

فصل سوم جبر و معادله

الگو: به رابطه ای منظم بین تعداد بی شمار عدد یا شکل گفته می شود.

به منظور درک بهتر الگوها آنها را گروه های زیر طبقه بندی کرده ایم.

۱ - الگوهای عددی و جمله n ام: در این الگوها با توجه به رابطه ای که بین اعداد وجود دارد، می توان به جمله n ام رسید.

مثال: جمله n ام الگوی عددی زیر را نوشته و جمله بیستم آن را حساب کنید. $1, 3, 5, \dots$

ملاحظه می شود تفاوت هر جمله با جمله قبلیش ۲ میباشد، پس عدد ۲ در تمامی جمله ها ضرب شده که یک واحد از آنها کم شده است. یعنی جمله n ام این الگو می شود:

$$2n - 1$$

جمله بیستم: $2(20) - 1 = 40 - 1 = 39$

۲ - الگوهای شکلی و جمله n ام: در این الگوها با توجه به رابطه ای که بین شکل ها وجود دارد، می توان به جمله n ام و شکل مورد نظر رسید.

مثال: جمله n ام الگوی زیر را یافته و بنویسید شکل دهم این الگو از چند چوب کبریت درست شده است؟



با دقت در شکل ها ملاحظه می شود تفاوت شکل دوم و اول ۳ چوب کبریت می باشد. همچنین تفاوت شکل سوم و دوم نیز

۳ چوب کبریت می باشد. در نتیجه جمله n ام ضربی از عدد ۳ خواهد بود که یک واحد به آن اضافه شده است. پس

$$3n + 1$$

تعداد چوب کبریت های شکل دهم نیز به این صورت محاسبه می شود:

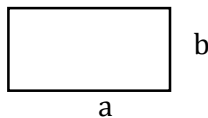
$$3(10) + 1 = 31$$

۳ - جمله عمومی مسئله ها: در این الگوها ابتدا هزینه ثابت را نوشته و هزینه دیگر را به عنوان ضریب n در نظر گرفته و به آن اضافه می کنیم.

مثال: یک شرکت حمل بار ۳۰۰۰۰۰ تومان در ابتدای قرارداد و به ازای هر ساعت کار ۴۰۰۰ تومان دریافت میکند. برای n ساعت کار چقدر باید پول پرداخت؟

$$300000 + 4000n$$

نوشتن دستور محاسبه محیط و مساحت به صورت جبری: برای این کار باتوجه به دستور رسیدن به محیط و مساحت اشکال مختلف و حروفی که روی اضلاع آن شکل آمده، عمل میکنیم.



www.my-dars.ir

$$\text{محیط مستطیل} = \text{عرض} \times \text{طول} = \text{مساحت مستطیل}$$

$$S_{\text{مستطیل}} = a \times b$$

$$2 \times (\text{عرض} + \text{طول}) = \text{محیط مستطیل}$$

$$P_{\text{مستطیل}} = (a + b) \times 2$$

جمله جبری: کوچکترین بخش از هر عبارت جبری را گویند که شامل دو بخش می باشد:

۱ - ضریب عددی: عددی است که در ابتدای هر جمله جبری قرار گرفته است.

۲ - بخش حرفی: حرف یا حروفی است که بعد از ضریب قرار می گیرند.

ضریب عددی

-۴ xy

بخش حرفی

* برای جلوگیری از اشتباه شدن علامت ضرب با حرف x در یک عبارت جبری ، به جای علامت \times از نقطه یا پرانتز و یا از قرار دادن این علامت بطور کلی صرف نظر می کنند . مانند :

$$3 \times a \times b = 3 \cdot a \cdot b = 3(a \cdot b) = 3ab$$

* از نوشتن ضریب ۱ می توان صرف نظر کرد

$$1 \times a \times b = ab$$

* اعداد به تنهایی و بدون حرف ، خود یک جمله ای جبری به حساب می آیند .

چند جمله ای : از کنار هم قرار گرفتن چند یک جمله ای که با علامت های جمع یا تفریق از هم جدا شده اند ، به وجود می آید . مانند :

$$8 + x \rightarrow \text{دو جمله ای}$$

$$-b - 8 + 7xy + 2a \rightarrow \text{چهار جمله ای}$$

جمله های متشابه : عبارت های جبری هستند که بخش حرفی آنها مثل هم بوده و تفاوت آن ها در ضرایب عددی آنهاست . مانند :

$$-4x, \frac{1}{4}x, 9x, \dots$$

جمع و تفریق در عبارت های جبری : برای این کار فقط می توان جمله های متشابه را با هم جمع یا از هم کم کرد .
مانند :

$$-4x + 5x - 2x = (-4 + 5 - 2)x = -1x = -x$$

ساده کردن عبارت های جبری : برای ساده کردن یک عبارت جبری ، ابتدا عملیاتی که بین جمله ها وجود دارند را انجام داده ، سپس جمله های متشابه را با هم جمع یا از هم کم می کنیم .
* اگر هنگام ساده کردن یک عبارت جبری ، جمله ای متشابه نداشت ، آن جمله را بدون تغییر در مراحل بعد می نویسیم .

