

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

۱- در حالت‌های زیر، معادله‌ی دایره را بنویسید.

الف) دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۲.

ب) دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۲.

پ) دایره‌ای که از نقطه‌ی (۱, -۳) بگذرد و مرکز آن (۲, -۱) باشد.

$$r = \sqrt{(2-1)^2 + (-1+3)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} \rightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 = 5$$

۲- با تکمیل جدول، وضعیت هر نقطه را نسبت به دایره مشخص کنید.

معادله دایره
$(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4$

شعاع و مختصات مرکز دایره
$O(-2, 3), r = 2$

نقاط		
$A(1, 1)$	$B(0, 3)$	$C(-2, 4)$

درون دایره روی دایره بیرون دایره

$$(1+2)^2 + (1-3)^2 > 4(0+2)^2 + (3-3)^2 = 4(-2+2)^2 + (4+3)^2 < 4$$

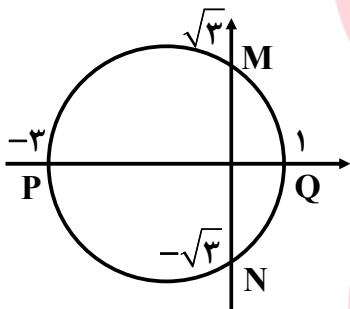
$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9 \quad \text{بیرون دایره} \quad (1, -1)^2 + (1+2)^2 = 9 \quad \text{بیرون دایره}$$

روی دایره

$$(0-1)^2 + (3+2)^2 > 9(-2-1)^2 + (4+2)^2 > 9$$

۳- اگر معادله‌ی دایره‌ای به شکل $(x+1)^2 + y^2 = 4$ باشد:

الف) مختصات مرکز دایره و اندازه‌ی شعاع دایره را بنویسید.



$$O(-1, 0), r = 2$$

ب) مختصات نقاط تقاطع این دایره را با محورهای مختصات پیدا کنید.

$$x = 0 \rightarrow 1^2 + y^2 = 4 \rightarrow y^2 = 3 \rightarrow y = \pm\sqrt{3} \quad N(0, -\sqrt{3}), M(0, \sqrt{3})$$

$$y = 0 \rightarrow (x+1)^2 = 4 \rightarrow \begin{cases} x+1 = 2 \rightarrow x = 1 \\ x+1 = -2 \rightarrow x = -3 \end{cases} \quad Q(1, 0), P(-3, 0)$$

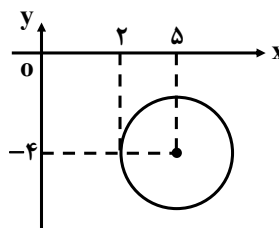
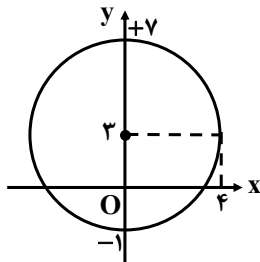
پ) شکل این دایره را رسم کنید و صحت پاسخ‌های خود را به کمک شکل بررسی کنید.

www.my-dars.ir

۴- معادله‌ی دایره‌های زیر را بنویسید:

$$r = 4, O(0, 3)$$

$$x^2 + (y-3)^2 = 16$$



$$r = 3, O(5, -4)$$

$$(x-5)^2 + (y+4)^2 = 9$$



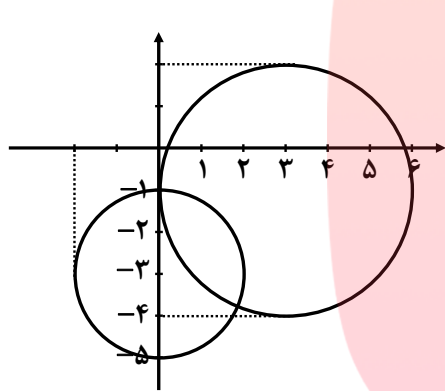
۵- معادله گسترده دایره‌ای به شکل $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ است. مختصات مرکز این دایره و شعاع آن را پیدا کنید و معادله دایره را به شکل استاندارد بنویسید.

