

مبحث: درس اول ترسیم های هندسی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

ترسیم های هندسی

دایره

* مجموعه نقاطی از صفحه که از یک نقطه ثابت مانند O فاصله ثابتی برابر R دارند یک دایره را تشکیل می دهند.

* نقطه O مرکز و r شعاع دایره است.

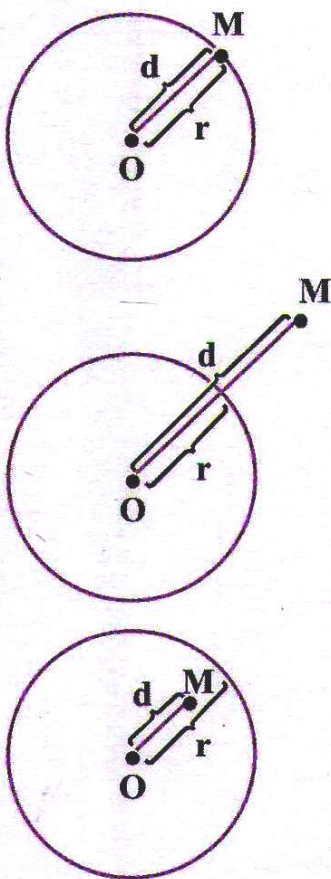
وضعیت نقطه $M(x_1, y_1)$ نسبت به دایره $C(O, r)$

اگر فاصله نقطه M تا مرکز دایره را d در نظر بگیریم، داریم:

* اگر $d = r$ باشد، آن گاه نقطه M روی دایره است.

* اگر $d > r$ باشد، آن گاه نقطه M خارج دایره است.

* اگر $d < r$ باشد، آن گاه نقطه M داخل دایره است.



مثال شعاع دایره ای به مرکز $W(2, -1)$ که از مبدأ مختصات می گذرد را بیابید.

مبحث: درس اول ترسیم های هندسی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال

در شکل رو به رو، فاصله نقطه A ، از خط d برابر ۳ است.



الف) روی خط d ، چند نقطه به فاصله ۵ از نقطه A وجود دارد؟

ب) روی خط d ، چند نقطه به فاصله ۳ از نقطه A وجود دارد؟

d _____

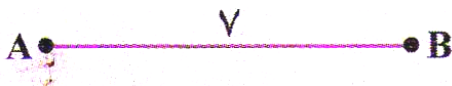
پ) روی خط d ، چند نقطه به فاصله ۲ از نقطه A وجود دارد؟

مثال

مثلی به طول اضلاع ۲ و ۳ و ۴ رسم کنید.

مثال

در شکل رو به رو، می دانیم $AB = 7$ است. نقطه ای پیدا کنید که $BC = 6$ و $AC = 4$



باشد.

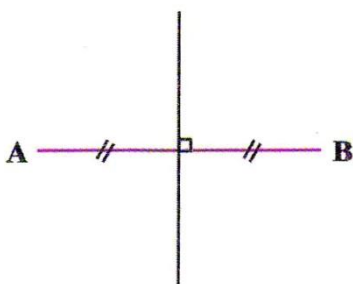
مثال

با داشتن معلومات $\hat{B} = 30^\circ$ ، $AC = 4$ و $AB = 3$ ، چند مثلث غیر هم نهشت ABC ،

می توان رسم کرد؟

عمود منصف پاره خط

به خطی که بر یک پاره خط عمود باشد و از وسط آن بگذرد، عمود منصف آن پاره خط می گویند.

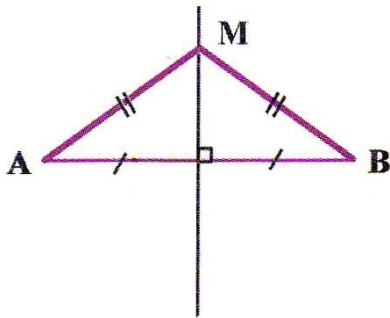


مبحث: درس اول ترسیم های هندسی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

ویژگی ها :

* تمام نقاط مانند M روی عمود منصف یک پاره خط، از دو سر آن به یک فاصله اند.



* اگر نقطه ای مانند M از دو سر یک پاره خط به یک فاصله باشد،

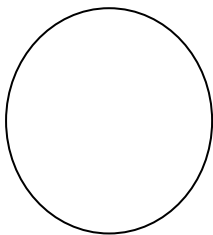
روی عمود منصف آن قرار دارد.

✓ رسم عمود منصف یک پاره خط

در شکل رو به رو، یک دایره دیده می شود. به کمک خط کش و پرگار، مرکز دایره را پیدا

مثال

کنید.



یک لوزی رسم کنید که طول قطرهایش ۶ و ۸ باشد.

مثال

در مثلث ABC داریم :

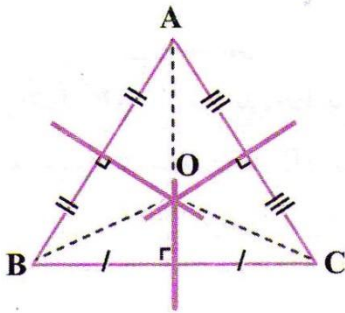
نکته

* عمود منصف های سه ضلع همسرسند. (نقطه همرسی می تواند بیرون مثلث نیز باشد)

مبحث: درس اول ترسیم های هندسی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

* فاصله نقطه همرسی عمود منصف های اضلاع تا سه رأس مثلث به یک اندازه است.



$$OA = OB = OC$$

نکته

دایره ای که به مرکز O (محل همرسی عمود منصف ها) و شعاع OA رسم شود از دو

رأس دیگر مثلث نیز می گذرد. به بیان دیگر نقطه همرسی عمود منصف ها در مثلث مرکز دایره محیطی مثلث است.

رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه ای روی خط

خط d و نقطه M روی آن مفروض است. می خواهیم از نقطه M خطی عمود بر d رسم کنیم.



رسم خط عمود بر یک خط، از یک نقطه غیر واقع بر آن

T



مبحث: درس اول ترسیم های هندسی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

رسم خط موازی با یک خط، از یک نقطه غیر واقع بر آن

T •

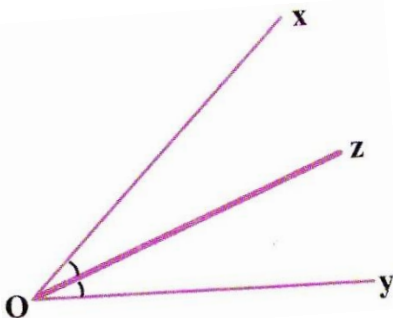
d

نیمساز زاویه

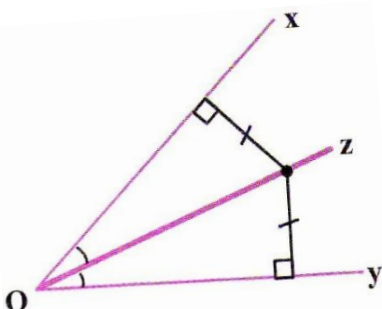
به نیم خطی که یک زوایه را به دو زاویه برابر تقسیم می کند نیمساز می گویند.

ویژگی ها:

* تمام نقاط روی نیمساز یک زوایه، از دو ضلع آن به یک فاصله اند.



* اگر نقطه ای درون یک زوایه از دو ضلع آن به یک فاصله باشد، روی نیمساز آن قرار دارد.



مبحث: درس اول ترسیم های هندسی

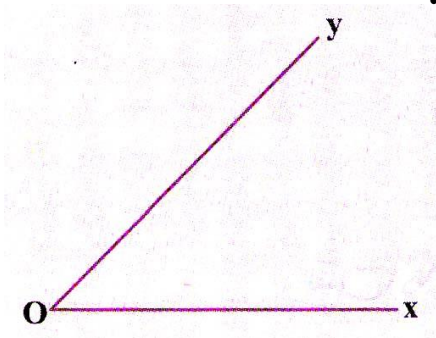
مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

رسم نیمساز یک زاویه



مثال

زاویه $\widehat{xOy}$ (۴، -۵) را به چهار زاویه برابر تقسیم کنید.



نکات مربوط به نیمساز در مثلث

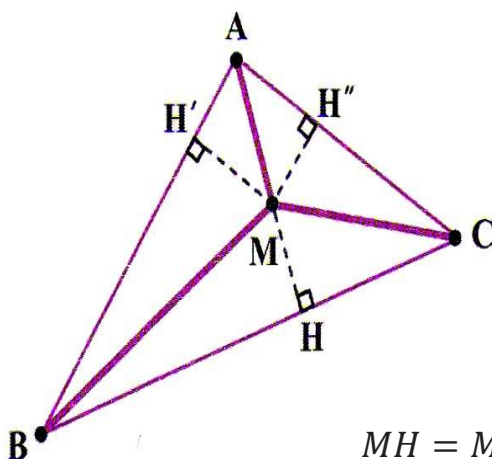


* هر سه نیمساز داخلی یک مثلث هم‌رس اند.

* محل هم‌رسی نیمسازهای داخلی هر مثلث، داخل مثلث است.

* فاصله نقطه هم‌رسی نیمسازهای داخلی یک مثلث از سه ضلع

مثلث به یک اندازه است. یعنی:



$$MH = MH' = MH''$$

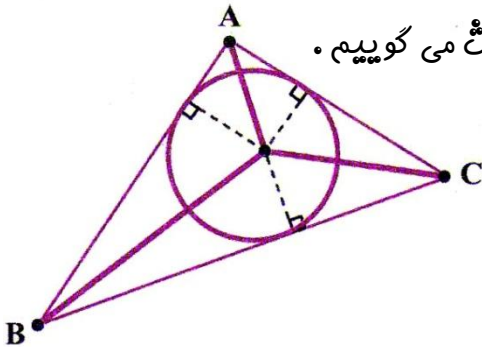
مبحث: درس اول ترسیم های هندسی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

نکته

اگر از نقطه هم‌مرسی نیمسازها (نقطه M) به شعاع MH دایره ای رسم کنیم. دایره بر

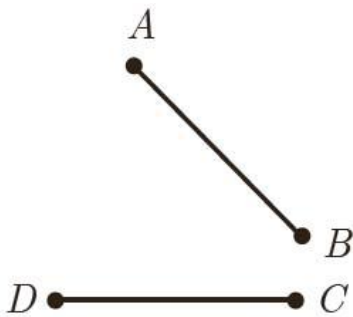
سه ضلع مثلث مماس می شود به این دایره، دایره محاطی داخل مثلث می گوییم.



تمرینات تکمیلی

(الف) دو پاره خط AB و CD مطابق شکل داده شده اند.

نقطه ای بیابید که از دو نقطه A و B به یک فاصله باشد و از دو نقطه C و D نیز به یک فاصله باشد.



(ب) نقطه مورد نظر در قسمت (الف) را O می نامیم. اگر نقطه O روی

عمود منصف پاره خط BC باشد و G دایره ای به مرکز O و به شعاع OA باشد، رأس های چهارضلعی $ABCD$ نسبت به دایره G چه وضعیتی دارند؟ چرا؟

۲

مثلی دلخواه رسم کنید و آن را ABC بنامید. عمود منصف های دو ضلع این مثلث را رسم

کنید و نقطه برخورد آنها را O بنامید. به مرکز O و به شعاع OA یک دایره رسم کنید. نقاط B و C

نسبت به این دایره چه وضعیتی دارند؟ چرا؟

۳

مثلی دلخواه رسم کنید و آن را ABC بنامید. نیمسازهای دو زاویه این مثلث را رسم کنید

و نقطه برخورد آنها را O بنامید. از نقطه O بر سه ضلع مثلث عمود رسم کنید و پای یکی از عمودها را

مبحث: درس اول ترسیم های هندسی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

H بنامید. به مرکز O و به شعاع OH اضلاع مثلث ABC دایره ای رسم کنید. اضلاع مثلث ABC

نسبت به این دایره چه وضعیتی دارند؟ چرا؟

فرض کنید نقطه A به فاصله ۴ سانتی متر از خط d باشد. روش رسم هریک از مثلث های

۴

زیر را توضیح دهید.

(الف) مثلثی متساوی الساقین که A یک رأس آن و قاعده آن

• A

بر خط d منطبق باشد.

(ب) مثلثی که شرایط (الف) را داشته باشد و طول ساق آن ۶

سانتی متر باشد.

(پ) مثلثی رسم کنید که شرایط قسمت (الف) را داشته باشد و مساحت آن 8 cm^2 باشد.

مراحل رسم مثلث با طول اضلاع ۵، ۷ و ۸ را توضیح دهید.

۵

تمام نقاطی که به فاصله k از خط داده شده d باشد را مشخص کنید.

۶

خط d و نقطه A غیرواقع بر آن و به فاصله ۳ از آن داده شده اند. نقطه ای روی خط d و به

۷

فاصله ۴ از نقطه A مشخص کنید.

نقطه A به فاصله یک متری از خط d قرار دارد. تمام نقاط به فاصله دو متری از نقطه A و یک

۸

متری از خط d را مشخص کنید.

مبحث: درس اول ترسیم های هندسی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۹

مثلت دلخواه ABC را رسم کنید. عمودمنصف های اضلاع AB و AC را رسم کنید تا همدیگر را در نقطه O قطع کنند. به مرکز O و شعاع OA دایره ای رسم کنید.

(آ) نشان دهید این دایره از نقاط B و C نیز می گذرد. (این دایره، دایره محیطی مثلث ABC است.)
(ب) نشان دهید عمودمنصف BC نیز از نقطه O می گذرد.

۱۰

مثلت دلخواه ABC را رسم کنید. نیم سازهای A و B را رسم کنید تا همدیگر را در نقطه O قطع کنند. از نقطه O سه عمود OH ، OH' و OH'' را بر سه ضلع مثلث رسم کنید.

(آ) به مرکز O و شعاع OH دایره ای رسم کنید. نشان دهید این دایره از نقاط H' و H'' نیز می گذرد.
(این دایره را دایره محاطی مثلث ABC می گوئیم.)
(ب) نشان دهید نیمساز زاویه C نیز از نقطه O می گذرد.

تست های تکمیلی



۱

نقطه A به فاصله $۱/۵$ متری از خط d در یک صفحه وجود دارد. چند نقطه در این صفحه به فاصله

۴ متری از نقطه A و ۲ متری از خط d وجود دارد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۴

۲

نقطه A به فاصله یک متری از خط d در یک صفحه وجود دارد. چند نقطه در این صفحه به فاصله

۲ متری از نقطه A و یک متری از خط d وجود دارد؟

مبحث: درس اول ترسیم های هندسی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۳

خط d پاره خط AB را با زاویه غیر قائمه قطع می کند. چند نقطه روی خط d وجود دارد که از A و

B به یک فاصله باشد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بی شمار

۴

سه پاره خط به طول های $2x$ ، $x + 8$ و $3x + 6$ طول اضلاع مثلثی هستند. تمام مقادیر x به

کدام صورت است؟

(۱) $\frac{1}{2} < x < 2$

(۲) $\frac{1}{4} < x < 3$

(۳) $x > \frac{1}{2}$

(۴) $0 < x < 1$

۵

مرکز دایره محیطی مثلث محل تلاقی مثلث است.

(۱) عمود منصف های

(۲) میانه های

(۳) ارتفاع های

(۴) نیمسازهای

۶

مرکز دایره محاطی مثلث محل تلاقی مثلث است.