ضرب عدد در عبارت جبری :

ضرب عدد در یک جمله ای : عدد در ضریب یک جمله ای ضرب می شود . مانند: $-2 \times (3x) = -6x$
ضرب عدد در چند جمله ای : عدد در تک تک ضرایب یک جمله ای ها ضرب می شود . مانند :

$$-2 \times (-3x + 5y) = 6x - 10y$$

ضرب یک جمله ای در چند جمله ای : ابتدا علامت ها ،

بعد ضرایب عددی و سپس حروف در هم ضرب خواهند شد . مانند :

$$2a \times (-3x + 7y) = -6ax + 14ay$$

مقدار عددی عبارت جبری : برای تعیین این مقدار ، به جای حروف موجود در عبارت ، اعداد داده شده را می نویسیم .
مانند :

مقدار عددی عبارت : $m(-3m + 1)$ را به ازای $m = -2$ به دست آورید .

$$(-2) \times [-3 \times (-2) + 1] = -2 \times 7 = -14$$

معادله: به یک تساوی جبری که به ازای بعضی از عددها به تساوی عددی تبدیل می شود، **معادله** می گویند.

مراحل حل معادله :

گام اول : معلوم ، مجهول کردن ؛ یعنی هر چه متغیر یا مجهول داریم را به یک طرف تساوی و هرچه عدد داریم به طرف دیگر تساوی انتقال دهید . البته توجه داشته باشید در این نقل و انتقال تمام آنچه که منتقل شده اند باید **قرینه** (علامت آنها عوض) شود .

گام دوم : ساده کردن طرفین تساوی ؛ پس از انجام انتقال ، دو طرف تساوی را به ساده ترین صورت در آورید . یعنی اگر جمع یا تفریقی در هر طرف تساوی وجود داشت ، آنها را انجام دهید .

گام آخر : رسیدن به جواب ؛ جمع عددها را مجموع ضرایب تقسیم کنید .

مثال : جواب معادله زیر را به دست آورید .

$$4 - 3x = -8x - 6$$

$$\text{گام اول} \quad -3x + 8x = -6 - 4$$

$$\text{گام دوم} \quad 5x = -10$$

$$\text{گام آخر} \quad x = -\frac{10}{5}$$

$$\text{جواب معادله} \quad x = -2$$

امتحان جواب معادله : برای امتحان درست بودن حل یک معادله ، باید جواب (جوابهای) به دست آمده را در صورت معادله به جای مجهول قرار دهید . اگر دو طرف تساوی یک اندازه شد ، جواب صحیح و معادله درست حل شده است .

حل مسائل به کمک معادله : با تبدیل صورت بسیاری از مسائل به معادله ، می توان با سرعت و دقت به جواب رسید . برای این کار ابتدا خواسته مسئله را با x مشخص کرده و سپس اطلاعات مسئله را به علائم ریاضی تبدیل کنید . به مثال ها توجه نمایید :

مثال ۱ : از دو برابر عددی پنج واحد کم کردیم ، حاصل منفی هفت شد . عدد چیست ؟

عدد مورد نظر را x فرض میکنیم . پس داریم :

$$\text{عدد مورد نظر} = \text{مقدار کم شده} - (\text{عدد} \times 2)$$

$$(2 \times x) - 5 = -7$$

$$2x - 5 = -7$$

$$2x = -7 + 5 = -2$$

$$x = -2 \div 2$$

$$x = -1$$

مثال ۲ : حاصل جمع سه عدد صحیح متوالی -33 می باشد . آن سه عدد کدامند ؟

با توجه به این که سه عدد متوالی هستند ، پس داریم :

$$\text{عدد مورد نظر} = x$$

$$\text{عدد کوچک تر} = (x - 1)$$

$$\text{عدد بزرگ تر} = (x + 1)$$

$$(x - 1) + x + (x + 1) = -33$$

$$3x = -33$$

$$x = -33 \div 3$$

$$\text{عدد مورد نظر} \quad x = -11$$

$$\text{عدد بزرگتر} \quad (x + 1) = -11 + 1 = -10$$

$$\text{عدد کوچکتر} \quad (x - 1) = -11 - 1 = -12$$