

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

یادآوری

۱ پدیده یا آزمایش تصادفی : پدیده یا آزمایشی است که نتیجه آن قبل از به وقوع پیوستن مشخص نیست ، اما حالات ممکن برای نتیجه معلوم است .

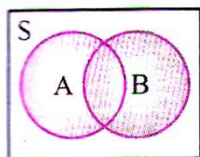
۲ فضای نمونه ای : مجموع تمام نتایج ممکن یک پدیده تصادفی را فضای نمونه ای آن پدیده می نامیم و معمولاً با S نمایش می دهیم .

۳ پیشامد تصادفی : هر زیر مجموعه S را یک پیشامد تصادفی در فضای نمونه ای S می نامیم .

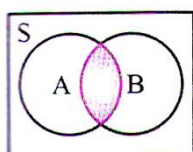
۴ اعمال روی پیشامدها :

اگر A و B پیشامدهایی از فضای نمونه ای S باشند ، در این صورت داریم :

اجتماع دو پیشامد : پیشامد $A \cup B$ وقتی رخ می دهد که حداقل یکی از پیشامدهای A یا B رخ دهد .



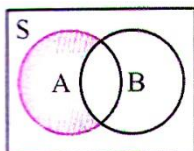
اشتراک دو پیشامد : پیشامد $A \cap B$ وقتی رخ می دهد که هر دو پیشامد A و B رخ دهند .



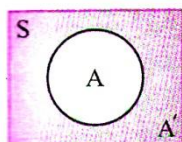
درس اول: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندسی مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

تفاضل دو پیشامد: پیشامد $A - B$ وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ دهد ولی پیشامد B رخ ندهد.



متمم یک پیشامد: پیشامد A' یا (A) وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ ندهد.



پیشامدهای ناسازگار: دو پیشامد A و B را ناسازگار می‌گوییم. هر گاه A و B هیچ وقت با هم رخ ندهند یعنی $A \cap B = \emptyset$ در غیر این صورت دو پیشامد را سازگار می‌گوییم.



فرمول محاسبه احتمال وقوع یک پیشامد:



$$\text{احتمال رخ دادن یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد عضوهای پیشامد}}{\text{تعداد همه حالت‌های ممکن}} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد عضوهای فضای نمونه ای}}$$

به بیان دیگر اگر A پیشامدی از فضای نمونه ای S باشند، داریم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

فرمول محاسبه احتمال اجتماع یا اشتراک دو پیشامد A و B :



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

خانواده n فرزندی (الف)

تعداد اعضای فضای نمونه:



پرتاب n سکه (ب)

پرتاب n تاس (ج)

پرتاب n سکه و m تاس (د)

درس اول: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

ترتیب: ۹
ترکیب: ۱۰

تسرت های تکمیلی

۱) در پرتاب سه سکه و یک تاس با هم فضای نمونه ای چند عضو دارد؟

۲۴ (۱) ۴۲ (۲) ۴۸ (۳) ۸۴ (۴)

۲) در پرتاب ۲ تاس با هم، پیشامد این که حداقل یکی از تاس ها عدد اول بیاید چند عضو دارد؟

۹ (۱) ۱۸ (۲) ۲۷ (۳) ۳۲ (۴)

۳) از کیسه محتوی ۳ مهره سفید و ۵ مهره سیاه، دو مهره خارج کرده ایم. احتمال این که دو مهره هم رنگ باشند کدام است؟

$\frac{5}{14}$ (۱) $\frac{11}{28}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{13}{28}$ (۴)

۴) احتمال این که پیشامد A رخ ندهد، سه برابر احتمال وقوع پیشامد A است. احتمال وقوع پیشامد A چه قدر است؟

$\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۲۰۲۷.۰۲.۲۶.۹۱۰

۵ در یک خانواده ۳ فرزندى احتمال آن که حداقل یکی از فرزندان دختر باشد چه قدر است ؟

$$\frac{2}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{8} \quad (۱)$$

۶ خانواده ای دارای ۵ فرزند است . با کدام احتمال این خانواده هم فرزند دختر و هم فرزند پسر ؟

$$\frac{31}{32} \quad (۴)$$

$$\frac{15}{16} \quad (۳)$$

$$\frac{7}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۱)$$

۷ کیسه ای شامل دو مهره قرمز و سه مهره سبز و دو مهره آبی است . دو مهره به تصادف خارج می کنیم . احتمال آن که دو مهره ، هم رنگ نباشند چه قدر است ؟

$$\frac{19}{21} \quad (۴)$$

$$\frac{16}{21} \quad (۳)$$

$$\frac{13}{21} \quad (۲)$$

$$\frac{10}{21} \quad (۱)$$

۸ احتمال این که از میان چهار نفر حداقل دو نفر در یک روز هفته به دنیا آمده باشند ، کدام است ؟

$$\frac{223}{343} \quad (۴)$$

$$\frac{230}{343} \quad (۳)$$

$$\frac{120}{343} \quad (۲)$$

$$\frac{113}{343} \quad (۱)$$

۹ اگر A و B دو پیشامد ناسازگار از فضای نمونه ای S باشند کدام رابطه بین احتمال پیشامدها درست است ؟

$$P(A).P(B) = 1 - P(A').P(B') \quad (۲)$$

$$P(A).P(B) = 1 - P(A' \cup B') \quad (۱)$$

$$P(A) + P(B) + P(A' \cap B') = 1 \quad (۴)$$

$$P(A) + P(B) + P(A' \cup B') = 1 \quad (۳)$$

درس اول: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱۰) احتمال این که دانش آموزی در درس فیزیک قبول شود ۰/۵۵ و در درس شیمی قبول شود ۰/۶ است. اگر احتمال آن که حداقل در یکی از دو درس قبول شود ۰/۷۵ باشد با کدام احتمال در هر دو درس قبول می شود؟

- (۱) ۰/۳۵ (۲) ۰/۴۰ (۳) ۰/۴۵ (۴) ۰/۵۰

۱۱) اگر $S = \{a, b, x, ۲, ۳\}$ و $A = \{a, b, x\}$ و $B = \{a, b, x\}$ دو پیشامد S باشند، $P(A \cup B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{۵}{۶}$ (۲) $\frac{۲}{۳}$ (۳) $\frac{۴}{۵}$ (۴) صفر

۱۲) در پرتاب دو تاس، اگر A پیشامد آن که عدد رو شده تاس اول ۵ و B پیشامد آن که اعداد رو شده دو تاس متمایز باشند، $P(A - B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{۱}{۱۲}$ (۲) $\frac{۱}{۶}$ (۳) $\frac{۱}{۳۶}$ (۴) $\frac{۵}{۳۶}$

۱۳) از ساکنین شهری ۳۰ درصد روزنامه الف، ۲۵ درصد روزنامه ب و ۹ درصد روزنامه الف و ب را می خوانند. اگر فردی از بین آنان به تصادف انتخاب شود با کدام احتمال، هیچ یک از دو روزنامه را نمی خوانند؟

- (۱) ۰/۴۵ (۲) ۰/۴۸ (۳) ۰/۵۴ (۴) ۰/۵۶

۱۴) در کیسه ای ۵ مهره سفید، ۴ مهره سیاه و ۳ مهره آبی وجود دارد. سه مهره به تصادف از کیسه خارج می کنیم. با کدام احتمال رنگ مهره های خارج شده، متفاوت است؟ (سراسری تجربی - ۹۶)

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

$$\frac{۴}{۱۱} \quad (۴)$$

$$\frac{۷}{۲۲} \quad (۳)$$

$$\frac{۳}{۱۱} \quad (۲)$$

$$\frac{۵}{۲۲} \quad (۱)$$

۱۵ در کیسه ای ۵ مهره سفید ، ۳ مهره سیاه و ۲ مهره قرمز وجود دارد . سه مهره به تصادف از کیسه خارج می کنیم . با کدام احتمال ، فقط دو مهره خارج شده هم رنگ هستند ؛ (سراسری تجربی خارج از کشور - ۹۶)

$$\frac{۳۱}{۶۰} \quad (۴)$$

$$\frac{۷۹}{۱۲۰} \quad (۳)$$

$$\frac{۳۷}{۶۰} \quad (۲)$$

$$\frac{۴۱}{۱۲۰} \quad (۱)$$

۱۶ دو تاس را با هم می اندازیم ، با کدام احتمال دو عدد رو شده ، متوالی هستند ؛ (سراسری تجربی خارج از کشور - ۹۵)

$$\frac{۴}{۹} \quad (۴)$$

$$\frac{۷}{۱۸} \quad (۳)$$

$$\frac{۵}{۱۸} \quad (۲)$$

$$\frac{۲}{۹} \quad (۱)$$

۱۷ دو تاس را با هم پرتاب می کنیم . با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده ، م ضرب ۴ است ؛ (سراسری تجربی - ۹۲)

$$\frac{۵}{۱۲} \quad (۴)$$

$$\frac{۱}{۴} \quad (۳)$$

$$\frac{۵}{۱۸} \quad (۲)$$

$$\frac{۲}{۹} \quad (۱)$$

۱۸ در جعبه ای ، ۷ مهره سفید ، ۵ مهره سیاه و ۲ مهره قرمز موجود است . به تصادف ۴ مهره از آن بیرون می آوریم . با کدام احتمال یک مهره قرمز و حداقل ۲ مهره سفید خارج شده است ؛ (سراسری تجربی خارج از کشور - ۴۹)

$$\frac{۵۰}{۱۴۳} \quad (۴)$$

$$\frac{۴۰}{۱۴۳} \quad (۳)$$

$$\frac{۲۵}{۷۷} \quad (۲)$$

$$\frac{۳۰}{۹۱} \quad (۱)$$

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱۹ در کیسه ای ۵ مهره سفید، ۴ مهره سیاه و ۳ مهره قرمز موجود است. اگر سه مهره از کیسه خارج می کنیم، با کدام احتمال، حداکثر ۲ مهره از مهره های خارج شده هم رنگ هستند؟ (سراسری ریاضی - ۹۵)

$$(۱) \frac{۱۷}{۲۲} \quad (۲) \frac{۱۹}{۲۲} \quad (۳) \frac{۳۹}{۴۴} \quad (۴) \frac{۴۱}{۴۴}$$

۲۰ از کیسه ای که محتوی آن ۵ مهره سفید، ۴ مهره سیاه و ۳ مهره قرمز است، به تصادف ۳ مهره خارج می کنیم. با کدام احتمال بین مهره های خارج شده، مهره سفید نیست یا مهره سیاه نیست؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۵)

$$(۱) \frac{۷}{۲۲} \quad (۲) \frac{۱۷}{۴۴} \quad (۳) \frac{۹}{۲۲} \quad (۴) \frac{۱۹}{۴۴}$$

۲۱ در ظرفی ۵ مهره سفید، ۳ مهره سیاه، در ظرف دیگر ۴ مهره سفید، ۲ مهره سیاه موجود است. به تصادف از هر ظرف دو مهره بیرون می آوریم. با کدام احتمال ۴ مهره خارج شده، هم رنگ هستند؟ (سراسری ریاضی - ۹۳)

$$(۱) ۰/۱۲ \quad (۲) ۰/۱۵ \quad (۳) ۰/۱۸ \quad (۴) ۰/۲۴$$

۲۲ هر یک از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است، به تصادف سه کارت از آن ها را کنار هم قرار می دهیم. با کدام احتمال عدد سه رقمی حاصل، مضرب ۳ می باشد؟ (سراسری تجربی - ۹۵)

$$(۱) ۰/۳ \quad (۲) ۰/۴ \quad (۳) ۰/۵ \quad (۴) ۰/۶$$

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۲۳

اعداد ۱، ۲، ... و ۹ بر روی ۹ کارت یکسان نوشته شده اند . به تصادف دو کارت از بین آن ها

پیدا می آوریم . با کدام احتمال مجموع اعداد این دو کارت برابر ۱۱ است ؟ (سراسری ریاضی-۹۱)

$$\frac{1}{6} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{12} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{9} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{8} \text{ (۱)}$$

پاسخ کلیدی

شماره تست	پاسخ تست	شماره تست	پاسخ تست
۱	۳	۱۳	۳
۲		۱۴	۲
۳	۴	۱۵	۳
۴	۳	۱۶	۲
۵	۳	۱۷	۳
۶	۳	۱۸	۳
۷	۳	۱۹	۴
۸	۴	۲۰	
۹		۲۱	۲
۱۰	۲	۲۲	۲
۱۱	۳	۲۳	۲
۱۲			

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

احتمال شرطی

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند، منظور از « احتمال به شرط B » که آن را با $P(A | B)$ نمایش می دهیم، یعنی احتمال وقوع پیشامد A به شرط آنکه بدانیم پیشامد B رخ داده است.

برای محاسبه احتمال شرطی از فرمول مقابل استفاده می کنیم :

نکته

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \rightarrow P(A | B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

شرط محاسبه احتمال پیشامد A به شرط وقوع پیشامد B آن است که $P(B) \neq 0$

توجه

باشد. اگر $P(B) = 0$ آن گاه $P(A | B)$ قابل تعریف نیست.

در یک مسابقه اتومبیل رانی احتمال اینکه یک اتومبیل دچار نقص فنی نشود و به خط پایان

مثال

برسد ۰/۸۵ است و احتمال اینکه یک اتومبیل دچار نقص فنی نشود برابر ۰/۹ است. اگر بدانیم یک

اتومبیل دچار نقص فنی نشده است، با چه احتمالی به خط پایان رسیده است؟

$$\left(\frac{17}{8} = \text{ج} \right)$$

اعداد (تا ۹ را روی ۹ کارت می نویسیم و سه کارت را به تصادف انتخاب می کنیم. مطلوب

مثال

است احتمال اینکه هر سه عدد زوج باشند به شرط اینکه مجموع آنها زوج باشد.

درس اول: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال فرض کنید احتمال این که یک تیم فوتبال اصلی ترین رقیبش را ببرد، $\frac{1}{6}$ باشد. احتمال قهرمانی این تیم در حال حاضر $\frac{1}{4}$ و در صورتی که اصلی ترین رقیبش را ببرد، این احتمال به $\frac{1}{3}$ افزایش خواهد یافت. با چه احتمالی حداقل یکی از دو اتفاق «قهرمان شدن» یا «بردن اصلی ترین رقیب» برای این تیم اتفاق خواهد افتاد؟

مثال یک سکه را سه بار پرتاب می کنیم. احتمال رو آمدن سکه در پرتاب سوم را به دست آورید، به شرط اینکه در دو پرتاب اول و دوم پشت ظاهر شده باشد.

مثال احتمال اینکه رؤیا در درس ریاضی قبول شود، دو برابر احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال اینکه حداقل یکی از آنها در درس ریاضی قبول شوند، برابر $\frac{625}{1000}$ باشد، رؤیا با چه احتمالی در این درس قبول خواهد شد؟

مثال دو تاس با هم پرتاب شده اند. احتمال آنکه هر دو عدد رو شده زوج باشند، به شرط اینکه بدانیم مجموع اعداد رو شده برابر ۸ است را به دست آورید.

مثال در یک مسابقه اتومبیلرانی احتمال اینکه یک اتومبیل دچار نقص فنی نشود و به خط پایان نیز برسد، برابر $\frac{7}{10}$ است و احتمال اینکه یک اتومبیل دچار نقص فنی نشود، برابر $\frac{8}{10}$ است. اگر بدانیم یک اتومبیل دچار نقص فنی نشده است، با چه احتمالی به خط پایان رسیده است؟

مثال اگر $P(A') = \frac{1}{4}$ ، $P(B) = \frac{2}{3}$ و $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$ باشد، مقدار $P(A|B)$ را به دست آورید.

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال

در یک پروژه راه سازی ، احتمال این که بودجه به موقع برسد و کار به موقع به اتمام برسد .
۰/۸۵ و احتمال این که بودجه به موقع برسد برابر ۰/۹۵ می باشد . اگر بدانیم بودجه به موقع رسیده
است ، با چه احتمالی کار به موقع انجام می شود ؟

مثال

احتمال این که علی در درس ریاضی و فیزیک قبول شود ، به ترتیب ۰/۷ و ۰/۸ است . اگر
قبولی علی در درس ریاضی به شرط آن که در درس فیزیک قبول شود برابر ۰/۷۵ باشد ، احتمال آن که
علی در حداقل یکی از این دو درس قبول شود را به دست آورید .

تست های تکمیلی

۱) دو تاس را پرتاب می کنیم . اگر مجموع اعداد رو شده ۷ باشد ، احتمال اینکه یکی از اعداد رو
شده ۴ باشد ، چه قدر است ؟

$$\frac{1}{6} (۴)$$

$$\frac{1}{4} (۳)$$

$$\frac{1}{3} (۲)$$

$$\frac{1}{2} (۱)$$

۲) در پرتاب دو تاس هر دو تاس کوچک تر از ۵ ظاهر شده است . احتمال آنکه عدد دو تاس برابر
باشد ، کدام است ؟

$$\frac{1}{8} (۴)$$

$$\frac{1}{4} (۳)$$

$$\frac{1}{2} (۲)$$

$$\frac{3}{16} (۱)$$

درس اول: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندسی مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۳ در پرتاب دو تاس با هم می‌دانیم مجموع دو عدد رو شده برابر ۶ است. با کدام احتمال هر دو عدد فرد می‌باشند؟

$$\frac{2}{3} (۴)$$

$$\frac{2}{5} (۳)$$

$$\frac{3}{4} (۲)$$

$$\frac{3}{5} (۱)$$

۴ کیسه ای شامل ۴ مهره سفید، ۲ مهره قرمز و ۳ مهره سیاه است. مهره ای کیسه بیرون آورده و مشاهده شده که سفید نیست. احتمال اینکه قرمز باشد، کدام است؟

$$\frac{2}{5} (۴)$$

$$\frac{5}{9} (۳)$$

$$\frac{1}{5} (۲)$$

$$\frac{2}{9} (۱)$$

۵ دو کارت به تصادف و بدون جایگذاری از بین ۹ کارت به شماره های ۱ تا ۹ انتخاب می‌کنیم. اگر مجموع رقم های دو کارت زوج باشد، احتمال آن که هر دو فرد باشند کدام است؟

$$\frac{5}{8} (۴)$$

$$\frac{3}{8} (۳)$$

$$\frac{3}{4} (۲)$$

$$\frac{1}{2} (۱)$$

۶ اگر $P(A|B) = \frac{1}{2}$ و $P(B) = \frac{2}{5}$ باشد، $P(A \cap B)$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} (۴)$$

$$\frac{3}{5} (۳)$$

$$\frac{1}{5} (۲)$$

$$\frac{1}{10} (۱)$$

۷ اگر $P(A) = \frac{1}{4}$ ، $P(B) = \frac{1}{6}$ و $P(A|B) = \frac{1}{3}$ ، $P(A \cup B)$ کدام است؟

$$\frac{5}{12} (۴)$$

$$\frac{1}{3} (۳)$$

$$\frac{13}{36} (۲)$$

$$\frac{1}{12} (۱)$$

۸ اگر $P(A|B) = \frac{1}{6}$ ، $P(A) = \frac{1}{4}$ و $P(B) = \frac{1}{5}$ آن گاه، $P(B|A)$ کدام است؟

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

(۱) ۰/۳

(۲) ۰/۴۵

(۳) ۰/۶۰

(۴) ۰/۷۵

۹

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند به طوری که $A \subset B$ ، $P(A) = \frac{1}{3}$ و

$P(B) = \frac{3}{4}$ ، آن گاه $P(B | A')$ کدام است؟ (سراسری خارج از کشور - ۹۰)

(۱) $\frac{3}{8}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{7}{12}$

(۴) $\frac{5}{8}$

۱۰

توزیع درصد لامپ های ۶۰ و ۱۰۰ وات از دو کارخانه (الف) و (ب) به صورت زیر است احتمال

آن که لامپی از کارخانه (الف) ، ۱۰۰ وات باشد کدام

است؟

کارخانه	(الف)	(ب)
۱۰۰ وات	۲۰	۳۵
۶۰ وات	۱۵	۳۰

(۱) $\frac{4}{7}$

(۲) $\frac{7}{20}$

(۳) $\frac{5}{18}$

(۴) $\frac{1}{5}$

۱۱

میوه های باغی بر حسب نوع به A و B و بر حسب کیفیت به خوب و متوسط مطابق جدول

مقابل تقسیم شده اند . اگر بدانیم محصول دارای کیفیت متوسط است ، احتمال این که از نوع B باشد

چه قدر است؟

	متوسط	خوب
A	۰/۲	۰/۳
B	۰/۳	۰/۲

(۱) ۰/۰۶

(۲) ۰/۱

(۳) ۰/۵

(۴) ۰/۶

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱۲ در امتحانات یک کلاس ۲۰٪ دانش آموزان در ریاضی، ۱۵٪ در فیزیک و ۱۰٪ در هر دو درس تجدید شده اند. احتمال این که دانش آموزی از این کلاس در درس فیزیک تجدید شده باشد مشروط بر این که در درس ریاضی نیز تجدید شده باشد کدام است؟

۰/۵ (۴)

۰/۳ (۳)

۰/۲ (۲)

۰/۱ (۱)

۱۳ در پرتاب دو تاس، اگر هر دو عدد رو شده اول باشند، با کدام احتمال مجموع آن ها نیز عددی اول است؟

$\frac{7}{9}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{5}{9}$ (۲)

$\frac{4}{9}$ (۱)

۱۴ در پرتاب دو تاس با هم، می دانیم جمع دو عدد رو شده کم تر از ۱۰ است، با کدام احتمال هر دو عدد رو شده، فرد هستند؟ (سراسری ریاضی - ۸۶)

$\frac{2}{9}$ (۲)

$\frac{4}{15}$ (۱)

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{1}{5}$ (۳)

۱۵ تاس همگنی را با چشم بسته انداخته ایم و فقط می دانیم که پرآمد عدد زوج است. احتمال اینکه شماره ۴ یا ۶ ظاهر شده باشد، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱۶ دو تاس همگن را انداخته ایم . اگر حاصل جمع شماره های رو شده کمتر از ۶ باشد ، احتمال

آن که حداقل شماره یکی از تاس های رو شده ۲ باشد ، کدام است ؟ (سراسری ریاضی - ۹)

$$\frac{3}{5} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

۱۷ یک خانواده سه فرزندی با کدام احتمال ، سه فرزند پسر دارد ، در صورتی که می دانیم فرزند

اول آنها پسر است ؟

$$\frac{3}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

۱۸ در یک خانواده سه فرزندی می دانیم یکی از فرزندان پسر است ، با کدام احتمال دو فرزند

دیگر دختر است ؟

$$\frac{5}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{7} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{7} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{8} \quad (۱)$$

۱۹ در یک خانواده سه فرزندی ، می دانیم فرزند اول آنها دختر است . با کدام احتمال لااقل یکی از

فرزندان پسر است ؟

$$\frac{3}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۱)$$

۲۰ یک خانواده سه فرزندی با کدام احتمال ، حداقل دو فرزند دارد ، در صورتی که می دانیم

حداقل یکی از فرزندان دختر است ؟

$$\frac{4}{7} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{7} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{8} \quad (۱)$$

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۲۱

دانشجویان دانشکده ای مطابق جدول زیر توزیع شده اند . احتمال آنکه دانشجوی زنی در

مقطع کارشناسی ارشد مشغول به تحصیل باشد ، کدام است ؟

		جنسیت	
		زن	مرد
مقطع تحصیلی	کارشناسی ارشد	۱۵	۲۵
	دکترا	۵	۱۵

$$\frac{5}{8} (۲)$$

$$\frac{1}{4} (۱)$$

$$\frac{3}{8} (۴)$$

$$\frac{3}{4} (۳)$$

۲۲

درون کیسه ای ۵ گوی سفید و ۴ گوی سیاه قرار دارند . از این کیسه دو گوی پی در پی و با

جایگذاری خارج می کنیم . اگر دو گوی خارج شده هم رنگ باشند ، با کدام احتمال سفید می باشند ؟

$$\frac{5}{8} (۴)$$

$$\frac{3}{8} (۳)$$

$$\frac{25}{41} (۲)$$

$$\frac{16}{41} (۱)$$

۲۳

پنج مهره سفید با شماره های (۱ تا ۵) و هم چنین ۵ مهره سیاه با شماره های (۵ تا ۹) و یکسان

را در ظرفی قرار می دهیم . به تصادف دو مهره از بین آن ها بیرون می آوریم . اگر مجموع شماره های دو

مهره ۶ باشد ، با کدام احتمال ، هر دو مهره ، هم رنگ هستند ؟ (سراسری ریاضی - ۹۲)

$$\frac{3}{5} (۴)$$

$$\frac{5}{9} (۳)$$

$$\frac{4}{9} (۲)$$

$$\frac{2}{5} (۱)$$

۲۴

اعداد (۱ تا ۹) را بر روی ۹ کارت یکسان نوشته و سپس دو کارت به تصادف از بین آنان انتخاب

می کنیم . اگر بدانییم مجموع اعداد روی دو کارت کم تر از ۶ است ، با کدام احتمال عدد روی یکی از کارت

ها برابر ۴ است ؟

$$\frac{1}{6} (۴)$$

$$\frac{1}{5} (۳)$$

$$\frac{1}{3} (۲)$$

$$\frac{1}{4} (۱)$$

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۲۵ اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند، $P(A) = ۰/۳$ ، $P(B) = ۰/۴$ و $P(A|B) = ۰/۶$ ، آن گاه $P(B|A)$ کدام است؟

$\frac{۱}{۳}$ (۴)

$\frac{۲}{۳}$ (۳)

$\frac{۳}{۵}$ (۲)

$\frac{۴}{۵}$ (۱)

پاسخ کلیدی

شماره تست	پاسخ تست	شماره تست	پاسخ تست
۱	۲	۱۴	۱
۲	۳	۱۵	۳
۳	۱	۱۶	۱
۴	۴	۱۷	۲
۵	۴	۱۸	۲
۶	۲	۱۹	۴
۷	۲	۲۰	۴
۸	۴	۲۱	۳
۹	۴	۲۲	۲
۱۰	۱	۲۳	۲
۱۱	۴	۲۴	۱
۱۲	۴	۲۵	۱
۱۳	۱		

درس اول: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

پیشامدهای مستقل

دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S را مستقل از هم می گوئیم . هر گاه وقوع هر یک بر احتمال وقوع دیگری تأثیر نداشته باشد .

دو پیشامد را که مستقل نباشند ، وابسته می گوئیم .

هر گاه A و B دو پیشامد مستقل از هم باشند $P(A | B) = P(A)$ است . یعنی احتمال وقوع A بر شرط رخ دادن B و بدون این شرط یکسان است و همچنین $P(B | A) = P(B)$.

اگر A و B دو پیشامد مستقل از هم باشند داریم :

و بالعکس ، یعنی هر گاه برای دو پیشامد A و B برابری فوق برقرار باشد ، A و B مستقل از هم خواهند بود .

یک تاس و یک سکه را پرتاب می کنیم . احتمال اینکه تاس عددی اول و سکه رو بیاید چقدر

مثال

است ؟

یک سکه و یک تاس را پرتاب می کنیم . این احتمال را که سکه پشت و تاس عددی زوج

مثال

بیاید ، محاسبه کنید .

خانواده ای دارای دو فرزند است . مطلوب است احتمال اینکه هر دو فرزند آنها پسر

مثال

باشند .

درس اول: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال فرض کنید در یک سال احتمال قهرمانی تیم ملی فوتبال ایران در آسیا برابر 0.15 و احتمال قهرمانی تیم ملی والیبال ایران در آسیا برابر 0.18 باشد. با چه احتمالی حداقل یکی از این تیم ها قهرمان خواهد شد؟

مثال دو تاس را به ترتیب پرتاب می کنیم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه:

(الف) مجموع عددهای رو شده برابر 5 شود.

(ب) مجموع عددهای رو شده برابر 7 شود.

(پ) مجموع عددهای رو شده برابر 10 شود.

مثال دو تاس را به ترتیب پرتاب می کنیم.

(الف) آیا پیشامد اینکه مجموع دو تاس 5 شود و پیشامد اینکه در پرتاب اولین تاس عدد 2 ظاهر شود،

پیشامد B

پیشامد A

مستقل از یکدیگرند؟

(ب) آیا پیشامد اینکه مجموع دو تاس 7 شود و پیشامد اینکه در پرتاب اولین تاس عدد 2 ظاهر شود،

پیشامد B

پیشامد A

مستقل از یکدیگرند؟

(پ) آیا پیشامد اینکه مجموع دو تاس 10 شود و پیشامد اینکه در پرتاب اولین تاس عدد 2 ظاهر شود،

پیشامد

پیشامد A

مستقل از یکدیگرند؟

درس اول: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

نکته

اگر A و B دو پیشامد مستقل از هم باشند، A' و B و همچنین A' و B' هم پیشامدهایی مستقل از هم هستند. به بیان دیگر:

$$\text{اگر } P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow \begin{cases} P(A' \cap B) = P(A') \times P(B) \\ P(A \cap B') = P(A) \times P(B') \\ P(A' \cap B') = P(A') \times P(B') \end{cases}$$

مثال

احتمال اینکه شخص A تا ۱۰ سال دیگر زنده بماند $۰/۸$ و شخص B تا ۱۰ سال دیگر زنده بماند $۰/۷$ است. مطلوب است احتمال اینکه:

(الف) هر دو شخص A و B تا ۱۰ سال دیگر زنده بمانند؛

(ب) هر دو تا ۱۰ سال دیگر زنده نمانند؛

(ج) فقط یکی تا ۱۰ سال دیگر زنده بماند؛

(د) حداقل یکی تا ۱۰ سال دیگر زنده بماند؛

مثال

احمد به احتمال $۰/۷$ در تیم کوهنوردی مدرسه شان و به احتمال $۰/۸$ در تیم ملی فوتبال نوجوانان انتخاب می شود. احتمال های زیر را محاسبه کنید.

(الف) در هر دو تیم مورد نظر انتخاب شود.

(ب) در هیچکدام از دو تیم انتخاب نشود.

(پ) فقط در تیم ملی فوتبال انتخاب شود.

(ت) فقط در یکی از تیم ها انتخاب شود.

(ث) حداقل در یکی از تیم ها انتخاب شود.

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

تذکر

اگر A و B و C سه پیشامد دو به دو مستقل از فضای نمونه ای S باشند ، داریم :

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$$

مثال

در پرتاب ۲ سکه و ۱ تاس احتمال اینکه هر دو سکه پشت و تاس عدد ۵ بیاید کدام است ؟

مثال

سکه سالمی را سه بار پرتاب می کنیم . اگر A پیشامد برآمدهایی باشد که در آن دومین پرتاب « رو » است و B پیشامد برآمدهایی باشد که در آن فقط دو « رو » به صورت متوالی ظاهر شده است ، آیا دو پیشامد A و B مستقل هستند ؟ چرا ؟

(فضای نمونه ای و هر یک از پیشامدها را مشخص کنید .)

مثال

در پرتاب یک سکه و یک تاس با هم ، مطلوب است احتمال آن که :

آ) سکه « رو » و تاس عددی بزرگ تر از ۴ ظاهر شود .

ب) سکه « رو » و تاس عددی بزرگ تر از ۴ ظاهر شود .

مثال

اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند به طوری که $P(A) = \frac{2}{5}$ و $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ ،

آن گاه $P(B')$ را به دست آورید .

درس اول: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال

دو نفر به نام های A و B با یک فرد مبتلا به بیماری ویروسی ملاقات کرده اند. احتمال مبتلا به این بیماری برای این دو نفر به ترتیب 0.7 و 0.8 می باشد. مطلوب است محاسبه احتمال های زیر:

(آ) هر دو نفر به این بیماری مبتلا شوند.

(ب) فقط نفر A به این بیماری مبتلا شود.

(پ) فقط یکی از این دو نفر به این بیماری مبتلا شوند.

(ت) حداقل یکی از این دو نفر به این بیماری مبتلا شوند.

(ث) هیچ کدام از این دو نفر به این بیماری مبتلا نشوند.

✓ تست های تکمیلی:

۱) اگر $P(A) = \frac{1}{3}$ ، $P(B) = \frac{1}{4}$ و A و B مستقل باشند، آن گاه $P(A \cup B)$ کدام است؟

$\frac{7}{12}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{5}{12}$ (۲)

$\frac{1}{12}$ (۱)

۲) دو پیشامد A و B مستقل هستند. $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ و $P(B) = \frac{2}{6}$ بوده، $P(A \cup B)$ چقدر است؟

$\frac{5}{6}$ (۴)

$\frac{4}{6}$ (۳)

$\frac{3}{6}$ (۲)

$\frac{2}{6}$ (۱)

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و $P(A) = 0/2$ و $P(A \cup B) = 0/4$ ، آن گاه $P(B)$

۳

کدام است؟

0/15 (۴)

0/2 (۳)

0/25 (۲)

0/3 (۱)

اگر A و B مستقل باشند و $P(A) = 1/2$ و $P(B) = 1/3$ ، آن گاه $P(A' \cup B') = 0/4$ کدام

۴

است؟

$5/6$ (۴)

$4/5$ (۳)

$1/6$ (۲)

$1/5$ (۱)

اگر A و B مستقل باشند و $P(A \cap B) = 2/10$ و $P(B) = 5/10$ ، $P(A)$ چه قدر است؟

۵

$1/10$ (۴)

$3/10$ (۳)

$4/10$ (۲)

$7/10$ (۱)

اگر A و B مستقل باشند آن گاه $P(A|B)$ کدام است؟

۶

$P(B)$ (۲)

$P(A)$ (۱)

$\frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ (۴)

$P(A \cap B)$ (۳)

در گروه زنان ساکن یک روستا ۶۰ درصد آنان تحصیلات ابتدایی و ۲۵ درصد از آنان مهارت

۷

قالی بافی دارند. اگر یک فرد از این گروه انتخاب شود، با کدام احتمال این فرد تحصیلات ابتدایی یا

مهارت قالی بافی دارد؟

0/85 (۴)

0/8 (۳)

0/25 (۲)

0/7 (۱)

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۸ اگر ۷۵ درصد افراد جامعه ای دارای چشم میثی و ۴۰ درصد گروه خونی آن ها از نوع A باشد، چنان چه یک فرد به طور تصادفی از بین آن ها انتخاب شود احتمال این که فرد دارای چشم میثی یا دارای گروه خونی A باشد کدام است؟

- ۰٫۷۸ (۱) ۰٫۸۲ (۲) ۰٫۸۵ (۳) ۰٫۹۵ (۴)

۹ اگر A و B دو پیشامد مستقل و $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(A \cup B) = \frac{2}{5}$ باشد، مقدار $P(B)$ کدام است؟

- $\frac{2}{15}$ (۱) $\frac{1}{15}$ (۲) $\frac{1}{10}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴)

۱۰ اگر A و B دو پیشامد مستقل و $P(A|B) = \frac{1}{4}$ و $P(B) = \frac{1}{3}$ باشند، حاصل $P(A' \cup B')$ کدام است؟

- $\frac{1}{5}$ (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴)

۱۱ اگر داشته باشیم $P(A) = \frac{1}{5}$ ، $P(A \cup B) = \frac{1}{6}$ و $P(B) = \frac{1}{2}$ ، آن گاه کدام گزینه درست است؟

(۱) A و B ناسازگارند. $P(A|B) = \frac{1}{3}$ (۲)

$P(B|A) = \frac{2}{3}$ (۳) A و B مستقل هستند. (۴)

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱۲ اگر $P(A) = ۰/۸$ ، $P(B) = ۰/۳$ و $P(A \cap B) = ۰/۲۴$ ، کدام عبارت زیر صحیح است؟

(۲) A و B متمم اند.

(۱) A و B مستقل هستند.

(۴) A زیرمجموعه B است.

(۳) A و B ناسازگارند.

۱۳ در پرتاب دو سکه و یک تاس با هم؛ احتمال اینکه حداقل یک سکه «رو» و عدد تاس مضرب ۳

باشد، کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور - ۹۱)

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{6}$

(۱) $\frac{1}{12}$

۱۴ دو سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال هر دو سکه «رو» یا تاس ۶ ظاهر

می‌شود؟ (سراسری ریاضی - ۹۶)

(۴) $\frac{7}{12}$

(۳) $\frac{5}{12}$

(۲) $\frac{5}{8}$

(۱) $\frac{3}{8}$

۱۵ یک سکه و دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال، جمع عدد دو تاس بیشتر از ۴

یا سکه «رو» ظاهر شده است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۶)

(۴) $\frac{11}{12}$

(۳) $\frac{7}{8}$

(۲) $\frac{5}{8}$

(۱) $\frac{7}{12}$

۱۶ اگر در یک خانواده، احتمال به دنیا آمدن فرزند دختر ۶۰٪ و پسر ۴۰٪ باشد، احتمال آن که هر

سه فرزند خانواده، پسر باشند، چقدر است؟

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

(۱) ۰/۰۶۴

(۲) ۰/۶۴

(۳) ۰/۰۸

(۴) ۰/۰۰۸

۱۷ خانواده ای دارای ۴ فرزند است. می دانیم که دو فرزند اول آن ها پسر است. احتمال آن که دو فرزند دیگر این خانواده دختر باشند، کدام است؟

(۱) $\frac{3}{16}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{5}{16}$

(۴) $\frac{3}{8}$

۱۸ هشتاد درصد محصولات کارخانه ای مرغوب هستند. با کدام احتمال از ۲ کالای خریداری شده از این کارخانه دقیقاً یکی مرغوب است؟

(۱) ۰/۲۴

(۲) ۰/۱۶

(۳) ۰/۳۲

(۴) ۰/۴۸

۱۹ احتمال تأثیر مثبت یک داروی ساخته شده روی فرد A ، $0/9$ و روی فرد B ، $0/8$ می باشد، احتمال آن که این دارو فقط روی یکی از آن ها تأثیر مثبت داشته باشد، کدام است؟

(۱) ۰/۲۴

(۲) ۰/۲۶

(۳) ۰/۳۲

(۴) ۰/۳۸

۲۰ احتمال قبولی فرد A در یک آزمون $0/84$ و احتمال قبولی فرد B در همان آزمون، $0/75$ است. با کدام احتمال لااقل یکی از آنان، در این آزمون قبول می شوند؟ (سراسری تجربی خارج از کشور - ۹۶)

(۱) ۰/۹۲

(۲) ۰/۹۴

(۳) ۰/۹۶

(۴) ۰/۹۸

درس اول: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۲۱ احتمال موفقیت عمل جراحی برای شخص A برابر 0.9 و برای شخص B برابر 0.8 است. با

کدام احتمال، لااقل عمل جراحی برای یکی از این دو نفر، موفقیت آمیز است؟ (سراسری تجربی-۹۵)

0.98 (۴)

0.96 (۳)

0.94 (۲)

0.92 (۱)

۲۲ احتمال آن که فرزندی در خانواده A با چشم‌هایی به رنگ روشن متولد شود، 20% و احتمال

آن که نوزادی در خانواده B با چشم‌هایی به رنگ روشن متولد شود، 75% است. چقدر احتمال دارد

حداقل یکی از دو نوزاد با چشم‌هایی به رنگ روشن متولد نشود؟

0.7 (۴)

0.75 (۳)

0.8 (۲)

0.85 (۱)

۲۳ دو نامه مختلف توسط دو کیوتر نامه پرجداگانه فرستاده می‌شوند. اگر احتمال رسیدن نامه

اول به مقصد 0.7 و احتمال رسیدن حداقل یکی از دو نامه به مقصد 0.85 باشد، احتمال رسیدن نامه

دوم به مقصد کدام است؟

0.5 (۴)

0.45 (۳)

0.4 (۲)

0.35 (۱)

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

پاسخ کلیدی

شماره تست	پاسخ تست	شماره تست	پاسخ تست
۱	۳	۱۳	۳
۲	۲	۱۴	۱
۳	۳	۱۵	۴
۴	۴	۱۶	۱
۵	۵	۱۷	۲
۶	۶	۱۸	۳
۷	۷	۱۹	۲
۸	۸	۲۰	۳
۹	۹	۲۱	۴
۱۰	۱۰	۲۲	۱
۱۱	۱۱	۲۳	۴
۱۲	۱۲		۱

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

معیارهای گرایش به مرکز

شاخص های مرکزی کمیت هایی هستند که محل تمرکز داده ها را معرفی می کنند .

میانگین

میانگین متوسط یا مرکز ثقل داده های x_1, x_2, \dots, x_n که با نماد μ نشان می دهیم برابر است با :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

میانگین داده های ۵, ۱۱, ۱۰, ۲۰, ۱۴, ۷۲ را بیابید .

مثال

میانگین ۱۰ داده آماری ۳۲/۵ است . اگر دو داده ۵۰ و ۲۵ را از آن ها کنار بگذاریم ، میانگین ۸

مثال

داده باقی مانده چقدر می شود ؟

ویژگی های میانگین

برای هر مجموعه ای از داده ها ، مجموع اختلاف داده ها از میانگین صفر است .

* اگر همه داده های آماری با هم برابر باشند ، میانگین برابر یکی از داده ها است .

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

* اگره ریک از داده های آماری با مقدار ثابتی جمع و یا تفریق شوند ، میانگین آن ها نیز با همان مقدار ثابت جمع و یا تفریق خواهد شد .

* اگره ریک از داده های آماری در مقدار ثابتی ضرب شود ، میانگین آن ها نیز در همان مقدار ثابت ضرب خواهد شد .

مثال میانگین داده های x_1, \dots, x_n برابر ۱۷ است . میانگین داده های هر یک از دسته های زیر را به دست آورید .

$$x_1 + 5, x_2 + 5, \dots, x_n + 5 \quad (\text{پ})$$

$$x_1 - 1, x_2 - 1, \dots, x_n - 1 \quad (\text{پ})$$

مثال میانگین چند داده آماری برابر ۵۷ است . ابتدا از هر داده ۱۲ واحد کم و سپس داده های حاصل را سه برابر کرده ایم . میانگین داده های نهایی کدام است ؟

نکته اگر میانگین n_1 داده آماری \bar{x}_1 و میانگین n_2 داده آماری \bar{x}_2 باشد ، آن گاه میانگین کل داده ها برابر است با :

$$\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2}{n_1 + n_2}$$

مثال میانگین ۸ داده آماری برابر ۵ و میانگین ۱۲ داده دیگر برابر ۱۰ است . میانگین کل ۲۰ داده کدام است ؟

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

میانہ

در داده های مرتب شده ، مقداری را که تعداد داده های بعد از آن با تعداد داده های قبل از آن برابر است ، میانہ می نامیم .

روش پیدا کردن میانہ

ابتدا داده ها را به صورت صعودی مرتب می کنیم ، اگر تعداد داده ها فرد باشد داده ای که در وسط قرار دارد میانہ است و اگر تعداد داده ها زوج باشد میانگین دو داده وسط میانہ است .

میانہ داده های ۴ ، ۱۴ ، ۱۰ ، ۳ ، ۹ ، ۶ ، ۱ ، ۲ را بیابید .

مثال

میانگین و میانہ داده های هر یک از قسمت های زیر را به دست آورید .

مثال

(آ) ۴۸ ، ۴۶ ، ۴۵ ، ۴۵ ، ۴۳ ، ۴۴ ، ۴۰ ، ۳۹ ، ۴۱ ، ۳۸ ، ۴۱

(ب) ۲۰ ، ۱۸ ، ۱۶ ، ۱۹ ، ۱۷ ، ۲۱ ، ۱۸ ، ۱۹ ، ۱۷ ، ۱۴ ، ۱۶ ، ۱۵ ، ۱۱

تذکر

میانگین داده تحت تأثیر داده های خیلی بزرگ و یا خیلی کوچک که در آمار به آن ها

داده های دور افتاده می گوئیم ، قرار می گیرد . ولی میانہ داده تحت تأثیر داده های دور افتاده قرار

نمی گیرد بنابراین در صورت وجود داده دور افتاده بهتر است میانہ را گزارش کنیم و در غیر این صورت

میانگین را گزارش می کنیم .

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

نکته

اگر همه داده های آماری در یک عدد ضرب و یا با عددی جمع شوند ، میانه داده ها نیز در آن عدد ضرب یا با آن عدد جمع می شوند .

مثال

اگر ، میانه داده های مرتب شده x_1, x_2, \dots, x_{17} برابر ۲۰ باشد ، میانه داده های

$$\frac{2}{5}x_1 + 3, \frac{2}{5}x_2 + 3, \dots, \frac{2}{5}x_{17} + 3$$
 کدام است ؟

چارک ها

چارک ها (چارک اول ، چارک دوم ، چارک سوم) مقادیر سه داده هستند که داده های مرتب شده را به چهار قسمت مساوی تقسیم می کنند . چارک دوم همان میانه است .

مراحل محاسبه چارک ها

(۱) ابتدا میانه داده ها را بدست می آوریم که همان چارک دوم است .

(۲) میانه داده های مرتب شده قبل از میانه را چارک اول می نامیم .

(۳) میانه داده های مرتب شده بعد از میانه را چارک سوم می نامیم .

مثال چارک اول و سوم نمرات درس فیزیک دانش آموزان را در داده های زیر مشخص نمایید .

۱۶, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۷/۵, ۶, ۱۹, ۱۵, ۱۸, ۱۶, ۲۰, ۱۹, ۲۱, ۱۱, ۱۸, ۱۷

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۲۰۲۷-۰۷۶۰۹۱۰

مثال چارک های اول ، دوم و سوم داده های آماری رو به رو راه دست آورید .

۱۱, ۱۲, ۱۴, ۱۳, ۱۵, ۱۰, ۱۴, ۱۶, ۱۷, ۱۵, ۱۸, ۱۶, ۱۹, ۱۵, ۱۶, ۱۴, ۱۷

مثال در داده های آماری زیر ، میانگین داده های آماری بین چارک اول و سوم راه دست آورید .

۵۰, ۵۱, ۶۰, ۷۰, ۶۶, ۵۱, ۶۰, ۵۹, ۵۹, ۵۷, ۷۰, ۷۱, ۶۵, ۶۵, ۷۷, ۷۸, ۵۴, ۶۳, ۶۵, ۶۲

✓ نکته های تکمیلی:

۱) اگر میانگین داده های $(a, a, a, a + 1)$ و a برابر $\frac{3a}{2}$ باشد ، میانگین داده های

$(a + 1, a + 2, a + 3, a + 4)$ و a کدام است ؟

$$\frac{7a}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{9}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{12}{5} \quad (۱)$$

۲) اگر میانگین داده های (x_1, x_2, x_3, x_4) برابر \bar{x} باشد ، میانگین داده های

$(x_1 + 2x_2, 2x_2 + x_3, 2x_3 + x_4, 2x_4 + x_1)$ کدام است ؟

$$2\bar{x} + 1 \quad (۴)$$

$$3\bar{x} \quad (۳)$$

$$2\bar{x} \quad (۲)$$

$$\bar{x} \quad (۱)$$

۳) میانگین ۱۰ داده آماری $\frac{32}{5}$ است . اگر دو داده ۳۵ و ۴۰ را از آن داده ها کنار بگذاریم ،

میانگین ۸ داده حاصل کدام است ؟

$$32 \quad (۴)$$

$$31, 75 \quad (۳)$$

$$31, 5 \quad (۲)$$

$$31, 25 \quad (۱)$$

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۴

از بین داده های ۸، ۱۰، ۱۱، ۱۹، ۲۰ و ۲۲ دو داده را حذف می کنیم . میانگین اعداد باقی مانده با میانگین داده های اولیه برابر است . دو داده حذف شده کدام می توانند باشند ؟

(۱) ۸ و ۹ (۲) ۸ و ۱۵ (۳) ۱۱ و ۲۰ (۴) ۱۱ و ۱۹

۵

میانگین نمرات ۱۲ دانش آموز ۱۵ و میانگین نمرات ۲۰ دانش آموز دیگر ۱۸ می باشد . میانگین کل نمرات کدام است ؟

(۱) ۱۶/۷۲۵ (۲) ۱۶/۷۷۵ (۳) ۱۶/۸۲۵ (۴) ۱۶/۸۷۵

۶

اگر میانگین داده های $3 - 4x_1, \dots, 3 - 4x_n$ برابر ۵ باشد، آن گاه میانگین داده های $4 + 3x_1, \dots, 4 + 3x_n$ کدام است ؟

(۱) ۲ (۲) ۲/۵ (۳) ۳ (۴) ۳/۵

۷

میانگین داده های آماری ۴ و ۱ و ۲ و ۲ و ۴ و ۵ و ۱ و ۵ و ۴ و ۱ و ۳ کدام است ؟

(۱) ۳ (۲) ۳/۵ (۳) ۴ (۴) ۴/۵

۸

اگر میانگین داده آماری ۱، ۱۱، ۱۷، ۱۰، a ، ۱۰، ۱۳، ۱۷، ۹، ۱۶، برابر ۱۳ باشد، میانه کدام است ؟

(۱) ۱۱/۵ (۲) ۱۲ (۳) ۱۲/۵ (۴) ۱۳

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

اگر میانه داده های a_1, a_2, \dots, a_n (بعد از مرتب شدن) برابر ۳۶ باشد، میانه داده های

۹

$\frac{3a_1}{4} - 5, \frac{3a_2}{4} - 5, \dots, \frac{3a_n}{4} - 5$ (بعد از مرتب شدن) کدام است؟

۲۲ (۴)

۲۱ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

در داده های ۶۲، ۵۴، ۸۰، ۳۱، ۴۸، ۳۰ و ۱۴ چارک دوم کدام است؟

۱۰

۶۲ (۴)

۵۴ (۳)

۴۸ (۲)

۳۰ (۱)

اختلاف چارک اول و چارک سوم در داده های ۵، ۶، ۶، ۱۰، ۱۱، ۱۱، ۱۳، ۱۳، ۱۶، ۱۷، ۱۹، ۱۹،

۱۱

۲۰، ۲۲ و ۲۲ کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

در داده های ۲۵، ۲۰، ۲۱، ۲۶، ۱۲، ۱۴، ۱۵، ۲۴، ۲۰، ۱۶، ۱۴، ۱۸ میانگین « داده های بزرگ تر

۱۲

از چارک اول و کوچک تر از چارک سوم » کدام است؟

۱۸/۷۵ (۴)

۱۸/۶۶ (۳)

۱۸/۳۳ (۲)

۱۸/۲۵ (۱)

میانگین ۹ داده آماری ۱۲ و میانگین ۱۶ داده آماری دیگر ۱۷ می باشد. میانگین این ۲۵ داده

۱۳

آماري کدام است؟

۱۵/۶ (۴)

۱۵/۴ (۳)

۱۵/۲ (۲)

۱۵ (۱)

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱۴) اگر میانگین داده‌های $(x_i + 1) : i = 1, 2, \dots, n$ برابر ۲۵ باشد، میانگین داده‌های $y_i = 4x_i + 1 : i = 1, 2, \dots, n$ کدام است؟

۴۹ (۴)

۴۷ (۳)

۴۸ (۲)

۵۰ (۱)

۱۵) در یک امتحان ریاضی، نمرات ۱۵ دانش آموز به صورت مقابل است. میانگین این نمرات کدام است؟ ۵، ۹، ۱۰، ۱۴، ۱۷، ۱۹، ۱۴، ۱۵، ۱۷، ۱۱، ۱۲، ۳، ۷، ۷، ۱۴

۱۱/۵ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰/۵ (۲)

۱۰ (۱)



شماره تست	پاسخ تست	شماره تست	پاسخ تست
۱	۱	۹	۴
۲	۳	۱۰	۲
۳	۱	۱۱	۱
۴	۴	۱۲	۲
۵	۴	۱۳	۲
۶	۲	۱۴	۴
۷	۱	۱۵	۳
۸	۳		

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

معیارهای پراکندگی

دامنه تغییرات

ساده ترین شاخص پراکندگی است که اختلاف بین بزرگ ترین و کوچک ترین داده ها است . یعنی :

$$R = D_{max} - D_{min}$$

چون دامنه تغییرات تنها به بزرگترین و کوچک ترین داده ها وابسته است و با تغییر تعداد و مقدار داده های میانی ، مقدارش تغییر نمی کند ، پس معیار خوبی برای پراکندگی داده ها نیست .

مثال دامنه تغییرات داده های ۱۷ ، ۱۳ ، ۱۰ ، ۴ ، ۷ ، ۵ را بیابید .

مثال

ویژگی های دامنه تغییرات

- (۱) اگر همه داده های آماری با هم برابر باشند ، دامنه تغییرات برابر صفر است و بالعکس .
- (۲) اگر همه داده های آماری با یک عدد ثابت جمع شوند ، دامنه تغییرات تغییر نمی کند .
- (۳) اگر همه داده های آماری در یک عدد ضرب کنیم ، دامنه تغییرات در قدر مطلق آن عدد ضرب می شود .

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال اگر دامنه تغییرات داده های x_1, x_2, \dots, x_n برابر ۱۲ باشد، دامنه تغییرات داده های $\frac{1}{3}x_1 - 4, \frac{1}{3}x_2 - 4, \dots, \frac{1}{3}x_n - 4$ چقدر است؟

مثال اگر دامنه تغییرات داده های $2x - 1, x + 1, 3x - 3, y + 2$ برابر صفر باشد، میانگین داده های $9, 4, x, y$ چقدر است؟

واریانس

واریانس داده های x_1, x_2, \dots, x_n برابر میانگین مجذور اختلاف داده ها از میانگین آن ها است و با نماد σ^2 نمایش می دهیم. به بیان دیگر:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

یا

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

انحراف معیار

جزر واریانس انحراف معیار نامیده می شود و با نماد σ نمایش داده می شود. یعنی

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال واریانس داده های ۷, ۵, ۳, ۱ را بیابید.

ویژگی های واریانس و انحراف معیار

(۱) اگر همه داده ها برابر باشند واریانس و انحراف معیار آن ها صفر است و برعکس.

(۲) اگر هر یک از داده های آماری با مقدار ثابتی جمع شوند واریانس و انحراف معیار آن ها تغییر نمی کند.

(۳) اگر هر یک از داده های آماری در مقدار ثابتی ضرب یا تقسیم شوند واریانس آن ها در معذور همان مقدار ضرب و یا تقسیم می شود. ولی انحراف معیار در قدر مطلق آن عدد ضرب یا تقسیم می شود.

مثال اگر واریانس داده های $۲x_1 + ۳, ۲x_2 + ۳, \dots, ۲x_n + ۳$ برابر ۵ باشد، واریانس داده های $۲x_1 - ۳, ۲x_2 - ۳, \dots, ۲x_n - ۳$ کدام است؟

مثال اگر انحراف معیار داده های $x_1, x_2, x_3, \dots, ۱۰$ برابر صفر باشد. آن گاه میانگین داده ها چه قدر است؟

مثال میانگین، میانه و انحراف معیار نرخ تورم (مراجعه به خواندنی) سال های ۹۴ - ۸۴ را بر اساس جدول زیر محاسبه کنید.

سال	۱۳۸۴	۱۳۸۵	۱۳۸۶	۱۳۸۷	۱۳۸۸	۱۳۸۹	۱۳۹۰	۱۳۹۱	۱۳۹۲	۱۳۹۳	۱۳۹۴
نرخ تورم	۱۰/۴	۱۱/۹	۱۸/۴	۲۵/۴	۱۰/۸	۱۲/۴	۲۱/۵	۳۰/۵	۳۴/۷	۱۵/۶	۱۱/۹

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

ضریب تغییر

ضریب تغییر که با نماد v نمایش می دهند برابر است با نسبت انحراف معیار به میانگین . یعنی :

$$cv = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

ضریب تغییر معمولاً به صورت درصد بیان می شود و به واحد اندازه گیری بستگی ندارد و برای مقایسه به کار می رود . هرچه ضریب تغییر کمتر باشد ، بهتر است .

مثال دو نفر در یک آزمایشگاه در ۴ روز متوالی هم زمان شروع به کار کردند . امتیازات دقت کاری آنان مطابق جدول زیر است . دقت کاری کدام پیش تر است ؟

نفر اول	۷	۹	۸	۸
نفر دوم	۱۰	۸	۶	۸

مثال درستی یا نادرستی جمله های زیر را مشخص کنید .

- اگر مقدار ثابت c از داده ها کم شود ، انحراف معیار به اندازه \sqrt{c} کاهش می یابد .
- اگر مقدار ثابت c به داده ها اضافه شود ، ضریب تغییر بزرگتر می شود .
- اگر مقدار ثابت $\frac{1}{c}$ در داده ها ضرب شود ، انحراف معیار $\frac{1}{c}$ برابر می شود .
- اگر مقدار ثابت c در داده ها ضرب شود ، ضریب تغییر ثابت می ماند .

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال

کارخانه ای دو نوع لاستیک تولید می کند . میانگین طول عمر برای نوع A و B به ترتیب 11000 کیلومتر و 10000 کیلومتر و انحراف معیار برای نوع A و B به ترتیب 2000 کیلومتر و 1000 کیلومتر است . کدام نوع لاستیک بهتر است ؟

مثال

اگر ضریب تغییر داده های x_1, x_2, \dots, x_n برابر $\frac{1}{3}$ باشد، ضریب تغییر داده های $2x_1, 2x_2, \dots, 2x_n$ کدام است ؟

مثال

در جدول زیر ارتفاع از سطح دریا برای بعضی از شهرهای استان مرکزی و کهگیلویه و بویراحمد دیده می شود . (راهنمایی : $1m = 3.28ft$ ، فوت : ft ، متر : m)

شهر	مرکزی				کهگیلویه و بویراحمد		
	اراک	محلات	خمین	شازند	ياسوج	دهدشت	دنا
فاصله از سطح دریا	$1708(m)$	$1775(m)$	$1830(m)$	$1920(m)$	$6135/47(ft)$	$3248/19(ft)$	$7218/20(ft)$

الف) میانگین ارتفاع از سطح دریا در شهرهای استان مرکزی چقدر است ؟

ب) انحراف معیار ارتفاع از سطح دریا در شهرهای استان مرکزی چقدر است ؟

پ) ارتفاع از سطح دریا برای شهرهای کدام استان بیشتر است ؟

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

✓ نکته های تکمیلی:

در سه گروه داده که گروه اول شامل اعداد ۵, ۴, ۳, ۲, ۱, گروه دوم شامل اعداد ۱۰, ۸, ۶, ۴, ۲, و گروه سوم شامل اعداد ۱۵, ۱۴, ۱۳, ۱۲, ۱۱ می باشد، واریانس داده های کدام گروه پیش تر است؟

(۲) گروه دوم

(۱) گروه اول

(۴) واریانس سه گروه یکسان است .

(۳) گروه سوم

اگر واریانس داده های ۱۶, x_1, x_2, \dots, x_n برابر صفر باشد، میانگین داده ها کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۵/۵ (۳)

۱۵ (۲)

۱۴ (۱)

در ۲۵ داده آماری میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ است. اگر داده های ۱۰, ۱۵, ۴۵, ۵۰ از بین آن ها حذف شوند، واریانس داده های باقی مانده، کدام است؟ (سراسری تجربی - ۹۳)

۱۶/۶۶ (۴)

۱۵/۳۳ (۳)

۱۴/۸ (۲)

۱۴/۷۲ (۱)

انحراف معیار داده های ۲۰, x_1, x_2, \dots, x_n برابر صفر است. میانگین داده های

۳۰, ۲۰, ۱۰, $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ کدام است؟

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

ضریب تغییر داده های آماری ۱۶ و ۱۵ و ۱۴ و ۱۳ و ۱۲ تقریباً کدام است؟

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۰/۱۴ (۴)

۰/۱۲ (۳)

۰/۱۰ (۲)

۰/۰۸ (۱)

در ۸۵ داده آماری با واریانس $۱۰/۲۴$ ضریب تغییر برابر $۰/۰۸$ محاسبه شده است . مجموع

۶

تمام داده ها کدام است ؟

۳۴۰۰ (۴)

۳۲۰۰ (۳)

۲۹۱۰ (۲)

۲۷۲۰ (۱)

بین دو گروه مقابل کدام شاخص متفاوت است ؟

۷

گروه اول : ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵

گروه دوم : ۶۰, ۶۱, ۶۲, ۶۳, ۶۴, ۶۵

(۲) واریانس

(۱) دامنه تغییرات

(۴) ضریب تغییر

(۳) انحراف معیار

در ۱۵۰ داده آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر هر یک از داده ها ۳ واحد اضافه می کنیم، تا

۸

داده های جدیدی حاصل شود . ضریب تغییر داده های جدید چند برابر ضریب تغییر داده های قبلی

است ؟

$\frac{۸}{۹}$ (۴)

$\frac{۷}{۸}$ (۳)

$\frac{۵}{۶}$ (۲)

$\frac{۷}{۹}$ (۱)

داده های $x_i = ۱, ۲, ۳, ۴, ۵$ مفروض است . ضریب تغییر داده های $u_i = ۱۲x_i + ۶$ کدام

۹

است ؟ (سراسری ریاضی - ۹۵)

۰/۶ (۴)

۰/۵۲ (۳)

۰/۴۸ (۲)

۰/۴ (۱)

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۲۰۲۷-۰۲-۰۷۶۰۹۱

۱۰) در n داده آماری $x_i : i = 1, 2, 3, \dots, n$ ضریب تغییر برابر $1/2$ محاسبه شده است . میانگین داده های مفروض را به هر یک از آنان اضافه می کنیم . ضریب تغییر در داده های جدید کدام است ؟ (سراسری ریاضی خارج - ۸۵)

(۱) ۰/۶ (۲) ۱ (۳) $1/2$ (۴) $2/4$

۱۱) میانگین و واریانس ۸۰ داده آماری به ترتیب ۵ و ۴ است . اگر به هر داده (واحد افزوده شود ، درصد تغییر داده های جدید تقریباً کدام است ؟

(۱) ۲۷ (۲) ۳۳ (۳) ۳۶ (۴) ۴۰

۱۲) نمرات آزمون مهارت فنی دو کارگر A و B به صورت زیر است :

A : ۱۵ , ۱۴ , ۱۵ , ۱۶ , ۱۷ , ۱۹

B : ۱۶ , ۱۴ , ۱۷ , ۱۴ , ۱۷ , ۱۸

دقت عمل کدام پیش تر است ؟ (سراسری ریاضی - ۹۳)

(۱) A (۲) B

(۳) یکسان (۴) غیر پیش بینی

۱۳) دستگاه A کالایی با میانگین وزن ۱۵۰ و انحراف معیار $3/6$ و دستگاه B همان کالا را با میانگین وزن ۱۶۰ و انحراف معیار $3/8$ بسته بندی می کنند . دقت عمل کدام ، پیرامون میانگین با اطمینان پیش تر است ؟ (سراسری ریاضی - ۹۵)

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

(۱) یکسان

A (۲)

B (۳)

(۴) نمی توان اظهار نظر کرد.

۱۴ اگر دامنه تغییرات ۱۰ داده آماری x_1, x_2, \dots, x_n برابر ۲۰ است ، دامنه تغییرات داده های

$$\frac{2x_1}{5} - 3, \frac{2x_2}{5} - 3, \dots, \frac{2x_n}{5} - 3$$

۴۰ (۴)

۲۰ (۳)

۸ (۲)

۵ (۱)

۱۵ هشت داده آماری پامیانگین ۱۵ و واریانس ۴ مغروض است . اگر دو داده ۱۲ و ۱۸ به آن ها

اضافه شود ، واریانس ۱۰ داده حاصل کدام است ؟

۵ (۴)

۴/۸ (۳)

۴/۵ (۲)

۴ (۱)

۱۶ دامنه تغییرات داده های ۱۳، ۱۰، ۱۹، ۱۸، ۱۶، ۱۵، ۱۲، ۱۴، ۱۳، ۱۲، ۱۸ و ۱۱ کدام است ؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

۱۷ اگر دامنه تغییرات داده های $2x_i + 5 : i = 1, 2, \dots, n$ برابر ۶ باشد ، دامنه تغییرات

داده های $5x_i - 3 : i = 1, 2, \dots, n$ کدام است ؟

۳۰ (۴)

۲۷ (۳)

۱۲ (۲)

۱۵ (۱)

۱۸ با حذف داده با بیش ترین تکرار از بین داده های ۱۱، ۹، ۱۴، ۱۰، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۱، ۱۰، ۹، ۸ و

۷ واریانس داده های باقی مانده کدام است ؟

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۴ (۴)

۳/۵ (۳)

۳ (۲)

۲/۵ (۱)

اگر میانگین و واریانس داده های a ، $a+2$ ، $a+4$ و $a+6$ برابر باشند، واریانس داده های a ،

۱۹

$2a$ ، $3a$ ، $4a$ و $5a$ کدام است؟

۸ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

اختلاف داده ها از میانگین ۶ داده آماری اعداد -3 ، -2 ، 0 ، 3 ، a می باشد. واریانس داده ها

۲۰

کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

در ۲۵ داده آماری، میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می باشد. اگر داده های ناچور

۲۱

۱۵، ۱۰، ۴۵ و ۵۰ از بین آنها حذف شوند، واریانس داده های باقی مانده، کدام است؟

(سراسری تجربی - ۹۳)

۱۶/۶۶ (۴)

۱۵/۳۳ (۳)

۱۴/۸ (۲)

۱۴/۷۲ (۱)

میانگین و انحراف معیار ۱۸ داده آماری به ترتیب ۲۵ و ۳ می باشد. اگر داده های ۲۰، ۲۷ و

۲۲

۲۸ به آنان افزوده شوند، واریانس ۲۱ داده جدید کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور - ۹۳)

۹/۶۳ (۴)

۹/۵۲ (۳)

۹/۳۶ (۲)

۹/۲۵ (۱)

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۲۰۲۷-۰۲-۰۹۱۰۷۶

۲۳

پانزده داده آماری با واریانس ۱۲ و ۱۰ داده آماری دیگر با واریانس $\frac{7}{6}$ را با هم ترکیب می کنیم. اگر میانگین هر دو گروه یکسان باشند، انحراف معیار ۲۵ داده حاصل کدام است؟

(۱) $3/10$

(۲) $3/20$

(۳) $3/25$

(۴) $3/50$

۲۴

انحراف معیار ۲۶ داده آماری برابر ۲ می باشد. اگر یکی از داده ها که با میانگین برابر است، از بین آنان حذف شود، واریانس ۲۵ داده دیگر کدام است؟

(۱) $3/96$

(۲) $4/08$

(۳) $4/12$

(۴) $4/16$

۲۵

واریانس ۱۱ داده آماری صفر است. اگر داده های ۲۴، ۱۶ و ۲۶ به آن ها اضافه شود، میانگین داده ها تغییر نمی کند. انحراف معیار ۱۴ داده حاصل کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹)

(۱) $0/75$

(۲) $1/25$

(۳) $1/5$

(۴) ۲

۲۶

میانگین طول اضلاع مربع هایی ۱۲ و واریانس آن ها ۵ می باشد. میانگین مساحت این مربع ها کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۲)

(۱) ۱۲۴

(۲) ۱۳۴

(۳) ۱۴۹

(۴) ۱۶۹

۲۷

مجموع ۳۰ داده آماری ۹۰ و مجموع مربعات این داده ها ۳۹۰ می باشد، انحراف معیار این داده ها کدام است؟

(۱) ۲

(۲) $2/2$

(۳) $2/5$

(۴) $2/8$

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۲۸ در ۱۰۰ داده آماری ، مجموع تمام داده ها ۱۲۰ و مجموع معذورات آن ها ۴۰۰ می باشد . ضریب تغییرات این داده ها کدام است ؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) ۲

۲۹ میانگین طول اضلاع مربع هایی ۱۵ واحد یا ضریب تغییرات ۰٫۲ محاسبه شده است . میانگین مساحت این مربع ها کدام است ؟ (سراسری تجربی - ۹۵)

- (۱) ۲۲۹ (۲) ۲۳۲ (۳) ۲۳۴ (۴) ۲۳۶

۳۰ در ۳۰ داده آماری ، مجموع تمام داده ها برابر ۲۴۰ و مجموع مربعات این داده ها ۲۱۹۰ می باشد . ضریب تغییرات کدام است ؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۵)

- (۱) ۰٫۲۲۵ (۲) ۰٫۲۷۵ (۳) ۰٫۳۲۵ (۴) ۰٫۳۷۵

۳۱ مجموع ۴۰ داده آماری برابر ۱۰۰ و مجموع مربعات این داده ها ۳۴۰ می باشد . انحراف معیار کدام است ؟

- (۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{2}{25}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۳۲ امتیازات مهارت کاری دو فرد A و B در پنج روز متوالی به صورت $A: ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۷, ۲۹$ و $B: ۲۱, ۲۴, ۲۵, ۲۷, ۲۸$ می باشد . دقت عمل کدام فرد پیش تر است ؟

- (۱) یکسان (۲) غیر قابل بررسی (۳) A (۴) B

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۳۳

ضریب تغییرات داده های ۲۳، ۲۱، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۲، ۲۰ کدام است؟

۰/۱۲ (۴)

۰/۲ (۳)

۰/۱۸ (۲)

۰/۱ (۱)

۳۴

ضریب تغییرات در داده های آماری ۰/۸ محاسبه شده است . اگر به هر داده مفروض ۵ واحد

اضافه شود ، ضریب تغییرات حاصل ۰/۷۵ خواهد شد . میانگین داده های اولیه کدام است؟

۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

۶۴ (۲)

۵۶ (۱)

۳۵

میانگین و انحراف معیار ۵۰ داده آماری به ترتیب ۳ و ۱ می باشند . اگر داده ها را دو برابر کرده

و سپس یک واحد از آن ها کم کنیم ، ضریب تغییرات داده های جدید کدام است؟

۰/۲ (۴)

۰/۳ (۳)

۰/۴ (۲)

۰/۵ (۱)

۳۶

اگر ۳۰ داده آماری را سه برابر کرده و سپس ۱۲ واحد به هر کدام اضافه کنیم ، ضریب تغییرات

داده های جدید ، نصف ضریب تغییرات قبل می شود . مجموع داده های اولیه کدام است؟

۲۱۰ (۴)

۱۸۰ (۳)

۱۵۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

۳۷

مجموع ۲۵ داده آماری ۱۲۵ و ضریب تغییرات آن ها ۰/۴ می باشد . اگر تمام داده ها را در عدد

۲ ضرب و سپس ۶ واحد به آن ها اضافه کنیم ، آن گاه ضریب تغییرات داده های جدید کدام است؟

۰/۲۵ (۴)

۰/۵ (۳)

۰/۱۸ (۲)

(۱)

درس دوم: آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۳۸ در ۱۵۰ داده آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر هر یک از داده‌ها ۳ واحد اضافه می‌کنیم تا داده‌های جدید حاصل شوند. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی است؟ (سراسری تجربی - ۹۲)

$$\frac{8}{9} \text{ (۴)}$$

$$\frac{7}{8} \text{ (۳)}$$

$$\frac{5}{6} \text{ (۲)}$$

$$\frac{7}{9} \text{ (۱)}$$

۳۹ در ۶۰ داده آماری، میانگین ۳ و انحراف معیار ۱/۲ محاسبه شده است. اگر به تمام داده‌ها ۹ واحد اضافه شود. ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

$$۰٫۱۴ \text{ (۴)}$$

$$۰٫۱۳ \text{ (۳)}$$

$$۰٫۱۲ \text{ (۲)}$$

$$۰٫۱ \text{ (۱)}$$

۴۰ اگر ۲۰ داده آماری را دو برابر کرده و سپس ۷ واحد از هر کدام کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید، ۱/۵ برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود. مجموع داده‌های قبلی کدام است؟

$$۴۲۰ \text{ (۴)}$$

$$۳۵۰ \text{ (۳)}$$

$$۲۸۰ \text{ (۲)}$$

$$۲۱۰ \text{ (۱)}$$

۴۱ در داده‌های آماری ۱۳، ۱۲، ۱۲، ۱۱، ۹، ۸، ۸، ۶، ۶، ۴، ۳ و ۳، داده‌های کم‌تر از چارک اول و بیش‌تر از چارک سوم را حذف کنید. ضریب تغییرات داده‌های باقی‌مانده کدام است؟

$$۰٫۲۵ \text{ (۴)}$$

$$۰٫۲۱ \text{ (۳)}$$

$$۰٫۱۷ \text{ (۲)}$$

$$۰٫۱۵ \text{ (۱)}$$

۴۲ در داده‌های آماری ۱۱، ۱۵، ۱۷، ۱۶، ۱۴، ۹، ۱۱، ۱۲، ۱۵، ۱۸ و ۱۴، انحراف معیار داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم کدام است؟

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱/۳ (۴)

۱/۲۵ (۳)

۱/۲ (۲)

۱/۱ (۱)

در داده های آماری ۱۸، ۷، ۲۰، ۱۶، ۱۷، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۷، ۲۱، ۱۲ و ۱۳ واریانس داده های

۴۳

بزرگتر از چارک اول و کوچک تر از چارک سوم تقریباً کدام است ؟

۵/۷۱ (۴)

۵/۲۴ (۳)

۴/۹۵ (۲)

۴/۵۹ (۱)

درس دوم : آمار توصیفی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

پاسخ کلیدی

شماره تست	پاسخ تست	شماره تست	پاسخ تست
۱	۲	۲۳	۲
۲	۴	۲۴	۴
۳	۴	۲۵	۴
۴	۲	۲۶	۲
۵	۲	۲۷	۲
۶	۴	۲۸	۴
۷	۴	۲۹	۴
۸	۴	۳۰	۴
۹	۱	۳۱	۱
۱۰		۳۲	
۱۱	۲	۳۳	۲
۱۲	۲	۳۴	۲
۱۳	۱	۳۵	۱
۱۴	۲	۳۶	۲
۱۵	۴	۳۷	۴
۱۶	۲	۳۸	۲
۱۷	۱	۳۹	۱
۱۸	۲	۴۰	۲
۱۹	۴	۴۱	۴
۲۰	۲	۴۲	۲
۲۱	۴	۴۳	۴
۲۲	۳		