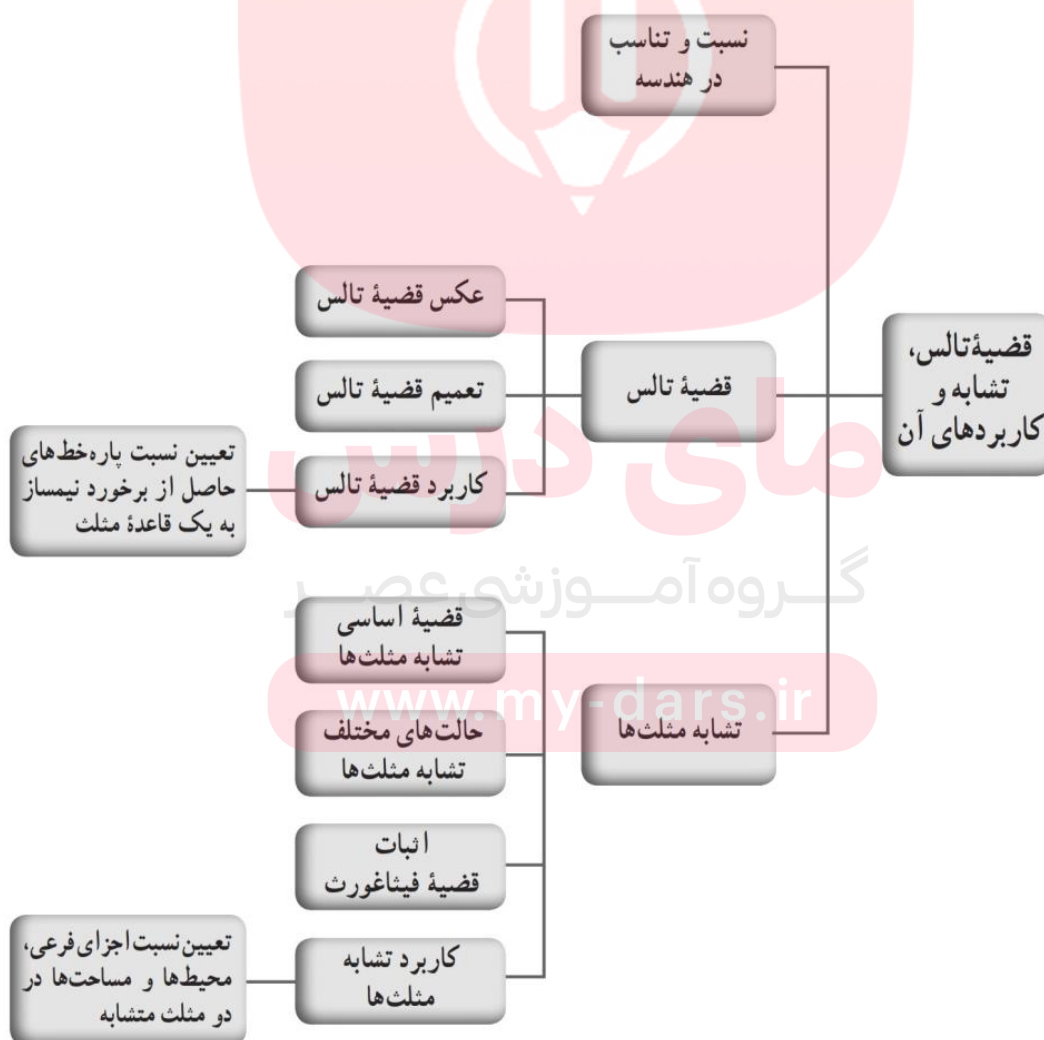


فصل دوم

قضیه تالس و تشابه



درس اول : نسبت و تناسب در هندسه

تناسب : یک تساوی از نسبت ها را تناسب می گویند . $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

ویژگی های تناسب :

۱	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$	$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} \Leftrightarrow 3 \times 10 = 5 \times 6$	$b \neq 0$ و $d \neq 0$	(طرفین وسطین کردن)
۲	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$	$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{10}{4}$	$a \neq 0$ و $b \neq 0$ و $c \neq 0$ و $d \neq 0$	(معکوس کردن طرفین تناسب)
۳	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ یا $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$	$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} \Rightarrow \frac{9}{3} = \frac{6}{2}$	$a \neq 0$ و $b \neq 0$ و $c \neq 0$ و $d \neq 0$	(تعویض جای طرفین یا وسطین)
۴	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ یا $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$	$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$	$b \neq 0$ و $d \neq 0$	(ترکیب نسبت در صورت یا مخرج)
۵	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ یا $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$	$\frac{30}{21} = \frac{20}{14} \Rightarrow \frac{9}{21} = \frac{6}{14}$	$b \neq 0$ و $d \neq 0$	(تفصیل نسبت در صورت یا مخرج)
۶	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	$\frac{4}{6} = \frac{8}{12} \Rightarrow \frac{12}{18} = \frac{8}{12} = \frac{4}{6}$	$b \neq 0$ و $d \neq 0$	

تمرین : اگر $\frac{1}{y} = \frac{x-1}{2} = \frac{x}{3}$ ، مقدار x, y را بیابید .