(۱) عمود منصف های

(۲) میانه های

(۳) ارتفاع های

(۴) نیمسازهای

۷

در شکل رو به رو می خواهیم نقطه P را طوری پیدا کنیم که $PA = 4$ و $PB = 3$. اگر دقیقاً دو

نقطه P با این شرایط وجود داشته باشد، آن گاه:



(۲) $AB > 1$

(۱) $AB < 7$

(۴) $1 \leq AB \leq 7$

(۳) $1 < AB < 7$

مبحث: درس اول ترسیم های هندسی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۸

در شکل رو به رو می خواهیم نقطه P را طوری پیدا کنیم که $PA = ۵$ و $PB = ۸$. اگر دقیقاً

یک نقطه P با این شرایط وجود داشته باشد، آن گاه:



$$AB = ۳ \quad (۲)$$

$$AB = ۱۳ \quad (۱)$$

$$۳ < AB < ۱۳ \quad (۴)$$

$$AB = ۳ \quad \text{یا} \quad AB = ۱۳$$

۹

دو خط d و d' موازی هستند. مجموعه نقاطی که فاصله شان از دو خط برابر باشد، کدام است؟

d' _____

(۱) یک دایره

(۲) یک خط

(۳) دو خط موازی

d _____

(۴) تهی

۱۰

دو خط d و d' موازی هستند. مجموعه نقاطی که فاصله شان از d دو برابر فاصله شان از d'

باشد، کدام است؟

d' _____

(۱) یک خط

(۲) دو خط موازی

(۳) یک دایره

d _____

(۴) دو نقطه

مبحث: درس اول ترسیم های هندسی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱) دو خط d و d' موازی هستند. فاصله نقطه O از آن ها به ترتیب ۱ و ۳ است. چند نقطه وجود

دارد که فاصله اش از O ، ۲ باشد و فاصله اش از d و d' برابر باشد؟

۱) (۱)

۲) (۲)

۳) (۳)

۴) پی شمار

۱۲) در شکل رو به رو، فاصله نقطه A از خط d برابر است با ۲. چند نقطه در صفحه وجود دارد که

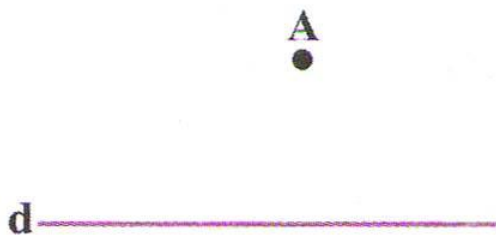
فاصله اش از A برابر با ۴ و از d برابر با ۱ باشد؟

۱) (۱)

۲) (۲)

۳) (۳)

۴) پی شمار

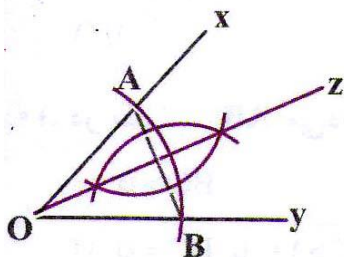


۱۳) مرکز کمان ها در شکل رو به رو نقاط O ، A و B هستند. در این صورت کدام عبارت درست

است؟

مبحث: درس اول ترسیم های هندسی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷



الف) Oz نیمساز $\widehat{xOy}$ است.

ب) Oz عمود منصف AB است.

۱) الف درست و ب نادرست است.

۲) الف نادرست و ب درست است.

۳) هر دو درست هستند.

۴) هر دو نادرست هستند.

کدام یک از نقاط زیر از سه ضلع مثلث، به یک فاصله است؟

۱۴

۱) نقطه تلاقی سه میانه

۲) نقطه تلاقی سه ارتفاع

۳) نقطه تلاقی سه عمود منصف

۴) نقطه تلاقی سه نیمساز

مبحث: درس اول ترسیم های هندسی

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

پاسخ کلیدی

شماره تست	پاسخ تست
۱	۴
۲	۳
۳	۲
۴	۳
۵	۱
۶	۴
۷	۳
۸	۳
۹	۲
۱۰	۲
۱۱	۲
۱۲	۳
۱۳	۳
۱۴	۴

مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

✓ استدلال استقرایی

اگر بر مبنای چند مثال یا مشاهده، یک نتیجه کلی بگیریم از «استدلال استقرایی» استفاده کرده ایم. برای مثال اگر با بررسی و مشاهده مربع، مستطیل و متوازی الاضلاع به این نتیجه کلی برسیم که مجموع زوایه های هر چهار ضلعی 360° است، از استدلال استقرایی استفاده کرده ایم.

✓ استدلال استنتاجی

اگر نتیجه گیری منطقی بر پایه حقایقی که درستی آن ها را پذیرفته ایم باشد، به آن «استدلال استنتاجی» می گوئیم.

برای مثال اگر قطر یک چهارضلعی را رسم کنیم دو مثلث به وجود می آید. مجموع زوایه های یک مثلث 180° است. پس مجموع زوایه های هر چهارضلعی دو برابر مجموع زوایه های یک مثلث یعنی 360° است.

✓ قضیه

نتایج مهم و پرکاربردی که با استدلال استنتاجی حاصل می شوند، «قضیه» نامیده می شوند.

در هر مثلث ضلع رو به رو به زاویه بزرگ تر، بزرگ تر است.

مثال

در هر مثلث سه ارتفاع هم‌رس هستند.

مثال

عکس قضیه

اگر در یک قضیه جای فرض و حکم را عوض کنیم به آن چه حاصل می شود ، « عکس قضیه » گفته می شود . البته عکس قضیه ممکن است درست یا نادرست باشد .

برای مثال ، اگر دو ضلع از یک مثلث با هم برابر باشند ، آن گاه زاویه های مجاور به آن ها نیز برابرند .
(قضیه)

اگر در یک مثلث دو زاویه مجاور به دو ضلع برابر باشند ، آن گاه آن دو ضلع نیز برابرند . (عکس قضیه)

گزاره

به یک جمله خبری که دقیقاً درست یا نادرست باشد ، « گزاره » گفته می شود .

