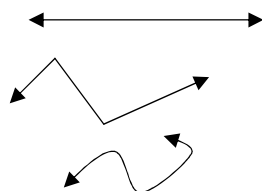


فصل چهارم هندسه و استدلال

خط : از کنار هم قرار گرفتن بی شمار نقطه در کنار هم به وجود می آید .

انواع خط :



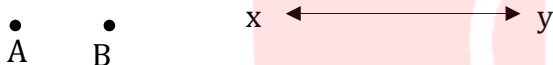
۱ - خط راست :

۲ - خط شکسته :

۳ - خط خمیده (منحنی) :

نام گذاری نقطه و خط :

در ریاضیات برای نام گذاری شکل ها از حروف انگلیسی استفاده می کنیم . به طور معمول **نقطه** را با **حروف بزرگ** انگلیسی نام گذاری می کنیم و برای نام گذاری امتداد **خط** که در شکل با فلش نشان می دهیم از **حروف کوچک** استفاده می کنیم . مانند :



* از یک نقطه بی شمار خط می گذرد .

* از دو نقطه فقط یک خط راست می گذرد .

* از دو نقطه بی شمار خط خمیده و شکسته می گذرد .

پاره خط :

قسمتی از یک خط که با دو نقطه جدا شده باشد .

طول یا اندازه پاره خط :

طول یک پاره خط را با قراردادن یک پاره خط کوچک در بالای نام آن نمایش می دهیم . برای مثال \overline{AB} یعنی طول پاره خط AB و آن فاصله بین دو سر پاره خط میباشد که با واحدی به نام سانتیمتر (cm) اندازه گیری می شود .

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

تعداد تمام **پاره های** روی یک خط از این دستور محاسبه می شود در این فرمول n تعداد نقطه ها می باشد .

www.my-dars.ir

نیم خط :

قسمتی از یک خط که از یک طرف با یک نقطه جدا شده باشد . نیم خط را ابتدا با نام نقطه و سپس نام خط نام گذاری و

می خوانند . مانند نیم خط \overrightarrow{AX}

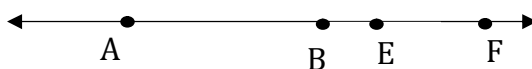
تعداد تمام **نیمخط های** روی یک خط از دستور $2n$ به دست می آید که در آن n تعداد نقطه ها می باشد .

مقایسه پاره خط ها :

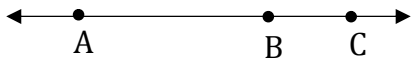
پاره خط ها را با توجه به طول آنها با هم مقایسه میکنیم .

مثلا پاره خط AB بزرگتر از پاره خط EF میباشد . این موضوع را به صورت ریاضی چنین مینویسیم .

$$\overline{AB} > \overline{EF}$$



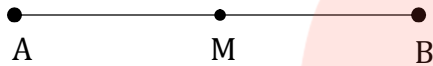
جمع و تفریق پاره خط ها :



در جمع پاره خط ها به دنبال هم و در تفریق ، آنها را روی هم قرار میدهیم . مانند :
در شکل نقاط A ، B و C روی یک خط قرار دارند. داریم :

نسبت بین پاره خط ها :

با توجه به طول پاره خط ها می توان بین آنها نسبت های مختلفی به دست آورد . مانند :
در شکل M وسط پاره خط AB است.



$$\overline{AB} = 2 \overline{MB}$$

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

روابط بین پاره خط ها :

با شناخت رابطه بین چند پاره خط ها ، می توان به رابطه های دیگری رسید . مانند :

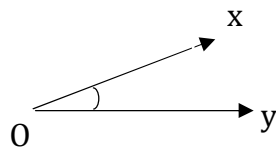
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{CD} \\ \overline{AB} > \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{CD} > \overline{EF}$$

زاویه :

دو نیم خط با رأس مشترک ، زاویه ایجاد می کنند .

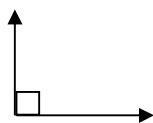
نام گذاری زاویه :

- ۱ - با حرف رأس ؛ یک حرف بزرگ انگلیسی
- ۲ - با حرف رأس و دو نیم خط ؛ سه حرف انگلیسی که حرف وسط (همان رأس) حرف بزرگ و حروف کناری (نیم خط ها) حرف کوچک استفاده میشود . مانند :

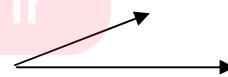


سه حرف xOy
یک حرف ()

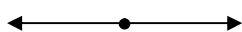
انواع زاویه :



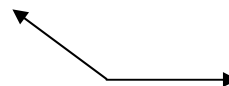
زاویه راست یا قائمه



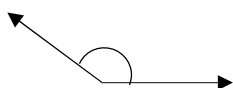
زاویه تند یا حاده



زاویه نیم صفحه یا تخت

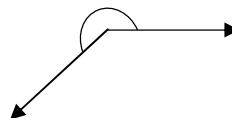


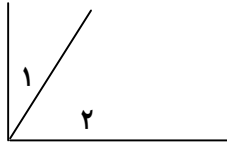
زاویه باز یا منفرجه



زاویه محدب یا کوژ (کمتر از 180°)

زاویه مقعر یا کاو (از 180° تا 360°)





A

زاویه های متمم :

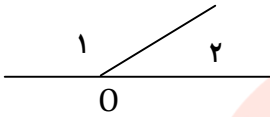
دو زاویه (خواه کنار هم ، خواه جدا از هم) که مجموع آنها 90° شود .

