

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

حداولت دستگیر

عاصم

این فصل را با ما بخوان
تا از ما شوی...

درس اول : فرآیندهای حدی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مبحث نموداری حد:

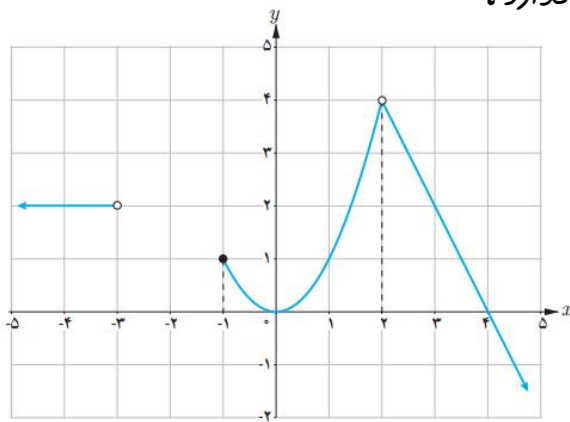
درس اول : فرآیندهای حدی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال در شکل زیر نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -2x + 8 & x > 2 \\ x^2 & -1 \leq x < 2 \\ 2 & x \leq -3 \end{cases}$ رسم شده است.

الف) $f(2)$ تعریف نشده است؛ ولی $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$ ولی $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4$ وجود ندارد.



ج) $f(-1) = 1$

د) $f(0) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

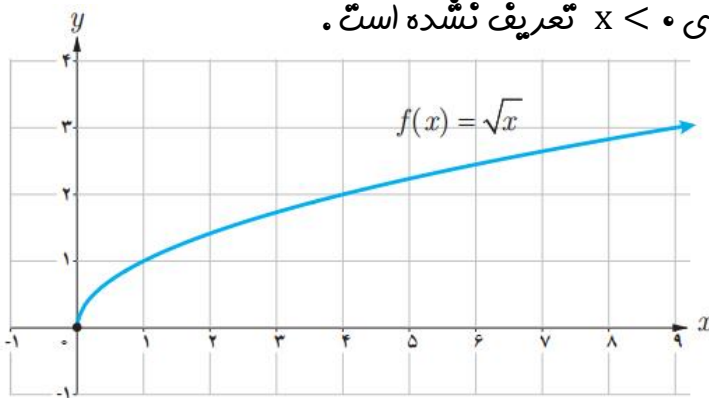
ه) $f(4) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0$

و) $f(-3)$ و $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$

مثال برای تابع $g(x) = \sqrt{x}$ داریم:

الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x}$ وجود ندارد؛ زیرا تابع برای $x < 0$ تعریف نشده است.

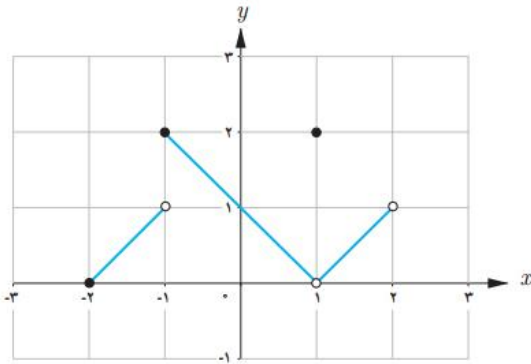


ج) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}$ وجود ندارد.

مثال برای تابع f که نمودار آن داده شده، کدامیک درست و کدامیک نادرست است؟

درس اول : فرآیندهای حدی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷



الف) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$

ب) $f(1) = 2$

پ) $f(2) = 1$

ت) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 0$

ث) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$

ج) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

چ) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ وجود ندارد.

ح) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ وجود ندارد.

مثالی از یک تابع، همراه با نمودار آن ارائه کنید که حد تابع در نقطه ۲ مساوی -۱ باشد.

مثال

تابعی مانند f ارائه کنید که در نقطه ۳ حد نداشته باشد. $f(3) = 1$.

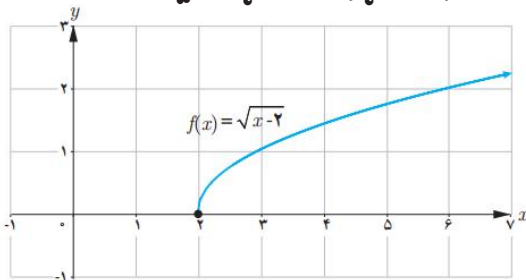
مثال

تابعی مانند f ارائه کنید که در نقطه ۲ تعریف نشده باشد. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$.

مثال

در باره تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x-2}$ موارد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید:

مثال



ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

ت) $f(2)$

پ) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$ در نظر میگیریم.

مثال

آیا f در نقطه صفر حد دارد؟ آیا $f(0)$ موجود است؟

درس اول: فرآیندهای حدی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال توابع زیر را در نظر بگیرید و به سوالات پاسخ دهید:

$$f(x) = 2x + 1, \quad g(x) = 2x + 1 \quad (x \neq 2), \quad h(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x \neq 2 \\ 3 & x = 2 \end{cases}$$

الف) مقادیر $f(2)$ ، $g(2)$ و $h(2)$ را در صورت وجود به دست آورید.

ب) حدهای زیر را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \rightarrow 2} h(x), \quad \lim_{x \rightarrow 2} g(x), \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

مثال آیا حد تابع زیر در $x = 2$ موجود است؟

$$f(x) = \begin{cases} -x + 2 & x > 2 \\ -2 & x = 2 \\ x - 3 & x < 2 \end{cases}$$

مثال نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x > 0 \\ -2x - 2 & x \leq 0 \end{cases}$ را رسم کنید و حد تابع در صفر را

– در صورت وجود – بیابید.

مثال اگر $f(x) = \frac{|x|}{x}$ ، نمودار f را رسم کنید. آیا $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ موجود است؟

مثال نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} (x^2 - 1) & ; x < 1 \\ (x + 1) & ; x \geq 1 \end{cases}$ را رسم کنید و با توجه به آن حاصل

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ را به دست آورید.

