

بسمه تعالی

سوالات برگزیده از مبحث شمارش بدون شمردن

نسترن صمدی (مدرس ریاضی)

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

سوال ۱: با جایگشت ارقام ۱ و ۲ و ۵ و ۵ و ۶ چند عدد ۵ رقمی بخشپذیر بر ۵ می توان نوشت؟

۳۰ (۴)

۲۴ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

سوال: آیا در این سوال تکرار ارقام جایز است؟ خیر زیرا اگر اینطور بود دو بار رقم ۵ را تکرار نمی کرد.

چون عدد بر ۵ بخشپذیر است بنابراین یکان باید یکی از دو تا ۵ داده شده باشد.

تعداد رقم هایی که می توان در این مکان قرار داد: ۲ ۱ ۲ ۳ ۴

رقم هایی که می توان در این مکان قرار داد: ۵ ۵

چون دوبار از رقم ۵ استفاده شده بنابراین تعداد حالت های فوق را تقسیم بر تعداد جایگشت های دو

رقم ۵ می کنیم:

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2}{2!} = 24$$

نکته: هرگاه در محاسبه تعداد جایگشت ها از یک عنصر، n بار استفاده کنیم (مانند عنصر ۵ که از آن دو بار استفاده کردیم)، در پایان باید تعداد حالت های محاسبه شده را بر $n!$ تقسیم کنیم.

سوال ۲: تعداد جایگشت های ۳ حرفی انتخاب شده از حروف کلمه DELAVAR کدام است؟

۱۳۵ (۴)

۱۳۰ (۳)

۱۲۵ (۲)

۱۱۵ (۱)

تعداد حالت هایی که A در آن ها نیامده است:

$$\frac{5}{5} \frac{4}{4} \frac{3}{3} = 60$$

تعداد حالت هایی که A در آن ها یک بار آمده است:

$$\frac{1}{A} \frac{5}{5} \frac{4}{4} = 20$$

$$\frac{5}{5} \frac{1}{A} \frac{4}{4} = 20$$

$$\frac{5}{5} \frac{4}{4} \frac{1}{A} = 20$$

تعداد حالت هایی که A در آن ها دو بار آمده است:

$$\frac{1}{A} \frac{1}{A} \frac{5}{5} = 5$$

$$\frac{1}{A} \frac{5}{5} \frac{1}{A} = 5$$

$$\frac{5}{5} \frac{1}{A} \frac{1}{A} = 5$$

www.my-dars.ir

$$60 + 20 + 20 + 20 + 5 + 5 + 5 = 135$$

تعداد کل حالت ها:

سوال ۳: ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ را به طریقی کنار هم قرار داده ایم که همواره رقم های فرد کنار هم باشند. تعداد ۵ رقمی های حاصل کدام است؟

۴۸ (۴)

۳۶ (۳)

۲۴ (۲)

۱۲ (۱)

می خواهیم اعداد ۵ رقمی را بسازیم که در آن ها رقم های فرد کنار هم باشند، کافیست رقم های فرد را به هم بچسبانیم و به آن ها به چشم یک رقم نگاه کنیم:



حالا بجای این که تعداد جایگشت های پنج رقم ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ را محاسبه کنیم، تعداد جایگشت های ۳ مربع آبی فوق را محاسبه می کنیم که برابر است با $۳!$

حالا این تعداد را در تعداد جایگشت های ۳ رقم ۱ و ۳ و ۵ یعنی $۳!$ ضرب می کنیم، پس تعداد جایگشت های خواسته شده در صورت سوال برابر است با:

$$۳! \times ۳! = ۶ \times ۶ = ۳۶$$

سوال ۴: حروف کلمه LAGRAGE را با جایگشت های مختلف کنار هم قرار می دهیم. در چند حالت حروف یکسان کنار هم قرار می گیرند؟

۱۴۴۰ (۴)

۷۲۰ (۳)

۵۴۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

می خواهیم تعداد جایگشت هایی را بشماریم که حروف یکسان یعنی A و A و نیز B و B کنار هم قرار می گیرند، بنابراین این حروف را به هم می چسبانیم:

AA GG L R E

حالا بجای این که تعداد جایگشت های ۷ حرف L, A, G, R, A, G, E را محاسبه کنیم، تعداد جایگشت های مربع های بالا را محاسبه می کنیم که برابر است با:

$$5! = 540$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

سوال ۵: در یک ساختمان ۶ طبقه ۶ زوج جوان زندگی می کنند. به چند طریق می توان یک هیئت مدیره ۴ نفره تشکیل داد که در آن فقط یک زوج وجود داشته باشند؟

حل: ابتدا به دنبال انتخاب یک زوج برای هیئت مدیره هستیم:

از بین ۱۲ عضو ساختمان یک عضو را به $\binom{12}{1} = 12$ طریق انتخاب می کنیم.

چون به دنبال انتخاب یک زوج بودیم، همسر عضو انتخاب شده را نیز انتخاب می کنیم.

تا اینجا دو فرد را برای هیئت مدیره انتخاب کردیم،

حال به دنبال انتخاب دو فرد دیگر هستیم:

از بین ۱۰ فرد باقی مانده به $\binom{10}{1} = 10$ طریق ۱ فرد را انتخاب می کنیم.

چون در صورت سوال قید شده فقط یک زوج وجود داشته باشد، پس همسر فرد انتخاب شده نمی تواند انتخاب شود.

گروه آموزشی عصر

تا اینجا ۳ فرد برای هیئت مدیره انتخاب کردیم.

حال از بین ۸ فرد باقی مانده به $\binom{8}{1} = 8$ طریق ۱ فرد را انتخاب می کنیم.

جواب سوال: $12 \times 10 \times 8 = 960$