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

تمرین : اگر $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6} = \frac{3}{5}$ ، حاصل $x+y+z$ چقدر است ؟

تمرین : اگر $\frac{a}{a+b} = \frac{3}{5}$ ، حاصل $\frac{a+3}{b+2}$ چقدر است ؟

تمرین: اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2}{5}$ ، حاصل $\frac{a+3c+4}{b+3d+10}$ را بیابید.

واسطه هندسی دو عدد: اگر در یک تناسب دو عدد طرفین یا دو عدد وسطین برابر باشند خواهیم داشت: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow b^2 = ac$

که b را واسطه هندسی دو عدد a, c می گویند.

تمرین: واسطه هندسی دو عدد ۲ و ۸ را بیابید.

تمرین: واسطه هندسی اعداد $3\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$ را محاسبه کنید.

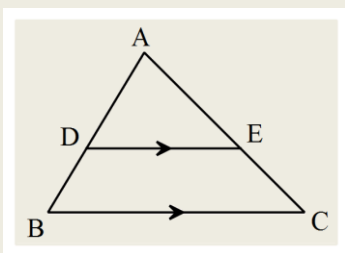
درس دوم: قضیه تالس

تالس

تالس فیلسوف و دانشمند یونانی هم عصر با کوروش که او را آغازگر فلسفه و علم می دانند، حدود ۲۶۰۰ سال پیش در شهر میلیتوس یونان به دنیا آمد. وی توانست خورشید گرفتگی سال ۵۸۵ قبل از میلاد را پیش بینی و همچنین ارتفاع اهرام مصر را اندازه گیری کرد.

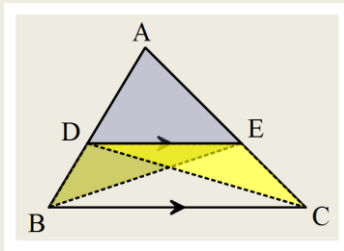
www.my-dars.ir

قضیه تالس: هرگاه خطی موازی با یکی از اضلاع مثلث، دو ضلع دیگر را قطع کند روی آن دو ضلع پاره خط های متناسب ایجاد می کند.



$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \quad (\text{رابطه جزء به جزء})$$

اثبات : پاره خط های DC, BE را رسم می کنیم :



درمثلث ADC به دلیل داریم : $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DEC}} = \frac{AD}{DC}$

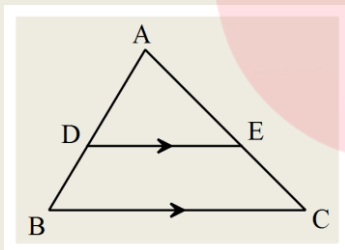
درمثلث ABE به دلیل داریم : $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DEB}} = \frac{AE}{EB}$

از طرفی به دلیل داریم : $S_{\triangle DEC} = S_{\triangle DEB}$

از سه رابطه قبل نتیجه می شود : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

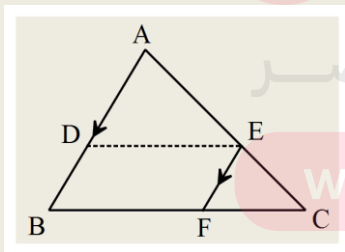
نتیجه : اگر در تناسب قضیه تالس ، ترکیب در مخرج انجام دهیم داریم : $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ (رابطه جزء به کل)

تعمیم قضیه تالس : اگر خطی موازی یکی اط اضلاع مثلث دو ضلع دیگر را قطع کند ، اضلاع مثلث بوجود آمده با اضلاع مثلث اصلی متناسب است .



$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

اثبات : پاره خط EF را موازی AB رسم می کنیم :



از $DE \parallel BC$ طبق رابطه جزء به جزء داریم : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

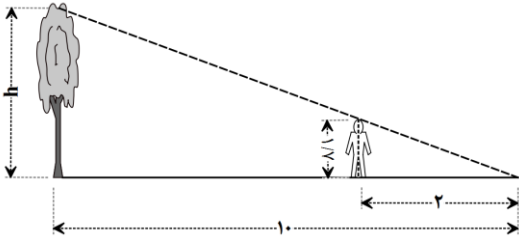
از $EF \parallel AB$ طبق رابطه جزء به جزء داریم : $\frac{AE}{EC} = \frac{BF}{FC}$

از دو تناسب قبل نتیجه می شود : $\frac{AD}{DB} = \frac{BF}{FC}$

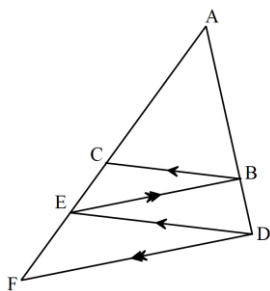
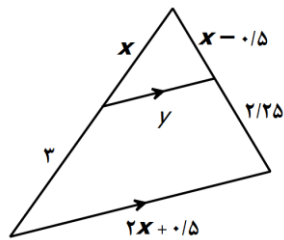
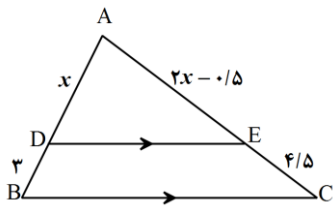
از آنجایی که چهار ضلعی $BDEF$ متوازی الاضلاع است پس $BF = DE$ در نتیجه تناسب قبل تبدیل می شود به : $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$

و طبق رابطه جزء به کل و این تناسب خواهیم داشت : $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

مسئله: در یک زمان مشخص از ظهر سایه درختی ۱۰ متر و سایه شخصی ۲ متر است. اگر قد شخص ۱۷۰ سانتی متر باشد، ارتفاع درخت چقدر است؟ (شخص می تواند به اندازه ای به درخت نزدیک شود که انتهای سایه اش با انتهای سایه درخت منطبق شود)



تمرین: مقدار x, y را در شکل های زیر بیابید.



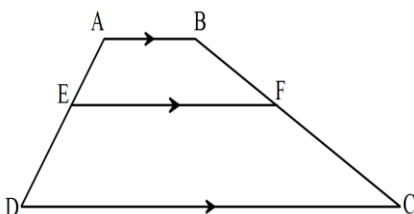
تمرین: در شکل زیر ثابت کنید $AE^2 = AC \cdot AF$

مای درس

گروه آموزشی عصر

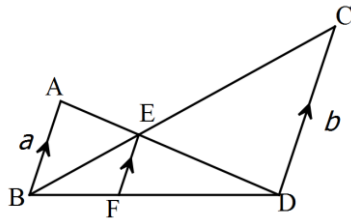
www.my-dars.ir

تمرین: ثابت کنید اگر خطی موازی قاعده های دوزنقه دو ضلع دیگر را قطع کند روی آنها پاره های متناسب ایجاد می کند (قضیه تالس در دوزنقه)

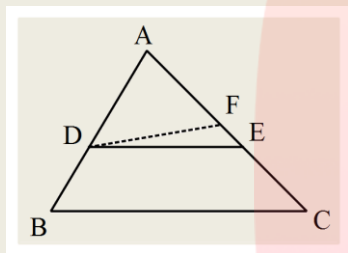


تمرین : اگر سه خط مشخص شده موازی باشند . فرمولی بیابید که طول پاره خط EF را بر حسب طول دو پاره خط موازی آن بدهد .

(راهنمایی : دوبار رابطه تالس و مجموع این دو تناسب)



عکس قضیه تالس : اگر خطی دو ضلع مثلث را طوری قطع کند که روی آنها پاره های متناسب ایجاد کند ، این خط با ضلع سوم مثلث موازی است .



$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow DE \parallel BC$$

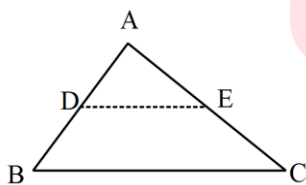
اثبات : فرض کنید $DE \parallel BC$ پس می توان از نقطه D پاره خط DF را موازی BC

رسم کرد بنابر این طبق رابطه جز به کل داریم :

از رابطه جز به کل فرض قضیه نیز داریم :

از رابطه های قبل نتیجه می شود که $\dots = \dots$ و این یعنی نقاط F, E یکی هستند پس $DE \parallel BC$

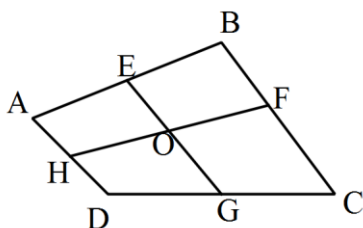
تمرین : ثابت کنید اگر وسط دو ضلع از مثلثی را به هم وصل کنیم پاره خط حاصل موازی ضلع سوم مثلث است .

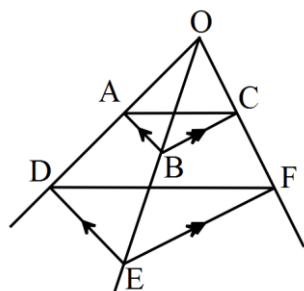


www.my-dars.ir

تمرین : ثابت کنید در هر چهار ضلعی دلخواه ، دو پاره خطی که وسط اضلاع مقابل را به هم وصل می کنند ، همدیگر را نصف می کنند

(راهنمایی : نشان چهار ضلعی EFGH متوازی الاضلاع است)

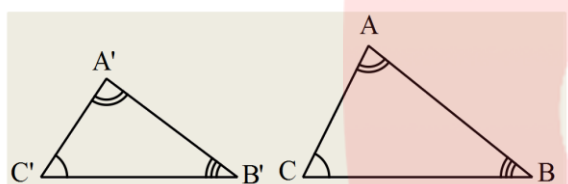




تمرین : در شکل مقابل ثابت کنید $AC \parallel DF$.

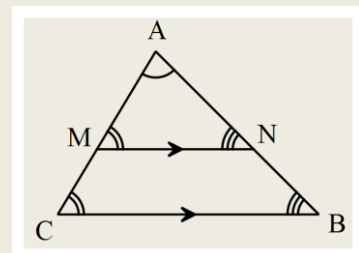
درس سوم : تشابه

دو مثلث متشابه : دو مثلث متشابه هستند اگر و تنها اگر زاویه های آنها برابر و اضلاع آنها متناسب باشند .



$$\hat{A} = \hat{A'}, \hat{B} = \hat{B'}, \hat{C} = \hat{C'} \quad , \quad \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$

قضیه اساسی تشابه : اگر خطی موازی یکی از اضلاع مثلث دو ضلع دیگر را قطع کند ، مثلث بوجود آمده با مثلث اصلی متشابه است .



اثبات : زاویه A مشترک و زاویه های دیگر نیز طبق قضیه خطوط موازی برابرند .

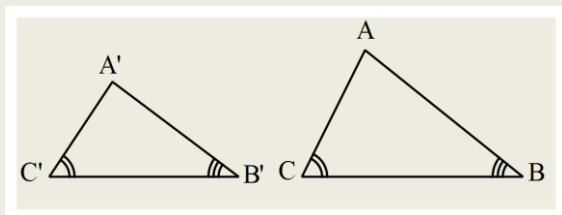
از طرفی طبق رابطه تعمیم قضیه تالس نسبت اضلاع نیز برابرند .

های درس
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

حالت های تشابه دو مثلث :

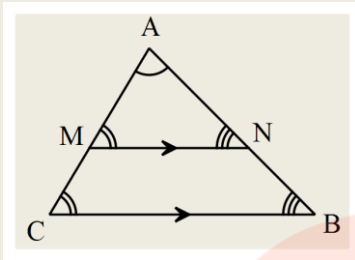
قضیه ۱ : هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند ، دو مثلث متشابه هستند .



$$\hat{B} = \hat{B'}, \hat{C} = \hat{C'} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

اثبات : روی اضلاع AB و AC اضلاع AN و AM را به ترتیب به اندازه $A'B'$ ، $A'C'$ جدا می کنیم و مثلث AMN را تشکیل می

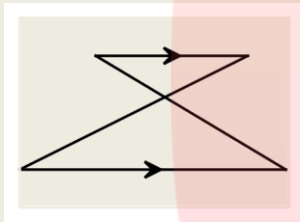
دهیم . چون و دو زاویه دیگر این دو مثلث برابرند ، پس $\hat{A} = \hat{A}'$



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A}' \\ AM = A'C' \\ AN = A'B' \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\triangle A'B'C' \cong \triangle AMN} \Rightarrow \dots = \dots$$

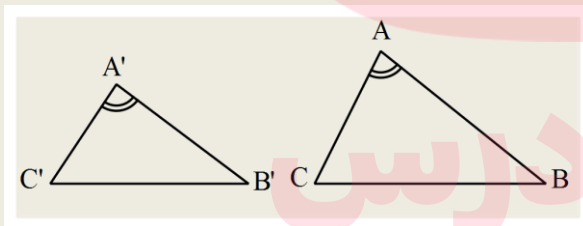
$$\dots = \dots, \hat{C}' = \hat{C} \Rightarrow \hat{M} = \hat{C} \Rightarrow \boxed{\dots \parallel \dots}$$

در نتیجه طبق قضیه اساسی تشابه پس $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$.



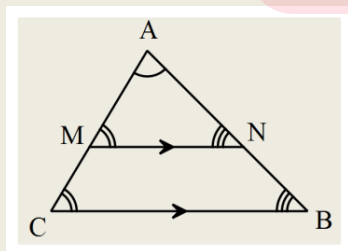
نتیجه : در شکلی به صورت مقابل همیشه دو مثلث متشابه هستند .

قضیه ۲ : هرگاه دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگر متناسب و زاویه بین آنها برابر باشند ، دو مثلث همنهشتند .



$$\hat{A} = \hat{A}', \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

اثبات : روی اضلاع AB و AC اضلاع AN و AM را به ترتیب به اندازه $A'B'$ ، $A'C'$ جدا می کنیم و مثلث AMN را تشکیل می دهیم.

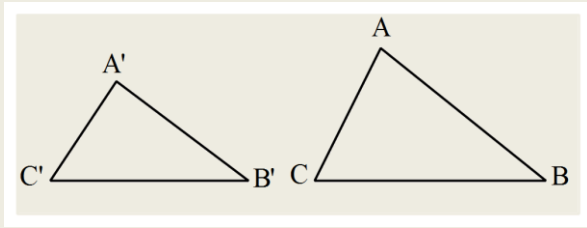


$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A}' \\ AM = A'C' \\ AN = A'B' \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\triangle A'B'C' \cong \triangle AMN}$$

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \Rightarrow \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow \boxed{MN \parallel BC}$$

در نتیجه طبق قضیه اساسی تشابه $\triangle AMN \sim \triangle ABC$ پس $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$.

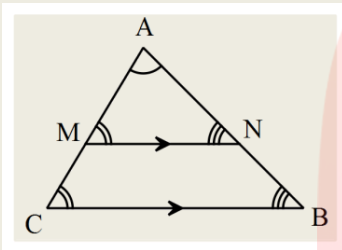
قضیه ۳: هرگاه سه ضلع از مثلثی با سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشد، دو مثلث متشابه هستند.



$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

اثبات: روی اضلاع AB و AC اضلاع AN و AM را به ترتیب به اندازه A'B', A'C' جدا می کنیم و مثلث AMN را تشکیل می

دهیم.



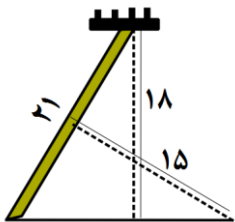
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \Rightarrow \frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow \boxed{MN \parallel BC}$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AC} \xrightarrow{AN=A'B'} \frac{A'B'}{AB} = \frac{MN}{BC}$$

با مقایسه تناسب با فرض داریم = در نتیجه $\boxed{\triangle AMN \cong \triangle A'B'C'}$ و چون طبق قضیه اساسی تشابه $\triangle AMN \sim \triangle ABC$

پس $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$.

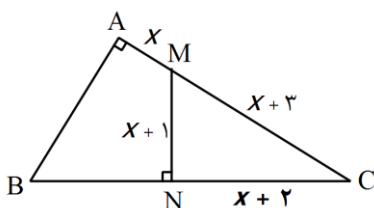
تمرین: در شکل زیر با عمود کردن الواری به طول ۱۵ متر می خواهیم تیرک در حال سقوط را ثابت کنیم. پای این الوار را در چه فاصله ای از پای تیرک قرار دهیم؟



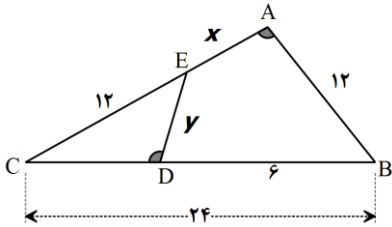
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

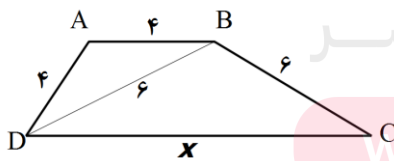
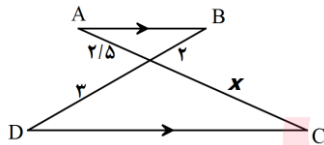
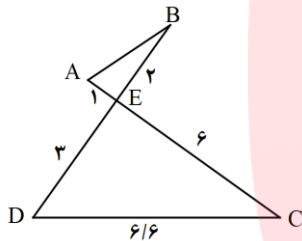
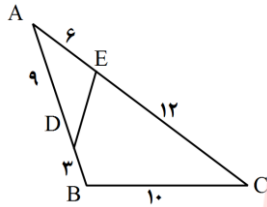
تمرین: مقدار X را بیابید.



تمرین : در شکل زیر زاویه های مشخص شده برابرند . مقدار x, y را بیابید .

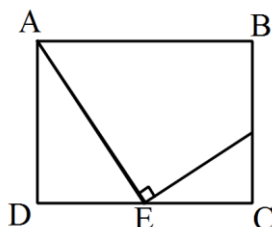


تمرین : در شکل های زیر مقدار x را بیابید .



تمرین : در مستطیل زیر E و F نقاط وسط اضلاع هستند . نسبت طول به عرض مستطیل را بیابید .

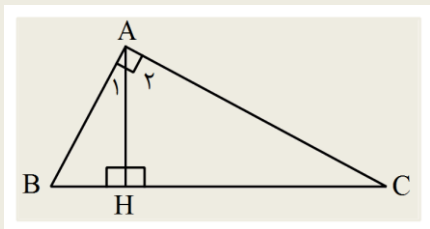
(راهنمایی : دو مثلث متشابه است ، اندازه اضلاع مستطیل را a و b گذاشته و نسبت تشابه را بنویسید)



قضیه : اگر در مثلث قائم الزاویه ارتفاع وارد بر وتر را رسم کنیم روابط زیر حاکم است .

$$AH^2 = BH \times CH \quad (\text{الف})$$

اثبات :



$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} + \hat{A}_1 = 90^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B} + \hat{A}_1 = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{B} = \hat{A}_2$$

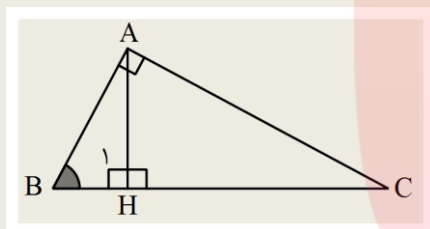
به همین ترتیب $\hat{C} = \hat{A}_1$ در نتیجه دو مثلث و بنا به حالت متشابه هستند پس :

$$\frac{AH}{BH} = \frac{CH}{AH} \Rightarrow AH^2 = BH \times CH$$

$$(AC^2 = CH \times BC \text{ همینطور})$$

$$AB^2 = BH \times BC \quad (\text{ب})$$

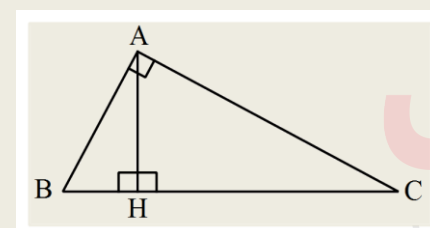
اثبات :



$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B} \\ \hat{H}_1 = \hat{A}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \dots \Rightarrow \frac{AB}{BH} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow AB^2 = BH \times BC$$

$$AH \times BC = AB \times AC \quad (\text{ج})$$

اثبات :



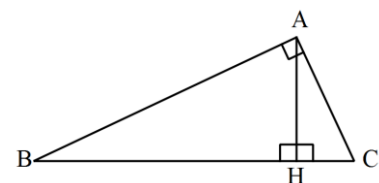
$$\left. \begin{array}{l} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AH \times BC \\ S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \end{array} \right\} \Rightarrow AH \times BC = AB \times AC$$

www.my-dars.ir

تمرین : در شکل مقابل با فرض های داده شده ، طول ضلع خواسته شده را بیابید .

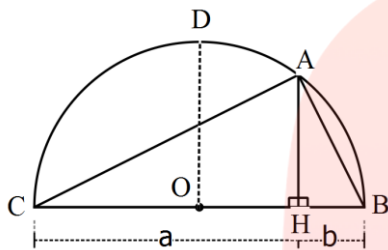
$$BH = 9, CH = 4, AH = ? \quad (\text{الف})$$

$$AB = 8, AC = 6, BH = ? \quad (\text{ب})$$

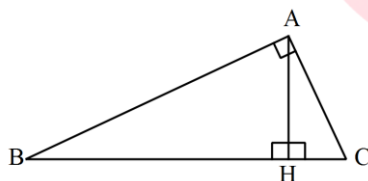


تمرین : در یک مثلث قائم الزاویه ارتفاع وارد بر وتر پاره خط هایی به طول $\frac{6}{4}$ و $\frac{3}{6}$ روی وتر ایجاد می کند . محیط مثلث را بیابید .

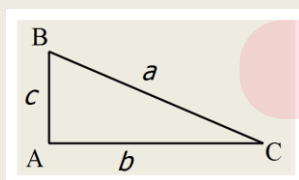
تمرین : با توجه به شکل داده شده ثابت کنید برای هر دو عدد حقیقی و مثبت a, b واسطه هندسی همواره کوچکتر یا مساوی واسطه حسابی است . یعنی همواره $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$. (راهنمایی : زاویه A قائمه است . چرا ؟)



تمرین : قضیه فیثاغورس را با استفاده از قضایای ارتفاع وارد بر وتر ثابت کنید .

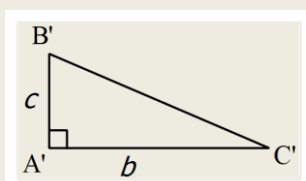


عکس قضیه فیثاغورس: اگر در مثلثی رابطه طول اضلاع $a^2 = b^2 + c^2$ باشد ، آن مثلث در قائم الزاویه است .



$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

اثبات : دو پارخط به طول های b, c عمود بر هم رسم می کنیم و مثلث $A'B'C'$ را تشکیل می دهیم :



طبق رابطه رابطه فیثاغورس داریم : $B'C'^2 = \dots + \dots$

و با مقایسه این رابطه با فرض قضیه داریم : $B'C'^2 = \dots$ پس $B'C' = \dots$

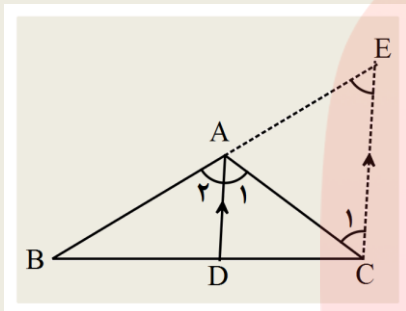
در نتیجه طبق حالت $A'B'C' \cong ABC$ هم نهشتند و $\hat{A} = 90^\circ$

درس چهارم : کاربرد های قضیه تالس و تشابه

(۱) قضیه نیمساز ها : در هر مثلث هر نیمساز زاویه داخلی ، ضلع قابل را به نسبت اضلاع زاویه قطع می کند .

$$\widehat{A} = \widehat{A} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

اثبات به کمک قضیه تالس :



از راس C خطی موازی AD رسم می کنیم تا امتداد AB را در E قطع کند :

$$\frac{AE}{ED} = \frac{AC}{CD} : \text{طبق قضیه تالس داریم}$$

اگر برای خطوط موازی AC را مورب در نظر بگیریم داریم : $\frac{AE}{ED} = \frac{AC}{CD}$

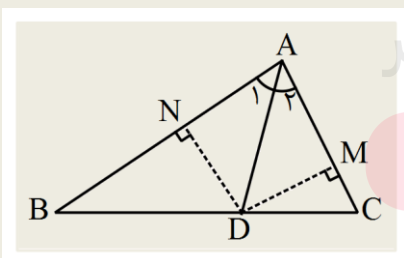
اگر برای خطوط موازی AE را مورب در نظر بگیریم داریم : $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$

با توجه به اینکه $\widehat{A} = \widehat{A}$ پس از روابط قبل نتیجه می شود که : $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} : \text{پس می توان با جایگذاری در تناسب به دست آمده به تساوی مقابل رسید}$$

اثبات به کمک نسبت مساحت ها :

از نقطه D ارتفاع های وارد بر اضلاع AC و AB را رسم می کنیم :



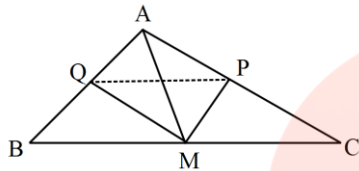
$$DM = DN : \text{ زیرا } \dots\dots\dots$$

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{\dots}{\dots} : \text{در نتیجه اگر AC و AB را قاعده مثلث ها فرض کنیم}$$

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{\dots}{\dots} : \text{از طرفی با فرض BD و DC به عنوان قاعده مثلث ها داریم}$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} : \text{از روابط بالا نتیجه می شود که}$$

تمرین : در مثلث ABC ، $AB = 7$ ، $AC = 5$ ، $BC = 8$ است . طول قطعه های ایجاد شده از نیمساز زاویه B روی ضلع مقابل را بیابید .

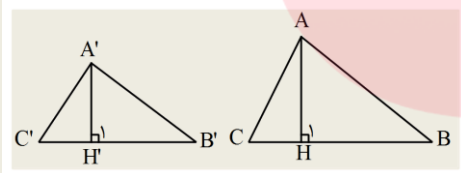


تمرین : در شکل مقابل AM میانه و MP و MQ نیمساز هستند . ثابت کنید $PQ \parallel BC$.

(۲) نسبت اجزای فرعی ، محیط ها و مساحت های دو مثلث متشابه :

قضیه : در دو مثلث متشابه نسبت اجزای فرعی متناظر (ارتفاع ، نیمساز ، میانه) برابر با نسبت تشابه است .

الف) ارتفاع ها :



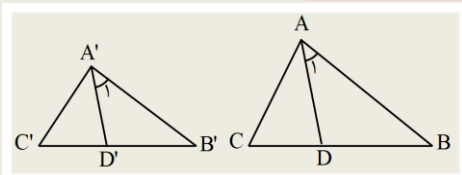
$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C', \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k \Rightarrow \frac{AH}{A'H'} = k$$

اثبات : چون $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ پس $\hat{B} = \hat{B}'$ از طرفی $\hat{H}_1 = \hat{H}'_1$ پس بنا به حالت دو مثلث و

$$\frac{AH}{A'H'} = \frac{AB}{A'B'} = k \text{ متشابه هستند لذا}$$

www.my-dars.ir

ب) نیمساز ها :

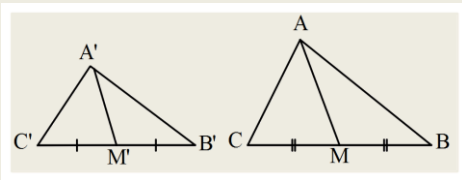


$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C', \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k \Rightarrow \frac{AD}{A'D'} = k$$

اثبات : چون $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ پس $\hat{B} = \hat{B}'$ و $\hat{A} = \hat{A}'$ لذا $\hat{A}_1 = \hat{A}'_1$ پس بنا به حالت دو مثلث و

$$\frac{AD}{A'D'} = \frac{AB}{A'B'} = k \text{ متشابه هستند و}$$

(ج) میانه ها :



$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C', \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k \Rightarrow \frac{AM}{A'M'} = k$$

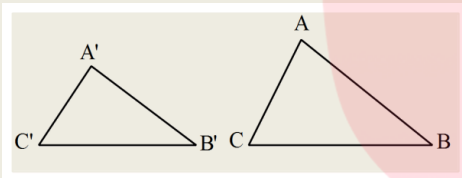
اثبات : چون $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ پس $\hat{B} = \hat{B}'$ از طرفی : $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$ که با تقسیم صورت و مخرج کسر دوم بر ۲ داریم :

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BM}{B'M'} \quad \text{لذا بنا به حالت دو مثلث و متشابه هستند.}$$

$$\frac{AM}{A'M'} = \frac{AB}{A'B'} = k \quad \text{بنابر این}$$

قضیه : در دو مثلث متشابه نسبت محیط ها برابر با نسبت تشابه و نسبت مساحت ها برابر با مجذور نسبت تشابه است .

(الف) محیط ها :

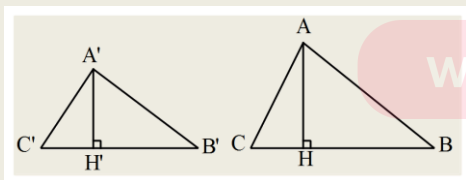


$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C', \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = k$$

اثبات : با توجه به ویژگی های تناسب :

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k \Rightarrow \frac{AB + AC + BC}{A'B' + A'C' + B'C'} = k \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = k$$

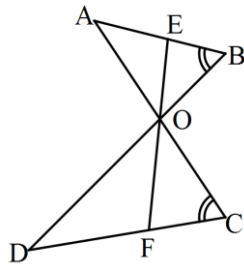
(ب) مساحت ها :



$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C', \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = k^2$$

اثبات : با توجه به اینکه نسبت ارتفاع ها برابر با نسبت تشابه است :

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2} \times AH \times BC}{\frac{1}{2} \times A'H' \times B'C'} = \frac{AH}{A'H'} \times \frac{BC}{B'C'} = k \times k = k^2$$



تمرین : در شکل مقابل $EF = 10$ نیسماز زاویه O است و $\hat{B} = \hat{C}$.

الف) دلیل تشابه مثلث های OAB و OCD را بیان کنید .

ب) اگر $\frac{OB}{OC} = \frac{2}{3}$ باشد ، طول OE و OF چقدر است ؟

تمرین : در دو مثلث متشابه نسبت ارتفاع های نظیر $\frac{1}{4}$ است . اگر مساحت مثلث کوچک ۵ باشد ، مساحت مثلث بزرگ چقدر است ؟

تمرین : طول اضلاع مثلثی ۶ و ۹ و $3\sqrt{3}$ و طول اضلاع مثلث دیگر ۴ و ۶ و $2\sqrt{3}$ است . نسبت مساحت مثلث بزرگ به مثلث کوچک چقدر است ؟

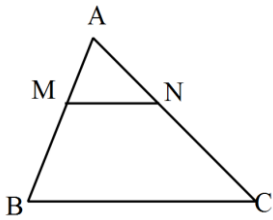
تمرین : طول اضلاع مثلثی ۱۰ و ۱۲ و ۱۵ و طول بلند ترین ضلع مثلث متشابه با آن ۱۰ است . محیط مثلث دوم چقدر است ؟

گروه آموزشی عصر

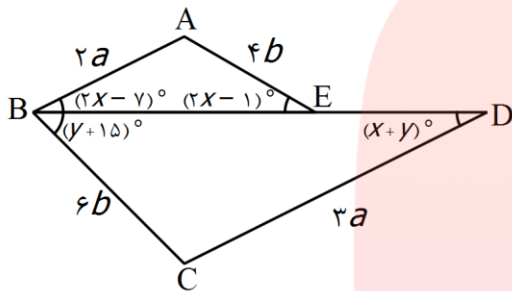
www.my-dars.ir

تمرین : اگر یک مثلث را به چهار مثلث همنهشت کوچک تقسیم کنیم ، نسبت محیط مثلث اصلی چند برابر محیط یکی از این مثلث های کوچک است ؟

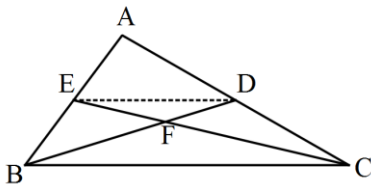
تمرین : در شکل مقابل $MN \parallel BC$ و مساحت دوزنقه $BCNM$ ، ۸ برابر مساحت مثلث AMN است . نسبت $\frac{MB}{MA}$ را بیابید .



تمرین : در شکل مقابل $BE = 2DE$ ، x, y را بیابید و نسبت مساحت مثلث BCD به مساحت ABE را حساب کنید .

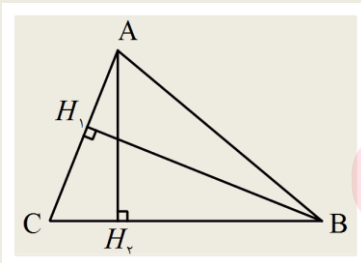


تمرین : در شکل مقابل BD و CE میانه هستند. نسبت مساحت مثلث FBC به مساحت FED چقدر است ؟



قضیه : در هر مثلث نسبت طول دو ضلع با عکس نسبت ارتفاع های وارد شده بر آنها برابر است .

اثبات

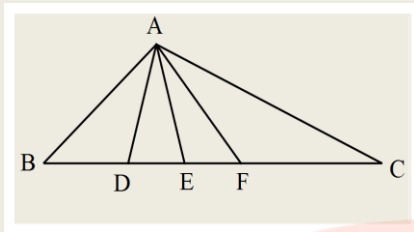


$$\left. \begin{aligned} S_{ABC} &= \dots \times AH \times \dots \\ S_{ABC} &= \dots \times BH \times \dots \end{aligned} \right\} \Rightarrow \dots = \dots \Rightarrow \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

تمرین : طول اضلاع مثلثی ۴ و ۶ و ۸ است و طول بلند ترین ارتفاع آن $\frac{3\sqrt{15}}{2}$ است . طول ارتفاع های دیگر مثلث را بیابید .

نسبت مساحت های دو مثلث هم ارتفاع :

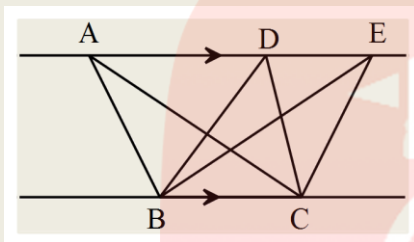
قضیه : نسبت مساحت دو مثلث با ارتفاع های برابر ، مساوی با نسبت قاعده ها است .



$$\frac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

$$\frac{S_{AEB}}{S_{AEF}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

نتیجه : مساحت دو مثلث با ارتفاع ها و قاعده های برابر ، مساویند .

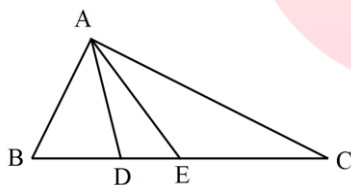


$$\frac{S_{ABC}}{S_{EBC}} = \dots\dots$$

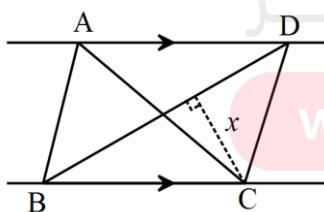
$$\frac{S_{ABC}}{S_{DBC}} = \dots\dots$$

تمرین : در شکل قبل اگر مساحت مثلث ACE سه برابر مساحت مثلث ADE و دو برابر مساحت مثلث ABD است . نسبت های

$$\frac{BC}{DE} \text{ و } \frac{DE}{BD} \text{ را بنویسید .}$$



تمرین : در شکل مقابل مساحت مثلث ABC برابر ۸ است . و طول $BD = 6$ ، فاصله نقطه C از BC چقدر است ؟



www.my-dars.ir