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$$

زاویه های مکمل :

دو زاویه (خواه کنار هم ، خواه جدا از هم) که مجموع آنها 180° شود .

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ$$

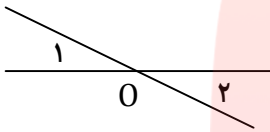


زاویه های متقابل به رأس :

دو زاویه که در رأس مشترک و اضلاع آنها

در امتداد هم باشند .

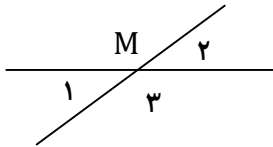
* دو زاویه متقابل به رأس همیشه با هم مساویند .



$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

روابط بین زاویه ها :

با شناخت رابطه بین چند زاویه ، می توان به رابطه های دیگری رسید . مانند :



$$\left. \begin{array}{l} \hat{M}_1 + \hat{M}_3 = 180^\circ \\ \hat{M}_3 + \hat{M}_2 = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{M}_2$$

چند ضلعی ها :

مثلث :

در هر مثلث ، مجموع زاویه ها برابر 180° است .

مثلث ها را با توجه به اندازه زاویه هایشان به سه دسته تقسیم می کنیم :

* مثلث هایی که هر سه زاویه آنها تند است .

* مثلث هایی که یک زاویه راست دارند .

* مثلث هایی که یک زاویه باز دارند .

* یک مثلث را وقتی نمی توان کشید که اندازه هر ضلع آن مساوی یا بزرگتر از جمع دو ضلع دیگرش باشد .

جمع دو ضلع دیگر < اندازه هر ضلع

* مثلث مختلف الاضلاع را می توان (با سه زاویه تند) ، (با یک زاویه قائمه و دو زاویه تند) و (با یک زاویه باز و دو زاویه تند) رسم کرد .

* مثلث متساوی الساقین را می توان (با سه زاویه تند) ، (با یک زاویه قائمه و دو زاویه تند) و (با یک زاویه باز و دو زاویه تند) رسم کرد .

* مثلث متساوی الاضلاع را فقط با سه زاویه تند (60°) می توان رسم کرد .

- * چند ضلعی هایی که هیچ زاویه بزرگتر از 180° ندارند ، محدب یا کوژ نامیده می شوند.
- * به چند ضلعی ای که دست کم یک زاویه بزرگتر از 180° داشته باشد ، چند ضلعی مقعر یا کاو می گویند.
- * به چندضلعی هایی که همه ضلع ها و زاویه هایشان با هم مساوی است ، چند ضلعی منتظم گفته میشود .
مانند مثلث متساوی الاضلاع ، مربع و ...
- * مجموع زاویه های هر n ضلعی برابر است با :

$$(n - 2) \times 180^\circ \quad (n \text{ تعداد اضلاع است})$$

- * اندازه هر زاویه هر n ضلعی برابر است با :

$$\frac{180^\circ \times (n - 2)}{n}$$

- * تعداد قطرهای هر n ضلعی برابر است با :

$$\frac{n \times (n - 3)}{2}$$

زاویه بین عقربه های ساعت :

زاویه بین عقربه های ساعت شمار و دقیقه شمار در ساعت h و دقیقه m از رابطه زیر به دست می آید.

$$\hat{A} = \left| 30 \cdot h - \frac{11}{2} m \right|$$

تبدیلات هندسی (انتقال ، تقارن ، دوران) :

اگر شکل را بدون تغییر جهت روی صفحه حرکت دهید تا تصویر آن جابجا گردد ، بدین ترتیب شکل را روی صفحه انتقال داده اید.

وقتی قرینه شکلی را نسبت به یک خط (خط تقارن) پیدا می کنیم ، تصویر به دست آمده مساوی آن شکل است ؛ اما جهت آن تغییر می کند.

مرکز دوران ، نقطه ای است که شکل حول آن گردش (یا دوران) می کند .
در مرکز دوران 180° شکل به اندازه یک زاویه نیم صفحه (180°) گردش خواهد داشت .
در مرکز دوران 90° شکل به اندازه یک زاویه قائمه (90°) گردش می کند . این گردش به دوصورت امکان پذیر است .
خلاف عقربه های ساعت ، که گردش 90° به سمت راست و در جهت عقربه های ساعت ، که گردش 90° به سمت چپ شکل اولیه صورت میگیرد .

شکل های مساوی (هم نهشت) : اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل (انتقال ، تقارن یا دوران) در صفحه بر شکل دیگر منطبق کنیم ، می گوئیم این دو شکل باهم هم نهشت (مساوی) اند. این تبدیل ها به وسیله \rightarrow مشخص می گردد که نوع تبدیل بالای فلش نوشته می شود .