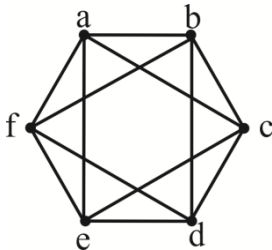


نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۱ صفحه

آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

نام درس: ریاضیات گسسته
 نام دبیر:
 تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۲
 ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر a و b دو عدد حقیقی باشند ثابت کنید $a^2 + b^2 + ab^3 = 0$	۱
۲	اگر α و β دو عدد گنگ باشند، به طوری که $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha - \beta$ گنگ است.	۲
۲	ثابت کنید مربع یک عدد فرد به صورت $8k + 1$ است.	۲
۲	چند عدد صحیح a وجود دارد به طوری که $a^2 + 5a + 6$ بر $a^2 + 3$ بخش پذیر باشد؟	۲
۱	در یک تقسیم مقسوم علیه برابر با ۲۵ و باقیمانده ۹ است. اگر به مقسوم ۴۰ واحد اضافه کنیم و مقسوم علیه ثابت بماند، خارج قسمت و باقیمانده چقدر تغییر می کنند؟	۵
۲	باقیمانده 3^{1400} بر ۴۱ چقدر است؟	۶
۱	معادله هم نهشتی $1400x \equiv 1399 \pmod{13}$ را حل کنید.	۷
۲	اول اردیبهشت یک سال دوشنبه است. سومین سه شنبه مهر همان سال چندم ماه است؟	۸
۲	معادله سیاله $15x + 27y = 300$ چند جواب طبیعی دارد؟	۹
۲	همه گراف های مرتبه ۴ که رأس تنها ندارند را رسم کنید. (رأس ها اسم ندارند).	۱۰
۲	به یک گراف اگر ۵ یال اضافه کنیم به گرافی کامل تبدیل می شود و اگر ۶ یال کم کنیم به گرافی ۸- منتظم تبدیل می شود. این گراف چند یال دارد؟	۱۱
۱	گراف مقابل چند دور به طول ۴ دارد؟	۱۲



نام درس: ریاضیات گسسته

نام دبیر:

تاریخ امتحان: ۲۲ / ۱۰ / ۱۳۹۹

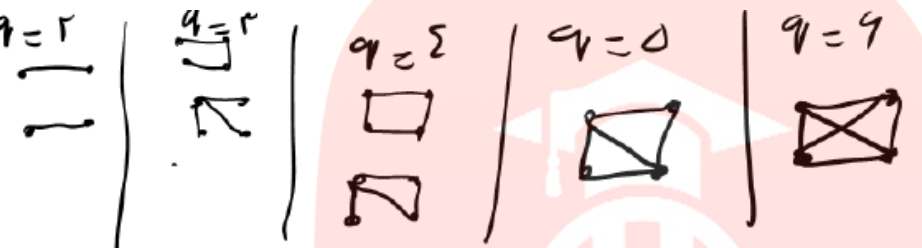
ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ - ۰۹:۳۰ (صبح)

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه



کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$a^2 + b^2 + ab \geq 0 \Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2ab \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + a^2 + b^2 + 2ab \geq 0$ $\Leftrightarrow a^2 + b^2 + (a+b)^2 \geq 0 \quad \text{سپس}$	
۲	<p>از همان طرف است می‌کنیم $(\alpha + \beta)^2 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta$ و $(\alpha - \beta)^2 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta$</p> <p>از من در سمت راست α : α^2 گویا است \Rightarrow</p>	
۳	$a = 2q + 1 \Rightarrow a^2 = (2q + 1)^2 = 4q^2 + 4q + 1 = 4(q^2 + q) + 1$ <p>بر اساس معضرت در عدد مرتالی گویا زوج است $\Rightarrow 4 \times 2k + 1 = 8k + 1$</p>	
۴	$\left. \begin{array}{l} a^2 + 3 \mid a^2 + 0a + 9 \\ a^2 + 3 \mid a^2 + 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a^2 + 3 \mid 9a + 3 \Rightarrow a^2 + 3 \mid 3(3a + 1) \\ a^2 + 3 \mid a^2 + 3 \Rightarrow a^2 + 3 \mid 3(3a + 1) \end{array} \Rightarrow a^2 + 3 \mid 18$ <p>$a^2 + 3 = 1, 2, 3, 6, 9, 18 \Rightarrow a^2 + 3 = 18 \Rightarrow a^2 = 15 \Rightarrow a = \pm \sqrt{15}$</p> <p>مطلوبات $a^2 + 3 = 1, a^2 + 3 = 2, a^2 + 3 = 3$ جواب می‌دهند</p>	
۵	$a = 20q + 9 \Rightarrow a + 6 = 20q + 15 = 5(4q + 3) + 3$ <p>به خارج قسمت ۱ واحد و به باقی‌مانده ۳، واحد اضافه می‌شود.</p>	
۶	$3^4 \equiv -1 \pmod{17} \Rightarrow 3^8 \equiv 1 \pmod{17} \Rightarrow (3^4)^2 \equiv 1 \pmod{17}$ $\Rightarrow 3^{14} \equiv 1 \pmod{17}$	
۷	$\left. \begin{array}{l} 18 \cdot x \equiv 1399 \\ 14 \cdot x \equiv 1399 \\ 1399 \equiv 99 \end{array} \right\} \Rightarrow 9x \equiv 1399 \pmod{17} \Rightarrow -2x \equiv 1399 \pmod{17} \Rightarrow x \equiv -2 \pmod{17}$ $\Rightarrow x = 17k - 2$	

<p>۴ $\equiv 1 + 31$: اول اردیبهشت : مبدأ</p> <p>۵ $\equiv 1 + 31 \times 6$: اول مهر : مقصد</p> <p>بنابراین اول مهر روز چهارشنبه است یعنی سهشنبه تا یکشنبه = $1 + 7 + 7 = 15$</p>	۸
<p>$15x + 27y = 100 \Rightarrow 5x + 9y = 100 \Rightarrow 9y \equiv 100 - 5x \Rightarrow y \equiv 11 - \frac{5}{9}x$</p> <p>$\Rightarrow y = 8k \Rightarrow 5x + 28k = 100 \Rightarrow x = 20 - 9k$</p> <p>$1 \leq x \Rightarrow 1 \leq 20 - 9k \Rightarrow 9k \leq 19 \Rightarrow k \leq 2$</p> <p>$1 \leq y \Rightarrow 1 \leq 8k \Rightarrow 1 \leq k$</p> <p>۲ جواب دارد \Rightarrow</p>	۹
<p>$q=2$ $q=3$ $q=4$ $q=5$ $q=6$</p> 	۱۰
<p>$q+5 = \binom{p}{2}$</p> <p>$q-6 = \frac{1 \times p}{2} = 9p$</p> <p>$\Rightarrow \binom{p}{2} - 6p = 11 \Rightarrow \frac{p^2 - p - 12p}{2} = 11$</p> <p>$\Rightarrow p^2 - 9p - 22 = 0$</p> <p>$\Rightarrow (p-11)(p+2) = 0 \Rightarrow p=11$</p> <p>$q = \binom{p}{2} - 5 = \binom{11}{2} - 5 = 50$</p>	۱۱
<p>هر رأسی که از این گراف انتخاب کنیم، یک و تنها یک دور به طول ۴ می‌سازد. بنابراین:</p> <p>گروه آمورزی = $\binom{6}{2} = 15$ تعداد دورهای سه طولی</p>	۱۲
<p>نام و نام خانوادگی مصحح: www.my-dars.ir</p>	<p>جمع بارم: ۲۰۰ نمره</p>