مثال نمودار $f(x) = x + \frac{|x|}{x}$ را رسم کنید و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ را محاسبه کنید.

درس اول: فرآیندهای حدی

مهندسی مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

نمودار $f(x) = x + \frac{|x|}{x}$ را رسم کنید و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ را محاسبه کنید.

مثال

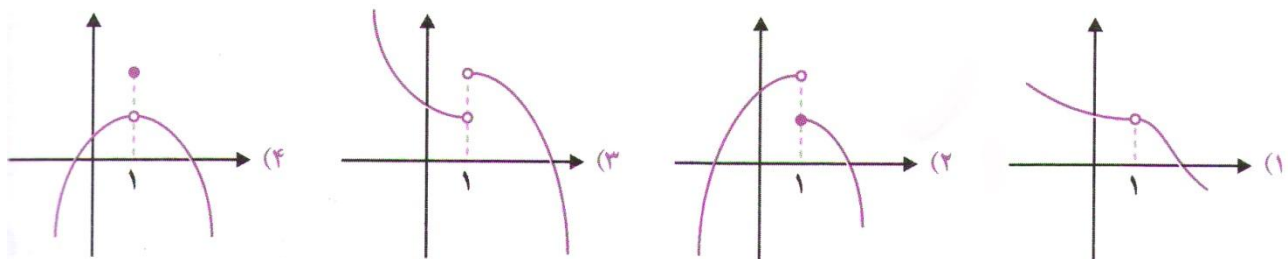
با رسم نمودار تابع زیر مقدار حدهای خواسته شده را بدست آورید.

مثال

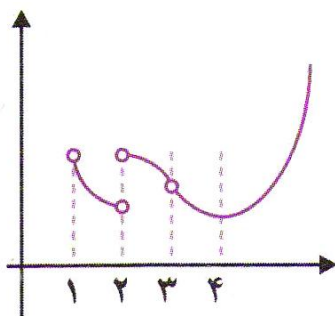
الف) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$, $f(x) = \sqrt{x-1}$

نقشه های تکمیلی

۱) تابع مربوط به کدام نمودار در نقطه $x = 1$ تعریف شده است، ولی حد ندارد؟



۲) در شکل رو به رو نمودار تابع f رسم شده است. عبارت کدام گزینه درست نیست؟



(۱) تابع در $x = 1$ حد راست دارد.

(۲) تابع در $x = 2$ حد ندارد.

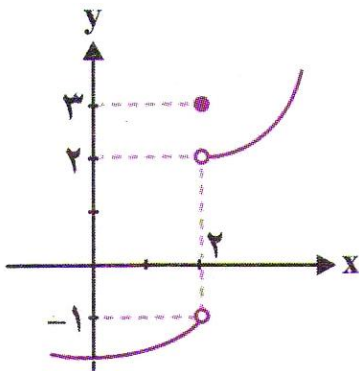
(۳) تابع در $x = 3$ حد ندارد.

(۴) تابع در $x = 4$ برابر با حد تابع در $x = 4$ است.

درس اول : فرآیند های حدی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۳ شکل مقابل نمودار تابع f است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) - f(2)$ کدام است؟



(۱) -۲

(۲) ۰

(۳) -۳

(۴) ۴

۴ در تابع $f(x) = \sqrt{4-x}$ کدام گزینه درست نیست؟

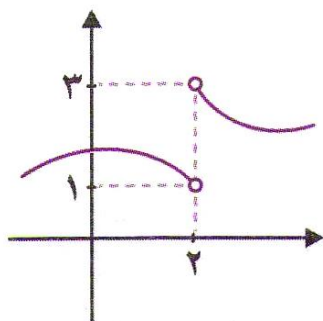
$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0 \quad (۲)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2 \quad (۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 1 \quad (۴)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 0 \quad (۳)$$

۵ نمودار تابع f به صورت مقابل است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x + 1)$ کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

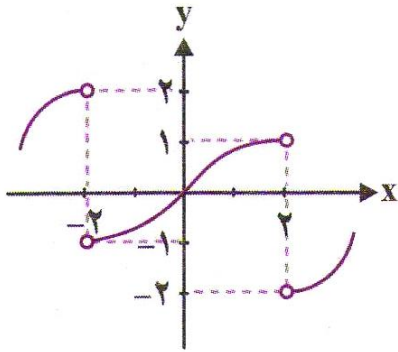
(۳) ۳

(۴) وجود ندارد

درس اول : فرآیند های حدی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۶ نمودار تابع f به صورت مقابل است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(-x)$ کدام است؟



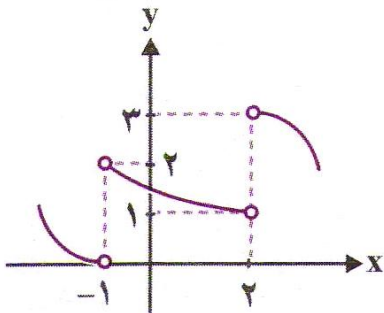
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۷ نمودار تابع f به صورت مقابل است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(1-x)$ کدام است؟



۱ (۱)

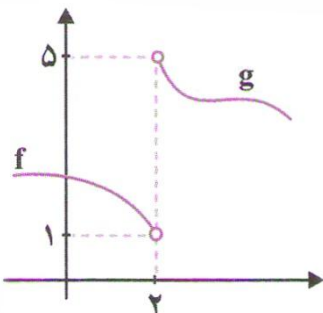
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۸ در شکل رو به رو نمودار توابع f و g رسم شده اند. به ازای کدام مقدار a تابع

$$h(x) = \begin{cases} f(x) + a \\ g(x) - a \end{cases} \text{ در } x = 2 \text{ حد دارد؟}$$



۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

درس اول: تابع نمائی و ویژگی های آن

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۹ اگر $x < 0$ و $x > 0$ ، $f(x) = \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases}$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ کدام است؟

۲ (۱) ۱ (۲) ۰ (۳) -۱ (۴)

۱۰ در تابع $f(x) = 2 + \frac{|x-1|}{x-1}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) موجود نیست

۱۱ تابع با ضابطه $f(x) = x + \frac{|x|}{x}$ را در نظر می گیریم ، حد راست این تابع چقدر از حد چپ

این تابع در $x = 0$ پیش تر است؟

-۱ (۱) ۲ (صفر) ۱ (۳) ۲ (۴)

۱۲ حد تابع $f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & x > 3 \\ x^2 - 3x + 2 & x < 3 \end{cases}$ وقتی که $x \rightarrow 3$ کدام است؟

۲ (۱) -۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) وجود ندارد.

۱۳ در تابع $f(x) = \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ کدام است؟

۱ (۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۲ (۴)

درس اول : تابع نمائی و ویژگی های آن

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

پاسخ کلیدی

شماره تست	پاسخ تست
۱	۲
۲	۳
۳	۳
۴	۲
۵	۳
۶	۳
۷	۴
۸	۳
۹	۴
۱۰	۴
۱۱	۴
۱۲	۱
۱۳	۱

درس دوم : محاسبه حد توابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

یافتن حد تابع در یک نقطه ✓

حد مجموع ، تفاضل ، حاصل ضرب و تقسیم توابع ✓

اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L_1$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_2$, c عددی حقیقی باشد ، آن گاه :

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_1 + L_2$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_1 - L_2$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (cf(x)) = c \lim_{x \rightarrow a} f(x) = c \cdot L_1$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_1 \cdot L_2$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{L_1}{L_2}; (L_2 \neq 0)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x))^n = (\lim_{x \rightarrow a} f(x))^n = L^n \text{ : آن گاه } , n \in \mathbb{N} \text{ و } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \text{ اگر}$$

تذکر

درس دوم : محاسبه حد توابع

مهندسی مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 5$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -2$, $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = 0$ در این صورت حاصل هر یک از حدهای زیر را بدست آورید .

الف) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = ?$

ب) $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{h(x)}{f(x)} + \frac{f(x)}{g(x)} \right) = ?$

ج) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{2g(x)}{h(x) + f^2(x)} = ?$

مثال اگر $f(x) = \frac{1}{3}x^4 + 2x^3 - x + 2$ آن گاه $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است ؟

مثال حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید .

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+3}{x^2-4x}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{3x^2+4} \times \frac{\sqrt{x-1}}{x+1}$

ج) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x}}{x^2+3x+4}$

✓ محاسبه حد توابع شامل جزء صحیح

مثال حاصل هر یک از حدهای زیر را بدست آورید .

الف) $\lim_{x \rightarrow 6} \left[\frac{x}{2} \right] + \left[\frac{x}{3} \right] = ?$

ب) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{[x^2+2]}{[x]} = ?$

ج) $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)} \frac{1}{[x]} = ?$

درس دوم : محاسبه حد توابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

✓ محاسبه حد توابع شامل قدر مطلق

مطلوب است : $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{2x - 6}$

مثال

درباره تابع $h(x) = \frac{|x|}{x}$ درستی یا نادرستی گزاره های زیر را بررسی کنید .

مثال

(پ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = 1$

(ب) $D_h = \mathbb{R} - \{0\}$

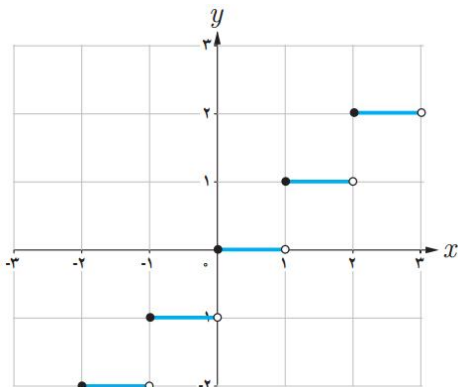
(الف) $h(x) = 1$

(ت) $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$ وجود ندارد .

(ج) $h(0) = 0$

با استفاده از نمودار تابع $f(x) = [x]$ حدهای زیر را در صورت وجود بیابید .

مثال



(ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} [x]$

(الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} [x]$

(ت) $\lim_{x \rightarrow 2} [x]$

(ج) $\lim_{x \rightarrow 2} [x]$

(ج) $\lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} [x]$

(ت) $\lim_{x \rightarrow 0} [x]$

درس دوم : محاسبه حد توابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

به کمک دستورهایی که در این درس آموخته اید، حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه

مثال
کنید.

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x + \sin x}$

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{[x]}{x}$

ت) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin x \cos x}{1 + \cos^2 x}$

پ) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x] - 3}{x}$

مثال در تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + a & x < -2 \\ 3x + 4 & x > -2 \end{cases}$ مقدار حد چپ در نقطه

مثال

$x = -2$ ، عکس مقدار حد راست در این نقطه است. a کدام است؟

۴/۵ (۴)

۴ (۳)

۳/۵ (۲)

۳ (۱)

گزینه ۴ صحیح

مثال در تابع با ضابطه $f(x) = (x + a)[x]$ اگر

مثال

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$ ، عدد حقیقی a کدام است؟

۰ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

گزینه ۱ صحیح

$f(a) = g(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ محاسبه ✓

درس دوم : محاسبه حد توابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال حاصل هر یک از حدود زیر را به دست آورید .

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} \quad (\text{ج})$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} \quad (\text{ب})$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} \quad (\text{الف})$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1} + x - 1}{\sqrt{4x-4} + x^2 - 1} \quad (\text{ه})$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 16} \quad (\text{د})$$

مثال حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + x^2 + 2x + 3}{x^2 - x - 2}$ را به دست آورید .

قاعده هویپیتال

درس دوم : محاسبه حد توابع

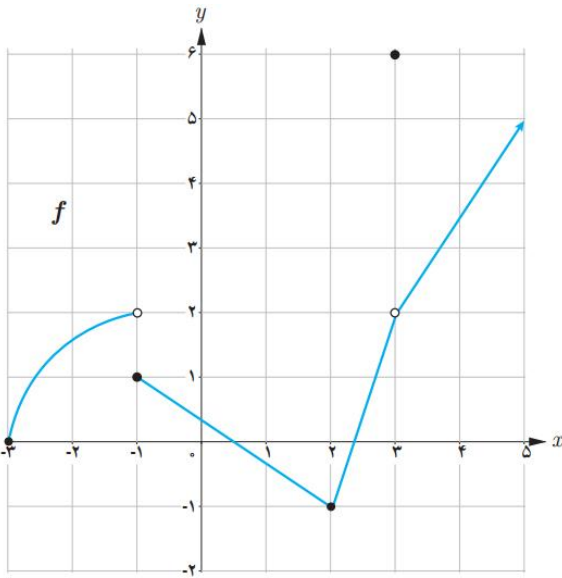
مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

درس دوم : محاسبه حد توابع

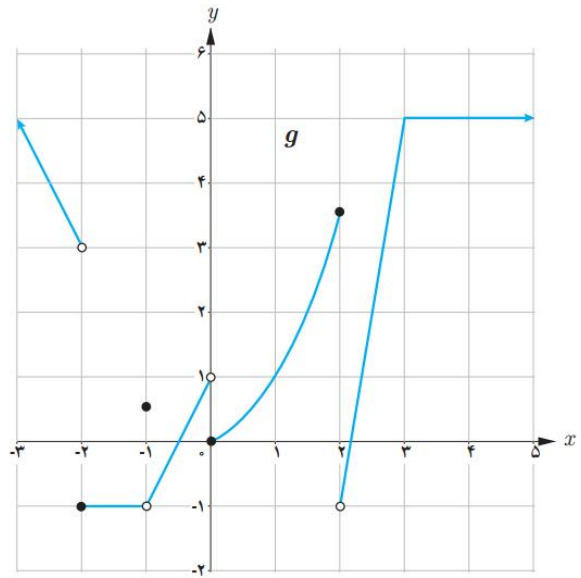
مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

تمرینات تکمیلی

۱) با استفاده از قوانین حد و نمودارهای f و g حدهای زیر را (در صورت وجود) به دست آورید .



$$\lim_{x \rightarrow 3} g(x) \text{ (پ)}$$



$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \text{ (ب)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) \text{ (ف)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (2f(x) + 5g(x)) \text{ (ج)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} (f(x) + g(x)) \text{ (ح)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (f(x) + g(x)) \text{ (ت)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) \cdot g(x)) \text{ (د)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} \text{ (خ)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (g(x))^2 \text{ (ح)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (f(x))^4 \text{ (ج)}$$

۲) حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow -1} (3x^2 - 4x + 5) \text{ (پ)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (-2x - 7) \text{ (ب)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} (-3) \text{ (ف)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 1}{x + 2} \text{ (ج)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2x^2 - x} \text{ (ح)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} \text{ (ت)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x + 7} \text{ (خ)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \text{ (ح)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} [x] \text{ (ج)}$$

درس دوم : محاسبه حد توابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x-2} \quad (\text{خ})$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x+5} \quad (\text{د})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x} \quad (\text{د})$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos x) \quad (\text{س})$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \cos x \quad (\text{ژ})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x-2}{[x]+1} \quad (\text{ز})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x + [x]) \quad (\text{ض})$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^2 x}{1 - \sin x} \quad (\text{ص})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{[x]} \quad (\text{ش})$$

اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$, $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = -1$ حدهای زیر را در



صورت وجود پیاپید.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} \quad (\text{پ})$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (h(x))^5 \quad (\text{ب})$$

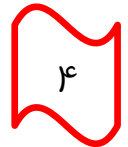
$$\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + h(x)) \quad (\text{الف})$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{h(x)} \quad (\text{ج})$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3f(x)}{g(x) - 5h(x)} \quad (\text{ت})$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{f(x)} \quad (\text{ث})$$

نمودار دو تابع $f(x) = \frac{|x-3|}{x-3}$ و $g(x) = 1$ را رسم کنید . آیا $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ موجود



است؟ (چرا؟) $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$ چطور؟ در چه نقطه‌ای حد دو تابع با هم برابرند؟

در هر یک از حالت‌های زیر درباره حد تابع $f+g$ چه می‌توان گفت؟



(الف) اگر توابع f و g هیچکدام در نقطه‌ای مانند a حد نداشته باشند.

(ب) اگر تابع f در a حد داشته باشد ولی تابع g در a حد نداشته باشد.

اگر m یک عدد صحیح باشد، حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.



$$\lim_{x \rightarrow m} [x] \quad (\text{پ})$$

$$\lim_{x \rightarrow m^-} [x] \quad (\text{ب})$$

$$\lim_{x \rightarrow m^+} [x] \quad (\text{الف})$$

درس دوم : محاسبه حد توابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

تست های تکمیلی

۱) اگر تابع $f(x) = x - 3$ ، آن گاه حاصل تابع $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)+1}{\sqrt{f(x)}}$ کدام است؟

- ۱) (۱) ۲) (۲) ۳) (۳) ۴) (۴)

۲) اگر تابع $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 4$ و $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = -1$ ، آن گاه

حاصل تابع $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(h(x))^2 + g(x) + 2x}{g(x) - f(x)}$ کدام است؟

- ۱) (-۱) ۲) (۱) ۳) (۳) ۴) (۴) ۵) (۵)

۳) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 2$ ، $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -4$ ، آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow a} \frac{2f(x) + xg(x)}{f(x) + g(x) + 2x}$

کدام است؟

- ۱) (۱) ۲) (۲) ۳) (-۱) ۴) (-۲)

۴) توابع f و g در $x = 5$ حد دارند. اگر $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)}{g(x)} = 3$ و $\lim_{x \rightarrow 5} (f(x) + g(x)) = 12$ ،

آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - x}{x - g(x)}$ کدام است؟

- ۱) (۱) ۲) (۲) ۳) (۵) ۴) (۱۰)

۵) تابع f در نقطه $x = 2$ حد دارد. اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 + f(x)}{f(x) - 1} = 5$ ، آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

کدام است؟

- ۱) (۰) ۲) (۲) ۳) (۴) ۴) (۸)

درس دوم : محاسبه حد توابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۶ تابع f در $x = a$ حد دارد، ولی تابع g در $x = a$ حد ندارد . کدام تابع ممکن است در $x = a$ حد داشته باشد؟

$\frac{g}{f}$ (۴) $f \times g$ (۳) $g - f$ (۲) $f + g$ (۱)

۷ تعداد نقاطی که تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$ در آن نقاط حد ندارد، کدام است؟

(۴) پی شمار (۳) ۰ (۲) ۲ (۱) ۱

۸ در تابع $f(x) = \begin{cases} ax - b & x > 2 \\ ax^2 + bx + 1 & x < 2 \end{cases}$ می دانیم $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$. مقرر b کدام است؟

(۴) ۳ (۳) ۱ (۲) -۱ (۱) -۳

۹ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{7x + a} & x \geq 1 \\ x + a & x < 1 \end{cases}$ در $x = 1$ حد داشته باشد، a کدام است؟

(۴) ۲ (۳) ۳ (۲) -۲ (۱) -۳

۱۰ حد تابع $f(x) = \begin{cases} x - 6 & x < 5 \\ -\tan \frac{\pi x}{4} & x > 5 \end{cases}$ در نقطه $x = 5$ کدام است؟

(۴) وجود ندارد (۳) ۲ (۲) -۱ (۱) ۱

درس دوم : محاسبه حد توابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

در تابع جزء صحیح $f(x) = \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor$ مجموع حد چپ و راست وقتی $x \rightarrow 6$ کدام

۱) است؟

- ۷ (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴)

مقدار $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|2x-2|}{[-x]-2}$ کدام است؟

۱۲

- ۱ (۱) ۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

مقدار a چه قدر باشد تا تابع $f(x) = [2x] + a[-x]$ در $x = -1$ دارای حد باشد؟

۱۳

- ۱ (۱) -1 (۲) ۲ (۳) -2 (۴)

حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} (x-1)[x]$ کدام است؟

۱۴

- ۱ (۱) -1 (۲) ۰ (۳) وجود ندارد. (۴)

حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} (x - [x])[x]$ کدام است؟

۱۵

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۰ (۳) وجود ندارد. (۴)

حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}^+} \left[-\frac{1}{x} \right]$ کدام است؟

۱۶

- ۴ (۱) ۲ (۲) -2 (۳) -4 (۴)

درس دوم : محاسبه حد توابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱۷) مجموع حد چپ و راست تابع $f(x) = \frac{x+4}{a+[x]}$ در نقطه $x = 2$ برابر است با δ . کدام می تواند باشد؟

- ۵ (۴)
۳ (۳)
۱ (۲)
-۱ (۱)

۱۸) تابع $f(x) = \begin{cases} 2x & x > t \\ x + 3 & x < t \end{cases}$ به ازای کدام مقدار t ، در نقطه $x = t$ حد دارد؟

- ۳ (۴)
۳ (۳)
-۱ (۲)
۱ (۱)

۱۹) حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9}$ کدام است؟

- $\frac{1}{4}$ (۴)
 $\frac{1}{3}$ (۳)
 $\frac{1}{2}$ (۲)
۱ (۱)

۲۰) حاصل $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{x + 3}$ کدام است؟

- ۱۲ (۴)
۲۷ (۳)
۶ (۲)
۳ (۱)

۲۱) حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{x^2 - 16}$ کدام است؟

- ۶ (۴)
۴ (۳)
۳ (۲)
۱ (۱)

۲۲) حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + |x|}{2x}$ کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۴)
۲ (۳)
۰ (۲)
 $-\frac{1}{2}$ (۱)

۲۳) مجموع حد چپ و راست تابع $y = \frac{|x^2 - 1|}{x - 1} + x + 1$ وقتی که $x \rightarrow 1$ کدام است؟

درس دوم : محاسبه حد توابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

$\frac{1}{2} (۴)$

$۲ (۳)$

$۴ (۲)$

$\frac{1}{۴} (۱)$

در تابع با ضابطه $y = \frac{|x^2 - 3x + 2|}{x^2 - 1}$ ، تفاضل حد چپ از حد راست آن در نقطه $x = 1$ کدام

۲۴ است؟

$۲ (۴)$

$-\frac{1}{2} (۳)$

$\frac{1}{2} (۲)$

$۱ (۱)$

حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)^3 + x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$ کدام است؟

۲۵

$\frac{2}{3} (۴)$

$\frac{3}{2} (۳)$

$\frac{3}{۴} (۲)$

$\frac{۴}{۳} (۱)$

اگر $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ و $B = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}$ ، آن گاه حاصل $A + B$ کدام است؟

۲۶

$۸ (۴)$

$۶ (۳)$

$۴ (۲)$

$۲ (۱)$

حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x-2}$ کدام است؟

۲۷

$-\frac{3}{۴} (۴)$

$-\frac{1}{۴} (۳)$

$\frac{3}{۴} (۲)$

$\frac{1}{۴} (۱)$

حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1-2x}}{x}$ کدام است؟

۲۸

$\frac{5}{16} (۴)$

$\frac{5}{۸} (۳)$

$\frac{5}{۴} (۲)$

$\frac{5}{2} (۱)$

حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - 3x + 2}$ کدام است؟

۲۹

$-\frac{1}{2} (۴)$

$-۱ (۳)$

$\frac{1}{2} (۲)$

$۱ (۱)$

درس دوم : محاسبه حد توابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = 3$ ، آن گاه مقدار ab کدام است ؟ ۳۰

۱) ۰

۲) ۰

۳) ۲

۴) ۱

اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x-2}}{ax+b} = \frac{1}{2}$ باشد ، آن گاه مقدار b کدام است ؟ (سراسری خارج از کشور

تجربی ۹۵)

۱) ۲

۲) ۱

۳) ۱

۴) ۲

حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\tan x - \cot x}$ کدام است ؟ ۳۲

۱) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۳) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - 2\sin^2 x}{\sin x - \cos x}$ کدام است ؟ ۳۳

۱) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۳) $-\sqrt{2}$

۴) $\sqrt{2}$

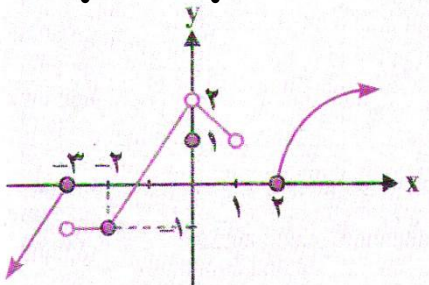
درس دوم : محاسبه حد توابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

پاسخ کلیدی

شماره تست	پاسخ تست	شماره تست	پاسخ تست
۱	۲	۱۸	۳
۲	۳	۱۹	۳
۳	۴	۲۰	۴
۴	۲	۲۱	۴
۵	۲	۲۲	۴
۶	۳	۲۳	۲
۷	۳	۲۴	۱
۸	۲	۲۵	۱
۹	۴	۲۶	۳
۱۰	۲	۲۷	۲
۱۱	۴	۲۸	۱
۱۲	۳	۲۹	۳
۱۳	۱	۳۰	۲
۱۴	۴	۳۱	۲
۱۵	۳	۳۲	۴
۱۶	۴	۳۳	۲
۱۷	۲		

مثال شکل مقابل نمودار تابع f را نشان می دهد در نقاط تعیین شده تابع از نظر پیوستگی چه وضعی دارد؟



مثال پیوستگی توابع زیر را در نقاط داده شده بررسی کنید.

الف) $f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & ; x \leq 1 \\ x^2 & ; x > 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$

ب) $f(x) = \frac{|x-2|}{x-2}$ در نقطه $x = 2$

ج) $f(x) = \begin{cases} |x - 3| & ; x \neq 3 \\ x^2 & ; x = 3 \end{cases}$ در نقطه $x = 3$

د) $f(x) = \begin{cases} 5x - 13 & ; x < 3 \\ 2 & ; x = 3 \\ \frac{x+1}{x-1} & ; x > 3 \end{cases}$ در نقطه $x = 3$

پیوستگی روی یک بازه:

تعریف

- تابع f روی بازه (a, b) پیوسته است، هرگاه در هر نقطه آن بازه پیوسته باشد.
- تابع f روی بازه $[a, b]$ پیوسته است، هرگاه اولاً تابع در بازه (a, b) پیوسته باشد، ثانیاً در نقطه a از راست پیوسته و در نقطه b از چپ پیوسته باشد.
- تابع f روی بازه $[a, b)$ پیوسته است، هرگاه اولاً در بازه (a, b) پیوسته باشد، ثانیاً در نقطه a از راست پیوسته پیوسته باشد.
- تابع f روی بازه $(a, b]$ پیوسته است، هرگاه اولاً در بازه (a, b) پیوسته باشد، ثانیاً در نقطه b از چپ پیوسته باشد.

هر تابع در دامنه خود پیوسته است.

نتیجه

مثال

الف) اگر f یک تابع چندجمله ای باشد، آنگاه f روی بازه $(-\infty, \infty)$ پیوسته است؛ زیرا

$$(c \in R) \quad \lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$$

ب) توابع $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \cos x$ روی بازه های $(-\infty, \infty)$ پیوسته اند.

پ) تابع $f(x) = \log_3 x$ روی بازه $(0, \infty)$ پیوسته است.

ت) اگر تابعی روی بازه ای پیوسته باشد، روی هر زیر بازه دلخواه از آن نیز پیوسته است.

ث) توابع $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \cos x$ روی بازه های $[0, 2\pi]$ پیوسته اند.

ج) تابع $f(x) = \log_3 x$ روی بازه $[1, 2]$ پیوسته است.

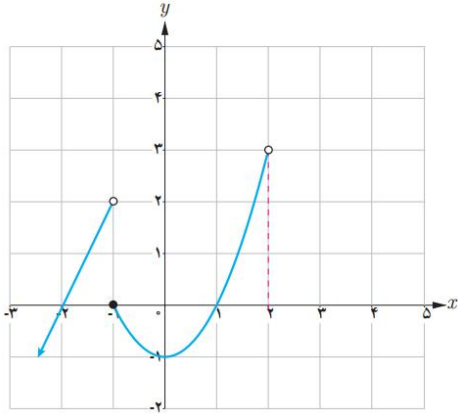
مثال تابع f با ضابطهٔ مقابل را در نظر می‌گیریم:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x < -1 \\ x^2 - 1 & -1 \leq x < 2 \\ -x + 5 & 2 < x < 5 \end{cases}$$

الف) نمودار f را کامل کنید.

ب) دامنه و برد f را به دست آورید.

پ) پیوستگی تابع را روی بازه‌های $[-1, 1]$ و $(2, 5)$ و $[-2, 0]$ بررسی کنید.



مثال دربارهٔ تابع f کدام یک از گزاره‌های زیر درست و کدامیک نادرست است؟

ب) f روی بازه $(-1, -\infty)$ پیوسته است.

الف) f روی بازه $(-1, -\infty)$ پیوسته است.

ت) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$

پ) f روی بازه $[2, 5]$ پیوسته است.

ج) f روی بازه $(-2, 0)$ پیوسته است.

ث) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0$

تمرینات تکمیلی:

با توجه به توابع f و g و h با ضابطه‌های داده شده، به سوالات پاسخ دهید.

درس سوم : پیوستگی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

$$f(x) = 2x + 1, \quad g(x) = 2x + 1 \quad x \neq 2, \quad h(x) = \begin{cases} 2 + x & x \neq 2 \\ 3 & x = 2 \end{cases}$$

(الف) مقادیر زیر را در صورت وجود به دست آورید :

$$f(2) = \quad , \quad g(2) = \quad , \quad h(2) =$$

(ب) حدود زیر را در صورت وجود به دست آورید :

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \quad \quad \quad \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \quad \quad \quad \lim_{x \rightarrow 2} h(x) =$$

(پ) کدام تابع در $x = 2$ پیوسته است ؟

$$f(x) = \begin{cases} x - 3 & x < 2 \\ -2 & x = 2 \\ -x + 2 & x > 2 \end{cases} \quad \text{نمودار تابع } f(x) \text{ را رسم کنید. } f \text{ در چه نقاطی ناپیوسته است ؟}$$

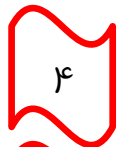


$$g(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3} \text{ و } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & x \neq 3 \\ 6 & x = 3 \end{cases} \quad \text{نواحی } g(x) \text{ را در نظر می گیریم. پیوستگی این}$$



تابع ها را در $x = 3$ بررسی کنید.

با توجه به نمودار تابع $f(x) = [x]$ تابع در چه نقاطی پیوسته و در چه نقاطی ناپیوسته است ؟



$$f(x) = \begin{cases} -2x + 2 & x \leq 0 \\ x^2 + 2 & x > 0 \end{cases} \quad \text{پیوستگی تابع } f(x) \text{ را در نقطه } x = 0 \text{ بررسی کنید.}$$



پیوستگی تابع در نقاط دیگر چگونه است ؟

تابعی مثال بنویسید که حد آن در نقطه $x = 1$ مساوی -1 باشد ؛ ولی تابع در $x = 1$ پیوسته نباشد.



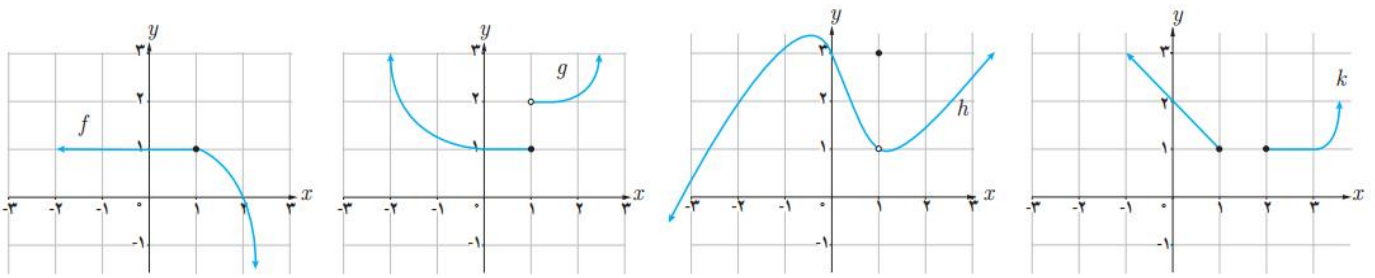
نمودار این تابع را رسم کنید.

درس سوم : پیوستگی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

کدام یک از توابع زیر در $x = 1$ پیوسته است؟

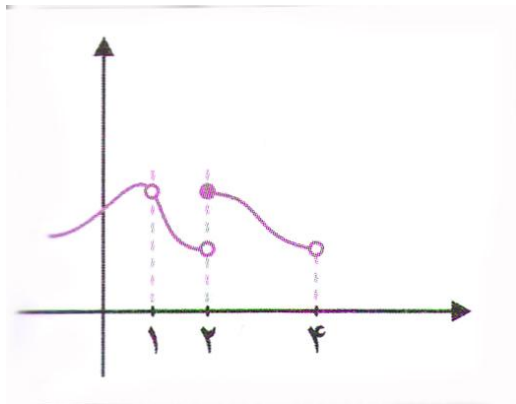
۷



✓ نقرت های تکمیلی :

نمودار تابع f به شکل رو به رو است . کدام گزینه درست نیست؟

۱



(۱) تابع در $x = 1$ پیوسته نیست .

(۲) تابع در $x = 2$ پیوستگی راست دارد .

(۳) تابع در $x = 3$ پیوسته است .

(۴) تابع در $x = 4$ پیوستگی چپ دارد .

کدام تابع پیوسته نیست؟

۲

$f(x) = \log(-x)$ (۲)

$f(x) = |x|$ (۱)

$f(x) = [x + 1]$ (۴)

$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$ (۳)

تابع $f(x) = \frac{3-2x}{x-1}$ در پیوسته نیست .

۳

درس سوم : پیوستگی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

$$x = \frac{3}{2} \quad (4) \quad x = - \quad (3) \quad x = 3 \quad (2) \quad x =) \quad (1)$$

نمودار تابع $f(x) = [2x]$ روی بازه $[-1, 1]$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

۴

$$5 \quad (4) \quad 4 \quad (3) \quad 3 \quad (2) \quad 2 \quad (1)$$

تابع $f(x) = [x] + [-2x]$ در چه وضعی دارد؟

۵

(۱) پیوسته است .

(۲) فقط پیوستگی راست دارد .

(۳) ناپیوسته است .

(۴) فقط پیوستگی چپ دارد .

تابع $f(x) = [x] - \left[\frac{x}{4}\right]$ در $x = 8$ چه وضعی دارد؟

۶

(۱) فقط پیوستگی راست دارد .

(۲) فقط پیوستگی چپ دارد .

(۳) پیوسته است .

(۴) پیوسته نیست .

به ازای کدام مقدار a نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x[x] & x < 2 \\ ax + 2 & x \geq 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ پیوسته

۷

است؟

$$\frac{1}{2} \quad (4) \quad) \quad (3) \quad \cdot \quad (2) \quad - \quad (1)$$

به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 3x - [x] & x < 2 \\ a & x = 2 \\ x + 2 & x > 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$

۸

پیوسته است؟ (سراسری تجربی - ۹۲)

$$a \text{ هیچ مقدار } (4) \quad 5 \quad (3) \quad 4, 5 \quad (2) \quad 4 \quad (1)$$

درس سوم : پیوستگی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۹ تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x-1} & x > 1 \\ x-a & x \leq 1 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a در نقطه $x = 1$ پیوسته است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

۱۰ تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1} & |x| > 1 \\ 2x & |x| \leq 1 \end{cases}$ ، از نظر پیوستگی در دو نقطه $x = 1$ و $x = -1$ چگونه است؟

(۱) پیوسته - پیوسته (۲) پیوسته - ناپیوسته

(۳) ناپیوسته - پیوسته (۴) ناپیوسته - ناپیوسته

۱۱ تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x-\sqrt{x}}{x-1} & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a در $x = 1$ پیوسته است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۲ تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{|x-2|} & x > 2 \\ 2x-8 & x \leq 2 \end{cases}$ ، در نقطه $x = 2$:

(۱) فقط پیوستگی چپ دارد. (۲) فقط پیوستگی راست دارد.

(۳) پیوستگی چپ و راست دارد. (۴) نه پیوستگی راست و نه پیوستگی چپ دارد.

درس سوم : پیوستگی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱۳ تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sin x + \gamma \cos x & x \neq \frac{\pi}{\gamma} \\ -\cos \gamma x & x = \frac{\pi}{\gamma} \end{cases}$ با تعریف $f\left(\frac{\pi}{\gamma}\right) = 1$ از نظر پیوستگی در نقطه $x = \frac{\pi}{\gamma}$ چگونه است؟

(۲) از چپ پیوسته - از راست ناپیوسته

(۱) از چپ ناپیوسته - از راست پیوسته

(۴) از چپ پیوسته - از راست پیوسته

(۳) از چپ ناپیوسته - از راست ناپیوسته

۱۴ تابع $f(x) = \begin{cases} a & x = \frac{\pi}{\gamma} \\ \cos \gamma x & x \neq \frac{\pi}{\gamma} \end{cases}$ در $x = 0$ پیوسته است. مقدار کدام است؟ (فرض کنید دامنه تابع $(0, 2\pi)$ باشد)

(۴) ۲

(۳) ۳

(۲) $-\frac{1}{\gamma}$

(۱) $-\frac{3}{\gamma}$

۱۵ به ازای کدام یک از مقادیر زیر، تابع $f(x) = \begin{cases} \gamma \sin x + \cos x & x < a \\ \gamma \sin x & x \geq a \end{cases}$ در $x = a$ پیوسته است؟

(۴) $x = \frac{\pi}{\gamma}$

(۳) $x = \frac{\pi}{3}$

(۲) $x = \frac{\pi}{4}$

(۱) $x = \frac{\pi}{6}$

۱۶ درباره تابع $f(x) = \begin{cases} |x| & x \neq 0 \\ - & x = 0 \end{cases}$ کدام درست است؟

(۲) در $(-\infty, 0]$ پیوسته است.

(۱) در R پیوسته است.

(۴) در $x = 0$ پیوستگی چپ ندارد.

(۳) در $(0, +\infty)$ پیوسته است.

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱۷ به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & 0 < x < a \\ 1 - \frac{x}{a} & x \geq a \end{cases}$ همواره a پیوسته است؟

(سراسری خارج کشور ریاضی ۹۵)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ مقدار a

۱۸ به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 5 & x > 2 \\ ax - 1 & x \leq 2 \end{cases}$ در روی مجموعه اعداد

حقیقی پیوسته است؟

(۱) هر مقدار حقیقی a (۲) فقط $a = 2$

(۳) فقط $a = -2$ (۴) هیچ مقدار a

۱۹ وزن یک بچه پلنگ بر حسب کیلوگرم از تابع $f(t) = \begin{cases} 2t + 2 & 0 \leq t < 1 \\ at + b & 1 \leq t < 3 \\ t + 15 & 3 \leq t \leq 4 \end{cases}$ به دست

می آید، که در آن t سن پلنگ بر حسب سال است. اگر تابع f در بازه $[0, 4]$ پیوسته باشد، آن گاه

حاصلی ab کدام است؟

(۱) -۱۸ (۲) -۲۱ (۳) -۲۴ (۴) -۲۷

۲۰ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 2ax + b & x > 2 \\ 5 & x = 2 \\ x^2 + bx - a & x < 2 \end{cases}$ همواره پیوسته باشد، $a + b$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) ۲

درس سوم : پیوستگی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۲۱) تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x-\sqrt{x}}{2-x} & x \neq 2 \\ a & x = 2 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a ، در نقطه $x = 2$ پیوسته است؟

- (۱) -2 (۲) -1 (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) 1

۲۲) تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x-1}{x-1} & x > 1 \\ ax - a + 3 & x \leq 1 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a ، در نقطه $x = 1$ پیوسته است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) 2

(۳) هیچ مقدار a (۴) هر مقدار a

۲۳) با کدام مجموعه مقادیر a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+a} & x \geq -1 \\ x^2+ax & x < -1 \end{cases}$ در $x = -1$ پیوسته است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ و $+\sqrt{2}$ (۳) \emptyset (۴) \mathbb{R}

۲۴) اگر تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax + b & x > 2 \\ x^2 + bx + 1 & x < 2 \end{cases}$ با شرط $f(2) = 5$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. a کدام است؟

- (۱) -1 (۲) 1 (۳) 2 (۴) 3

پاسخ کلیدی

شماره تست	پاسخ تست	شماره تست	پاسخ تست
۱	۴	۱۳	۴
۲	۴	۱۴	۴
۳	۱	۱۵	۲
۴	۳	۱۶	۲
۵	۳	۱۷	۲
۶	۳	۱۸	۱
۷	۲	۱۹	۲
۸	۴	۲۰	۴
۹	۴	۲۱	۳
۱۰	۳	۲۲	۴
۱۱	۲	۲۳	۳
۱۲	۱	۲۴	۳