برای مثال « $\sqrt{2}$ گنگ است » و « مجموع زاویه های خارجی هر مثلث 360° است » گزاره هستند .

گزاره می تواند تنها یک خبر را اعلام کند که به آن « گزاره ساده » می گویند و یا می تواند پیش از یک خبر را اعلام کند و ترکیبی از چند گزاره ساده باشد که به آن « گزاره مرکب » گفته می شود .

مثلاً گزاره های « مجموع زاویه های داخلی و خارجی یک لوزی ، هر کدام 360° است » یک گزاره مرکب است .

مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

نقیض یک گزاره

گزاره ای است که عکس آن گزاره را درست فرض می کند.

مثال

گزاره: « قطرهای هر لوزی عمود منصف یک دیگرند. »

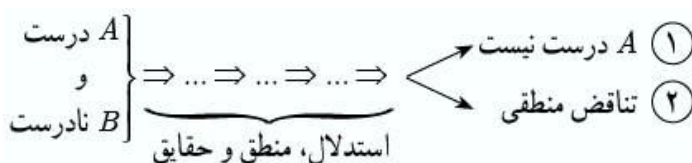
نقیض گزاره: « لوزی وجود دارد که قطرهایش عمود منصف یک دیگر نیستند. »

برهان خلف

نوعی از استدلال که در مسائل ریاضی و هندسی از آن استفاده می شود ، برهان غیر مستقیم یا برهان خلف است . در برهان خلف به جای اینکه به طور مستقیم از فرض شروع کنیم و به درستی حکم برسیم ، فرض می کنیم حکم درست نباشد (فرض خلف) و به یک تناقض یا به یک نتیجه غیرممکن می رسیم و به این ترتیب فرض خلف باطل و درستی حکم ثابت می شود .

$B \Rightarrow A$ (حکم) $\Rightarrow A$ (فرض) : مسئله

اثبات به روش برهان خلف :



مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

پس نتیجه می گیریم حکم B درست است، زیرا در صورت نادرستی B طبق استدلال فوق به یکی از نتایج ۱ یا ۲ می رسیم که هیچ کدام نمی تواند اتفاق بیفتد.

اگر $n \in N$ و n^2 عددی فرد باشد، آن گاه، n نیز عددی فرد است.

مثال

فرض کنیم AD نیمساز زاویه A از مثلث ABC باشد. اگر $BD \neq DC$ باشد، آن گاه

مثال

$AB \neq AC$.

مثال

با پرهان خلف ثابت کنید نمی توان از یک نقطه غیرواقع بر یک خط، دو عمود بر آن خط

رسم کرد.

قضیه دو شرطی

اگر قضیه و عکس قضیه هر دو درست باشند، آن قضیه را دو شرطی می نامیم.

« مثلثی که سه زاویه برابر داشته باشد متساوی الضلاع است و بر عکس »

مثال

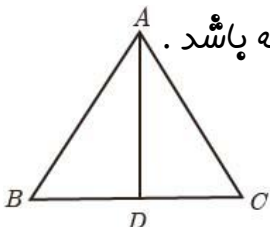
در یک مثلث دو ضلع برابرند؛ اگر و تنها اگر زاویه های روبه رو به آنها با هم برابر

مثال

باشند.

در مثلث متساوی الاضلاع یک پاره خط نیمساز است؛ اگر و تنها اگر میانه باشد.

مثال



مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال نقض ☒

به مثالی که نشان می دهد یک حکم کلی نادرست است ، « مثال نقض » گفته می شود .

مثال

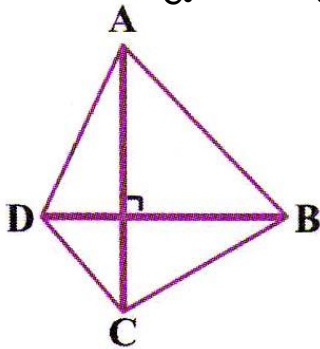
حکم کلی : حاصل ضرب هر دو عدد گنگ ، عددی گنگ است .

$$\sqrt{2} \text{ و } -\sqrt{2} : \text{مثال نقض} \quad \leftarrow \quad -\sqrt{2} \times \sqrt{2} = -2$$

مثال

حکم کلی : هر چهارضلعی که قطرهای عمود بر هم و برابر داشته باشند ، مربع است .

مثال نقض :



مثال

هر یک از حکم های کلی زیر را با یک مثال نقض رد کنید .

الف) هیچ عدد اول بزرگ تر از ۱۲۷ وجود ندارد .

ب) مساحت هر مثلث از مساحت هر مربع بیشتر است .

پ) در هر مثلث اندازه هر ضلع از اندازه هر ارتفاع بزرگ تر است .

ت) در هر مثلث میانه و عمود منصف متناظر به هر ضلع پرهم منطبق اند .

مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

تست های تکمیلی

روش نتیجه گیری کلی بر مبنای مجموعه محدودی از مشاهدات کدام نوع استدلال است؟

۱

(۱) قیاسی

(۲) شهودی

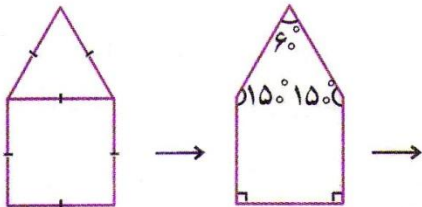
(۳) استقرایی

(۴) استنتاجی

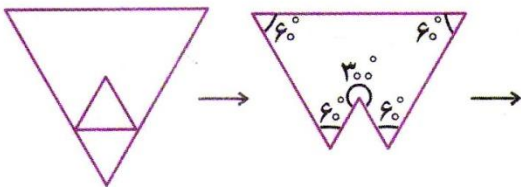
۲

رضا می خواهد مجموع زوایای یک پنج ضلعی را پیدا کند. او از شکل هایی نظیر مربع و مثلث

متساوی الاضلاع زیر استفاده کرد:



$$90^\circ + 90^\circ + 150^\circ + 60^\circ + 150^\circ = 540^\circ$$



$$60^\circ + 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ + 300^\circ = 540^\circ$$

او نتیجه گرفت که مجموع زوایای یک پنج ضلعی برابر است با 540° . او از چه استدلالی استفاده کرده است؟

(۱) استقرایی

(۲) مثال نقض

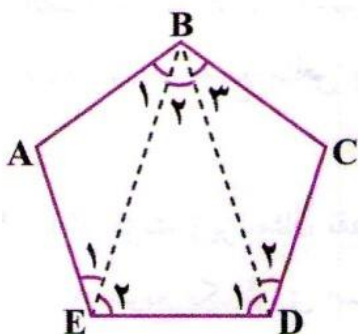
(۳) استنتاج

(۴) پرهان خلف

۳

حسین می خواهد مجموع زوایای یک پنج ضلعی را پیدا کند. او می داند که مجموع زوایای

یک مثلث 180° است. او این گونه عمل کرد:



$$\Delta ABE: \hat{A} + \hat{B}_1 + \hat{E}_1 = 180^\circ$$

$$\Delta BDE: \hat{B}_2 + \hat{D}_1 + \hat{E}_2 = 180^\circ$$

$$\Delta BCD: \hat{B}_3 + \hat{C} + \hat{D}_2 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} + \hat{B}_1 + \hat{B}_2 + \hat{B}_3 + \hat{C} + \hat{D}_1 + \hat{D}_2 + \hat{E}_1 + \hat{E}_2 + \hat{E}_3 = 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} = 540^\circ$$

مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

او نتیجه گرفت که مجموع زوایای یک پنج ضلعی برابر است با 540° . او از چه استدلالی استفاده کرده است ؟

(۱) استقرایی (۲) مثال نقض (۳) استنتاج (۴) پرهان خلف

۴ نقیض گزاره « دو خط موازی یکدیگر را قطع نمی کنند » کدام گزاره است ؟

(۱) دو خط که همدیگر را قطع می کنند موازی نیستند .

(۲) دو خط موازی همدیگر را قطع می کنند .

(۳) دو خط که همدیگر را قطع نمی کنند موازی هستند .

(۴) همه خط ها موازی هستند .

۵ نقیض گزاره « عدد حقیقی a گنگ است » کدام گزاره است ؟

(۱) عدد حقیقی a گویا است .

(۲) عدد a حقیقی نیست .

(۳) عدد حقیقی a زوج است .

(۴) عدد حقیقی a طبیعی است .

۶ نقیض گزاره « این هفته ، من هر روز ورزش کردم » کدام گزاره است ؟

(۱) این هفته ، من چند روز ورزش کردم .

(۲) این هفته ، من یک روز در میان ورزش کردم .

مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

(۳) من حداقل یک روز در این هفته ورزش نکردم.

(۴) این هفته، من هیچ روزی ورزش نکردم.

۷ نقیض گزاره «همه مغازه ها هر روز باز هستند» کدام یک از گزاره های زیر است؟

(۱) روزی هست که همه مغازه ها بسته هستند.

(۲) حداقل یک مغازه هست که هر روز باز نیست.

(۳) همه مغازه ها هر روز بسته هستند.

(۴) هر مغازه حداقل یک روز بسته است.

۸ در اثبات یک قضیه به کمک پرهان خلف

(۱) فرض می کنیم حکم درست باشد و برای درستی آن چند مثال ارائه می دهیم.

(۲) نقیض حکم قضیه را به عنوان فرض می پذیریم و با استدلال منطقی به تناقض می رسیم.

(۳) نقیض فرض را به عنوان حکم می پذیریم و با استدلال منطقی به تناقض می رسیم.

(۴) فرض می کنیم حکم درست نباشد و برای نادرستی آن دلیل ارائه می کنیم.

۹ بهار می خواهد گزاره زیر را به کمک پرهان خلف ثابت کند:

«اگر حاصل ضرب دو عدد طبیعی a و b زوج باشد، آن گاه حداقل یکی از آن دو عدد، زوج است».

مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندسی مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

فرض او باید کدام باشد؟

(۲) a و b طبیعی نیستند.

(۱) a و b زوج هستند.

(۴) $a \times b$ فرد است.

(۳) a و b فرد هستند.

پویا می خواهد گزاره زیر را به کمک پرهان خلف ثابت کند:

«اگر خط های d_1 و d_2 بر خط l عمود باشند، آن گاه d_1 و d_2 موازی هستند.»

در مورد استدلال او کدام درست است؟

(۱) فرض او باید این باشد که d_1 و d_2 همدیگر را قطع می کنند.

(۲) در پایان به مثلثی می رسد که دو زاویه 90° دارد، که تناقض است.

(۳) هر دو

(۴) هیچ کدام

در کدام مورد هم خود قضیه و هم عکس قضیه درست است؟

(الف) در مثلث ABC ، اگر $\hat{B} = \hat{C}$ باشد، آن گاه $AB = AC$.

(ب) اگر در مثلث ABC ، رابطه $AB^2 + AC^2 = BC^2$ برقرار باشد، آن گاه $\hat{A} = 90^\circ$.

(۱) الف

(۲) ب

(۳) هر دو

(۴) هیچ کدام

مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱۲

در کدام مورد هم خود قضیه و هم عکس قضیه درست است؟

(الف) اگر دو مثلث هم نهشت باشند، مساحتشان با هم برابر است.

(ب) اگر سه ضلع مثلثی برابر باشند، آن گاه هر سه زاویه اش 60° هستند.

(۱) الف

(۲) ب

(۳) الف و ب

(۴) هیچ کدام

۱۳

کدام گزینه زیر، مثال نقض دارد؟

(۱) هر مربع یک لوزی است.

(۲) هر عدد اول و بزرگ تر از ۲ فرد است.

(۳) هر مثلث متساوی الاضلاع، متساوی الساقین است.

(۴) توان دوم هر عدد طبیعی بزرگ تر از توان سوم آن است.

۱۴

کدام عدد کلیت حکم « برای هر عدد طبیعی زوج n ، $n + 1$ عددی اول است » را نقض

می کند؟

(۱) ۲

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۸

۱۵

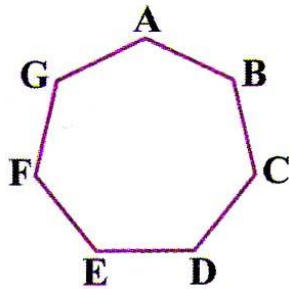
شکل زیر یک هفت ضلعی منتظم است. با وصل کردن کدام سه رأس مثال نقضی برای حکم زیر

پیدا می شود؟

مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

« با وصل کردن هر سه رأس از یک هفت ضلعی منتظم یک مثلث متساوی الساقین تشکیل می شود . »



(۱) BDF

(۲) ADE

(۳) CDE

(۴) ABD

۱۶ پژوهشی اثرات مثبت و منفی تجویز نوعی دارو را برای ۵۰۰ بیمار خاص بررسی کرده و نظریه خود را بر این نتیجه گیری اعلام می کند . وی کدام نوع استدلال را به کار برده است ؟

(۱) استنتاجی (۲) استقرایی (۳) درک شهودی (۴) مثال نقض

۱۷ در کدام یک از استدلال های زیر ، مطمئن هستیم که نتیجه همواره درست است ؟

(۱) نمودارون (۲) درک شهودی (۳) استقرایی (۴) استنتاجی

۱۸ کدام یک از روش های استدلال زیر اثبات غیر مستقیم است ؟

(۱) استنتاجی (۲) مثال نقض (۳) پرهان خلف (۴) استقرایی

۱۹ اثبات کدام قضیه زیر احتیاج به استدلال به روش پرهان خلف ندارد ؟

(۱) اگر $n \in N$ و n^2 فرد باشد ، آن گاه n نیز فرد است .

مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

(۲) اگر $n \in \mathbb{N}$ و n^3 زوج باشد، آن گاه n نیز زوج است.

(۳) در یک صفحه از نقطه مفروض فقط یک خط می توان بر خط مفروض عمود کرد.

(۴) مجموع دو عدد زوج، عددی زوج است.

عکس قضیه تالس با کدام استدلال زیر، قابل اثبات است؟

۲۰

(۱) استقرایی

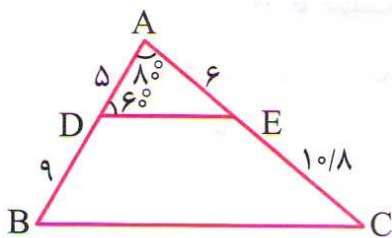
(۲) مثال نقض

(۳) پرهان خلف

(۴) استنتاجی

با توجه به شکل مقابل، اندازه زاویه C چند برابر اندازه زاویه D است؟

۲۱



$$\frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

پاسخ کلیدی

شماره تست	پاسخ تست
۱	۳
۲	۱
۳	۳
۴	۲
۵	۱
۶	۳
۷	۲
۸	۲
۹	۳
۱۰	۳
۱۱	۳
۱۲	۲
۱۳	۴
۱۴	۳
۱۵	۴
۱۶	۲
۱۷	۴
۱۸	۳
۱۹	۴
۲۰	۳
۲۱	۳

مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

نسبت و تناسب ✓

قانون	مثال
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$	$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \Rightarrow 2 \times 6 = 4 \times 3$
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$	$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a \pm c}{b \pm d}$	$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \Rightarrow \frac{2 \pm 3}{4 \pm 6}$
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{ma \pm nc}{mb \pm nd}$	$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \Rightarrow \frac{3 \times 2 \pm 5 \times 3}{3 \times 4 \pm 5 \times 6} (m=3, n=5)$
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}$	$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \Rightarrow \frac{2 \pm 4}{4} = \frac{3 \pm 6}{6}$
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{a \pm b} = \frac{c}{c \pm d}$	$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \Rightarrow \frac{2}{4 \pm 2} = \frac{3}{6 \pm 3}$
$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n} = \frac{a_1 + \dots + a_n}{b_1 + \dots + b_n}$	$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{1+2+3+4}{2+4+6+8}$

مثال اگر $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ آن گاه حاصل عبارت های زیر را به دست آورید .

ب) $\frac{2a+b}{2b+2a}$

الف) $\frac{3a-6}{3b-10}$

مثال مقدار x را از رابطه $\frac{x}{180-x} = \frac{3}{7}$ به دست آورید .