$$O \begin{cases} \frac{-a}{2} = -\frac{-2}{2} = 1 \\ \frac{-b}{2} = -\frac{-6}{2} = 3 \end{cases} \quad r = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 36 - 24} = \frac{1}{2} \sqrt{16} = 2$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0 \rightarrow \underbrace{x^2 - 2x + 1}_{(x-1)^2} + \underbrace{y^2 - 6y + 9}_{(y-3)^2} = \underbrace{1 - 6}_{4=2^2}$$

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$$

۶- در هر دایره مختصات مرکز دایره و اندازه‌ی شعاع آن را پیدا کنید، محل تقاطع هر دایره را با محورهای مختصات در صورت وجود مشخص کنید و درستی پاسخ خود را به کمک رسم دایره بررسی کنید.



الف) $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 4 - 4} = 3$$

$$O \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

ب) $x^2 + (y+3)^2 - 4 = 0$

$$r' = 2 \quad O' \begin{cases} 0 \\ -3 \end{cases}$$

الف) $x = 0 \quad y^2 + 2y + 1 = 0 \rightarrow y = -1 \rightarrow A \begin{cases} 0 \\ -1 \end{cases}$
بر محور y مماس است.

$y = 0 \quad x^2 - 6x + 1 = 0 \rightarrow x_1, x_2 = 3 \pm \sqrt{2} > 0$

ب) $x = 0 \quad (y+3)^2 = 4 \rightarrow y = -1, y = -5$
پس محور x را قطع نمی‌کند.
 $y = 0 \quad x^2 + 9 - 4 = 0 \rightarrow x^2 = -5$

گروه آموزشی عصر

۷- در حالت‌های زیر معادله دایره را بنویسید:

الف) دایره‌ای که از مبدأ مختصات بگذرد و مرکز آن $C(2, -1)$ باشد.

$$OC = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} = r \quad (x+2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

ب) دایره‌ای که مرکز آن $(2, 3)$ و نقطه‌ی $(-3, -9)$ نقطه‌ای روی آن باشد.

$$CA = \sqrt{(2+3)^2 + (3+9)^2} = 13 = r \quad (x-2)^2 + (y-3)^2 = 169$$

پ) دایره‌ای که نقاط $(0, 3)$ و $(-4, -1)$ دو سر یکی از قطرهای آن باشند.

وسط دو قطر برابر مرکز دایره است.
 $C \left[\frac{0+(-4)}{2} = -2, \frac{-1+3}{2} = 1 \right]$

فاصله دو نقطه برابر قطر دایره است.
 $2r = \sqrt{(-4-0)^2 + (-1-3)^2} = 4\sqrt{2} \rightarrow r = 2\sqrt{2}$

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 8$$



۸- وضعیت نقاط $(0,0)$ ، $(-1,-2)$ ، $(0,-1)$ ، $(1,0)$ را نسبت به دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ مشخص کنید.

نکته: اگر زمانی که نقطه را در معادله دایره صدق می‌دهیم جواب مثبت شود یعنی نقطه خارج

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$$

روی دایره $P(1,0) = 1 + 0 - 2 + 0 + 1 = 0$

$$P(0,0) = 1 > 0$$

خارج دایره > 0

دایره است.

$$P(-1,-2) = 1 + 4 + 2 - 4 + 1 = 0$$

روی دایره $= 0$

$$P(2,3) = 4 + 9 - 4 + 2 + 1 = 10 > 0$$

خارج دایره > 0

۹- معادله گسترده‌ی یک دایره به شکل $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0$ است. مختصات مرکز دایره و اندازه‌ی شعاع آن را پیدا کنید و معادله‌ی آن را به شکل استاندارد بنویسید.

$$O \begin{cases} -1 \\ -1 \end{cases} \quad r = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 4 + 32} = \sqrt{10} \quad (x+1)^2 + (y+1)^2 = 10$$

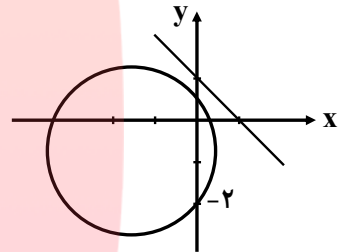
۱۰- در موارد زیر وضعیت خط و دایره را نسبت به هم مشخص کنید.

الف) دایره $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 1 = 0$ و خط $x + y = 1$

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y - 1 = 0 \rightarrow \underbrace{x^2 + 2x + 1}_{(x+1)^2} + \underbrace{y^2 + 2y + 1}_{(y+1)^2} = \underbrace{3}_{(\sqrt{3})^2}$$

$$O \begin{cases} -1 \\ -1 \end{cases} \quad r = \sqrt{3} \quad d = \frac{|-1-1-1|}{\sqrt{1+1}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow d > r$$

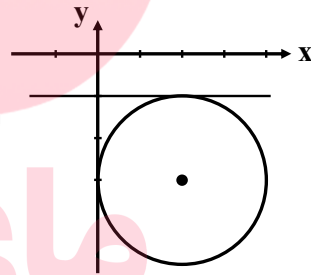
خط و دایره نقطه مشترک ندارند



ب) دایره $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ و خط $y = -1$

$$O \begin{cases} 2 \\ -3 \end{cases} \quad r = 2 \quad d = \frac{|-3+1|}{\sqrt{0+1}} = \frac{2}{1} = 2 \Rightarrow d = r$$

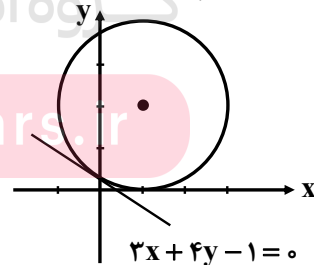
خط بر دایره مماس است.



۱۱- معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که بر خط $3x + 4y - 1 = 0$ مماس بوده و مرکز آن $C(1, 2)$ باشد.

چون خط بر دایره مماس است، پس فاصله نقطه تا خط برابر شعاع دایره است.

$$d = \frac{|3 + 8 - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{10}{5} = 2 \quad (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$$

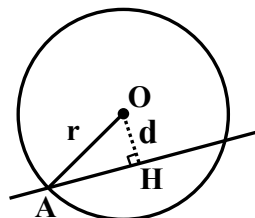


۱۲- مرکز دایره‌ای، نقطه‌ی $O(2, -3)$ است. این دایره روی خط $3x - 4y + = 0$ و تری به طول ۶ جدا می‌کند. معادله‌ی این دایره را بنویسید.

$$d = \frac{|3(2) - 4(-3) + 2|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\Delta OAH: r^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \rightarrow r = 5$$

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$$





۱۳- وضع خط های زیر را نسبت به دایره مشخص کنید.

$$\text{الف) } 6x + 4y = 0, x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$$

$$O \begin{vmatrix} 2 \\ 2 \end{vmatrix} \quad r = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 16 - 28} = 1$$

خط خارج دایره قرار دارد.

$$d = \frac{|6(2) + 4(2)|}{\sqrt{36 + 16}} = \frac{20}{\sqrt{52}} = \frac{10\sqrt{13}}{13}$$

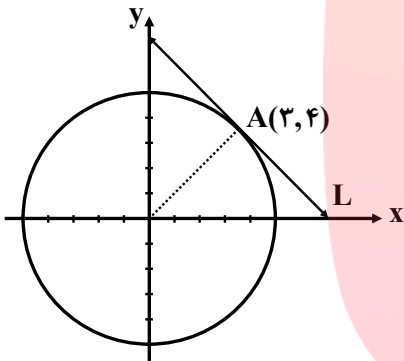
$$d = \frac{10\sqrt{13}}{13} > r = 1$$

$$\text{ب) } y = -x - 2, x^2 + y^2 = 2$$

$$O \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad r = \sqrt{2}$$

$$x + y + 2 = 0 \quad d = \frac{|0 + 0 + 2|}{\sqrt{1 + 1}} = \sqrt{2} \quad d = r = \sqrt{2} \quad \text{خط بر دایره مماس است.}$$

۱۴- اگر بدانیم خط L در نقطه $(3, 4)$ بر دایره ای به مرکز مبدأ مختصات مماس است، معادله ی خط مماس چیست؟



$$OA = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 = r$$

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$m_{OA} = \frac{4 - 0}{3 - 0} = \frac{4}{3} \rightarrow m' = -\frac{3}{4} \quad A \begin{vmatrix} 3 \\ 4 \end{vmatrix}$$

$$y - 4 = -\frac{3}{4}(x - 3) \rightarrow 3x + 4y - 25 = 0$$

m' شیب خط L است.

۱۵- معادله ی دایره ای را بنویسید که مرکز آن، نقطه $(0, 3)$ و بر خط $3x - 4y = 3$ مماس باشد.

$$d = \frac{|3(0) - 4(3) - 3|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{15}{5} = 3 = r$$

فاصله نقطه $(0, 3)$ از خط برابر شعاع دایره است.

$$(x - 0)^2 + (y - 3)^2 = 9 \rightarrow x^2 + (y - 3)^2 = 9$$

۱۶- با انجام مراحل زیر، معادله ی دایره ای را بنویسید که بر دایره $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ مماس بیرون و مرکز آن

نقطه $O(2, -2)$ باشد:

- مختصات نقطه O' ، مرکز دایره ی داده شده عبارت است از:

$$O' \begin{vmatrix} -1 \\ 2 \end{vmatrix}$$

- اندازه ی r' یعنی شعاع دایره داده شده برابر است با:

$$r' = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 16 + 16} = 3$$

- طول OO' برابر است با:

$$OO' = \sqrt{(2+1)^2 + (-2-2)^2} = 5$$

- شرط اینکه دو دایره مماس بیرونی باشند این است که: $5 = r + 3$ پس شعاع r' باید برابر ۲ باشد.

- معادله ی دایره ی مطلوب را با معلوم بودن اندازه ی شعاع و مختصات مرکز آن بنویسید:

$$(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$$



۱۷- برای حالت‌های زیر معادله‌ی دو دایره را بنویسید و پاسخ را با دوستانتان مقایسه کنید.

الف) دو دایره هم مرکز باشند.

$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2$$

$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R'^2 \quad OO' = 0$$

ب) دو دایره بیرون هم باشند.

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4 \quad x^2 + y^2 = 1$$

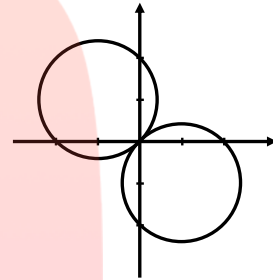
۱۸- برای موارد زیر وضعیت دو دایره را نسبت به هم مشخص کنید:

الف) $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ و $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$

$$O \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases} \quad r = \frac{1}{2} \sqrt{4+16} = \sqrt{5}$$

$$O' \begin{cases} -1 \\ 2 \end{cases} \quad r' = \frac{1}{2} \sqrt{4+16} = \sqrt{5}$$

$$OO' = \sqrt{(1+1)^2 + (-2-2)^2} = 2\sqrt{5} \Rightarrow OO' = r + r' \text{ دو دایره مماس خارجاً}$$

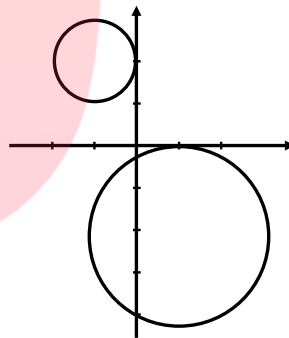


ب) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$ و $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$

$$O \begin{cases} -1 \\ 2 \end{cases} \quad r = 1$$

$$O' \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases} \quad r' = \frac{1}{2} \sqrt{4+16-4} = 2$$

$$OO' = \sqrt{(1+1)^2 + (-2-2)^2} = 2\sqrt{5} \Rightarrow OO' > r + r' \text{ دو دایره متقاطعند}$$



۱۹- مشخص کنید در حالت‌های زیر دو دایره نسبت به هم چه وضعی دارند؟

الف) $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4$ و $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 9$

$$O \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases} \quad r = \frac{1}{2} \sqrt{4+16+16} = 3$$

$$O' \begin{cases} -1 \\ 2 \end{cases} \quad r' = \frac{1}{2} \sqrt{4+16+36} = \sqrt{14}$$

$$OO' = \sqrt{(1+1)^2 + (-2-2)^2} = 2\sqrt{5} \Rightarrow r - r' < OO' < r + r' \text{ متقاطعند}$$

ب) $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 7$ و $x^2 + (y-5)^2 = 5$

$$O \begin{cases} 2 \\ -3 \end{cases} \quad r = \sqrt{7} \quad O' \begin{cases} 0 \\ 5 \end{cases} \quad r' = \sqrt{5}$$

$$OO' = \sqrt{(2-0)^2 + (-3-5)^2} = 2\sqrt{17} \rightarrow OO' > r + r' \text{ متقاطعند}$$



۲۰- معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $(-1, -1)$ و با دایره‌ی $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3$ مماس درون باشد.

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 6y + 9) = 3 + 4 + 9 \Rightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 = 4^2$$

$$O \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \end{vmatrix} \quad r=4 \quad O' \begin{vmatrix} -1 \\ -1 \end{vmatrix} \quad d = \sqrt{(2+1)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

$$d = |r - r'| \rightarrow 5 = |r - 4| \Rightarrow \begin{matrix} r - 4 = 5 \rightarrow r = 9 \\ r - 4 = -5 \rightarrow r = -1 \end{matrix} \quad (x+1)^2 + (y+1)^2 = 81$$

بیضی

۲۱- اگر در یک بیضی داشته باشیم $a = 5$ و $b = 3$ در این صورت فاصله کانونی را محاسبه کنید.

$$\begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases} \rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 5^2 = 3^2 + c^2 \rightarrow c = 4$$

$$\text{فاصله کانونی} = 2c = 2 \times 4 = 8$$

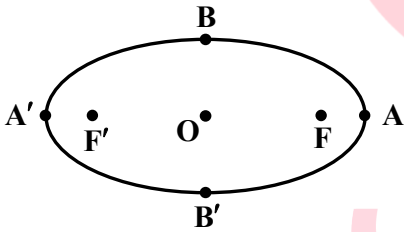
۲۲- در یک بیضی افقی طول قطر بزرگ ۶ و قطر کوچک ۴ واحد است. اگر مرکز این بیضی نقطه‌ای با مختصات $(4, 5)$ باشد:

الف) فاصله کانونی بیضی را پیدا کنید.

$$\begin{cases} 2a = 6 \rightarrow a = 3 \\ 2b = 4 \rightarrow b = 2 \end{cases} \rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow c^2 = 3^2 - 2^2 = 5$$

$$\rightarrow c = \sqrt{5} \rightarrow \text{فاصله کانونی} = 2c = 2\sqrt{5}$$

ب) مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ و قطر کوچک و همچنین کانون‌های بیضی را بنویسید.



$$O \begin{cases} \alpha = 4 \\ \beta = 5 \end{cases}, A \begin{cases} \alpha + a = 4 + 3 = 7 \\ \beta = 5 \end{cases}$$

$$A' \begin{cases} \alpha - a = 4 - 3 = 1 \\ \beta = 5 \end{cases}, B \begin{cases} \alpha = 4 \\ \beta + b = 5 + 2 = 7 \end{cases}$$

$$B' \begin{cases} \alpha = 4 \\ \beta - b = 5 - 2 = 3 \end{cases}, F \begin{cases} \alpha + c = 4 + \sqrt{5} \\ \beta = 5 \end{cases}$$

$$F' \begin{cases} \alpha - c = 4 - \sqrt{5} \\ \beta = 5 \end{cases}$$

۲۳- کانون‌های یک بیضی نقاط $(1, 3)$ و $(1, -5)$ است.

الف) فاصله کانونی، مختصات مرکز بیضی و معادله قطرهای بزرگ و کوچک بیضی را بنویسید.

$$\begin{cases} F(1, 3) \\ F'(1, -5) \end{cases} \Rightarrow |FF'| = |3 - (-5)| = 8 = 2c \rightarrow c = 4$$

$$O = \frac{F + F'}{2} \Rightarrow O = \left(\frac{1+1}{2}, \frac{3+(-5)}{2} \right) = (1, -1)$$

$$\text{معادله قطر کوچک: } y = -1 \quad \text{و} \quad \text{معادله قطر بزرگ: } x = 1$$

ب) اگر $a = 6$ باشد، اندازه قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید.

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow b^2 = 6^2 - 4^2 = 20 \Rightarrow b = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow BB' = 4\sqrt{5} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$



۲۴- خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{4}{5}$ ، مرکز آن $(-4, -1)$ و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است. الف) طول قطر کانونی و فاصله کانونی را محاسبه کنید.

$$e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \rightarrow c = \frac{4}{5}a \quad \text{و} \quad 2b = 6 \rightarrow b = 3$$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow \frac{16}{25}a^2 = a^2 - 9 \rightarrow a^2 = 25 \rightarrow a = 5 \rightarrow c = 4$$

$$AA' = 2a = 2 \times 5 = 10 \rightarrow \text{طول قطر کانونی}$$

مختصات نقاط دو سر قطر کوچک و قطر بزرگ و کانون‌های بیضی را پیدا کنید.

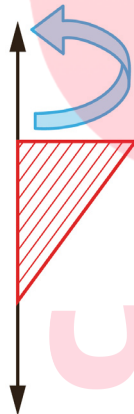
$$F \begin{cases} -4 + 4 = 0 \\ -1 \end{cases} \text{ و } F' \begin{cases} -4 - 4 = -8 \\ -1 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} -4 + 5 = 1 \\ -1 \end{cases} \text{ و } A' \begin{cases} -4 - 5 = -9 \\ -1 \end{cases}$$

$$B \begin{cases} -4 \\ -1 + 3 = 2 \end{cases} \text{ و } B' \begin{cases} -4 \\ -1 - 3 = -4 \end{cases}$$

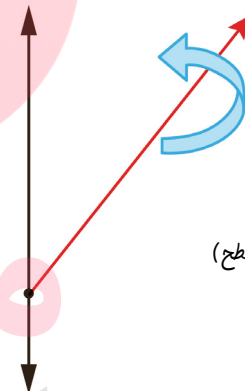
۲۵- شکل حاصل از دوران حول محور را در حالت‌های زیر مشخص کنید و آن‌ها را با هم مقایسه کنید:

الف) شکل حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه حول محور



مفروض توپر

الف) شکل حاصل از دوران نیم خط حول محور



مفروض نامتناهی (سطح)



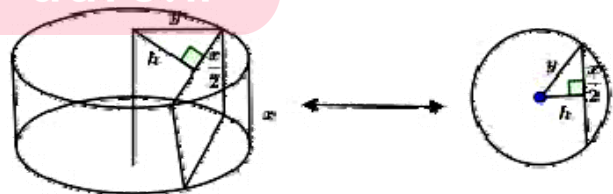
۲۶- مستطیلی را حول عرض آن دوران داده‌ایم.

الف) شکل حاصل را رسم کنید.

ب) سطح مقطع حاصل از برخورد یک استوانه و یک صفحه در چه حالتی یک مربع است؟



مخازن نفتی در زنجان



$$\text{فاصله صفحه قاطع تا محور دوران} = \sqrt{(\text{عرض مستطیل})^2 - \frac{1}{4}(\text{طول مستطیل})^2} \Rightarrow h = \sqrt{y^2 - \frac{1}{4}x^2}$$

پ) اگر ابعاد مستطیل، ۳ و ۴ باشد، مساحت سطح مقطع حاصل از برخورد یک صفحه موازی با قاعده این استوانه چقدر

$$\text{است؟} \quad r = 4 \rightarrow S = \pi r^2 = \pi(4)^2 = 16\pi$$

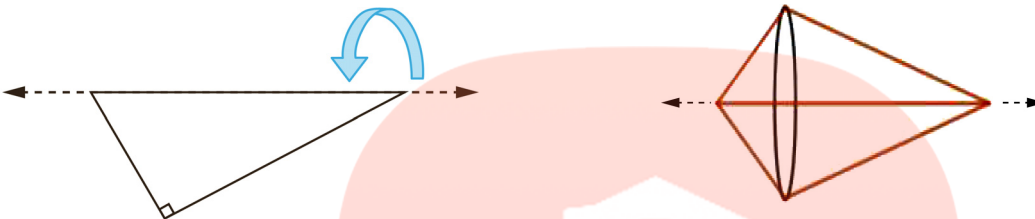


ت) در حالت پ، اگر صفحه‌ای عمود بر قاعده استوانه آن را قطع کند، بیشترین مساحت ممکن برای سطح مقطع حاصل قدر است؟

وقتی صفحه از محور بگذرد بر قاعده عمود باشد همان مساحت مستطیلی است که طول آن دو برابر طول مستطیل و عرض آن، عرض مستطیل یعنی ۳ است.

$$S = 3 \times 8 = 24 \quad \text{مستطیلی به ابعاد ۳ و ۸}$$

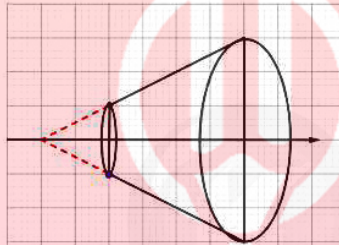
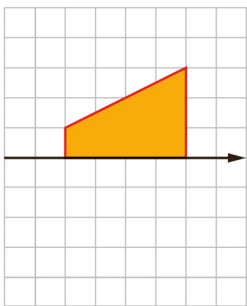
۲۷- شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم‌الزاویه حول وتر آن چیست؟



دو مخروط با قاعده مشترک

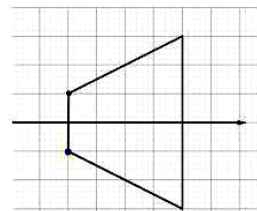
۲۸- در شکل روبه‌رو می‌خواهیم ذوزنقه قائمه را حول محور دهیم.

الف) حجم شکل حاصل را محاسبه کنید.



$$V - V_1 = \frac{1}{3} \pi (3)^2 \times 6 - \frac{1}{3} \pi (1)^2 \times 2 = \frac{52}{3} \pi$$

ب) سطح مقطع این شکل در برخورد با صفحه‌ای که شامل محور دوران باشد، چیست و مساحت آن چقدر است؟



$$S = \frac{1}{2} (2+6) \times 4 = 16$$

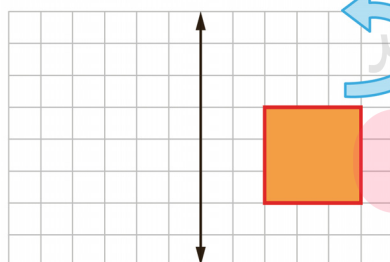
۲۹- مربعی با ضلع ۳ واحد مطابق شکل روبه‌رو در فاصله ۲ واحد از یک خط

راست قرار دارد.

الف) شکل حاصل از دوران این مربع حول محور داده شده را رسم و حجم آن

را محاسبه کنید.

میخ شکل - میخ استوانه بزرگ - میخ استوانه کوچک



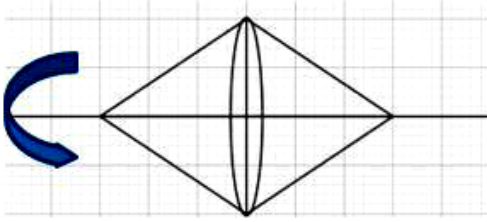
$$\pi \times 5^2 \times 3 - \pi \times 2^2 \times 3 = 75\pi - 12\pi = 63\pi$$

ب) سطح مقطع این شکل را در برخورد با صفحه‌ای موازی با قاعده آن توصیف کنید.

سطح مقطع موازی با قاعده یک دایره تو خالی شعاع خارجی ۵ و شعاع داخلی ۲ است.



۳۰- اگر یک لوزی با طول قطرهای ۶ و ۴ حول قطر بزرگ دوران داده شود، حجم شکل حاصل چقدر است؟



$$V = 2 \left(\frac{\pi}{3} \times 2^2 \times 3 \right) = 8\pi$$



سایت کنکور

Konkur.in

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir