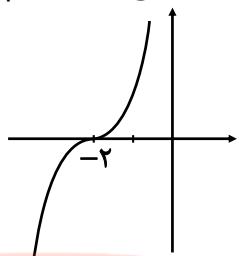
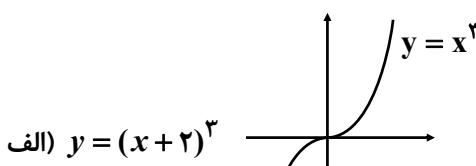




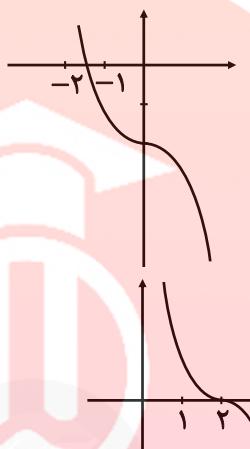
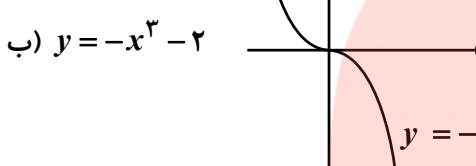
سوالات مربوط به رسم تابع درجه سوم

۱- با استفاده از نمودار تابع $f(x) = x^3$ ، نمودار توابع زیر را رسم کرده و دامنه و برد آن ها را مشخص کنید.



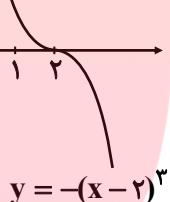
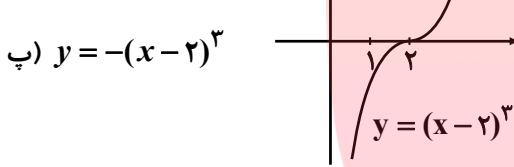
$$D_f = \mathbb{R}$$

$$R_f = \mathbb{R}$$



$$D_f = \mathbb{R}$$

$$R_f = \mathbb{R}$$



$$D_f = \mathbb{R}$$

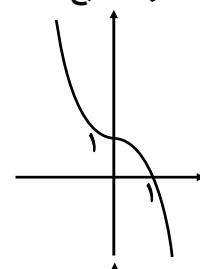
$$R_f = \mathbb{R}$$

۲- به کمک نمودار تابع $y = x^3$ ، نمودار توابع زیر را رسم کنید.

۱) $y = (x - 1)^3 + 2$

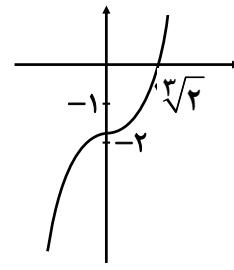
۲) $y = -x^3 + 1$

۳) $y = -x^3 - 1$



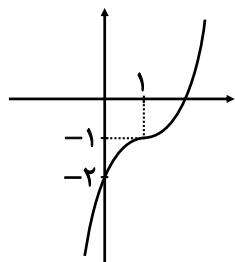
۴) $y = x^3 + 1$

۵) $y = x^3 - 2$

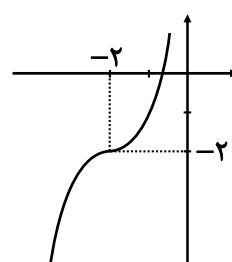




۷) $y = (x-1)^3 - 1$

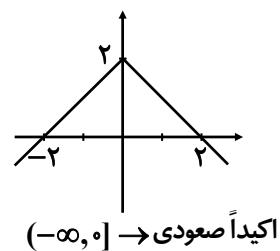
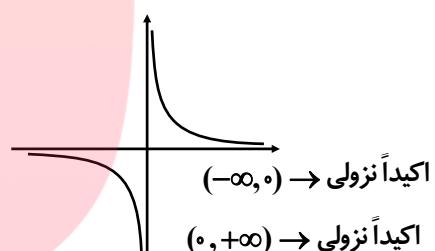
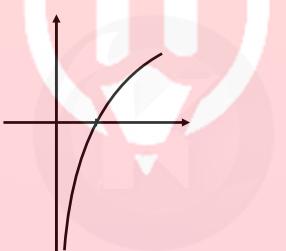
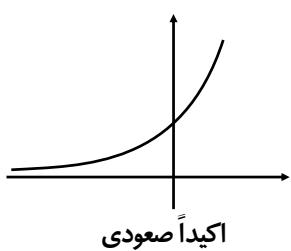
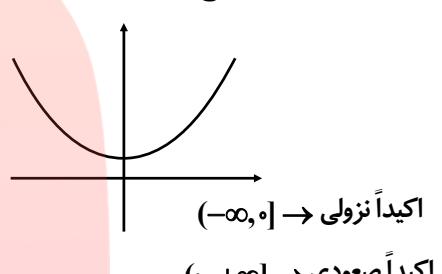
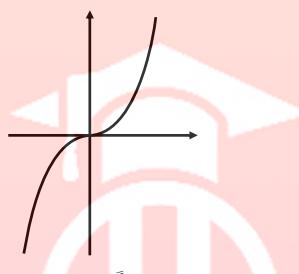
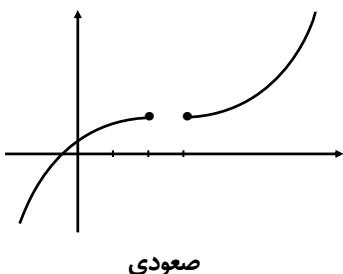


۸) $y = (x+2)^3 - 2$

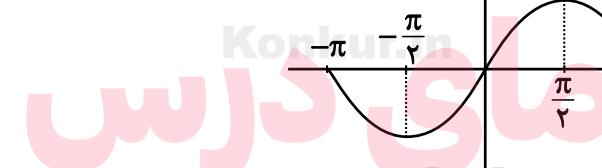


سوالات مربوط به صعودی و نزولی بودن

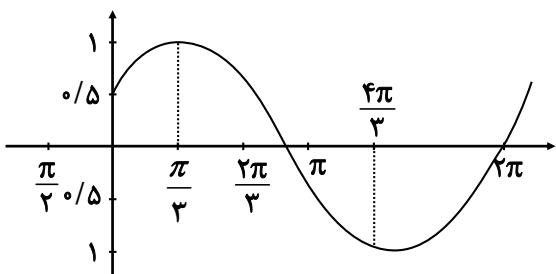
۱- مشخص کنید نوع زیر در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی و در چه بازه‌هایی اکیداً نزولی هستند؟



اکیداً صعودی

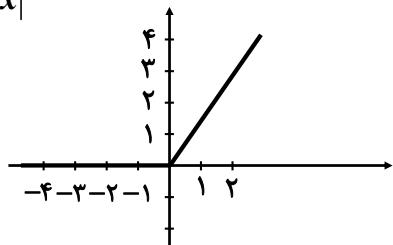
اکیداً نزولی $\rightarrow [-\pi, -\frac{\pi}{2}], [\frac{\pi}{2}, \pi]$ اکیداً صعودی $\rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 

۲- نمودار توابع زیر رارسم کنید و مشخص کنید در چه بازه‌هایی صعودی و در چه بازه‌هایی نزولی هستند؟

الف) $f(x) = \cos(x - \frac{\pi}{3})$ در بازه‌های $[0, \frac{\pi}{3}]$ و $[\frac{4\pi}{3}, 2\pi]$ صعودی و در بازه $[\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}]$ نزولی

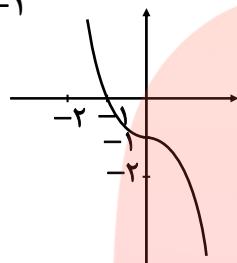


$$g(x) = x + |x| \quad (\text{ب})$$



در R صعودی، در $x \geq 0$ آنکه صعودی، در $x \leq 0$ ثابت (در کل کتاب تابع صعودی است)

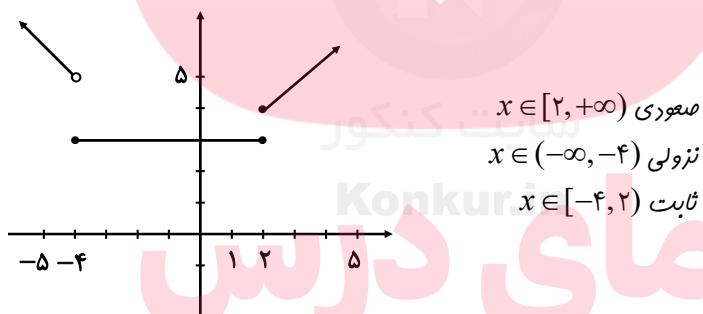
$$t(x) = -x^3 - 1 \quad (\text{پ})$$



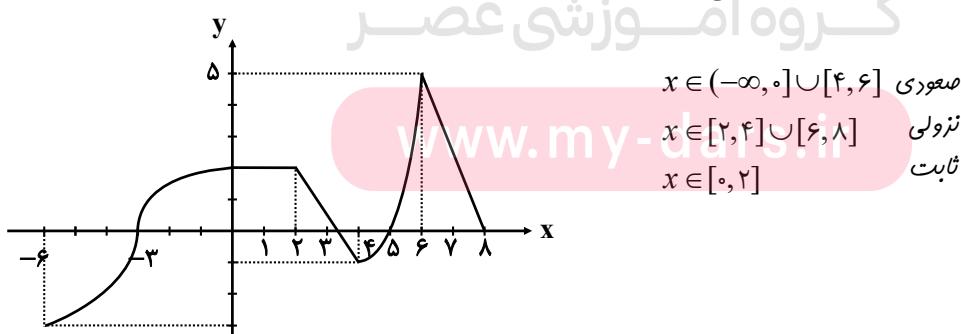
آنکه نزولی

۳- نمودار تابع زیر را رسم کنید و بازه‌هایی را که در آن‌ها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است، مشخص کنید:

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 3 & x < -4 \\ 3 & -4 \leq x < 2 \\ 3x - 2 & x \geq 2 \end{cases}$$



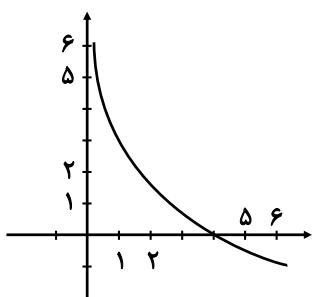
۴- با استفاده از نمودار تابع زیر مشخص کنید این تابع در چه بازه‌هایی صعودی، نزولی یا ثابت است؟



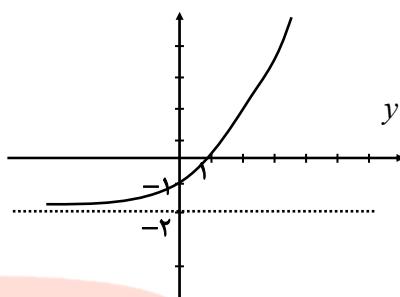


۵- تابع نمایی $y = 2^x - 2$ و تابع لگاریتمی $y = -\log_2 x + 2$ را رسم کنید، یکنواختی آنها را مشخص کنید.

$y = -\log_2 x + 2$ اکیداً نزولی

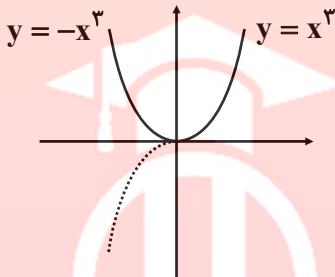


$y = 2^x - 2$ اکیداً صعودی



۶- تابع $y = x^3 |x|$ در بازه $[-\infty, a)$ نزولی است. حداقل مقدار a چقدر است؟

$$y = \begin{cases} x^3 & x \geq 0 \\ -x^3 & x < 0 \end{cases}$$



صفر

۷- تابعی مثال بزنید که در دامنه خود اکیداً صعودی و تابعی مثال بزرنید که در دامنه خود اکیداً نزولی باشد.

$$\begin{cases} y = 2^x & \text{اکیداً صعودی} \\ y = x^3 & \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = (\frac{1}{2})^x & \text{اکیداً نزولی} \\ y = -x^3 & \end{cases}$$

سوالات مربوط به ترکیب توابع

۱- با توجه به جدول‌های زیر، مقادیر خواسته شده را در صورت امکان بدست آورید.

x	$f(x)$
-3	-7
-2	-5
-1	-3
0	-1
1	3
2	5
3	5

x	$g(x)$
-3	8
-2	3
-1	0
0	-1
1	0
2	3
3	8

الف) $fog(1) = f(g(1)) = f(0) = -1$

ب) $fog(-1) = f(g(-1)) = f(0) = -1$

پ) $gof(0) = g(f(0)) = g(-1) = 0$

ت) $gog(-2) = g(g(-2)) = g(3) = 8$

و) $gof(2) = g(g(2)) = g(5) = 8$

جهود ندارد، وجہ ندارد (ج)

۲- اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ ، دامنه و ضابطه توابع fog و gof را بدست آورید.

$$D_g = \mathbb{R}, D_f = [1, +\infty)$$

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in [1, +\infty) \mid \sqrt{x-1} \in \mathbb{R}\} = [1, +\infty)$$

$$gof(x) = g(f(x)) = 2f^2(x) - 1 = 2 \times (\sqrt{x-1})^2 - 1 = 2(x-1) - 1 = 2x - 3$$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 1 \geq 1\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \geq 1\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

$$fog(x) = f(g(x)) = \sqrt{g(x)-1} = \sqrt{2x^2 - 1 - 1} = \sqrt{2x^2 - 2}$$



۳- اگر $g(x) = \frac{3}{x}$ و $f(x) = \frac{2}{x-1}$ دامنه و ضابطه توابع fog و fof را بدست آورید.

$$fog(x) = f(g(x)) = \frac{2}{\frac{3}{x}-1} = \frac{2}{\frac{3-x}{x}} = \frac{2x}{3-x}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{0\}, D_g = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$D_{fog(x)} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} - \{0\} \mid \frac{3}{x} \in \mathbb{R} - \{0\}\} = \mathbb{R} - \{0, 3\}$$

$$fof(x) = f(f(x)) = \frac{2}{\frac{2}{x-1}-1} = \frac{2}{\frac{2-x+1}{x-1}} = \frac{2x-2}{3-x}$$

$$D_{fof(x)} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} - \{0\} \mid \frac{2}{x-2} \in \mathbb{R} - \{0\}\} = \mathbb{R} - \{0, 2\}$$

۴- اگر $\{(\Delta, 7), (3, 5), (7, 9), (9, 11)\}$ و $\{(\gamma, \lambda), (\delta, 3), (\eta, \lambda), (11, 4)\}$ توابع fog و fog را بدست آورید.

$$\begin{array}{c} fog \\ \downarrow \\ 5 \rightarrow 7 \rightarrow \lambda \\ 3 \rightarrow 5 \rightarrow \gamma \\ 7 \rightarrow 9 \rightarrow \lambda \\ 9 \rightarrow 11 \rightarrow \eta \end{array}$$

$$\begin{array}{l} fog = \{(5, \lambda), (3, \gamma), (7, \lambda), (9, \eta)\} \\ \text{و همود ندارد} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} gof \\ \downarrow \\ 7 \rightarrow \lambda \rightarrow \eta \\ 5 \rightarrow 3 \rightarrow \delta \\ 9 \rightarrow \lambda \rightarrow \eta \\ 11 \rightarrow 4 \rightarrow \gamma \end{array}$$

$$gof = \{(5, \delta)\}$$

۵- در هر قسمت موارد خواسته شده را در صورت امکان بدست آورید.

(الف) $f(x) = x^2 - 5, g(x) = \sqrt{x+6}$ $D_{fog}, (fog)(x)$

$$D_f = \mathbb{R}, D_g = [-6, +\infty) \Rightarrow D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \Rightarrow$$

$$D_{fog} = \{x \in [-6, +\infty) \mid \sqrt{x+6} \in \mathbb{R}\} = [-6, +\infty)$$

$$f(g(x)) = (\sqrt{x+6})^2 - 5 = x + 1$$

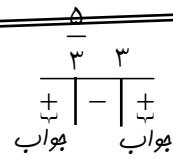
(ب) $f(x) = \sqrt{3-2x}, g(x) = \frac{6}{3x-5}$ $D_{fog}, fog(x)$

$$D_f = (-\infty, \frac{3}{2}], D_g = \mathbb{R} - \left\{\frac{5}{3}\right\}$$

$$D_{fog} = \left\{x \in \mathbb{R} - \left\{\frac{5}{3}\right\} \mid \underbrace{\frac{6}{3x-5}}_I \in \left(-\infty, \frac{3}{2}\right]\right\} = \left(-\infty, \frac{5}{3}\right] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$$



$$I \rightarrow \frac{6}{3x-5} \leq \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{6}{3x-5} - \frac{3}{2} \leq 0 \Rightarrow \frac{12-9x+15}{2(3x-5)} \leq 0 \Rightarrow \frac{-9x+27}{2(3x-5)} \leq 0.$$



$$fog(x) = f(g(x)) = \sqrt{3 - 2\left(\frac{6}{3x-5}\right)} = \sqrt{\frac{9x-27}{3x-5}}$$

پ) $f(x) = \sqrt{x+2}$, $g(x) = \sqrt{x^2-16}$ $D_{gof}, gof(x)$

$$D_f = [-2, +\infty), D_g = x^2 - 16 \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 16 \rightarrow |x| \geq 4 \rightarrow D_g = (-\infty, -4] \cup [4, +\infty)$$

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in [-2, +\infty) \mid \sqrt{x+2} \in (-\infty, -4] \cup [4, +\infty)\} = [14, +\infty)$$

$$I \rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+2} \leq -4 & \text{غیر قابل قبول} \\ \sqrt{x+2} \geq 4 & \xrightarrow{\text{۲۷ تا}} x+2 \geq 16 \rightarrow x \geq 14 \end{cases} \rightarrow x \in [14, +\infty)$$

$$gof(x) = g(f(x)) = \sqrt{(\sqrt{x+2})^2 - 16} = \sqrt{x-14}$$

ت) $f(x) = \sin x$, $g(x) = \sqrt{x}$ $D_{gof}, gof(x)$

$$D_f = R, D_g = [0, +\infty)$$

$$D_{gof} = \{x \in R \mid \underbrace{\sin x \in [0, +\infty)}_I\} = [2k\pi, 2k\pi + \pi]$$

$$I \rightarrow \sin x \geq 0 \xrightarrow{\text{نایابی اول و دویست}} x \in [2k\pi, 2k\pi + \pi]$$

$$g(f(x)) = \sqrt{\sin x}$$

۶- اگر $f(x) = 3x + 4$ و $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$ ، ضابطه $g(x)$ را بدست آورید.

$$f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$$

$$f(x) = 3x - 4$$

$$f(g(x)) = 3g(x) - 4$$

$$\Rightarrow 3g(x) - 4 = 3x^2 - 6x + 14 \rightarrow 3g(x) = 3x^2 - 6x + 18 \rightarrow g(x) = x^2 - 2x + 6$$

برای اینکه ضابطه $(g \circ f)(x)$ را بدست آوریم، کافی است فودمان f را بگیریم.

تشکیل دهیم و مساوی عبارت داره شده قرار دهیم

$$fog(5) = -25, g(x) = \sqrt{x^2 - 4}, f(x) = x^2 - 4$$

باشد $f(5) = 25$ باشد، $g(25) = \sqrt{25 - 4} = 5$ باشد.

www.my-dars.ir

$$f(g(5)) = f(\sqrt{21}) = (\sqrt{21})^2 - 4 = 17$$

$$g(5) = \sqrt{5^2 - 4} = \sqrt{21}$$

مشاهده می‌کنیم $fog(5) = 17$ می‌باشد پس قسمت الف نادرست است.

ب) برای دو تابع f و g که $f \neq g$ ، $f(g(x)) = (gof)(x)$ هیچ وقت برقرار نیست.

$fog(x) = gof(x)$ مشاهده می‌کنیم که $f(x) = x$ و $g(x) = -x$ نادرست است.

$$f(g(x)) = (-x) = -x, g(f(x)) = -(x) = -x$$

پ) اگر $f(4) = 5$ و $g(4) = 7$ آنگاه $f(7) = 5$ و $g(5) = 4$ درست است.

درست است

$$f(g(4)) \xrightarrow{g(4)=7} f(7) = 5$$



۸- تابع $h(x) = (3x^3 - 4x + 1)^{\frac{1}{3}}$ ترکیب کدام تابع زیر است؟

(الف) $f(x) = \sqrt[3]{x}, g(x) = 3x^3 - 4x + 1$

$$f(g(x)) = \sqrt[3]{3x^3 - 4x + 1} \neq h(x)$$

$$g(f(x)) = 3(\sqrt[3]{x})^3 - 4(\sqrt[3]{x}) + 1 \neq h(x)$$

(ب) $f(x) = x^{\frac{1}{3}}, g(x) = 3x^3 - 4x + 1$

$$f(g(x)) = (3x^3 - 4x + 1)^{\frac{1}{3}} = h(x)$$

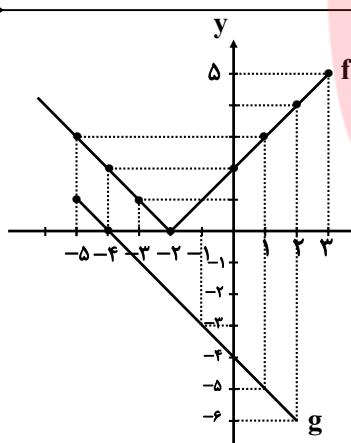
$$g(f(x)) = 3(x^{\frac{1}{3}})^3 - 4x^{\frac{1}{3}} + 1 \neq h(x)$$

۹- هر یک از توابع زیر را به ورت ترکیب دو تابع بنویسید.

(الف) $h(x) = \sqrt[3]{x^3 + 1} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = \sqrt[3]{x} \\ g(x) = x^3 + 1 \end{cases} \rightarrow f(g(x)) = \sqrt[3]{x^3 + 1}$

(ب) $L(x) = \sqrt{x^3 + 5} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = \sqrt{x} \\ g(x) = x^3 + 5 \end{cases} \rightarrow f(g(x)) = \sqrt{x^3 + 5}$

۱۰- با توجه به نمودارهای توابع f و g ، مقادیر زیر را در صورت وجود بیابید.



(الف) $f \circ g(-1) = f(g(-1)) = f(-3) = 1$

(ب) $g \circ f(0) = g(f(0)) = g(2) = -6$

(پ) $f \circ g(1) = f(g(1)) = f(-5) = 3$

(ت) $g \circ f(-1) = g(f(-1)) = g(1) = -5$

۱۱- با توجه به ضابطه‌های توابع f و g ، معادلات مورد نظر را تشکیل داده و آنها را حل کنید.

(الف) $f(x) = 2x - 5, g(x) = x^3 - 3x + 1, f \circ g(x) = 7$

$$f(g(x)) = 2(x^3 - 3x + 1) - 5 = 2x^3 - 6x + 2 - 5 = 2x^3 - 6x - 3 = 7 \rightarrow 2x^3 - 6x - 10 = 0$$

$$\xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = 2 \end{cases}$$

(ب) $f(x) = 3x^3 + x - 1, g(x) = 1 - 2x, g \circ f(x) = -5$

$$g(f(x)) = 1 - 2(3x^3 + x - 1) = -5 \rightarrow -6x^3 - 2x + 3 = -5 \rightarrow -6x^3 - 2x + 8 = 0$$

$$\xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

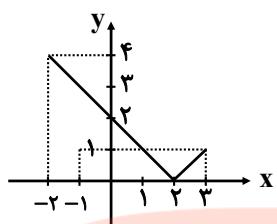


سوالات مربوط به تبدیل توابع

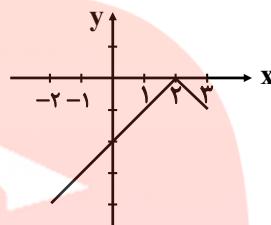
۱- نمودار تابع $f(x) = |x - 2|$ را در بازه $[-2, 3]$ رسم کنید و به کمک آن نمودار تابع $g(x) = -|x - 2|$

و $k(x) = -\frac{1}{2}|2-x|$ و $h(x) = \frac{1}{2}|x-2|$ را رسم کنید.

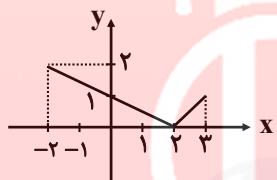
$$f(x) = |x - 2|$$



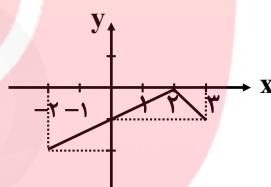
$$g(x) = -|x - 2|$$



$$h(x) = \frac{1}{2}|x-2|$$

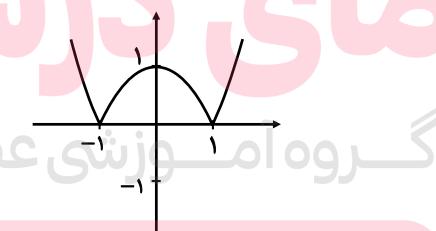
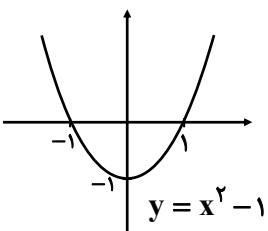


$$k(x) = -\frac{1}{2}|2-x|$$



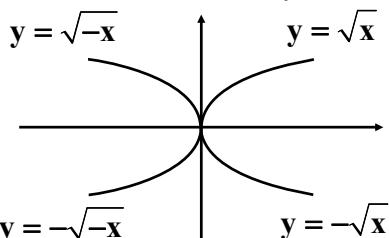
۲- نمودار تابع $y = |1-x^2|$ را رسم کنید.

می‌دانیم اگر کل عبارت داخل قدر مطلق باشد، ابتدا نمودار را بدون در نظر گرفتن قدر مطلق رسم می‌کنیم و سپس قسمت پایین محور x ها به بالا منتقل می‌شود

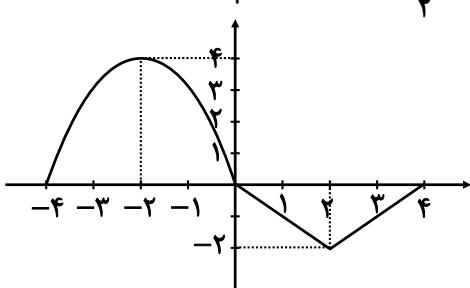


www.my-dars.ir

۳- نمودار توابع $y = \sqrt{x}$ و $y = -\sqrt{-x}$ را به کمک نمودار $y = -\sqrt{-x}$ را رسم کنید.



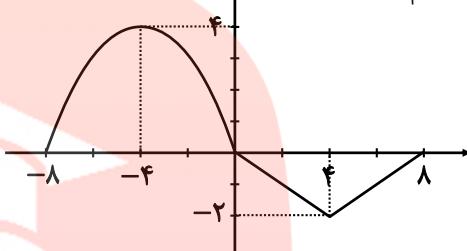
۴- نمودار تابع f با دامنه $[-4, 4]$ به صورت زیر رسم شده است. نمودار تابع $y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$ را رسم کنید



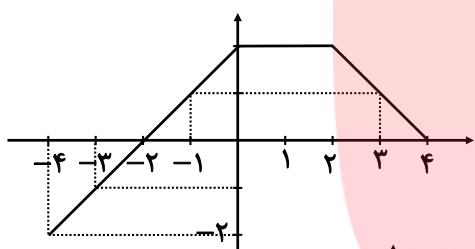
$$-4 \leq \frac{1}{2}x \leq 4 \Rightarrow -8 \leq x \leq 8$$

x	-8	-4	0	4	8
$f\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	4	0	-2	0

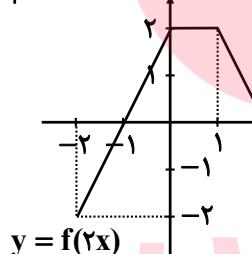
برای تعیین دامنه $y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:



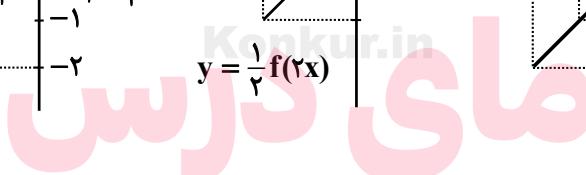
۵- با استفاده از نمودار تابع f ، نمودار های خواسته شده را رسم کنید:



$$y = \frac{1}{2}f(2x) - 1$$



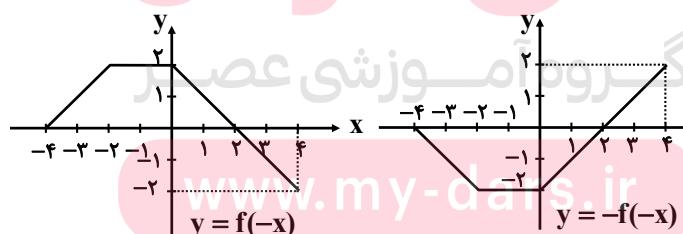
$$y = f(2x)$$



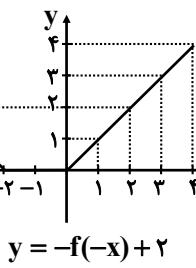
$$y = \frac{1}{2}f(2x)$$

$$y = \frac{1}{2}f(2x) - 1$$

$$y = -f(-x) + 2$$

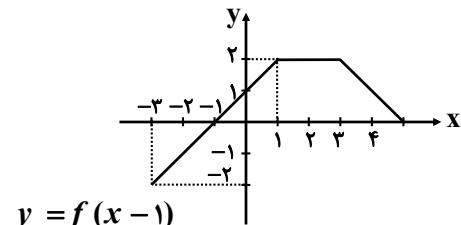


$$y = f(-x)$$

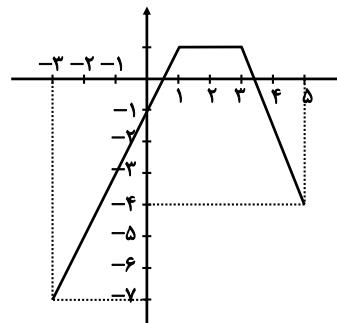


$$y = -f(-x) + 2$$

$$y = 2f(x-1) - 3$$

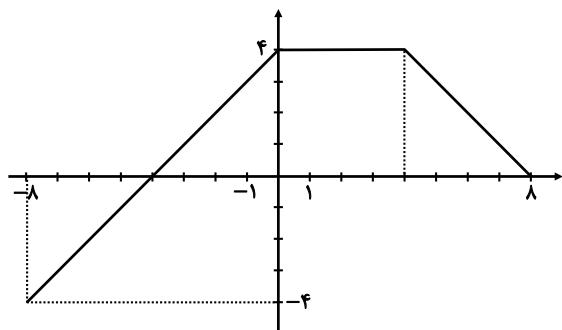


$$y = f(x-1)$$

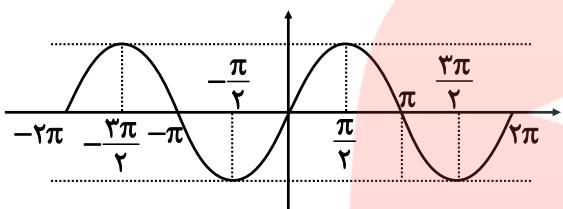




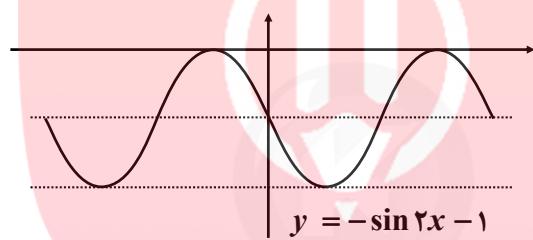
$$y = 2f\left(\frac{1}{3}x\right)$$



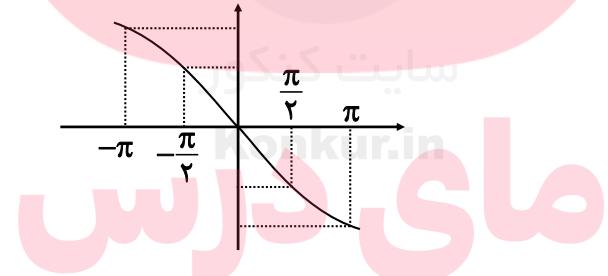
۶- توابع ۱) $y = \sin x$ و $y = -\sin 2x - 1$ را به کمک نمودار تابع $y = 2\sin(-\frac{1}{3}x)$ در بازه $[-\pi, \pi]$ رسم کنید.



الف) $y = -\sin 2x - 1$



ب) $y = 2\sin(-\frac{1}{3}x)$



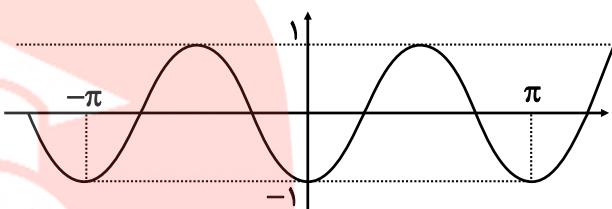
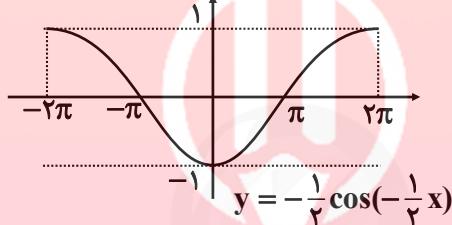
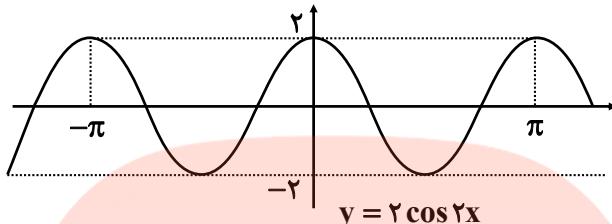
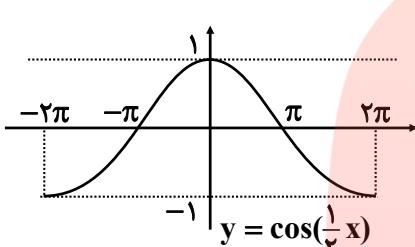
۷- با استفاده از نمودار $y = \cos x$ توابع زیر رسم شده است. ضابطه هر نمودار را مشخص کنید.

(الف) $-\frac{1}{2} \cos(-\frac{1}{2}x)$

(ب) $y = \cos(\frac{1}{2}x)$

(ب) $y = 2 \cos 2x$

(ت) $y = -\cos 2x$



سوالات مربوط به تابع وارون

۱- ضابطه‌ی تابع وارون توابع زیر را در صورت وجود بدست آورید.

(الف) $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

$D_f = \mathbb{R}$ $R_f = \mathbb{R}$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 3 \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = -\frac{1}{2}y + 3 \rightarrow -\frac{1}{2}y = x - 3 \rightarrow$$

$$y = -2x + 6 \rightarrow f^{-1}(x) = -2x + 6$$

(ب) $D_{f^{-1}} = \mathbb{R}$ $R_{f^{-1}} = \mathbb{R}$

(ب) $g(x) = 1 + \sqrt{x - 2}$

$D_g = [2, +\infty)$ $R(g) = [1, +\infty)$

$$g(x) = 1 + \sqrt{x - 2} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = 1 + \sqrt{y - 2} \rightarrow \sqrt{y - 2} = x - 1 \rightarrow$$

$$y - 2 = (x - 1)^2 \rightarrow g^{-1}(x) = (x - 1)^2 + 2$$

$D_{g^{-1}} = [1, +\infty)$ $R_{g^{-1}} = [2, +\infty)$

(ب) $h(x) = x^r + 1$

$D_h = [0, +\infty)$ $R_h = [1, +\infty)$

$$h(x) = x^r + 1 \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = y^r + 1 \rightarrow y^r = x - 1 \rightarrow y = \sqrt[r]{x - 1} \rightarrow h^{-1}(x) = \sqrt[r]{x - 1}$$

$D_{h^{-1}} = [1, +\infty)$ $R_{h^{-1}} = [0, +\infty)$



۲- ضابطه‌ی تابع وارون توابع یک به یک زیر را بدست آورید.

$$(الف) f(x) = \frac{-8x + 3}{2}$$

$$f(x) = \frac{-8x + 3}{2} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = \frac{-8y + 3}{2} \rightarrow -8y = 2x - 3$$

$$\rightarrow y = \frac{-2x + 3}{8} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-2x + 3}{8}$$

$$(ب) g(x) = -5 - \sqrt{3x + 1}$$

$$g(x) = -5 - \sqrt{3x + 1} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = -5 - \sqrt{3y + 1} \rightarrow$$

$$-\sqrt{3y + 1} = x + 5 \rightarrow 3y + 1 = (x + 5)^2 \rightarrow 3y = (x + 5)^2 - 1$$

$$\rightarrow y = \frac{(x + 5)^2 - 1}{3} \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{(x + 5)^2 - 1}{3}$$

۳- در مورد هر یک از قسمت‌های زیر نشان دهید که f و g وارون یکدیگرند.

$$(الف) f(x) = \frac{-7}{2}x - 3 \quad , \quad g(x) = -\frac{2x + 6}{7}$$

$$fog(x) = f(g(x)) = -\frac{7}{2}\left(-\frac{2x + 6}{7}\right) - 3 = x + 3 - 3 = x$$

$$gof(x) = g(f(x)) = \frac{-2\left(-\frac{7}{2}x - 3\right) + 6}{7} = \frac{7x + 6 + 6}{7} = x$$

$$(ب) f(x) = -\sqrt{x - 8} \quad , \quad g(x) = 8 + x^2 : x \leq 0$$

$$fog(x) = f(g(x)) = -\sqrt{8 + x^2 - 8} = -\sqrt{x^2} = -|x| \xrightarrow{x \leq 0} -(-x) = x$$

$$gof(x) = g(f(x)) = 8 + (-\sqrt{x - 8})^2 = 8 + x - 8 = x$$

۴- رابطه‌ی بین درجه‌ی سانتی‌گراد و فارنهایت که برای اندازه‌گیری دما استفاده می‌شوند به صورت ۳۲

است که در آن x میزان درجه‌ی سانتی‌گراد و (x) میزان درجه‌ی فارنهایت است. (x) f^{-1} را بدست آورده و توضیح دهید چه چیزی را نشان می‌دهد؟

$$f(x) = \frac{9}{5}x + 32 \xrightarrow{y \leftrightarrow x} x = \frac{9}{5}y + 32 \rightarrow 5x = 9y + 160 \rightarrow$$

$$9y = 5x - 160 \rightarrow y = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$$

میزان تغییرات درجه نسبت به فارنهایت را نشان می‌دهد.

۵- توابع زیر یک به یک نیستند. با محدود کردن دامنه‌ی آنها توابعی یک به یک بسازید:

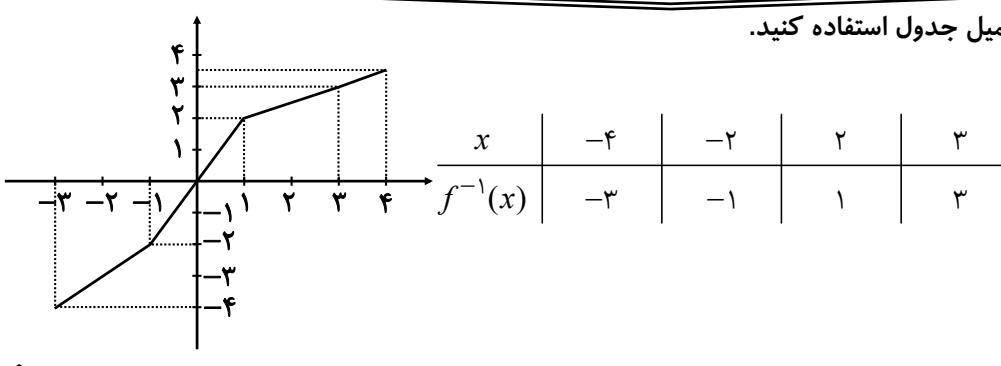
$$(الف) f(x) = |x| \quad x \geq 0$$

$$(ب) g(x) = -x^2 \quad x \leq 0$$

$$(پ) h(x) = (x + 2)^2 - 1 \quad x \geq 0$$



۶- از نمودار تابع f برای تکمیل جدول استفاده کنید.



۷- با محدود کردن دامنهٔ تابع $f(x) = x^3 - 4x + 5$ ، یک تابع یک به یک بدست آورده و دامنه و برد f و وارون آن را بنویسید و این دو تابع را رسم کنید.

$$f(x) = x^3 - 4x + 5 = (x-2)^3 + 1$$

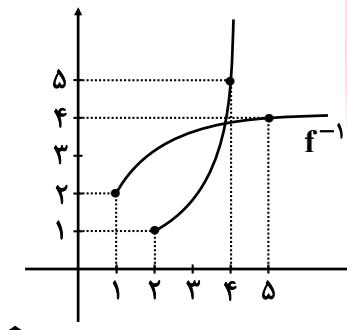
$$D_f = [2, +\infty)$$

$$R_f = [1, +\infty)$$

$$y = (x-2)^3 + 1 \rightarrow y-1 = (x-2)^3 \rightarrow x-2 = \pm\sqrt[3]{y-1} \Rightarrow$$

$$x = \pm\sqrt[3]{y-1} + 2 \xrightarrow{x \geq 2} f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} + 2 \quad D_{f^{-1}} = [1, +\infty)$$

$$R_{f^{-1}} = [2, +\infty)$$



۸- اگر $f(x) = \frac{1}{\lambda}x - 3$ و $g(x) = x^3$ ، مقادیر زیر را بدست آورید:

$$(fog)^{-1}(5)$$

$$fog(x) = f(g(x)) = \frac{1}{\lambda}x^3 - 3 \rightarrow y + 3 = \frac{1}{\lambda}x^3 \rightarrow$$

$$x^3 = \lambda y + 24 \rightarrow x = \sqrt[3]{\lambda y + 24}$$

$$(fog)^{-1}(x) = \sqrt[3]{\lambda x + 24}$$

$$(fog)^{-1}(5) = \sqrt[3]{\lambda \times 5 + 24} = \sqrt[3]{64} = 4$$

$$(f^{-1} \circ f^{-1})(6) = f^{-1}(\underbrace{f^{-1}(6)}_{\lambda(6+3)=72}) = f^{-1}(6) = \lambda(72+3) = 600$$

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(6) = g^{-1}(\underbrace{f^{-1}(6)}_{\lambda(6+3)=64}) = g^{-1}(64) = \sqrt[3]{64} = 4$$