

۴۴- مخرج کسرهای زیر را گویا کنید.

الف)  $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} =$

ب)  $\frac{1}{3\sqrt{2+4}} =$

پ)  $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} =$

ت)  $\frac{h}{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}} =$

« پاسخ »



# مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

۴۵- صورت و مخرج هر کسر را تجزیه و عبارت را ساده کنید. (جاهای خالی را پر کنید)

الف)  $\frac{x^6 + 1}{x^4 + 2x^2 + 1}$

ب)  $\frac{x^3 - 1}{(x-1)^3}$

پ)  $\frac{x^2 + 1}{x^4 - 1}$

ت)  $\frac{y^5 - y^3 - 12y}{8y^2 + 16y} = \frac{y(y^4 - y^2 - 12)}{8y(y+2)} = \frac{y(y^2 - 4)(y^2 + 3)}{8y(y+2)} = \dots$

« پاسخ »

الف)  $\frac{x^6 + 1}{x^4 + 2x^2 + 1} = \frac{\cancel{(x^2 + 1)}(x^4 - x^2 + 1)}{(x^2 + 1)^2} = \frac{x^4 - x^2 + 1}{x^2 + 1}$

ب)  $\frac{x^3 - 1}{(x-1)^3} = \frac{\cancel{(x-1)}(x^2 + x + 1)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 + x + 1}{(x-1)^2}$

پ)  $\frac{x^2 + 1}{x^4 - 1} = \frac{\cancel{x^2 + 1}}{\cancel{(x^2 + 1)}(x^2 - 1)} = \frac{1}{x^2 - 1}$

ت)  $\frac{y^5 - y^3 - 12y}{8y^2 + 16y} = \frac{y(y^4 - y^2 - 12)}{8y(y+2)} = \frac{y(y^2 - 4)(y^2 + 3)}{8y(y+2)} = \frac{\cancel{y}(y-2)\cancel{(y+2)}(y^2 + 3)}{8\cancel{y}(y+2)}$   
 $= \frac{(y-2)(y^2 + 3)}{8}$

مای دارس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

$$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x-1}}$$

۴۶- الف) مخرج کسر روبه‌رو را گویا کنید.

ب) اگر  $x + \frac{1}{x} = 3$  باشد، حاصل  $x^2 + \frac{1}{x}$  را بیابید.

$$x^3 + x^2 - 4x - 4$$

پ) تجزیه کنید:

« پاسخ »

$$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x-1}} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x+1}} = \frac{''}{x-1}$$

الف)

$$x^2 + \frac{1}{x} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$$

ب)

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = x^2(x+1) - 4(x+1) = (x^2 - 4)(x+1) = (x-2)(x+2)(x+1)$$

پ)

$$x^6 - y^6$$

۴۷- عبارت مقابل را تا حد ممکن تجزیه کنید.

« پاسخ »

$$x^6 - y^6 = (x^3 - y^3)(x^3 + y^3) = (x - y)(x^2 + y^2 + xy)(x + y)(x^2 + y^2 - xy)$$

$$27x^3 - 8y^3$$

۴۸- تجزیه کنید.

« پاسخ »

$$27x^3 - 8y^3 = (3x - 2y)(9x^2 + 6xy + 4y^2)$$

www.my-dars.ir

۴۹- مخرج کسر مقابل را گویا کنید.

$$\frac{1}{9 - 4\sqrt{5}}$$

« پاسخ »

$$\frac{1}{9 - 4\sqrt{5}} \times \frac{9 + 4\sqrt{5}}{9 + 4\sqrt{5}} = \frac{9 + 4\sqrt{5}}{81 - 80} = 9 + 4\sqrt{5}$$

۵۰- گویا کنید.

الف)  $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$

ب)  $\frac{3}{\sqrt{4}-\sqrt{2+1}}$

« پاسخ »

الف)  $\frac{2}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{3-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2} = \sqrt{3}+1$

ب)  $\frac{3}{\sqrt{4}-\sqrt{2+1}} \times \frac{\sqrt{2+1}}{\sqrt{2+1}} = \frac{3(\sqrt{2+1})}{2+1} = \sqrt{2+1}$

$\frac{1}{\sqrt[3]{x}-3}$

۵۱- مخرج کسر مقابل را گویا کنید.

« پاسخ »

$\frac{1}{\sqrt[3]{x}-3} \times \frac{\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt[3]{x}+9}{\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt[3]{x}+9} = \frac{\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt[3]{x}+9}{x-27}$

الف)  $(x-2)^3$

ب)  $(3x+y)^3$

۵۲- حاصل اتحادهای زیر را حساب کنید.

« پاسخ »

الف)  $(x)^3 + 3(x)^2(-2) + 3(x)(-2)^2 + (-2)^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

ب)  $(3x)^3 + 3(3x)^2(y) + 3(3x)(y)^2 + (y)^3 = 27x^3 + 27x^2y + 9xy^2 + y^3$

۵۳- جاهای خالی را پر کنید.

$$\begin{aligned} ۱) (\dots - \dots)(۴a^۲ + ۶ab + ۹b^۲) &= \dots - \dots \\ ۲) (۳x - ۵y)(\dots + \dots + \dots) &= ۲۷x^۳ - ۱۲۵y^۳ \\ ۳) (۱۰x + \dots)(۱۰۰x^۲ - \dots + ۴) &= \dots + \dots \\ ۴) (\dots - \dots)(\dots + \dots + \dots) &= \sqrt[۴]{۸} - \sqrt{۲۷} \end{aligned}$$

« پاسخ »

$$\begin{aligned} ۱) (۲a - ۳b)(۴a^۲ + ۶ab + ۹b^۲) &= ۸a^۳ - ۲۷b^۳ \\ ۲) (۳x - ۵y)(۹x^۲ + ۱۵xy + ۲۵y^۲) &= ۲۷x^۳ - ۱۲۵y^۳ \\ ۳) (۱۰x + ۲)(۱۰۰x^۲ - ۲۰x + ۴) &= ۱۰۰۰x^۳ + ۸ \\ ۴) (\sqrt[۴]{۲} - \sqrt[۴]{۳})(\sqrt[۴]{۲} + \sqrt[۴]{۱۸} + ۳) &= \sqrt[۴]{۸} - \sqrt{۲۷} \end{aligned}$$

۵۴- جاهای خالی را پر کنید.

$$\begin{aligned} ۱) (\dots + \dots)(\dots - \dots + \dots) &= x^۳ + ۸ \\ ۲) (\dots + y)(\dots - \dots + \dots) &= \sqrt[۴]{۸}x^۳ + \dots \\ ۳) (\dots - \dots)(\dots + ۶xy + \dots) &= ۲۷x^۳ - \dots \\ ۴) (x - ۱)(\dots + ۱)(x^۴ + \dots + \dots) &= x^۶ - ۱ \end{aligned}$$

« پاسخ »

$$\begin{aligned} ۱) (x + ۲)(x^۲ - ۲x + ۴) &= x^۳ + ۸ \\ ۲) (\sqrt[۴]{۲}x + y)(۲x^۲ - \sqrt[۴]{۲}xy + y^۲) &= \sqrt[۴]{۸}x^۳ + y^۳ \\ ۳) (۳x - ۲y)(۹x^۲ + ۶xy + ۴y^۲) &= ۲۷x^۳ - ۸y^۳ \\ ۴) (x - ۱)(x + ۱)(x^۴ + x^۲ + ۱) &= x^۶ - ۱ \end{aligned}$$

www.my-dars.ir

۵۵- جاهای خالی را به کمک اتحاد چاق و لاغر پر کنید.

$$1) (\dots)(\dots) = x^3 - 125y^3$$

$$2) (\dots)(\dots) = \frac{8x^3}{27} - 125y^3$$

$$3) (10x - \sqrt[3]{3})(\dots) =$$

$$4) (\sqrt{5} - \sqrt[3]{3})(\dots) =$$

« پاسخ »

$$1) (x - 5y)(x^2 + 5xy + 25y^2) = x^3 - 125y^3$$

$$2) \left(\frac{2x}{3} - 5y\right) \left(\frac{4x^2}{9} + \frac{10}{3}xy + 25y^2\right) = \frac{8x^3}{27} - 125y^3$$

$$3) (10x - \sqrt[3]{3})(100x^2 + 10\sqrt[3]{3}x + \sqrt[3]{9}) = 1000x^3 - 3$$

$$4) (\sqrt{5} - \sqrt[3]{3})(5 + \underbrace{\sqrt[6]{1125}}_* + \sqrt[3]{9}) = \sqrt{125} - 3$$

\*  $\Rightarrow \sqrt{5} \times \sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{125} \times \sqrt[6]{9} = \sqrt[6]{1125}$

۵۶- گویا کنید.

$$\frac{x^2 - y^2}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}}$$

« پاسخ »

$$\frac{x^2 - y^2}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}} \times \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}} = \frac{(x-y)(x+y)(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})}{(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})^2}$$

$$= (x+y)(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})$$

۵۷- الف) عبارت زیر را تجزیه کنید.

$$8x^3 - 27$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}$$

ب) مخرج کسر زیر را گویا کنید.

« پاسخ »

۲ نمره

الف)  $8x^3 - 27 = (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$

ب) 
$$\frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1} = \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{x-1}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}$$

۵۸- مخرج کسر مقابل را گویا کنید.

« پاسخ »

۱ نمره

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}} \times \frac{\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2} + 1}{\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2} + 1} = \frac{\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2} + 1}{x^2-1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$$

۵۹- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

« پاسخ »

$x, y > 0$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} &= \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y}) - (\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} \\ &= \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y} - \sqrt{x} + \sqrt{y}}{x-y} = \frac{2\sqrt{y}}{x-y} \end{aligned}$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۶۰- حاصل را به کمک اتحادها بدست آورید. ( $x > 0$ )

$$(\sqrt{x} - x)(x^2 + x^3 + x^4)(\sqrt{x} + x)(x^6 + x^{12} + x^9)$$

« پاسخ »

$$(\sqrt{x} - x)(\sqrt{x} + x) = x - x^2$$

$$(x - x^2)(x^2 + x^3 + x^4) = (x)^3 - (x^2)^3 = x^3 - x^6$$

$$(x^3 - x^6)(x^6 + x^9 + x^{12}) = (x^3)^3 - (x^6)^3 = x^9 - x^{18}$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x^2 + \frac{1}{4}\right)\left(x^4 + \frac{1}{16}\right) = ?$$

۶۱- حاصل را به کمک اتحادها به دست آورید.

« پاسخ »

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = x^2 - \frac{1}{4} \quad \text{اتحاد مزدوج}$$

$$\left(x^2 - \frac{1}{4}\right)\left(x^2 + \frac{1}{4}\right) = x^4 - \frac{1}{16} \quad \text{اتحاد مزدوج}$$

$$\left(x^4 - \frac{1}{16}\right)\left(x^4 + \frac{1}{16}\right) = (x^4)^2 - \left(\frac{1}{16}\right)^2 = x^8 - \frac{1}{256}$$

۶۲- حاصل عبارات زیر را به کمک اتحادها بدست آورید.

$$\text{الف) } (x^2 - x + 1)^2 \quad \text{ب) } (x + 2)(x^2 - 2x + 4)(x^3 - 8)$$

« پاسخ »

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

اتحاد مربع سه جمله‌ای:

الف)

$$\begin{aligned} (x^2 - x + 1)^2 &= (x^2)^2 + (-x)^2 + (1)^2 + 2(x^2)(-x) + 2(-x)(1) + 2(x^2)(1) \\ &= x^4 + x^2 + 1 - 2x^3 - 2x + 2x^2 = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1 \end{aligned}$$

ب) اتحاد مزدوج و مجموع مکعبات:

$$(a + b)(b^2 - ab + a^2) = a^3 + b^3 \quad \text{و} \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(x + 2)(x^2 - 2x + 4)(x^3 - 8) = (x^3 + 2^3)(x^3 - 8) = (x^3 + 8)(x^3 - 8) = (x^3)^2 - (8)^2 = x^6 - 64$$



۶۳- عبارتهای زیر را به عوامل اول تجزیه کنید:

الف)  $z^3x - zx^3$

ب)  $12y - 2y^2 - 18$

« پاسخ »

الف)  $z^3x - zx^3 = zx(z^2 - x^2)$  فاکتورگیری  
 $= zx(z+x)(z-x)$  اتحاد مزدوج

ب)  $12y - 2y^2 - 18 = -2(-6y + y^2 + 9)$  فاکتورگیری  
 $= -2(y-3)^2$  اتحاد مربع ۲ جمله ای

۶۴- عبارتهای زیر را تجزیه کنید:

الف)  $\frac{9m^2}{25} + \frac{25}{9m^2} - 2$

ب)  $a^2 - 9b^2 + 3\left(b + \frac{a}{3}\right)$

« پاسخ »

الف)  $\frac{9m^2}{25} + \frac{25}{9m^2} - 2 = \left(\frac{3m}{5}\right)^2 + \left(\frac{5}{3m}\right)^2 - 2\left(\frac{3m}{5}\right)\left(\frac{5}{3m}\right) = \left(\frac{3m}{5} - \frac{5}{3m}\right)^2$

ب)  $a^2 - 9b^2 + 3\left(b + \frac{a}{3}\right) = a^2 - 9b^2 + 3b + a = (a^2 - 9b^2) + (3b + a)$   
 $= (a + 3b)(a - 3b) + (a + 3b) = (a + 3b)(a - 3b + 1)$

۶۵- تجزیه کنید:

الف)  $3x^2 - x - 2$

ب)  $-9x^2 + 13x + 10$

« پاسخ »

الف)  $A = 3x^2 - x - 2$

$3A = (3x)^2 - (3x) - 6$

$3A = (3x - 3)(3x + 2)$

$3A = 3(x - 1)(3x + 2)$

$A = (x - 1)(3x + 2)$

ب)  $B = -9x^2 + 13x + 10$

$-9B = (9x)^2 - 13(9x) - 90$

$-9B = (9x - 18)(9x + 5)$

$-9B = -9(-x + 2)(9x + 5)$

$B = (2 - x)(9x + 5)$

مای دارس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir