

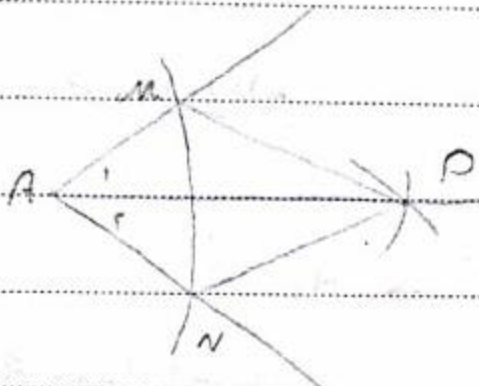
محل دوم ← هندسه (ترسیم های هندسی)

مراحل رسم نیم سازه را توضیح دهید؟

۱- مکانی دایره به مرکز A رسم می کنیم و محل برخوردش با دو ضلع زاویه را M و N می نامیم

۲- دو مکانی دایره دیگر هم اندازه به مرکز M و N رسم می کنیم و محل برخورد آنها را P می نامیم

۳- خط AP همان نیم سازه زاویه A است



$AM = AN \rightarrow$ شعاع دایره اول

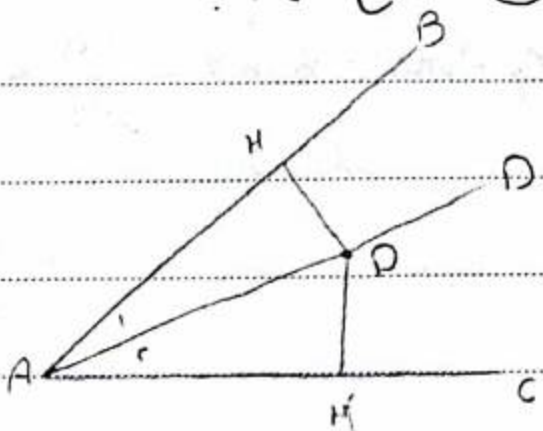
$PM = NP \rightarrow$ شعاع دایره دوم

$AP = AP \rightarrow$ مشترک

$$\xrightarrow{\text{قضیة ضلع ضلع}} \triangle AMP \cong \triangle ANP \xrightarrow[\text{متناظر}]{\text{اجزا}} \hat{A}_r = \hat{A}_l \rightarrow$$

AP نیم سازه زاویه A است

توضیح: اگر نقطه ای روی نیم سازه یک زاویه انتخاب شود اندازه فاصله آن تا دو ضلع زاویه برابر است



$\hat{A}_r = \hat{A}_l \rightarrow AP$ نیم سازه زاویه A است $\rightarrow$ فرض

$PH = PH' \rightarrow$ حکم

$AP = AP$ (مشترک)

برهان

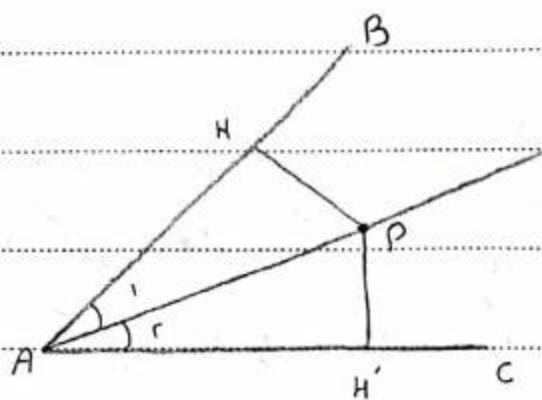
$\hat{A}_r = \hat{A}_l$ فرض

$$\xrightarrow[\text{زاویه حاده}]{\text{دو دایره یک}} \triangle APH \cong \triangle APH' \xrightarrow[\text{متناظر}]{\text{اجزا}} PH = PH'$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

فرضیه: اگر نقطه‌ای فاصله اش تا دو ضلع زاویه برابر باشد آن نقطه روی منصف زاویه قرار دارد



فرض: $PH = PH'$

حکم: P روی منصف زاویه A قرار دارد

از A به P وصل می‌کنیم

مشترک (دور) $AP = AP$

دور یک
ضلع

$\triangle APH \cong \triangle APH'$

اجرا
متناظر

$\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

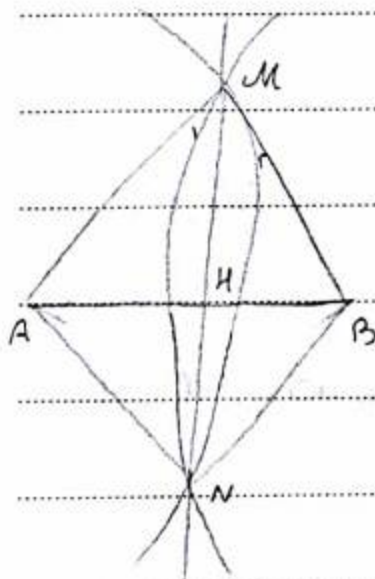
فرض $PH = PH'$

پس AP منصف است

مرحله رسم عمود منصف: با قوس‌های دایره

دو کمان دایره‌ای هم اندازه با شعاع بیش‌تر از نصف طول پایه خط رسم می‌کنیم و محل برخورد این دو کمان را M و N

می‌نامیم خط MN همان عمود منصف پایه خط AB است



شعاع کمان $AM = BM$

$AN = BN$

فرض

$\triangle AMN \cong \triangle BMN$

اجرا

متناظر

مشترک $MN = MN$

$M_1 = M_2$

شعاع کمان $AM = BM$

مشترک $MN = MN$

فرض

$\triangle AMH \cong \triangle BMH$

اجرا

متناظر

$M_1 = M_2$ ①

$AH = BH$

$H_1 = H_2$ می‌دانیم $H_1 + H_2 = 180^\circ$

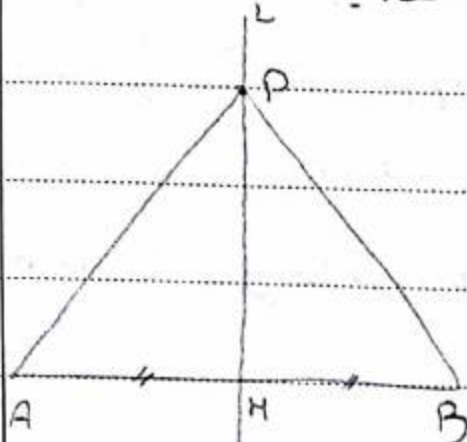
$H_1 = H_2 = 90^\circ$

پس MN عمود منصف پایه خط AB است

Subject:

Year: Month: Day: ()

قضیه: اگر نقطه دلترا روی عمود منصف انتخاب شود آنگاه فاصله آن تا دو سر پایه خط یکسان اندازه است



L عمود منصف است : فرض

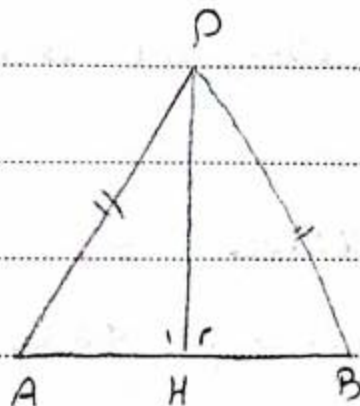
حکم $AP = BP$

مشترک $PH = PH$

$AH = BH$ فرض $\xrightarrow{\text{فرض و فرض}} \hat{A}PH \equiv \hat{B}PH \xrightarrow[\text{متناظر}]{\text{اجزا}} AP = BP$

$H_1 = H_2 \Rightarrow a_0$

قضیه: اگر فاصله نقطه ای تا دو سر پایه خط یکسان اندازه باشد آنگاه آن نقطه روی عمود منصف قرار دارد



فرض $AP = BP$

مقدار P روی عمود منصف پایه خط AB قرار دارد : حکم

استدلال: P عمود روی بر AB رسم می کنیم

فرض (مقدار) $AP = BP$

$\hat{A}PH \equiv \hat{B}PH \xrightarrow[\text{متناظر}]{\text{اجزا}} AH = BH$

مشترک $PH = PH$

PH عمود منصف AB است و این یعنی P روی عمود منصف AB قرار دارد

Subject:

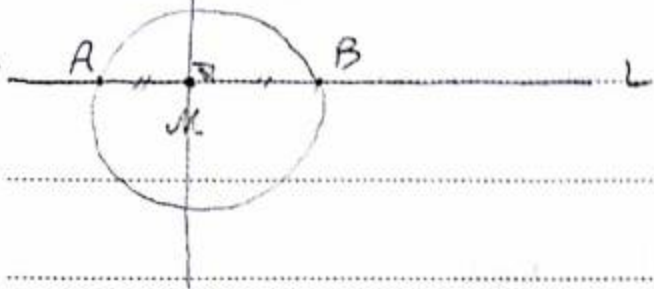
Year: Month: Day: ()

1. مراحل رسم خط عمود بر یک خط از نقطه ای روی آن را توضیح دهید؟

2. 1- دایره ای به مرکز M و شعاع دلخواه رسم می کنیم تا خط L را در دو نقطه A و B قطع کند

3. 2- عمود منصف AB را رسم می کنیم و آن را L' می نامیم

4. 3- خط L' همان خط عمود بر خط L است



7. M روی عمود منصف قرار دارد $\Rightarrow$ فاصله M تا دو سر پایه خط به یک اندازه $\rightarrow$ شعاع دایره $AM = BM$

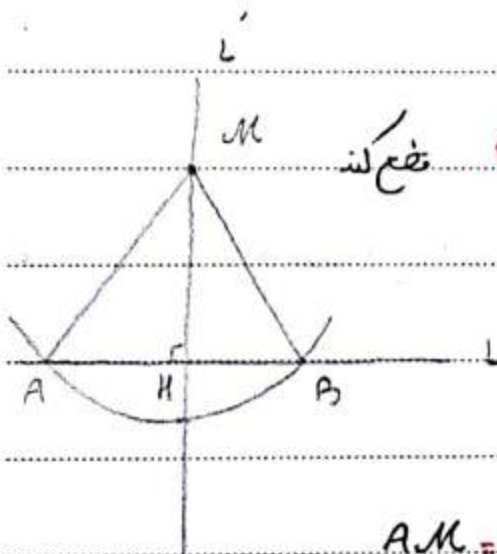
است

10. مراحل رسم خط عمود بر یک خط از نقطه ای خارج آن را توضیح دهید؟

11. 1- گمانی به مرکز M طوری رسم می کنیم که خط L را در دو نقطه A و B قطع کند

12. 2- عمود منصف AB را رسم می کنیم و L' می نامیم

13. 3- خط L' همان خط عمود بود خط L است



15. $\Rightarrow$ فاصله M تا دو سر پایه خط به یک اندازه $\rightarrow$ شعاع دایره $AM = BM$ است

16. نقطه M روی عمود منصف قرار دارد

18. مراحل رسم خط موازی با خط از نقطه ای خارج آن را توضیح دهید؟

19. 1- گمانی به مرکز M و شعاع دلخواه طوری رسم می کنیم که خط L را در دو نقطه A و B قطع کند

20. 2- خط عمود منصف AB را رسم می کنیم و L' می نامیم

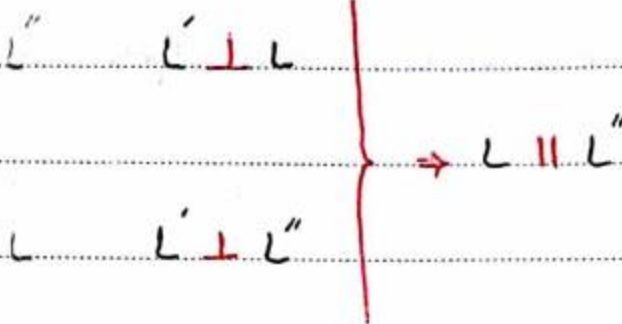
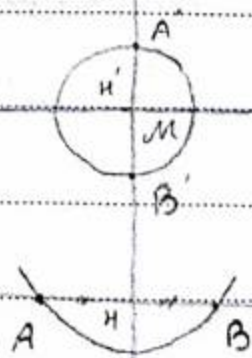
21. 3- دایره ای به مرکز M و شعاع دلخواه رسم می کنیم تا خط L' را در دو نقطه A' و B' قطع کند

22. 4- عمود منصف $A'B'$ را رسم می کنیم و L'' می نامیم

23. 5- خط L'' همان خط موازی خواسته شده می باشد

Subject:

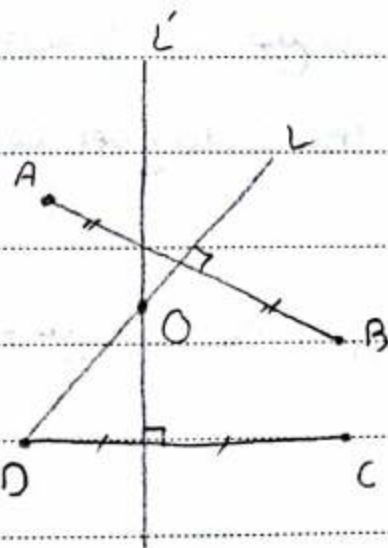
Year: Month: Day: ()



تمرین صفحه ۱۶ - ۱۷

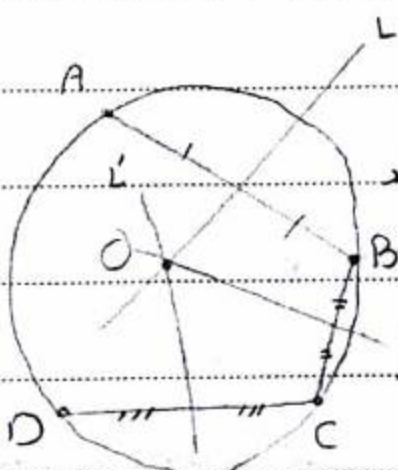
۱. دو پاره خط AB و CD مطابق شکل داده شده اند. نقطه ای بیابید که از دو نقطه A و B به یک فاصله باشد و از دو نقطه C و D نیز به یک فاصله باشد.

۲. نقطه مورد نظر را تقسیم اول O می نامیم اگر نقطه O روی عمود منصف پاره خط BC باشد و دایره G دایره مرکز O و به شعاع OA باشد راس های چهار ضلعی $ABCD$ نسبت به دایره G چه وضعیتی دارند؟ چرا؟



۳. ابتدا عمود منصف پاره خط AB را رسم می کنیم سپس عمود منصف پاره خط CD را. این رسم می کنیم محل برخورد این دو عمود منصف جواب مورد نظر می باشد.

هر چهار نقطه روی دایره قرار دارند.



$OA = OB$ ← O روی عمود منصف پاره خط AB قرار دارد

$OB = OC$ ← O روی عمود منصف پاره خط BC قرار دارد

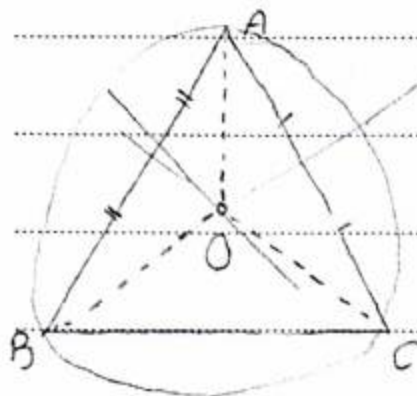
$OC = OD$ ← O روی عمود منصف پاره خط CD قرار دارد

$\Rightarrow OA = OB = OC = OD = r$

Subject:

Year: Month: Day: ()

۱. مثلثی دلخواه رسم کنید و آن را ABC بنامید. عمود منصفهای دو ضلع این مثلث را رسم کنید و نقطه برخورد آنها را O بنامید به مرکز O و به شعاع OA یک دایره رسم کنید. نقاط B و C نسبت به این دایره چه وضعیتی دارند؟



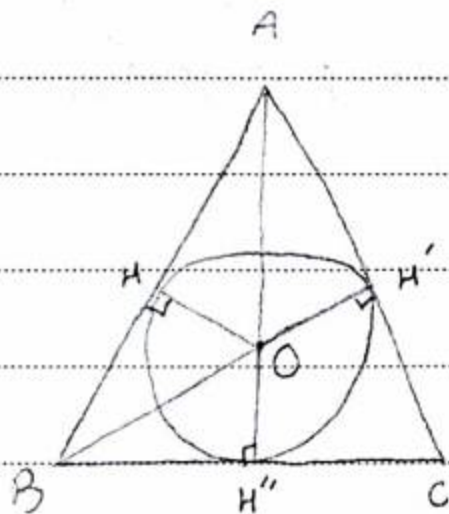
نقاط B و C روی دایره قرار دارند زیرا:

$$O \rightarrow OA = OB \quad \text{روی عمود منصف ضلع } AB \text{ قرار دارد}$$

$$\Rightarrow OA = OB = OC = r$$

$$O \rightarrow OA = OC \quad \text{روی عمود منصف ضلع } AC \text{ قرار دارد}$$

۲. مثلثی دلخواه رسم کنید و آن را ABC بنامید. نیمسازهای دو زاویه این مثلث را رسم کنید و نقطه برخورد آنها را O بنامید. از نقطه O بر سه ضلع مثلث عمود رسم کنید و پای یکی از عمودها را H بنامید به مرکز O و به شعاع OH دایره‌ای رسم کنید. اضلاع مثلث ABC نسبت به این دایره چه وضعیتی دارند؟



هر سه ضلع مثلث بر دایره رسم شده مماس است زیرا:

$$O \rightarrow OH = OH' \quad \text{روی نیمساز زاویه } A \text{ قرار دارد}$$

$$\Rightarrow OH = OH' = OH'' = r$$

$$O \rightarrow OH = OH'' \quad \text{روی نیمساز زاویه } B \text{ قرار دارد}$$

شعاع بر سه ضلع عمود است و این تعریف خط مماس است

Subject:

Year: Month: Day: ()

© Riazi - mahmoodi

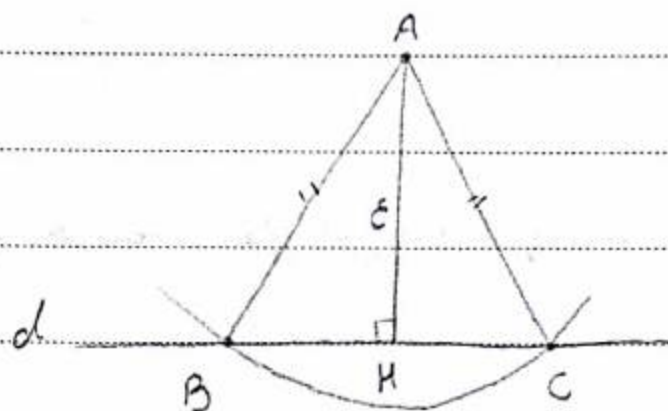
۱. فرض کنید نقطه A به فاصله ϵ سانتی متر از خط d باشد. در این رسم هر یک از ضلع‌های زیر را توضیح دهید.

۲. (الف) مثلث متساوی الساقین که A یک رأس آن و فاصله آن از خط d متعلق باشد.

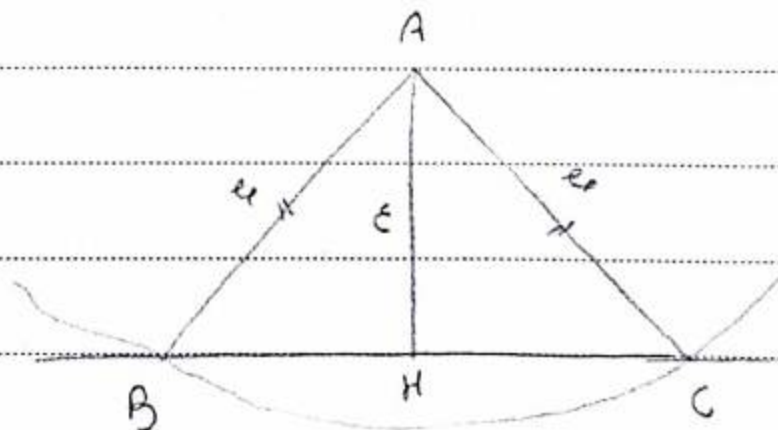
۳. (ب) مثلثی که شرایط الف را داشته باشد و طول ساق آن ϵ سانتی متر باشد.

۴. (ج) مثلثی رسم کنید که شرایط نسبت الف را داشته باشد و مساحت آن 8 cm^2 باشد.

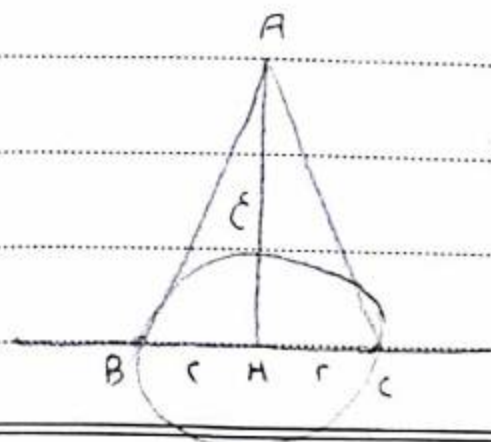
۶. (الف) دایره‌ای به مرکز A و شعاع بی‌تناهی ϵ رسم می‌کنیم محل برخورد کمان و خط d رأس‌های دوم و سوم مثلث می‌باشند.



۱۲. (ب) کمانی به مرکز A و شعاع ϵ رسم می‌کنیم محل برخورد کمان و خط d رأس‌های دوم و سوم آن را می‌سازند.



۱۹. (ج) دایره‌ای به مرکز H و شعاع r رسم می‌کنیم محل برخورد این دایره با خط d رأس‌های دوم و سوم آن را می‌سازند.



$$S = 8$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r} AH \times BC = 8$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r} \times \epsilon \times BC = 8$$

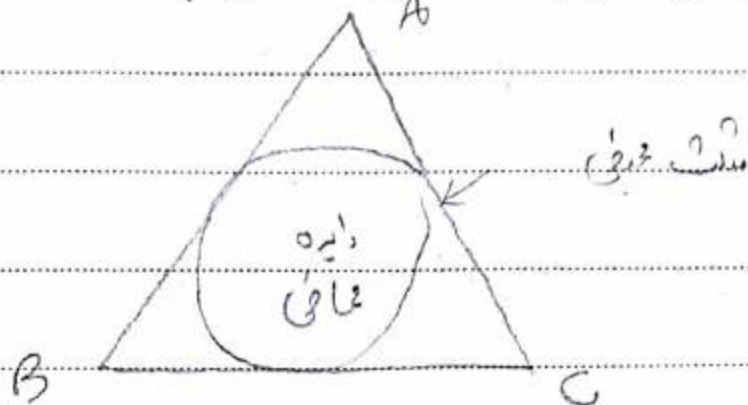
$$\Rightarrow BC = \epsilon$$

Subject:

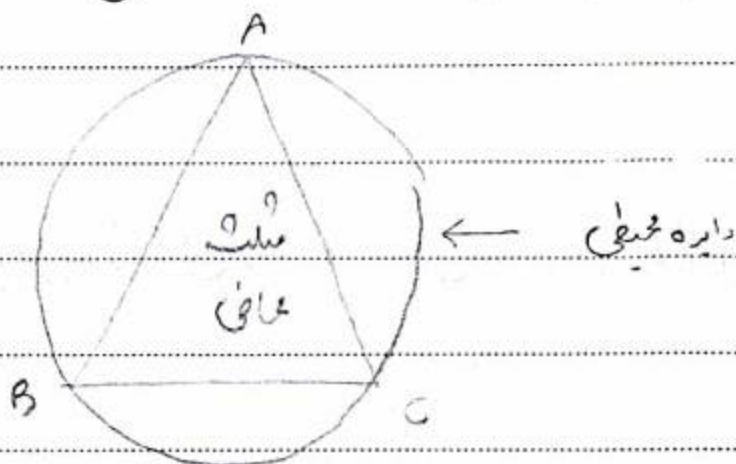
Year: Month: Day: ()

نکته: در مثلث متساوی الساقین ارتفاع نیمساز عمود منصف و میانجی است

نکته: مرکز دایره محیطی محل تقاطع نیمسازهای مثلث می باشد



نکته: مرکز دایره محیطی محل تقاطع عمود منصف های اضلاع مثلث می باشد



Subject: _____

① Riazi_mahmoodi

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

درس دوم ← استدلال و قضیه ثالث

نسبت و تناسب

$$\textcircled{1} ad = bc$$

$$\textcircled{2} \frac{a}{b+a} = \frac{c}{d+c}$$

$$\textcircled{3} \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \textcircled{4} \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

$$\textcircled{5} \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$\textcircled{6} \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

استدلال استقرایی: استدلالی که در آن با مشاهده و بررسی یک موضوع در چند حالت نتیجه ای کلی از آن گرفته می شود یعنی از جز

به کل می رسم در نتیجه می شود

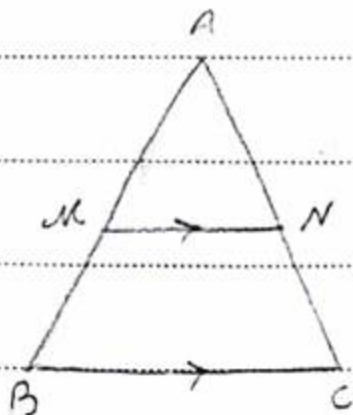
استدلال استنباطی: استدلالی است که بر اساس نتیجه گیری منطقی بر پایه دانسته های که درستی آنها پذیرفته ایم

بیان می شود

Subject:

Year: Month: Day: ()

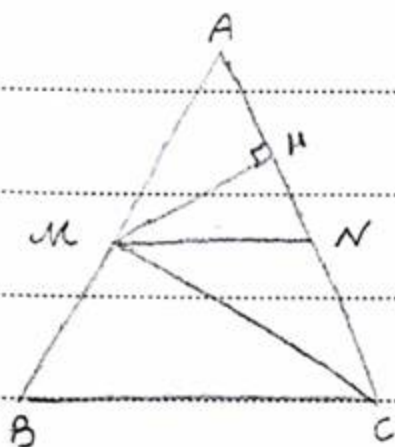
قضیه تالس: اگر در مثلث د خط موازی وصل شود که یکی از اضلاع مثلث موازی باشند آنگاه داریم



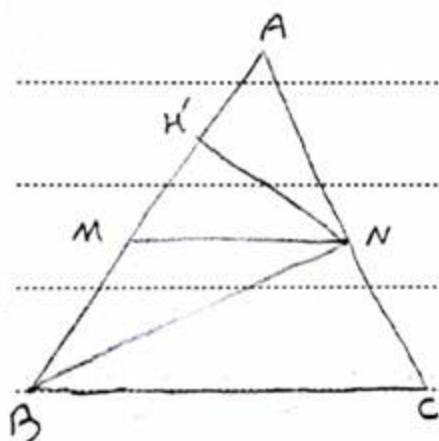
$$\text{جواب اول: } \frac{AM}{BM} = \frac{AN}{CN}$$

$$\text{جواب دوم: } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

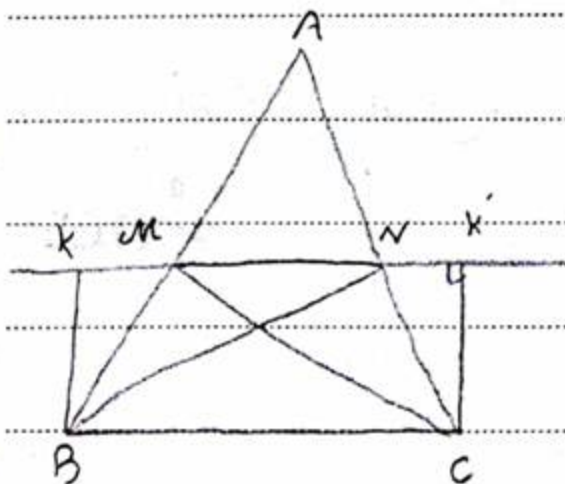
فایده جواب اول



$$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle CMN}} = \frac{\frac{1}{2} MH \times AN}{\frac{1}{2} MH \times CN} \Rightarrow \frac{AN}{CN} \quad (1)$$



$$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle BMN}} = \frac{\frac{1}{2} NH' \times AM}{\frac{1}{2} NH' \times BM} \Rightarrow \frac{AM}{BM} \quad (2)$$



$$MN \parallel BC \Rightarrow BK = CK' \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} S_{\triangle CMN} &= \frac{1}{2} CK' \times MN \\ S_{\triangle BMN} &= \frac{1}{2} BK \times MN \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(3)} S_{\triangle CMN} = S_{\triangle BMN} \quad (4)$$

$$\frac{AM}{BM} = \frac{AN}{CN}$$

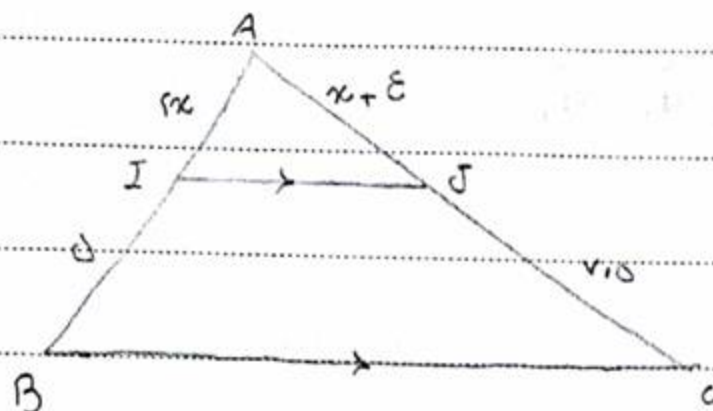
از (1), (2), (4) می توان نتیجه گرفت که ←

Subject:

© Riazi - mahmoodi

Year: Month: Day: ()

با تشکیل یک معادله مقدار x و اندازه پاره‌های AI و AJ را بدست آورید.



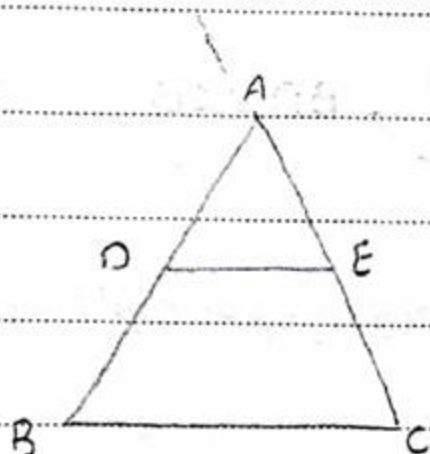
$$IJ \parallel BC \xrightarrow[\text{ثالثی}]{\text{تثنی}} \frac{AI}{BI} = \frac{AJ}{CJ}$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{5} = \frac{x+5}{15} \Rightarrow 15x = 5x + 25$$

$$\Rightarrow 10x = 25 \Rightarrow \boxed{x = 2.5}$$

$$AI = 2x = 5$$

$$AJ = x + 5 = 7.5$$



عکس قضیهٔ ثالثی

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{آنگاه}} \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$$

برهان خلف: نوعی از استدلال که در مسائل مباحثی و هندسی از آن استفاده می‌شود. برهان غیر مستقیم یا برهان

خلف است. در این برهان به جای اینکه به طور مستقیم از فرض شروع کنیم و به دستي حکم برسیم فرض می‌کنیم حکم درست نباشد.

(فرض خلف) و به یک تناقض یا به یک نتیجه غیر ممکن می‌رسیم و به این ترتیب فرض خلف باطل و درستی حکم ثابت می‌شود.

اگر $n \in \mathbb{N}$ عددی فرد باشد آنگاه n نیز عددی فرد است.

$n \in \mathbb{N}$

n فرد است: حکم

n^2 فرد است

برهان خلف

فرض خلف می‌کنیم که n فرد باشد پس n زوج است.

$$n = 2k \xrightarrow{\text{توان ۲}} n^2 = 4k^2 \Rightarrow n^2 = 2(2k^2) \Rightarrow n^2 = 2k'$$

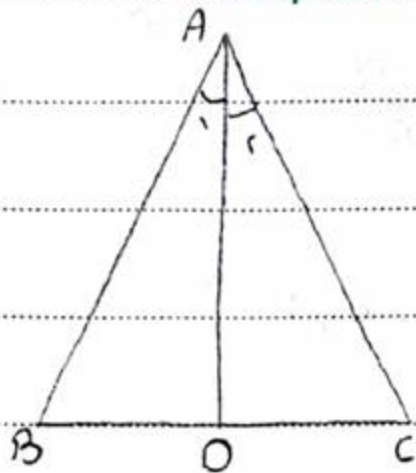
پس n^2 نیز زوج است که با فرض تناقض است پس فرض خلف باطل و حکم ثابت است یعنی n

فرد است.

Subject:

Year: Month: Day: ()

رض کنید AD منبسط زاویه A از مثلث ABC باشد اگر $BD \neq DC$ باشد آنگاه $AB \neq AC$



فرض AD منبسط $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$
 $BD \neq DC$

نتیجه: $AB \neq AC$

برعکس: فرض خلاف می کنیم که $AB = AC$

فرض خلاف $AB = AC$

$\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ منبسط $\xrightarrow{\text{فرض}} \triangle ABD \cong \triangle ACD \xrightarrow{\text{مناظر}} BD = CD$

$AD = AD$ مشترک

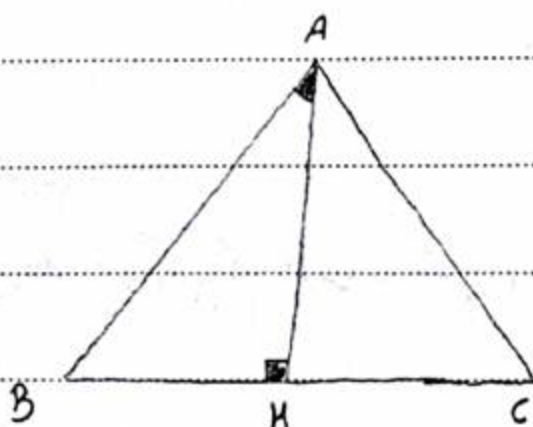
نتیجه: فرض به تناقض رسیدیم پس فرض خلاف باطل و حکم ثابت است یعنی $AB \neq AC$

سوال نقض: به مثالی که درستی یک حکم را زیر سوال می برد مثال نقض می گویند

همه اعداد اول فرد هستند. مثال نقض: 2

در مثلث متقابل مساحت مثلث قائم الزامی ABC این دو روشی محاسبه کنید و از تساوی دو عبارت بدست

آورد برای مساحت مثلث یک تناسب بدست آورید



$$S_1 = \frac{1}{2} AH \times BC$$

$$S_2 = \frac{1}{2} AB \times AC$$

$$\Rightarrow S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} AB \times AC$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AB}{BC}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

نیزینات صفحه ۱۰۰ - ۱۰۱

در مورد مقدار عددی نسبت $\frac{a}{b}$ را بیست آورید؟

$$\frac{a}{10+a} = \frac{b}{1+b}$$

راه اول $\rightarrow 1a + ab = 10b + ab \Rightarrow 1a = 10b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10}{1} = \frac{10}{1}$

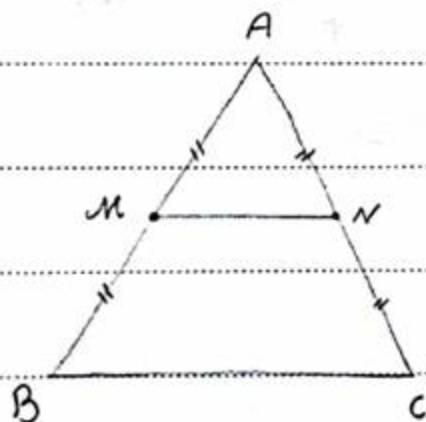
راه دوم $\rightarrow \frac{a}{10+a-a} = \frac{b}{1+b-b} \Rightarrow \frac{a}{10} = \frac{b}{1} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10}{1} = \frac{10}{1}$

$$\frac{10a+10}{10+a} = \frac{10b+1}{1+b}$$

$$(10a+10)(1+b) = (10b+1)(10+a) \Rightarrow 10a + 10ab + 10 + 10b = 100b + 10ab + 100 + 10a$$

$$\Rightarrow 10a = 100b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10}{1}$$

ثابت کنید در هر مثلث قائم‌الزاویه که در سطح آن دو نقطه M و N بر اضلاع AB و AC به ترتیب قرار دارند و MN موازی با BC باشد، داریم:



ثابت کنیم $MN \parallel BC$
 $BC = 2MN$

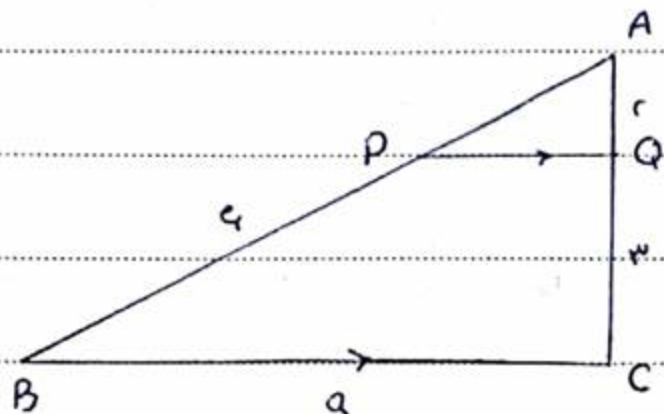
فرض $AM = BM \Rightarrow \frac{AM}{BM} = 1$

فرض $AN = CN \Rightarrow \frac{AN}{CN} = 1$

$\Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{AN}{CN} \xrightarrow[\text{قضیه تالس}]{\text{ضيق عكس}} MN \parallel BC \xrightarrow[\text{جز به كن}]{\text{قضیه تالس}}$

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{2AM} \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow BC = 2MN$$

در مثل مقابل $PQ \parallel BC$ است طول پاره خط های AP و PQ را بیست درید؟

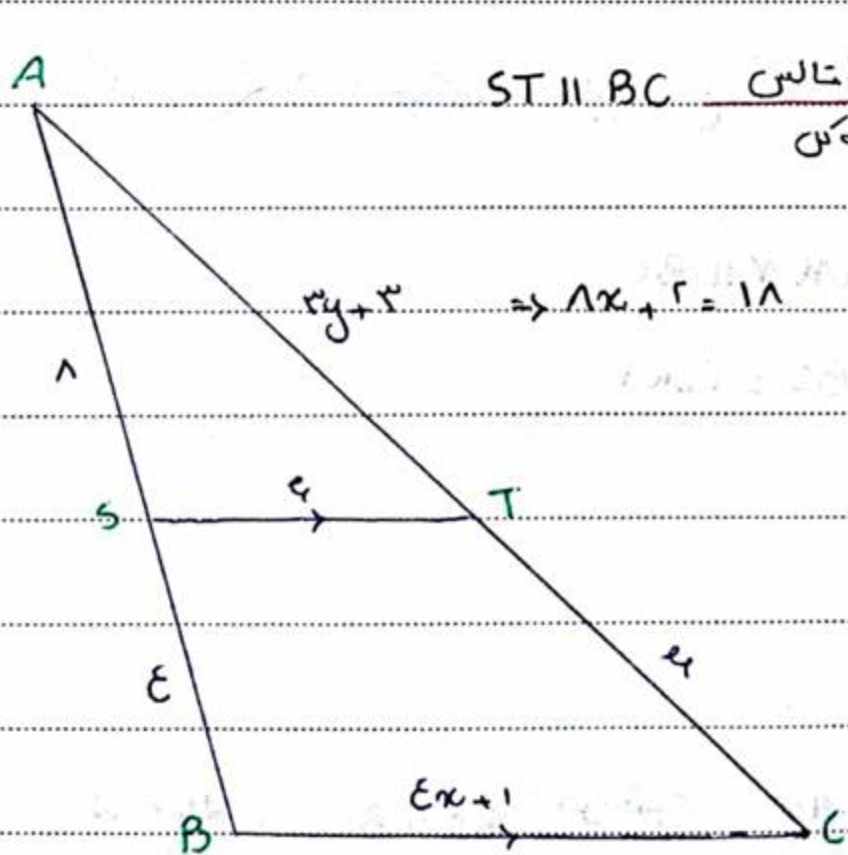


$$PQ \parallel BC \xrightarrow[\text{ثالث}]{\text{نقيض}} \frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{CQ} \Rightarrow \frac{AP}{4} = \frac{r}{r}$$

$$= \gamma \cdot \boxed{AP = \epsilon}$$

$$PQ \parallel BC \xrightarrow[\text{جز به کس}]{\text{تنصیب ثالث}} \frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{r}{b} = \frac{PQ}{a} \Rightarrow PQ = \frac{ra}{b}$$

مذکورہ مقابل ST 11 BC است. معادیر x و y را بدست آورید.



$ST \parallel BC$ قضیہ ثالث جز یہ کہ $\rightarrow \frac{AS}{AB} = \frac{ST}{BC} \Rightarrow \frac{x}{x+y} = \frac{y}{x+y}$

$$x_y + r \Rightarrow \Delta x + r = 1 \Rightarrow \Delta x = 1 - r \Rightarrow \boxed{x = r}$$

$$ST \parallel BC \xrightarrow[\text{جانبه جاره}]{\text{ثالثه}} \frac{AS}{BS} = \frac{AT}{CT}$$

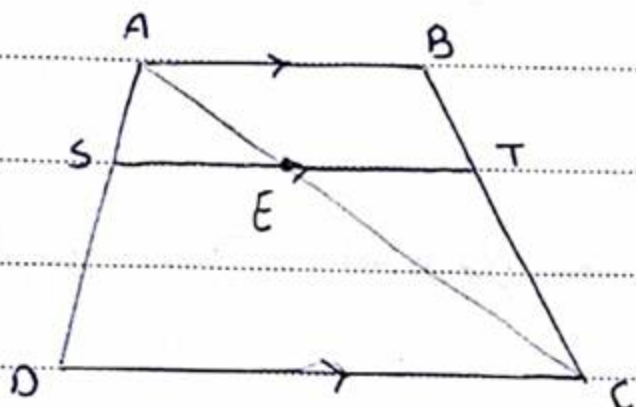
$$\Rightarrow \frac{r}{1} = \frac{ry+r}{r} \Rightarrow ry+r = r$$

$$\Rightarrow {}^w y = 1 \Rightarrow \boxed{y = 1}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

در دو ضلع مقابل $AB \parallel ST \parallel DC$ است ثابت کنید $\frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$



$$\text{ثابت کنیم} = \frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$$

ابتدا از A به C وصل می کنیم

$$\triangle ADC \Rightarrow SE \parallel CD \xrightarrow[\text{برای هر دو ضلع}]{\text{تثبیت تالس}} \frac{AS}{SD} = \frac{AE}{CE}$$

$$\triangle ABC \Rightarrow ET \parallel AB \xrightarrow[\text{تثبیت تالس}]{\text{برای هر دو ضلع}} \frac{BT}{TC} = \frac{AE}{CE}$$

$$\Rightarrow \frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$$

در هر مورد ما عرض کردن فرض و حکم عکس آنچه را داده شده است بنویسید؟

الف) اگر در مثل سه ضلع برابر باشند آنگاه سه زاویه نیز برابر خواهند بود

اگر در مثل سه زاویه برابر باشند آنگاه سه ضلع نیز برابر خواهند بود

ب) اگر در یک چهار ضلعی اضلاع مدبره و موازی باشند در این صورت زوایای مقابل با هم برابرند

اگر در یک چهار ضلعی زوایای مقابل با هم برابر باشند در این صورت اضلاع مدبره موازی اند

پ) اگر رأس های یک چهار ضلعی روی یک دایره قرار داشته باشند در این صورت زوایای مقابل آن چهار ضلعی مکمل اند

اگر در یک چهار ضلعی زوایای مقابل مکمل باشند در این صورت رأس های آن چهار ضلعی روی یک دایره قرار دارند

Subject:

② Riazi - mahmoodi

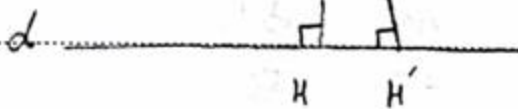
Year: Month: Day: ()

1. در یک مثلث اگر دو ارتفاع برابر باشند (ضلع متناظر به ارتفاع بزرگتر) کوچکتر است از (ضلع مقابل به ارتفاع کوچکتر)
2. در یک مثلث اگر ضلع متناظر به ارتفاع بزرگتر کوچکتر باشد (ما برابر باشند ارتفاع متناظر)

3. با برهان خلف ثابت کنید بیرون از یک نقطه غیر واقع بر یک خط دو عمود بر آن رسم کرد؟

A

4. حکم: از A فقط یک خط عمود می توان رسم کرد



5. برهان خلف فرض خلف می کنیم که A بیرون از یک خط عمود

6. رسم کرد یعنی حداقل ۲ تا

$$7. \hat{A} = 0^\circ = \text{فرض}$$

$$8. \hat{H} + \hat{H}' + \hat{A} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 0^\circ$$

مجموعه زوایای داخلی مثلث

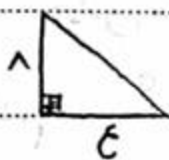
9. به تناقض رسیدیم پس فرض خلف باطل و حکم ثابت است

10. هر یک از حکم های کلی زیر را با یک مثال نقض رد کنید

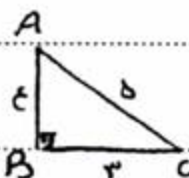
11. الف) هیچ عدد اول بزرگتر از ۱۲۷ وجود ندارد ۱۳۱ عددی نیست



$$S = 5^2 = 25$$

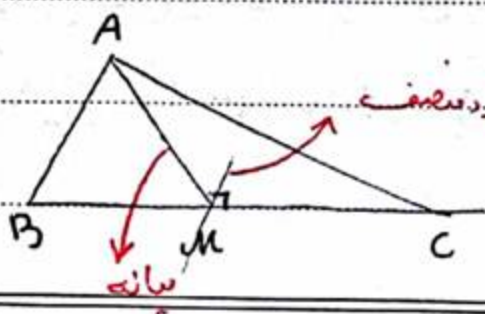


$$S = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$



12. در هر مثلث اندازه هر ضلع از اندازه هر ارتفاع بزرگتر است

13. در هر مثلث بیانه و عمود منصف متناظر به هر ضلع بر هم منطبق اند

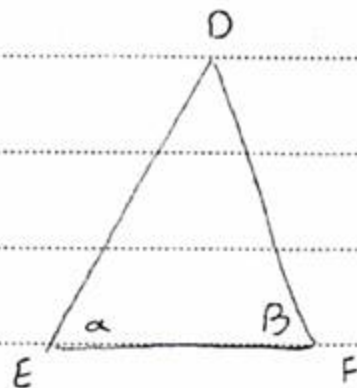
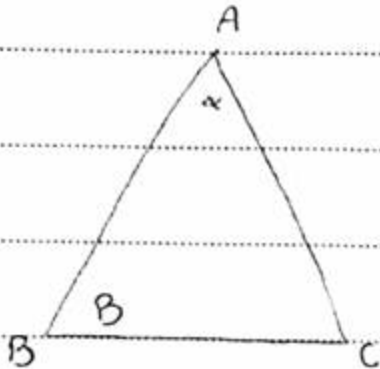


Subject:

Year: Month: Day: ()

درس سوم - تناسب مثلث ها

برای حالت های مشابه مثلث ها



① دو زاویه برابر

$$\hat{A} = \hat{E} = \alpha$$

$$\hat{B} = \hat{F} = \theta$$

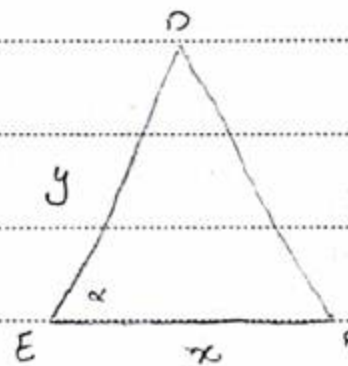
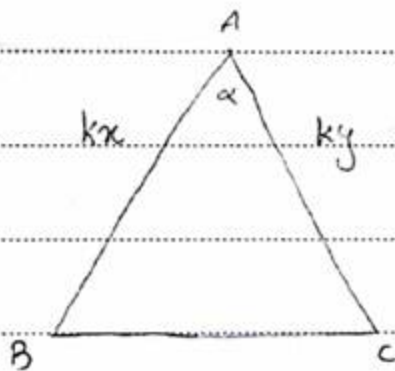
زاویه

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

اجزا
مناظر

$$\hat{C} = \hat{D}$$

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{DF} = \frac{AC}{DE} = k$$



② دو ضلع متناسب و زاویه بین برابر

$$\hat{A} = \hat{E} = \alpha$$

$$\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{DE} = k$$

دو ضلع متناسب و زاویه بین برابر

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

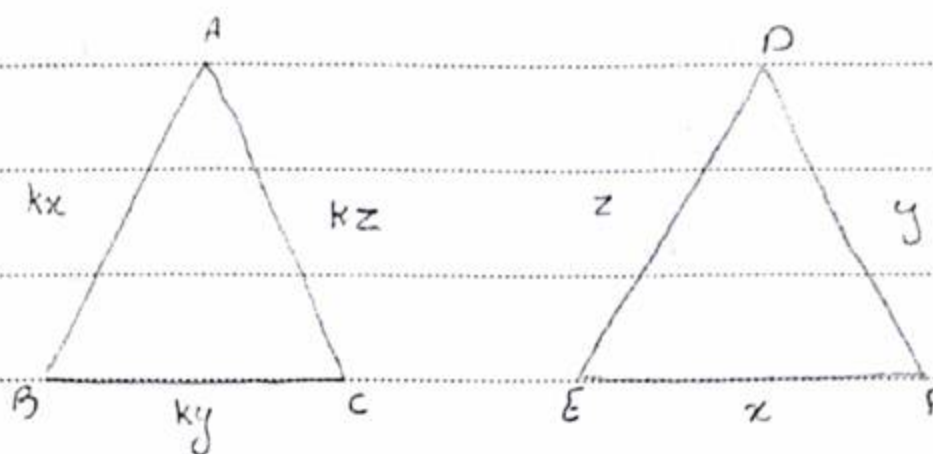
$$\hat{B} = \hat{F}$$

$$\hat{C} = \hat{D}$$

$$\frac{BC}{DF} = k$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

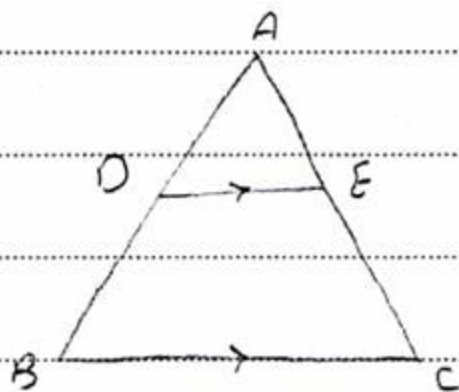


$$\textcircled{1} + \textcircled{2} = \textcircled{3} \Rightarrow \frac{AB}{EF} = \frac{BC}{DF} = \frac{AC}{DE} = k \xrightarrow[\text{متناسب}]{\text{سه ضلع}} \triangle ABC \sim \triangle EFD \xrightarrow[\text{متناظر}]{\text{اجزا}} \begin{cases} \hat{A} = \hat{E} \\ \hat{B} = \hat{F} \\ \hat{C} = \hat{D} \end{cases}$$

قضیه اساسی تشابه مثلث ها

اگر خط موازی یکی از اضلاع مثلث را دو ضلع دیگر قطع کند. در این صورت مثلث کوچکی که به وجود می آید با مثلث بزرگ

اولیه متشابه است



برهان:

$$DE \parallel BC$$

$$DE \parallel BC$$

$$\Rightarrow \hat{D} = \hat{B} \quad \textcircled{1}$$

$$\Rightarrow \hat{E} = \hat{C} \quad \textcircled{2}$$

AB قوس

AC قوس

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \quad \textcircled{3}$$

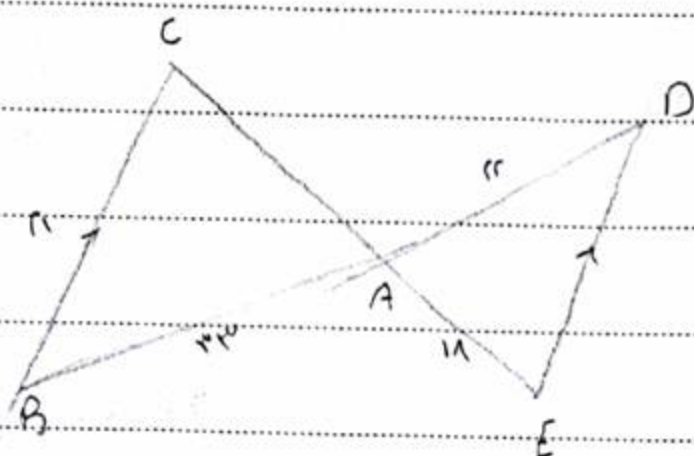
و از طرف ضلع تقصیر قائل می داریم ←

از $\textcircled{1}$ ، $\textcircled{2}$ ، و $\textcircled{3}$ می توان نتیجه گرفت که مثلث ADE با مثلث ABC متشابه هستند

Subject:

Year: Month: Day: ()

در مثل مقابل $BC \parallel DE$ اندازه یاره خط های CA و DE را بدست آورید.



$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \quad \text{مقابل به قاعده}$$

$$\xrightarrow{\text{رن}} \triangle ABC \sim \triangle ADE$$

$$\hat{C} = \hat{E} \quad (BC \parallel DE \text{ قوب } CE)$$

اجرا
مناظر

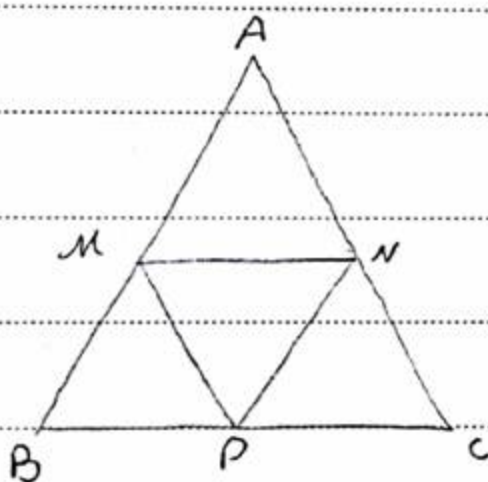
$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$$

$$\Rightarrow \frac{23}{22} = \frac{AC}{18} = \frac{21}{DE}$$

$$AC = \frac{2 \times 18}{2} = 17$$

$$DE = \frac{2 \times 21}{2} = 14$$

اگر نقاط M, N, P مطابق شکل وسط های اضلاع ABC باشند ثابت کنید خط های ABC و MNP متساویانند.



$$AM = BM \Rightarrow \frac{AM}{BM} = 1$$

$$AN = CN \Rightarrow \frac{AN}{CN} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{AN}{CN} \Rightarrow MN \parallel BC$$

در هر طریق مشابه ثابت می شود که $MP \parallel AC$ و $NP \parallel AB$ پس داریم:

$$MN \parallel BP$$

$$\Rightarrow \hat{B} = \hat{N} \quad (1) \quad \text{مقابل به قاعده } BPNM$$

$$NP \parallel BM$$

$$MN \parallel CP$$

$$\Rightarrow \hat{C} = \hat{M} \quad (2) \quad \text{مقابل به قاعده } CPMN$$

$$MP \parallel CN$$

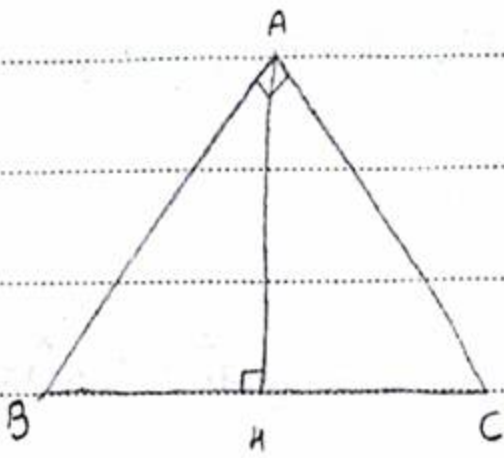
$$\hat{B} = \hat{N} \quad (1)$$

$$\hat{C} = \hat{M} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{\text{رن}} \triangle ABC \sim \triangle PNM$$

Subject:

Year: Month: Day: ()



$$(1) \triangle ABC \sim \triangle ABH \sim \triangle ACH$$

$$(2) AH^2 = BH \times CH$$

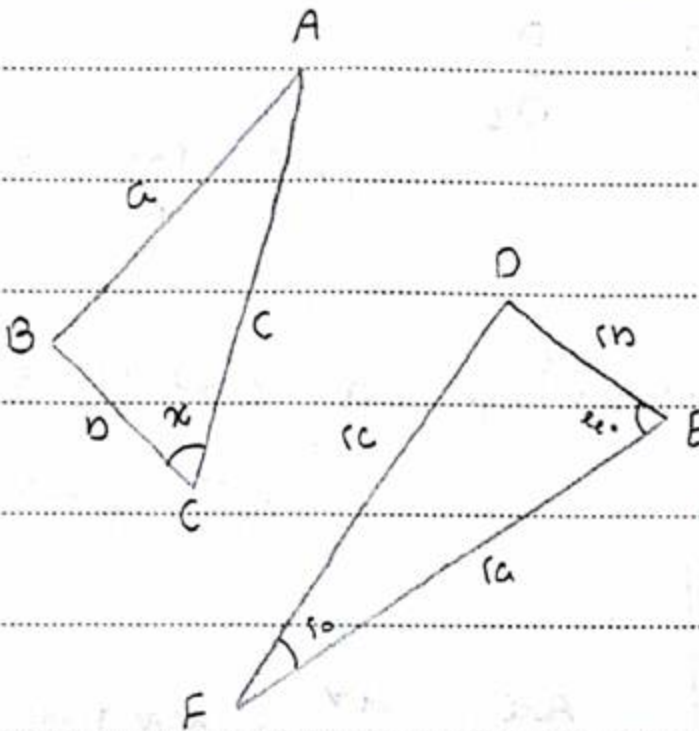
$$(3) AB^2 = BH \times BC$$

$$(4) AC^2 = CH \times BC$$

نکته:

تین مسئله ۵

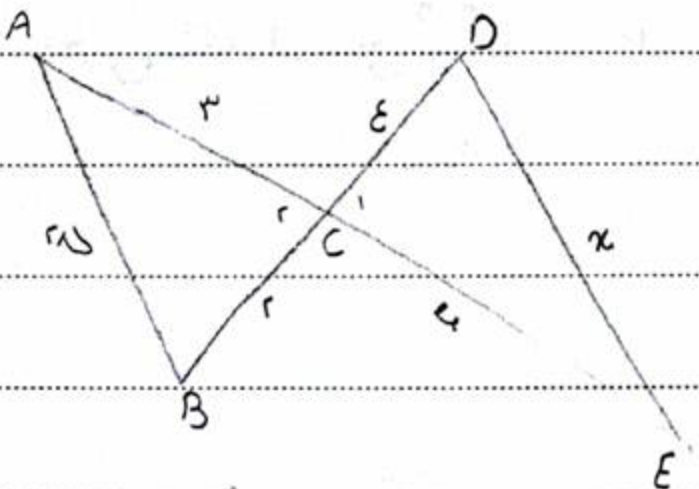
۱. در هر مثلث متساوی الساقین، کینه و مقادیر x و y را مشخص کنید؟



$$\frac{EF}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{DF}{AC} = r \xrightarrow[\text{متناسب}]{\text{سه ضلع}} \triangle ABC \sim \triangle FED$$

$$\Rightarrow \hat{C} = \hat{D} \Rightarrow \boxed{x = 100^\circ}$$

$$\hat{D} = 180 - (r_0 + s_0) = 100$$



$$\frac{CD}{BC} = \frac{CE}{AC} = r$$

$$\xrightarrow[\text{دو ضلع متناسب}]{\text{دو ضلع متناسب}} \triangle ABC \sim \triangle DEC$$

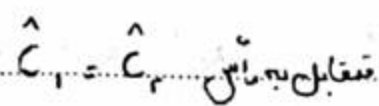
$$\hat{C}_1 = \hat{C}_2 \text{ متقابل به رأس}$$

دو ضلع متناسب

دو ضلع متناسب

$$\xrightarrow[\text{متناظر}]{\text{اجزا}} \frac{DE}{AB} = r \Rightarrow \frac{x}{r_0} = r \Rightarrow \boxed{x = 5}$$

Year:..... Month:..... Day:..... ()



$$\hat{B} = \hat{D} = a.$$

ز ز $\triangle ABC \sim \triangle DEC$

اجزا
مقادیر

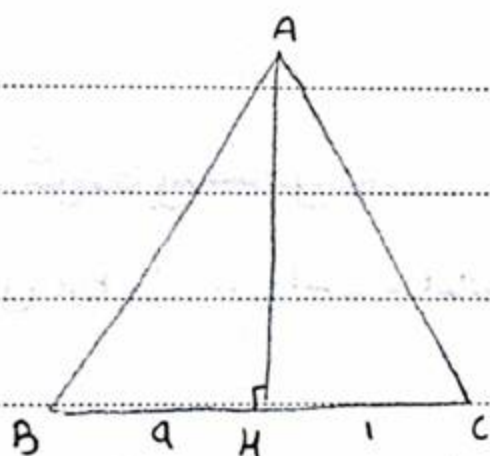
$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{E}{15} = \frac{\frac{r_0}{4}}{y} \cdot \frac{x}{14}$$

$$\frac{x}{14} = \frac{1}{7} \Rightarrow x = \frac{14}{7}$$

$$\frac{\frac{r_0}{x}}{y} = \frac{1}{x} \Rightarrow y = \frac{r_0}{x} \times x \Rightarrow \boxed{y = r_0}$$

۲- در مثلث قائم الزاویه، روبرو در حالت اندازه یارده و خواسته شده است که اگر بدید



BC = 10 BH = 9

$$AH = ? \rightarrow AH^r = BH_r \cdot CH \rightarrow 9 \times 1 = 9 \Rightarrow \boxed{AH = 9}$$

$$AB = ? \rightarrow AB^2 = BH \times BC \rightarrow 9 \times 16 = 9a \Rightarrow AB = \sqrt{9a} = 3\sqrt{10}$$

$$AC = ? \Rightarrow AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 1 \times 10 = 10 \Rightarrow AC = \sqrt{10}$$

AC = 5 CH = 5 BC = ? AH = ? AB = ?

$$AC^r = CH \times BC \Rightarrow \delta^r = r \times BC \Rightarrow BC = \frac{r\delta}{r}$$

$$BH = BC - CH = \frac{BD}{r} - r = \frac{r}{r}$$

$$AH^F = BH \times CH \Rightarrow AH^F = \frac{r_1}{r} \times r \Rightarrow AH^F = r_1 \Rightarrow AH = \sqrt{r_1}$$

$$AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow \frac{r_1}{r} \times \frac{r_2}{r} \Rightarrow AB = \frac{\delta \sqrt{r_1}}{r}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

$$AB = 1 \quad AC = 4 \quad BC = ? \quad AH = ?$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \rightarrow BC^2 = 1^2 + 4^2 \Rightarrow BC^2 = 16 + 16 \Rightarrow BC^2 = 32 \Rightarrow BC = 4\sqrt{2}$$

$$AB^2 = BH \times CH \rightarrow 1^2 = BH \times 10 \Rightarrow BH = \frac{1}{10} = \frac{2}{20} \quad CH = BC - BH \rightarrow CH = 10 - \frac{2}{20} = \frac{200 - 1}{20} = \frac{199}{20}$$

$$AH^2 = BH \times CH \rightarrow AH^2 = \frac{2}{20} \times \frac{199}{20} \Rightarrow AH^2 = \frac{398}{400} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{398}}{20}$$

$$\text{مساحت: } S_{ABC} = S_{ABH} + S_{ACH} \Rightarrow \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} AB \times AC \Rightarrow AH \times 4\sqrt{2} = 1 \times 4$$

$$\Rightarrow AH = \frac{4 \times 1}{4\sqrt{2}} \Rightarrow AH = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$AB = 12 \quad AH = 4 \quad BH = ? \quad BC = ? \quad AC = ?$$

$$BH^2 + AH^2 = AB^2 \Rightarrow BH^2 + 4^2 = 12^2 \Rightarrow BH^2 + 16 = 144 \Rightarrow BH^2 = 128 \Rightarrow BH = 8\sqrt{2}$$

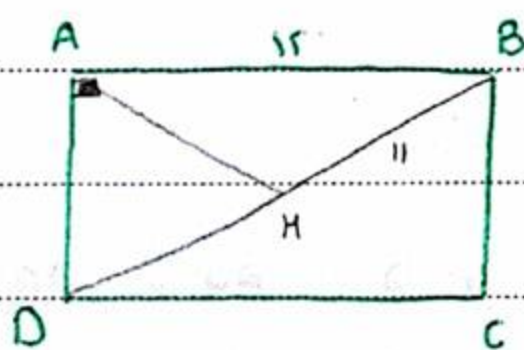
$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 12^2 = 8\sqrt{2} \times BC \Rightarrow BC = \frac{144}{8\sqrt{2}} \Rightarrow BC = \frac{18}{\sqrt{2}} \Rightarrow BC = 9\sqrt{2}$$

$$CH = BC - BH \Rightarrow CH = 9\sqrt{2} - 8\sqrt{2} \Rightarrow CH = \sqrt{2}$$

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow AC^2 = \sqrt{2} \times 9\sqrt{2} \Rightarrow AC^2 = 18 \Rightarrow AC = 3\sqrt{2}$$

۳. شکل مقابل مستطیل به طول ۱۲ است. اگر از نقطه A عمودی بر قطر BD رسم کنیم و پای عمود را H بنامیم.

طول BH برابر ۱۱ است. اندازه عمود رسم شده طول قطری مستطیل و اندازه عرض مستطیل را محاسب کنید.



$$AH^2 + BH^2 = AB^2 \Rightarrow AH^2 + 11^2 = 12^2 \Rightarrow AH^2 = 144 - 121 \Rightarrow AH^2 = 23 \Rightarrow AH = \sqrt{23}$$

$$\Rightarrow AH^2 = (12 - 11)(12 + 11) \Rightarrow AH^2 = 1 \times 23 \Rightarrow AH = \sqrt{23}$$

$$AH^2 = BH \times DH \Rightarrow (\sqrt{23})^2 = 11 \times DH \Rightarrow DH = \frac{23}{11}$$

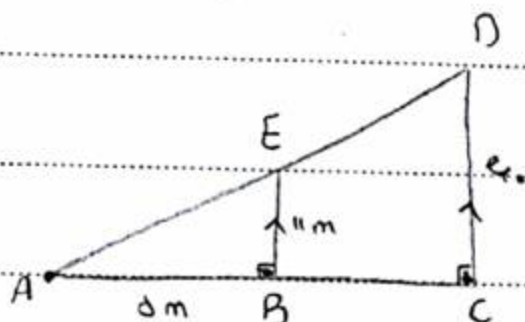
$$BD = BH + DH \Rightarrow BD = 11 + \frac{23}{11} = \frac{121 + 23}{11} \Rightarrow BD = \frac{144}{11}$$

$$AD^2 = DH \times BD \Rightarrow AD^2 = \frac{23}{11} \times \frac{144}{11} \Rightarrow AD = \frac{12\sqrt{23}}{11}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

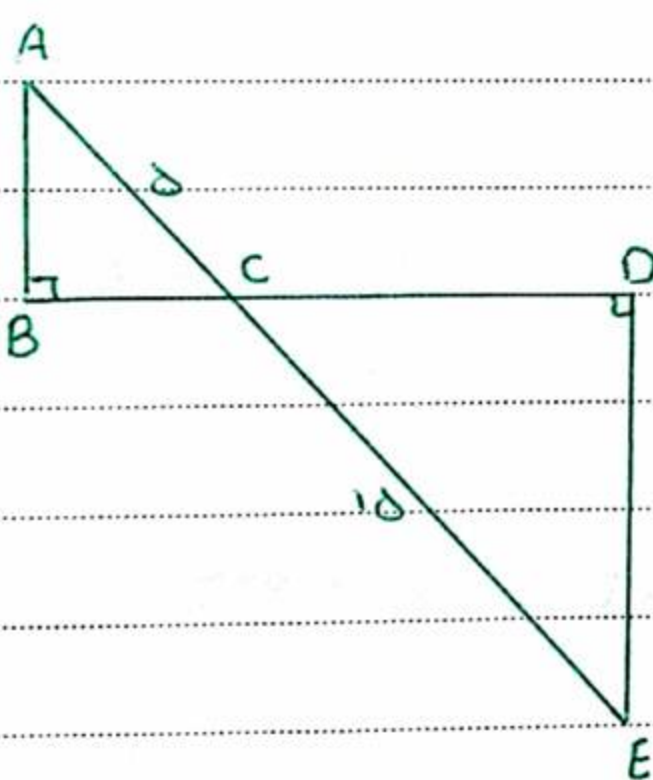
1. فردیوایک کسبه فغانی نورافکن به ارتفاع 40 متر قرار گرفته است فردی که در طرف دیگر در خانه ایستاده می خواهد فاصله
2. خود را فایان نورافکن محاسبه کند برای این کار چوبی به طول 10 متر را روی زمین قرار می دهد و مشاهده می کند که طول سایه
3. چوبی برابر 5 متر است فاصله این مرد فایان نورافکن چقدر است ؟



$BE \parallel CD$ قضیه تالس
چون که

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD} \Rightarrow \frac{5}{AC} = \frac{1}{40} \Rightarrow AC = 200 \Rightarrow BC = 195 \text{ m}$$

5. در شکل مقابل دو مثلث قائم الزامیه مشاهده می شود نسبت محیط ها و مساحت ها ای آنها بنویسید ؟



$$\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$$

$$\hat{A} = \hat{E} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle EDC$$

$$\hat{C}_1 = \hat{C}_2 \text{ متقابل به رأس}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{CE} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{P_{\triangle ABC}}{P_{\triangle EDC}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle EDC}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

- نکته: اگر نسبت متناهی دو مثلث برابر k باشد نسبت محیط ها نیز k و نسبت مساحت ها k^2 می شود