر است.
اگر کاری دارای شامل ۲ مرحله باشد به‌طوریکه در مرحلهٔ اول m حالت و در مرحلهٔ دوم n حالت داشته باشیم، کار مورد نظر به $m \times n$ حالت قابل انجام است.

اگر تعداد سوالات را n فرض کنیم. هر سوال ۳ حالت پاسخ گویی دارد (گزینهٔ اول، گزینهٔ دوم، هیچ‌کدام)
بنابراین به ۳^n حالت می‌توان به این سوالات پاسخ داد:

$$۳^n = ۸۱^۵ = ۳^n = (۳^۴)^۵ \Rightarrow ۳^n = ۳^{۲۰} \Rightarrow n = ۲۰$$

۱۵۲ ۴ **۳** ۲ ۱

می‌دانیم: تعداد جایگشت‌های n شی متمایز برابر است با $n!$

۳ خواهر را یک نفر در نظر می‌گیریم که به همراه ۳ برادر به $۴!$ حالت می‌توانند کنار هم قرار بگیرند.
خود ۳ خواهر نیز به $۳!$ حالت در کنار هم قرار می‌گیرند.
بنابر اصل ضرب در مجموع $۳! \times ۴! = ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۳ \times ۲ = ۱۴۴$ حالت داریم.

۱۵۳ ۴ ۳ **۲** ۱

می‌دانیم: تعداد جایگشت‌های n شی متمایز برابر است با $n!$

برای حرف اول ۲ انتخاب داریم (ی و ن) که به‌ازای هر انتخاب، ۴ حرف دیگر به $۴!$ حالت کنار هم قرار می‌گیرند بنابراین در مجموع $۲ \times ۴! = ۲ \times ۴ \times ۳ \times ۲ = ۴۸$ حالت داریم.

۱۵۴ ۴ **۳** ۲ ۱

$$A \begin{cases} \xrightarrow{۲} B \xrightarrow{۲} E \\ \text{یا} \\ \xrightarrow{۱} C \xrightarrow{۳} D \xrightarrow{۱} E \end{cases} \Rightarrow ۲ \times ۲ + ۱ \times ۳ \times ۱ = ۴ + ۳ = ۷$$

۱۵۵ **۴** ۳ ۲ ۱ چون عدد مورد نظر باید زوج باشد و صفر نیز در بین ارقام است. بنابراین دو حالت را در نظر می‌گیریم:

حالت اوّل: یکان صفر

$$\underline{۴}, \underline{۳}, \underset{۰}{\underline{۱}} \Rightarrow ۴ \times ۳ = ۱۲$$

حالت دوم: یکان ۲ یا ۴

$$\underline{۳}, \underline{۳}, \underset{\substack{۲ \\ ۴}}{\underline{۲}} \Rightarrow ۳ \times ۳ \times ۲ = ۱۸$$

در کل طبق اصل جمع $۱۲ + ۱۸ = ۳۰$ حالت داریم.

۱۵۶ **۴** ۳ ۲ ۱ می‌دانیم: $\binom{n}{۳} = \dfrac{n(n-۱)(n-۲)}{۶}$

هر ۳ نفر کلاس اول یا دوم یا سوم باشند:

$$\overset{\overset{\text{اول}}{\uparrow}}{\binom{۵}{۳}}+\overset{\overset{\text{دوم}}{\uparrow}}{\binom{۷}{۳}}+\overset{\overset{\text{سوم}}{\uparrow}}{\binom{۶}{۳}}=\frac{۵\times ۴\times ۳}{۶}+\frac{۷\times ۶\times ۵}{۶}+\frac{۶\times ۵\times ۴}{۶}=۱۰+۲۰+۳۵=۶۵$$

۱۵۷ ④ ③ ❷ ① می‌دانیم: $\boxed{\binom{n}{۳}=\frac{n(n-۱)}{۶}}$

برای تشکیل مثلث باید ۳ نقطه انتخاب کنیم بطوریکه هر ۳ روی یک خط نباشند بنابراین باید ۲ نقطه از خط بالا و یک نقطه از خط پایین یا یک نقطه از خط بالا و ۲ نقطه از خط پایین انتخاب کنیم. داریم:

$$\binom{۴}{۲}\binom{۳}{۱}+\binom{۴}{۱}\binom{۳}{۲}=\frac{۴\times ۳}{۲}\times ۳+۴\times\frac{۳\times ۲}{۲}=۱۸+۱۲=۳۰$$

۱۵۸ ④ ③ ② ❶

می‌دانیم: $\boxed{\begin{array}{l}P(n,r)=\frac{}{(n-r)!}\\ C(n,r)=\frac{}{(n-r)!r!}\end{array}}$

$$C(n+۳,۳)=۵P(n+۲,۲)$$

$$\frac{}{(n+۳-۳)!۳!}=۵\frac{}{(n+۲-۲)!}$$

$$\frac{}{n!۳!}=۵\frac{}{n!}$$

$$\frac{}{n!\times ۳\times ۲\times ۱}=۵\frac{}{}$$

$$\frac{(n+۳)(n+۲)(n+۱)}{۶}=۵(n+۲)(n+۱)\Rightarrow\frac{(n+۳)(n+۲)(n+۱)}{(n+۲)(n+۱)}=۶\times ۵$$

$$\Rightarrow n+۳=۳۰\Rightarrow n=۲۷$$

۱۵۹ ④ ❸ ② ① **رمز ۳ رقم دارد که می‌تواند ۱ رقم یا ۲ رقم زوج باشند و کنار هم قرار نگیرند یا تمام ارقام فرد باشند.**

بنابراین:

$$I)\text{رقم زوج}\ ۱:\ \underset{\underset{\text{رقم زوج (ارقام دوم)}}{\downarrow}}{۵}\times\underbrace{\qquad}_{\underset{\text{رقم فرد}}{\downarrow}}\times\overset{\overset{\text{جایگاه رقم زوج(اول، دوم، سوم)}}{\uparrow}}{۳}=۳۰۰$$

$$II)\ \text{رقم زوج}\ ۲:\ \underset{\underset{\text{رقم فرد}}{\downarrow}}{۵}\times\underbrace{\qquad\qquad}_{\text{رقم زوج (ارقام اول و سوم)}}=۱۰۰$$

$$III)\ \text{رقم فرد}\ ۳:۵\times ۴\times ۲=۶۰$$

بنابر اصل جمع $۳۰۰+۱۰۰+۶۰=۴۶۰$ حالت داریم

۱۶۰ ❹ ③ ② ① **برای سؤال ۴ گزینه‌ای هر کدام ۵ حالت (یکی از ۴ گزینه یا بدون پاسخ گذاشتن سؤال) و برای ۴ سؤال ۲ گزینه‌ای هر کدام ۳ حالت (یکی از دو گزینه یا بدون پاسخ گذاشتن سؤال) داریم.**

بنابراین برای کل آزمون $۳^۴ \times ۵^۲$ حالت داریم.

$$۵^۲ \times ۳^۴ = ۲۵ \times ۸۱ = ۲۰۲۵$$

۱۶۱ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ چون عدد موردنظر باید زوج باشد و صفر هم در بین ارقام است، بنابراین دو حالت را در نظر می‌گیریم:

حالت اول: یکان صفر

$$\underline{۵} \times \underline{۴} \times \underline{۳} \times \underset{۰}{\underline{۱}} = ۶۰$$

حالت دوّم: یکان ۲ یا ۴

$$\underline{۴} \times \underline{۴} \times \underline{۳} \times \underset{\substack{۲\\۴}}{\underline{۲}} = ۹۶$$

در کل طبق اصل جمع $۱۵۶ = ۹۶ + ۶۰$ حالت برای عدد موردنظر داریم

۱۶۲ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ می‌دانیم:

$$\Rightarrow n(n-۱)(n-۲)! = ۱۲۰ \Rightarrow n! = ۱۲۰ \Rightarrow n = ۵$$

۱۶۳ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱]

می‌دانیم: **تعداد جایگشت‌های n شئ متمایز برابر است با $n!$**

حرف آخر e است. برای آن‌که حروف e و r و u کنار هم باشند، حروف دوم و سوم از آخر باید r و u باشند که $۲!$ حالت دارند و برای سایر حروف محدودیتی وجود ندارد و خانه‌های اول تا چهارم توسط آن‌ها پر می‌شوند.

در مجموع طبق اصل ضرب داریم:

$$۴! \times ۲! \times ۱ = ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ \times ۲ \times ۱ \times ۱ = ۴۸$$

۱۶۴ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱]

می‌دانیم: **تعداد جایگشت‌های n شئ متمایز برابر است با $n!$**

حروف «و» و «م» و یک حرف در وسطشان را که به ۳ طریق قابل انتخاب است، یک بسته در نظر می‌گیریم که با ۲ حرف باقیمانده $۳!$ حالت دارند. خود «و» و «م» به $۲!$ حالت جابجا می‌شوند و در مجموع بنابر اصل ضرب داریم:

$$۳! \times ۳ \times ۲ = ۶ \times ۳ \times ۲ = ۳۶$$

۱۶۵ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ برای محاسبه تعداد اعداد ۵ رقمی که حداقل یک رقم تکراری داشته باشند، تعداد اعداد ۵ رقمی که بدون تکرار ارقام هستند را از تعداد کل اعداد ۵ رقمی (با تکرار ارقام) کم کرد. داریم:

تعداد کل اعداد ۵ رقمی: $\underline{۹} \times \underline{۱۰} \times \underline{۱۰} \times \underline{۱۰} \times \underline{۱۰} = ۹ \times ۱۰^۴ = ۹۰۰۰۰$

تعداد اعداد ۵ رقمی بدون تکرار ارقام: $\underline{۹} \times \underline{۹} \times \underline{} \times \underline{} \times \underline{۶} = ۲۷۲۱۶$

$$۹۰۰۰۰ - ۲۷۲۱۶ = ۶۲۷۸۴$$

۱۶۶ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱ راه اول: دقیقا یک مهره سبز و حداقل یک مهره زرد یعنی (یک مهره سبز و یک مهره زرد و ۲ مهره قرمز) یا (یک مهره سبز و ۲ مهره زرد و ۱ مهره قرمز)

$$\binom{۳}{۱} \times \binom{۲}{۱} \times \binom{۵}{۲} + \binom{۳}{۱} \times \binom{۲}{۲} \times \binom{۵}{۱} = ۳ \times ۲ \times \frac{۵ \times ۴}{۲} + ۳ \times ۱ \times ۵ = ۶۰ + ۱۵ = ۷۵$$

راه حل دوم:

ابتدا کل حالاتی که دقیقا یک مهره‌ی سبز داشته باشیم را حساب می‌کنیم:

$$\text{مهرهٔ سبزه:}\binom{۳}{۱}\binom{۷}{۳} = \frac{}{} \times ۳ = ۱۰۵$$

حال از این تعداد به روش متمم تعداد حالاتی که مهرهٔ زرد نداشته باشیم را کم می‌کنیم:

$$\text{۱ مهرهٔ سبز و ۳ مهرهٔ قرمز:}\binom{۳}{۱}\binom{۵}{۳} = ۳ \times ۱۰ = ۳۰$$

حالا مقدار فوق را از کل حالات کم می‌کنیم:

$$۱۰۵ - ۳۰ = ۷۵ \text{حالت}$$

۱۶۷ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ می‌دانیم:

$$\boxed{\begin{array}{l} \binom{}{r} = \binom{}{n-r} \\ \binom{n}{۲} = \frac{n(n-۱)}{۲} \\ \binom{}{n-۱} = n \end{array}}$$

حداقل ۸ شاخه یعنی ۸ یا ۹ یا ۱۰ شاخه

$$\binom{۱۰}{۸} + \binom{۱۰}{۹} + \binom{۱۰}{۱۰} = \frac{۱۰ \times ۹}{۲} + ۱۰ + ۱ = ۴۵ + ۱۰ + ۱ = ۵۶$$

۱۶۸ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ ابتدا ۴ جای خالی از ۶ جای خالی صف را انتخاب می‌کنیم که این عمل $\binom{۶}{۴}$ حالت دارد (در شکل زیر فقط یک حالت از آن‌ها نشان داده شده است.) پس:

a، b، e و f را به ۴ حالت در ۴ جای خالی انتخاب شده قرار می‌دهیم.

$$\boxed{\underline{\ }} - \boxed{f} - \boxed{\underline{a}}\,\boxed{\underline{b}}$$
$$\boxed{\underline{\ }} - \boxed{f} - \boxed{\underline{\ }}\,\boxed{\underline{\ }}$$
$$\boxed{f} - \boxed{\underline{e}} - \boxed{\underline{a}}\,\boxed{\underline{b}}$$
$$\boxed{f} - \boxed{\underline{e}} - \boxed{\underline{b}}\,\boxed{\underline{\ }}$$

سپس c و d را به $!۲$ حالت در خانه‌های باقی‌مانده قرار می‌دهیم.

پس در کل حالات برابر است با:

$$\binom{۶}{۴} \times ۴ \times ۲! = \frac{}{۴! \times ۲!} \times ۴ \times ۲! = ۱۵ \times ۴ \times ۲ = ۱۲۰$$

۱۶۹ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ می دانیم:

$$\boxed{\binom{}{k} = \binom{}{k} + \binom{}{k-۱}}$$

$$\binom{۵}{۰} + \binom{۵}{۱} + \binom{۶}{۲} + \binom{۷}{۳} + \cdots + \binom{۱۴}{۱۰} - \binom{۵}{۰}$$
$$= \binom{۶}{۱} + \binom{۶}{۲} + \binom{۷}{۳} + \cdots + \binom{۱۴}{۱۰} - \binom{۵}{۰}$$
$$= \binom{۷}{۲} + \binom{۷}{۳} + \cdots + \binom{۱۴}{۱۰} - \binom{۵}{۰}$$
$$\vdots$$

$$=\binom{۱۴}{۹}+\binom{۱۴}{۱۰}-\binom{۵}{۰}=\binom{۱۵}{۱۰}-\binom{۵}{۰}=\frac{}{۱۰!۵!}-۱=۳۰۰۳-۱=۳۰۰۲$$

۱۷۰ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ می‌دانیم:

انتخاب r شئ از n شئ متمایز که ترکیب انتخاب مهم نیست یک ترکیب r تایی‌اند n شئ متمایز نامیده می‌شود و داریم $\binom{}{r}=\frac{}{(n-r)!r!}$

ابتدا ۳ رشته از ۴ رشته را انتخاب می‌کنیم و سپس از هر رشته یک دبیر:

$$\binom{۴}{۳}\times\binom{۳}{۱}\times\binom{۳}{۱}\times\binom{۳}{۱}=۴\times۳\times۳\times۳=۱۰۸$$

۱۷۱ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ **برای کاغذ دور گل ۴ حالت و برای برگ تزئینی کنار آن ۳ حالت در اختیار داریم و چون می‌خواهیم روبان صورتی باشد حالت‌های دیگر (زرد و قرمز) محاسبه نمی‌شوند. بنابراین خواهیم داشت:** $۱۲ = ۱ \times ۳ \times ۴$

۱۷۲ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱]

$$\frac{}{(n-۲)!\,(n-۱)!}=\frac{۳}{۲}=\frac{}{(n-۲)(n-۳)!\times(n-۱)!}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow\frac{}{n-۲}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow ۳n-۶=۲n$$

$$\Rightarrow ۳n-۲n=۶\Rightarrow n=۶$$

۱۷۳ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ **چون عدد باید فرد باشد در خانه‌ی یکان یا ۵ یا ۷ قرار می‌گیرد، پس دو حالت داریم. در خانه‌ی اول سمت چپ چون عدد باید از ۴۰۰۰ بزرگ‌تر باشد باید ۴ یا بیش‌تر از ۴ باشد که یکی از ارقام ۵ و ۷ را قبلاً انتخاب کردیم، پس ۳ حالت داریم یا ۸ یا ۴ یا یکی از ۵ و ۷ (۲ و صفر نمی‌تواند در خانه‌ی اول باشد.)**

برای خانه‌ی دوم از سمت چپ، چون از ۶ تا رقم دو رقم استفاده شده، پس ۴ حالت داریم و برای خانه‌ی سوم از سمت چپ به همین ترتیب ۳ رقم باقی می‌ماند.

$$\boxed{۳}\boxed{۴}\boxed{۳}\boxed{۲}=۳\times۴\times۳\times۲=۷۲$$

۱۷۴ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ **کلیه‌ی اعداد ۳ رقمی زوج با ارقام غیر تکراری که یکان صفر باشد، برابر است با:**

$$\boxed{۵}\times\boxed{۴}\times\underset{\text{صفر قرار دارد.}}{\underset{\downarrow}{\boxed{۱}}}=۲۰$$

کلیه‌ی اعداد ۳ رقمی زوج با ارقام غیر تکراری که یکان دو باشد برابر است با: (رقم صدگان صفر نمی‌تواند باشد.)

$$\boxed{۴}\times\boxed{۴}\times\boxed{۱}=۱۶$$

بنابراین $۳۶ = ۱۶ + ۲۰$ **عدد وجود دارد.**

۱۷۵ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ **از روش متمم استفاده می‌کنیم. ابتدا تعداد کل حالات اعداد ۵ رقمی را می‌یابیم و سپس تعداد حالت‌هایی را که دو رقم فرد کنار هم باشند را از آن کم می‌کنیم:**

تعداد کل حالات عدد ۵ رقمی با ارقام داده شده $= ۵! = ۵\times۴\times۳\times۲\times۱=۱۲۰$

تعداد اعداد پنج رقمی وقتی دو رقم فرد کنار هم باشند. $\underbrace{۲,۴,۸,\boxed{۳,۷}}_{\text{۴ شی}} = ۴!\times۲! = ۴\times۳\times۲\times۱\times۲\times۱=۴۸$

تعداد حالات مطلوب $= ۱۲۰ - ۴۸ = ۷۲$

۱۷۶ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ **معلمین و معاونین به ترتیب به !۳ و !۲ حالت می‌توانند در کنار هم باشند. از طرفی معلمین می‌توانند در ابتدا**

قرار گیرند و معاونین به دنبال آن‌ها و برعکس، پس دو حالت نیز ترتیب آن‌ها را داریم بنابراین خواهیم داشت:

تعداد کل حالات $= ۲ \times ۳! \times ۲! = ۲ \times (۳ \times ۲ \times ۱) \times (۲ \times ۱) = ۲۴$

۱۷۷ ① ② ❸ ④ می‌دانیم:

$$\boxed{\begin{array}{l} \binom{n}{۳} = \dfrac{n(n-۱)(n-۲)}{۶} \\ (n+۲)! = (n+۲)(n+۱)n! \end{array}}$$

$$\binom{}{n-۲} = \binom{}{۵-۲} = \binom{۷}{۳} = \frac{۷ \times ۶ \times ۵}{۶} = ۳۵$$

۱۷۸ ① ❷ ③ ④ می‌دانیم:

$$\boxed{\binom{n}{۲} = \frac{n(n-۱)}{۲}}$$

از بین بلندترین و کوتاه قدترین افراد تیم یک نفر و ۲ نفر دیگر را از بین سایر افراد باقیمانده انتخاب می‌کنیم.

$$\binom{۲}{۱}\binom{۱۲}{۲} = ۲ \times \frac{۱۲ \times ۱۱}{۲} = ۱۳۲$$

۱۷۹ ① ② ❸ ④ می‌دانیم: $\boxed{\text{تعداد جایگشت‌های } n \text{ شی متمایز برابر است با } n!}$

تعداد حالت‌هایی که P و A کنار هم باشند – تعداد کل حالت‌ها = تعداد حالت‌هایی که A و P کنار هم نباشند

P و A را یک حرف در نظر می‌گیریم و جایگشت ۵ حرف را در نظر می‌گیریم که برابر است با !۵

خود P و A هم به ۲ حالت کنار هم قرار می‌گیرند بنابراین تعداد حالت‌هایی که P و A کنار هم باشند است

$$۶! - ۵! \times ۲ = ۷۲۰ - ۱۲۰ \times ۲ = ۷۲۰ - ۲۴۰ = ۴۸۰$$

۱۸۰ ① ❷ ③ ④ برای زوج بودن، عدد یکان باید زوج باشد یعنی ۲ یا ۴

و برای آنکه رقم سمت چپ اول باشد باید از بین ارقام ۵ یا ۳ یا ۲ انتخاب شود

چون رقم ۲ در هر ۲ جایگاه می‌تواند بنشیند و تکرار ارقام مجاز نیست، ۲ حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

حالت اول: ۲ در یکان باشد

$$\underline{۲} \times \underline{۳} \times ۲ \times \times \underline{۱} = ۳ \times ۲ \times ۲ = ۱۲$$

۳ ۲

۵

حالت دوم: ۲ در یکان نباشد

$$\underline{۳} \times \underline{۳} \times \underline{۲} \times \underline{۱} = ۳ \times ۳ \times ۲ = ۱۸$$

۲ ۴

۳

۵

در کل طبق اصل جمع $۳۰ = ۱۲ + ۱۸$ حالت داریم.

۱۸۱ ① ② ③ ❹

می‌دانیم: **انتخاب r شی از n شی متمایز که در آنها ترتیب انتخاب اهمیت ندارد، ترکیب rتایی از n شی متمایز نامیده می‌شود که داریم**

$$\binom{}{r} = \frac{}{(n-r)!r!}$$

$$\binom{۵}{۲}+\binom{۵}{۳}+\binom{۵}{۴}+\binom{۵}{۵}=\frac{۵\times ۴}{۲}+\frac{۵\times ۴\times ۳}{۶}+۵+۱=۱۰+۱۰+۵+۱=۲۶$$

هریک از رنگ‌ها نیز به تنهایی قابل استفاده است، بنابراین:

$$۲۶+۵=۳۱$$

۱۸۲ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱] می‌دانیم $۶ = ۱ \times ۲ \times ۳ = !۳$ است.

پس: $(\frac{۲x}{۳}-۳)!=۳! \rightarrow \frac{۲x}{۳}-۳=۳ \Rightarrow \frac{۲x}{۳}=۶ \Rightarrow ۲x=۱۸ \Rightarrow x=\frac{۱۸}{۲}=۹$

۱۸۳ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱

$\boxed{SS}\ \boxed{AA}\ \boxed{OO}\ N\ P\ R \Rightarrow$ تعداد جایگشت‌ها $=۶!=۷۲۰$

۱ شئ، ۱ شئ، ۱ شئ

دقت کنید چون حروف داخل مستطیل‌ها یکسان هستند، جابه‌جایی آن‌ها را در داخل مستطیل‌ها در نظر نمی‌گیریم.

۱۸۴ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱]

ابتدا حرف S را حذف کرده تعداد دسته‌های سه حرفی بدون S که ترتیب مهم نباشد را می‌نویسیم.

$D\ A\ N\ E\ \cancel{S}\ H$

پس از ۵ حرف باقی‌مانده سه حرف انتخاب می‌کنیم (ترتیب مهم نیست)

$$\binom{۵}{۳}=\binom{۵}{۲}=\frac{۵\times ۴}{۲}=۱۰$$

پس به ۱۰ طریق سه حرف غیر S انتخاب می‌کنیم حال با S، ۴ حرف می‌شوند و !۴ ترتیب جابه‌جایی آنها است.

پس:

$$\underset{\text{سه تایی بدون } S}{۱۰} \times \underset{\text{جابه‌جایی ۴ عضو}}{\underset{\downarrow}{۴!}} = ۱۰ \times ۲۴ = ۲۴۰ \quad \text{: جواب}$$

۱۸۵ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱

[redacted]

۶ زوج‌ها به‌جز

مشخصرقممربع اول

$$\underset{\downarrow}{۵} \times \overset{\uparrow}{\underset{\downarrow}{\cancel{۴}۳}} \times ۶ \times \underbrace{\qquad}_{\downarrow} = ۲۹۱۶۰$$

زوج‌ها به‌جزج‌ها

رقم مربع اول

رقم غیرصفر

۱۸۶ ۳ ۲ ۱ [✓ ۴] هر تست چهارگزینه‌ای را می‌توان به ۴ حالت پاسخ داد؛ اما برای پاسخ هر سؤال بله/خیر، ۳ حالت وجود دارد، چون می‌توان هیچ پاسخی به آن‌ها نداد؛ پس با توجه به اصل ضرب داریم:

$$\underbrace{\boxed{۴}\times\boxed{۴}\times\cdots\times\boxed{۴}}_{\text{۱۰ سؤال ۴ گزینه‌ای}}\times\underbrace{\boxed{۳}\times\boxed{۳}\times\boxed{۳}\times\boxed{۳}\times\boxed{۳}}_{\text{۵ سؤال ۲ گزینه‌ای}}=۴^{۱۰}\times ۳^{۵}$$

۱۸۷ ۴ ۳ **۲** ۱

کل حالات ممکن

رقم یکان صفر باشد. $\boxed{۵\!\!\!/}\ \boxed{۴} \times \boxed{۳} \times \boxed{۱} = ۲۰$

همه به‌جز صفر ↓ … صفر

رقم یکان ۵ باشد. $\boxed{۴\!\!\!/}\ \boxed{۴} \times \boxed{۳} \times \boxed{۱} = ۴۸$

همه به‌جز ۵ و صفر ↓ … پنج

⇒ کل حالت ها : ۶۰ + ۴۸ = ۱۰۸

۱۸۸ ۴ ۳ ۲ **۱**

(۴ نفر تجربی) یا (۳ نفر تجربی و یک نفر ریاضی) → حداقل سه نفر تجربی

$\Rightarrow$ تعداد حالات $= \binom{۴}{۳} \times \binom{۳}{۱} + \binom{۴}{۴} = ۴ \times ۳ + ۱ = ۱۳$

۱۸۹ ۴ **۳** ۲ ۱ **تعداد حالاتی که H و D در کنار هم هستند را از تعداد کل حالات کم می‌کنیم تا تعداد حالات موردنظر مسئله به دست آید:**

تعداد کل حالات $= ۵! = ۱۲۰$

تعداد حالات H و D در کنار هم : $\boxed{H,D}\ ,\ \boxed{A}\ ,\ \boxed{M}\ ,\ \boxed{I}\ = ۴! \times ۲! = ۴۸$

جایگشت H و D ↑

↓ ۴ شیء داریم

$\Rightarrow ۱۲۰ - ۴۸ = ۷۲$

۱۹۰ ۴ ۳ **۲** ۱ می‌دانیم:

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز برابر است با: $\binom{}{r} = \frac{}{r!(n-r)!}$

«از هر رشته حداقل یک نفر» یعنی از یک رشته ۲ نفر و از دو رشتهٔ دیگر هرکدام ۱ نفر در کمیته حاضر باشند.

حالات ممکن

1شیمیدان ، 1 فیزیکدان ، 2 ریاضیدان $\longrightarrow \binom{5}{2}\times\binom{6}{1}\times\binom{4}{1} = 10 \times 6 \times 4 = 240$

1شیمیدان ، 2 فیزیکدان ، 1 ریاضیدان $\longrightarrow \binom{5}{1}\times\binom{6}{2}\times\binom{4}{1} = 5 \times 15 \times 4 = 300$

2شیمیدان ، 1 فیزیکدان ، 1 ریاضیدان $\longrightarrow \binom{5}{1}\times\binom{6}{1}\times\binom{4}{2} = 5 \times 6 \times 6 = 180$

$\Rightarrow ۲۴۰ + ۳۰۰ + ۱۸۰ = ۷۲۰$

۱۹۱ ۴ ۳ ۲ **۱**

باید ترکیب زیر را بین حروف داشته باشیم:

$\boxed{u\,i\,e}\ ,\ \boxed{t\,t}\ ,\ l\ ,\ b\ ,\ s$

$\Rightarrow$ تعداد حالات $= \underset{\text{جایگشت ۵ شیء}}{۵!} \times \underset{\text{جایگشت } e,i,u}{۳!} = ۱۲۰ \times ۶ = ۷۲۰$

۱۹۲ **۴** ۳ ۲ ۱

یکان صفر باشد: [illegible] × [illegible] × [illegible] = 6

ممکن [illegible] 6 = 10

یکان 2 باشد: [illegible] × $\frac{2}{\ }$ × $\frac{1}{\text{دو}}$ = 4

هفت

۱۹۳ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ عدد مطلوب به‌صورت زیر است:

$$\underset{\text{۲ ۱}}{\underline{۲}} \times \underbrace{\underline{۵} \times \underline{۴} \times \underline{۳}}_{\text{بقیهٔ اعداد}} = ۱۲۰$$

۱۹۴ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱

کلمهٔ مورد نظر به‌صورت مقابل است:

$$\boxed{r}\ ,\ \boxed{e}\ ,\ \boxed{t}\ ,\ \boxed{s}\ ,\ \boxed{mon}$$

$$\text{تعداد کلمات} = \underset{\text{۵ بستهٔ فوق}}{\underset{\downarrow}{۵!}} \times \underset{\text{جایگشت } n,o,m}{\underset{\downarrow}{۳!}} = ۷۲۰$$

۱۹۵ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱

حالات ممکن

$\frac{1}{\text{چهار}} \times \underbrace{\overset{3}{\square} \times \overset{3}{\square}}_{\text{بقیه}} \times \underset{\text{صفر یا 2}}{\overset{2}{\square}}$: 3 × 3 × 2 = 18

$\frac{1}{\text{دو}} \times \underbrace{\overset{4}{\square} \times \overset{3}{\square}}_{\text{بقیه}} \times \underset{\text{صفر یا 4}}{\overset{2}{\square}}$: 4 × 3 × 2 = 24

$\underset{\text{یک یا سه}}{\overset{2}{\square}} \times \underbrace{\overset{4}{\square} \times \overset{3}{\square}}_{\text{بقیه}} \times \underset{\text{صفر یا 2 یا 4}}{\overset{3}{\square}}$: 2 × 4 × 3 × 3 = 72

بنابر اصل جمع داریم:

$$\text{مجموع} = ۱۸ + ۲۴ + ۷۲ = ۱۱۴$$

۱۹۶ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱] می‌دانیم:

$$\boxed{C(n,r) = \frac{\ }{r!(n-r)!}\quad ,\quad P(n,r) = \frac{\ }{(n-r)!}}$$

$$۲ \times \frac{\cancel{}}{۳!(n-۳)!} = ۵ \times \frac{\cancel{}}{(n-۲)!} \Rightarrow \frac{\ }{۶(n-۳)!} = \frac{۵}{(n-۲)(n-۳)!}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{۵}{n-۲} \Rightarrow n-۲ = ۱۵ \Rightarrow n = ۱۷$$

$$C(۱۷,۲) = \frac{\ }{۲! \times ۱۵!} = \frac{۱۷ \times ۱۶ \times \cancel{۱۵!}}{۲ \times \cancel{۱۵!}} = ۱۷ \times ۸ = ۱۳۶$$

۱۹۷ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ می‌دانیم:

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز از رابطهٔ

$$\binom{}{r}=\frac{}{r!(n-r)!}$$

حالات ممکن:

$$\text{از هر ضلع یک راس انتخاب شود}:\ \binom{3}{1}\times\binom{3}{1}\times\binom{4}{1}=3\times3\times4=36$$

$$\text{یک ضلع روی AB باشد}:\ \binom{3}{2}\times\binom{4}{1}+\binom{3}{2}\times\binom{3}{1}=12+9=21$$

$$\text{یک ضلع روی AC باشد}:\ \binom{3}{2}\times\binom{4}{1}+\binom{3}{2}\times\binom{3}{1}=12+9=21$$

$$\text{یک ضلع روی BC باشد}:\ \binom{4}{2}\times\binom{3}{1}+\binom{4}{2}\times\binom{3}{1}=18+18=36$$

$$\Rightarrow \text{مجموع حالت ها}=۳۶+۲۱+۲۱+۳۶=۱۱۴$$

۱۹۸ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ می‌دانیم:

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز از رابطهٔ

$$\binom{}{r}=\frac{}{r!(n-r)!}$$

هر مستطیل از برخورد دو خط افقی و دو خط عمودی تشکیل می‌شود:

$$\overset{\overset{\text{خطوط افقی}}{\uparrow}}{\binom{۵}{۲}}\times\overset{\overset{\text{خطوط عمودی}}{\uparrow}}{\binom{۷}{۲}}=\frac{}{۲!\times۳!}\times\frac{}{۲!\times۵!}=۱۰\times۲۱=۲۱۰$$

۱۹۹ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱

لات ممکن:

$$\text{شامل صفر باشد}:\ \underset{\text{مرزها}}{\binom{5}{2}}\times\underset{\text{ربع‌ها}}{\binom{4}{2}}\times\underset{\text{چیدن}}{4!}=10\times6\times24=60\times24$$

$$\text{شامل صفر نباشد}:\ \binom{5}{2}\times\binom{4}{1}\times\underset{\substack{\downarrow\\ \text{همه‌جزصفر}}}{3}\times\underbrace{3\times2\times1}_{\text{چیدن بقیه}}=10\times4\times18=40\times24$$

$$\Rightarrow \text{مجموع}=۶۰\times۲۴+۴۰\times۱۸=۲۱۶۰$$

۲۰۰ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱

$$\text{تعداد حالات}=\left(\begin{array}{c}\text{حالات انتخاب ۱ زوج}\\ \text{از ۶ زوج}\end{array}\right)\times\left(\begin{array}{c}\text{حالات انتخاب ۳ زوج}\\ \text{از ۵ زوج باقی‌مانده}\end{array}\right)\times\left(\begin{array}{c}\text{انتخاب ۱ نفر از هریک}\\ \text{از ۳ خانواده}\end{array}\right)$$

$$=\binom{۶}{۱}\times\binom{۵}{۳}\times۲\times۲\times۲=۶\times۱۰\times۸=۴۸۰$$

۲۰۱ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱

[redacted] الات ممکن

رستوران 1 : [redacted] × [redacted] × [redacted] $= 160$

رستوران 2 : [redacted] × [redacted] × [redacted] $= 90$

$\longrightarrow$ مجوع $= 250$

۲۰۲ ④ ③ ② [✓ ①] **دقت کنید که حرف «ی» اگر در آخر کلمه بیاید، نقطه ندارد و در غیر این‌صورت ۲ نقطه دارد.**

[redacted] الات ممکن

«ز» , «خ» باشند و «ی» نباشد. : $\underbrace{\binom{4}{3}}_{\text{انتخاب 3 حرف از 4 حرف باقی مانده}} \times \overbrace{5\,!}^{\text{چیدن 5 حرف}} = 4 \times 120 = 480$

«ز» , «خ» باشند و «ی» حرف آخر باشد. : $\underbrace{\binom{4}{2}}_{\text{انتخاب 2 حرف از 4 حرف باقی مانده}} \times \overbrace{4\,!}^{\text{چیدن همه جز «ی»}} = 6 \times 4\,! = 144$

«ز» , «خ» نباشند و «ی» باشد و حرف آخر هم نباشد. : جایگشت 5 حرف باقی مانده ـ حالاتی که «ی» در آخر است $= 5\,! - 4\,! = 96$

$\Rightarrow$ مجموع $= ۴۸۰ + ۱۴۴ + ۹۶ = ۷۲۰$

۲۰۳ ④ [✓ ③] ② ① می‌دانیم: $\boxed{n! = n(n-۱)!}$

$$۱۳(۱۳! + ۱۲!) = ۱۳(۱۳ \times ۱۲! + ۱۲!) = ۱۳ \times ۱۲!(۱۳ + ۱) = ۱۲! \times ۱۳ \times ۱۴ = ۱۴! \Rightarrow n = ۱۴$$

۲۰۴ ④ ③ [✓ ②] ① می‌دانیم: $\boxed{C(n,r) = \frac{}{r!(n-r)!} \quad , \quad P(n,r) = \frac{}{(n-r)!}}$

$$\frac{}{(n-۴)!} = ۶۰ \times \frac{}{(n-۴)! \times ۲!} \Rightarrow n! = ۳۰(n-۲)!$$

$$\Rightarrow n(n-۱)(n-۲)! = ۳۰(n-۲)! \Rightarrow n(n-۱) = ۳۰ \Rightarrow n^۲ - n - ۳۰ = ۰$$

$$\Rightarrow (n-۶)(n+۵) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} n = \\ n = -۵ \text{ غقق} \end{cases}$$

۲۰۵ [✓ ④] ③ ② ① می‌دانیم:

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز از رابطهٔ $\frac{}{r!(n-r)!} = \binom{}{r}$

آن دو نوع گل خاص را از ۸ نوع گل حذف می‌کنیم. حال باید ۴ نوع گل را از ۶ نوع باقی‌مانده انتخاب کنیم:

$$\binom{۶}{۴} = \frac{}{۴! \times ۲!} = \frac{}{} = ۱۵$$

۲۰۶ ۴ ۳ **۲** ۱ با ۵ حرف مذکور، به این ترتیب می‌توان کلمات ۳حرفی با حروف متمایز ساخت:

$$\underline{۵}\quad \underline{\quad}\quad \underline{\quad} = ۶۰$$

۲۰۷ ۴ ۳ **۲** ۱ مسیر حرکت از A به C به یکی از دو صورت زیر است:

$$A \longrightarrow C : \begin{cases} \\ A \to D \to C \Rightarrow ۲ \times ۲ = ۴ \end{cases} \qquad \Rightarrow ۲ + ۴ = ۶$$

و مسیرهای برگشت هم عبارت‌اند از:

$$C \longrightarrow A : \begin{cases} C \to A : ۱ \\ C \to E \to B \to A : ۲ \times ۱ \times ۱ = ۲ \end{cases} \qquad \Rightarrow ۱ + ۲ = ۳$$

و تعداد کل حالات طبق اصل ضرب برابر با $۱۸ = ۶ \times ۳$ است.

۲۰۸ **۴** ۳ ۲ ۱ حروف «ط» و «ی» و «س» را به هم وصل می‌کنیم:

$\boxed{\text{ط، ی، س}}\ ,\ \boxed{\text{ا}}\ ,\ \boxed{\text{ن}}\ ,\ \boxed{\text{غ}}\ ,\ \boxed{\text{م}}$

این ۵ شیء به !۵ حالت در کنار هم ظاهر می‌شوند. از طرفی «ط» و «ی» و «س» هم به‌اندازهٔ !۳ حالت، جایگشت دارند، پس:

$$۵! \times ۳! = ۱۲۰ \times ۶ = ۷۲۰$$

۲۰۹ ۴ **۳** ۲ ۱ عدد ۶رقمی مطلوب، به‌صورت زیر است:

$$\underset{\text{صفر و یکان}}{\underset{\text{همه به‌جز}}{\underline{\quad ۴ \quad}}} \times \underbrace{\underline{\ ۴\ } \times \underline{\ ۳\ } \times \underline{\ ۲\ } \times \underline{\ ۱\ }}_{\text{بقیه}} \times \frac{۳}{۹\ ،\ ۵\ ،\ ۱} = ۲۸۸$$

۲۱۰ ۴ ۳ **۲** ۱ می‌دانیم:

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز

از رابطهٔ $\frac{}{r!(n-r)!} = \binom{}{r}$

$$n\,(\text{حداکثر یک زن}) = n\,(\text{هیچ زن}) + n\,(\text{۱ زن})$$

$$= \underset{\text{۳ مرد}}{\underset{\downarrow}{\binom{۴}{۳}}} + \underset{\text{۱ زن}}{\underset{\downarrow}{\binom{۲}{۱}}} \times \underset{\text{۲ مرد}}{\underset{\downarrow}{\binom{۴}{۲}}} = ۴ + ۲ \times ۶ = ۴ + ۱۲ = ۱۶$$

۲۱۱ **۴** ۳ ۲ ۱

$$n(S) = \overbrace{۲ \times ۲}^{\text{دو سکه}} \times \overbrace{۶}^{\text{تاس}} = ۲۴$$

$$n\,(\text{حداقل یک سکه رو بیاید.}) = n(S) - n\,(\text{هیچ سکه‌ای رو نیاید.}) = ۲۴ - \overset{\uparrow}{۱} \times \overset{\uparrow}{۱} \times \overset{\uparrow}{۶} = ۱۸$$

$$\Rightarrow P\,(\text{حداقل ۱ سکه رو بیاید}) = \frac{۱۸}{۲۴} = \frac{۳}{۴}$$

۲۱۲ ۴ ۳ **۲** ۱ عدد مطلوب به‌صورت زیر است:

$$\underset{\text{مثل یکان}}{\underline{\ ۱\ }} \times \underset{\text{همه}}{\underline{\ ۱۰\ }} \times \underline{\ ۴\ } = ۴۰$$

به‌جز صفر

۲۱۳ ① ② ❸ ④ می‌دانیم:

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز

از رابطهٔ $\dfrac{\quad}{r!(n-r)!} = \binom{}{r}$

حالات

علی انتخاب نشود : $\binom{9}{3} \times 3\,! = $ [redacted] $\times 3\,! = 9 \times 8 \times 7 = 504$

3 نفر از 9 نفر باقی مانده

جایگشت 3 نفر

علی انتخاب شود : $\binom{9}{2} \times 2\,! = $ [redacted] $\times 2\,! = 9 \times 8 = 72$

2 نفر از 9 نفر

جایگشت 2 نفر

$\Rightarrow$ مجموع حالات $= ۵۰۴ + ۷۲ = ۵۷۶$

دقت کنید که اگر علی انتخاب شود، حتماً باید رئیس باشد، ولی دو نفر دیگر می‌توانند در سمت‌های دیگر جابه‌جا شوند.

۲۱۴ ❶ ② ③ ④ **کتاب‌ها به‌صورت زیر در قفسه قرار گیرند:**

$\boxed{\text{شیمی}}$, ریاضی, ریاضی, $\boxed{\text{شیمی}}$, ریاضی, ریاضی, $\boxed{\text{شیمی}}$, ریاضی, ریاضی, $\boxed{\text{شیمی}}$

$$\text{تعداد حالات} = \underset{\text{ریاضی}}{\underset{\downarrow}{۶!}} \times \underset{\text{شیمی}}{\underset{\downarrow}{۴!}}$$

۲۱۵ ① ② ③ ❹

$$\text{تعداد حالات} = \underset{\substack{\text{انتخاب ۴ جایگاه برای}\\ \text{قرار گرفتن } e,c,b,a}}{\underset{\downarrow}{\binom{۶}{۴}}} \times \underset{\substack{e \text{ در جایگاه اول}\\ \text{در سه جایگاه باقی‌مانده}}}{\underset{\downarrow}{۳!}} \times \underset{\text{حرف باقی‌مانده}}{\underset{\downarrow}{۲!}} = ۱۵ \times ۶ \times ۲ = ۱۸۰$$

۲۱۶ ❶ ② ③ ④ می‌دانیم:

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز

از رابطهٔ $\dfrac{\quad}{r!(n-r)!} = \binom{}{r}$

ت ممکن

یک رأس روی AB ، دو رأس روی AC و یک رأس روی BC : $\binom{1}{1} \times \binom{2}{2} \times \binom{3}{1} = 1 \times 1 \times 3 = 3$

یک رأس روی AB ، یک رأس روی AC و دو رأس روی BC : $\binom{1}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{3}{2} = 1 \times 2 \times 3 = 6$

دو رأس روی AC و دو رأس روی BC : $\binom{2}{2} \times \binom{3}{2} = 1 \times 3 = 3$

مجموع $= ۳ + ۶ + ۳ = ۱۲$

۲۱۷ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ کتاب‌ها باید به‌صورت زیر قرار گیرند:

۴ کتاب فیزیک	و	**۳** کتاب ریاضی

$\Rightarrow$ تعداد حالات $=$ **۳!** $\times$ **۴!** $\times$ **۲!**

- **۳!** ↓ جایگشت کتاب‌های ریاضی
- **۴!** ↓ جایگشت کتاب‌های فیزیک
- **۲!** ↓ جابه‌جایی گروه ریاضی با فیزیک

۲۱۸ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱

تعداد حالات $=$ **۵**^{۴} $\times$ **۴** $\times$ **۳** $\times$ **۲** $= ۵^۳ \times \underbrace{۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲}_{۵!} = ۵^۳ \times ۵!$

- **۵**^{۴} ↓ هر پسر **۵** انتخاب دارد.
- **۴** ↓ انتخاب‌های اولین دختر
- **۳** ↓ انتخاب‌های دومین دختر
- **۲** ↓ انتخاب‌های سومین دختر

۲۱۹ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱] می‌دانیم:

> تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز
>
> از رابطهٔ $\frac{}{r!(n-r)!} = \left({}_{r} \right)$

اگر حروف R, E, T, I را بچینیم، Sها باید در مکان‌های قرار [redacted] گیرند:

[redacted]

انتخاب **۳** مکان

برای قرار گرفتن S ها

↓

$\Rightarrow$ تعداد حالات $=$ **۴!** $\times \binom{۵}{۳} = ۲۴ \times ۱۰ = ۲۴۰$

↑ جایگشت I,T,E,R

دقت کنید که چون Sها مشابهند، برای آن‌ها جایگشت نمی‌نویسیم.

۲۲۰ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ می‌دانیم:

> تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز
>
> از رابطهٔ $\frac{}{r!(n-r)!} = \left({}_{r} \right)$

هیچ یک از دو نفر دعوت نشوند . : $\binom{8-2}{5} = \binom{6}{5} = 6$

[redacted]ت ممکن

فقط نفر اول دعوت شود . : $\binom{8-2}{5-1} = \binom{6}{4} =$ [redacted] $=$ [redacted] $=15$

فقط نفر دوم دعوت شود . : $\binom{8-2}{5-1} = \binom{6}{4} = 15$

$\Rightarrow$ مجموع حالات $=$ **۶ + ۱۵ + ۱۵ = ۳۶**

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۲	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۳	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۴	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۵	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۶	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۷	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۸	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۹	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۰	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۲	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۳	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۴	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۵	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۶	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۷	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۹	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۲۱	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۲۲	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۲۴	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۲۵	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۲۶	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۲۷	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۲۸	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۲۹	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۳۰	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۳۱	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۳۲	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۳۴	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۳۵	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۳۶	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۳۷	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۳۸	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۳۹	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۴۰	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۴۲	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۴۳	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۴۴	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۴۵	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۴۶	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۴۷	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۴۸	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۴۹	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۵۰	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۵۱	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۵۲	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۵۳	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۵۴	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۵۵	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۵۷	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۵۸	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۵۹	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۶۰	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۶۱	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۶۳	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۶۴	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۶۵	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۶۶	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۶۸	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۶۹	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۷۰	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۷۱	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۷۲	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۷۳	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۷۴	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۷۵	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۷۶	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۷۷	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۷۸	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۷۹	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۸۰	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۸۱	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۸۲	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۸۳	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۸۴	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۸۶	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۸۷	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۸۸	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۸۹	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۹۱	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۹۲	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۹۴	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۹۵	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۹۶	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۹۷	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۹۸	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۹۹	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۰۱	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۰۲	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۰۴	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۰۶	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۰۸	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۱۰	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۱۱	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۱۲	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۱۴	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۱۵	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۱۷	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۱۸	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۲۰	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۲۱	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۲۳	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۲۵	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۲۶	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۲۸	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۲۹	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۳۱	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۳۳	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۳۴	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۳۷	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۴۰	۱	[✓ ۲]	۳	۴

۱۴۱	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۴۲	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۴۴	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۴۵	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۴۷	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۴۹	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۵۱	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۵۳	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۵۶	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۵۷	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۵۸	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۶۱	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۶۲	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۶۳	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۶۴	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۶۷	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۶۸	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۶۹	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۷۰	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۷۲	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۷۴	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۷۶	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۷۷	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۷۸	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۸۰	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۸۱	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۸۲	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۸۳	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۸۴	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۸۵	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۸۶	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۸۷	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۸۸	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۸۹	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۹۰	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۹۱	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۹۲	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۹۳	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۱۹۴	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۹۵	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۱۹۶	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۱۹۷	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۹۸	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۱۹۹	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۲۰۰	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۲۰۱	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۲۰۲	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۲۰۳	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۲۰۴	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۲۰۵	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۲۰۶	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۲۰۷	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۲۰۸	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۲۰۹	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۲۱۰	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۲۱۱	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۲۱۲	۱	[✓ ۲]	۳	۴
۲۱۳	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۲۱۴	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۲۱۵	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۲۱۶	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۲۱۷	۱	۲	[✓ ۳]	۴
۲۱۸	۱	۲	۳	[✓ ۴]
۲۱۹	[✓ ۱]	۲	۳	۴
۲۲۰	۱	[✓ ۲]	۳	۴