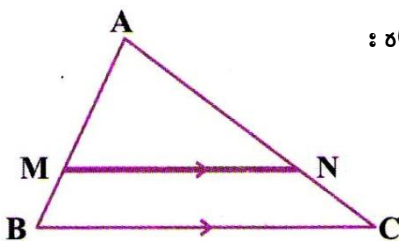
مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

قضیه تالس



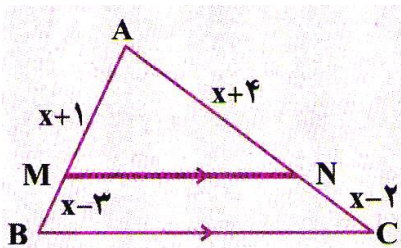
اگر خط موازی یک ضلع مثلث رسم کنیم، این خط روی دو ضلع دیگر مثلث پاره خط های متناسب به وجود می آورد. یعنی اگر در مثلث ABC ، MN موازی BC باشد، آن گاه:



$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \quad , \quad \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

در شکل زیر، MN با BC موازی است. مقدار x را به دست آورید.

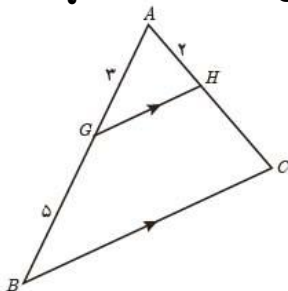
مثال



در شکل پاره خط های GH و BC موازی اند. اندازه پاره خط های AC و HC را به دست

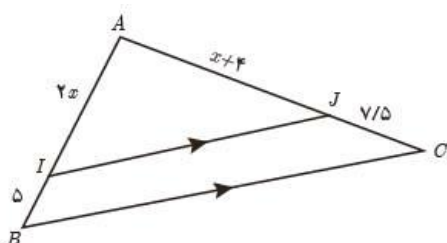
مثال

آورید.



با تشکیل یک معادله، مقدار x و اندازه پاره خط های AI و AJ را به دست آورید.

مثال



مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

در شکل پاره خط PQ موازی با ضلع BC است. درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص

مثال

کنید.

الف) $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC} = \frac{PQ}{BC}$

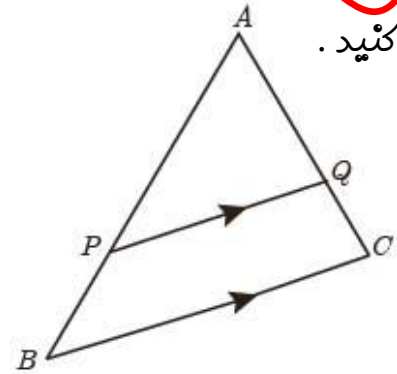
ب) $\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC}$

پ) $\frac{PB}{AP} = \frac{QC}{AQ}$

ت) $\frac{PB}{AB} = \frac{QC}{AC} = \frac{PQ}{BC}$

ث) $\frac{PB}{AB} = \frac{QC}{AC}$

ج) $\frac{AB}{AP} = \frac{AC}{AQ} = \frac{BC}{PQ}$



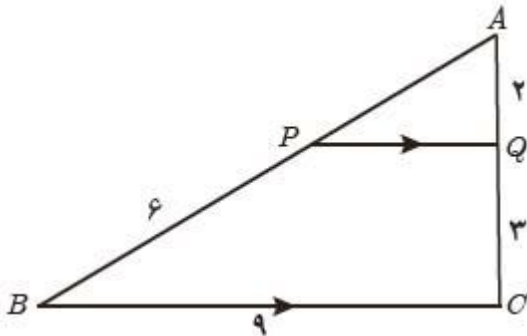
مثال

ثابت کنید در هر مثلث پاره خطی که وسط های دو ضلع مثلث را به هم وصل کند، با ضلع

سوم موازی و مساوی نصف آن است.

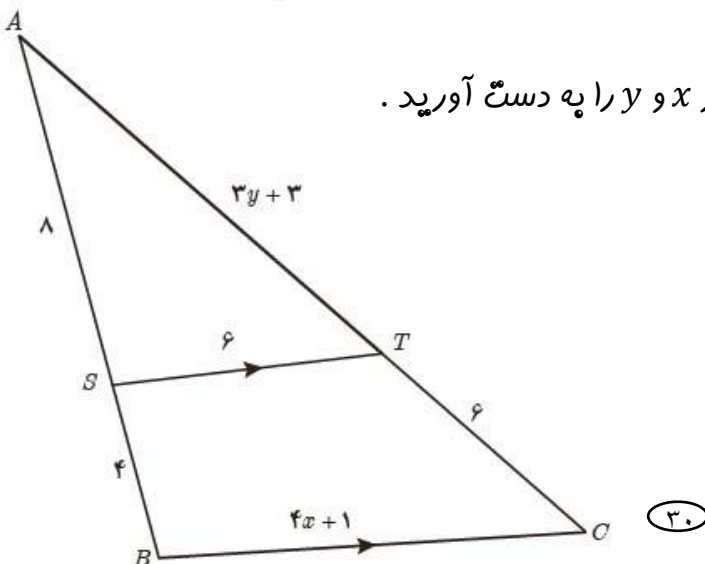
در شکل مقابل $PQ \parallel BC$ است. طول پاره خط های AP و PQ را به دست آورید.

مثال



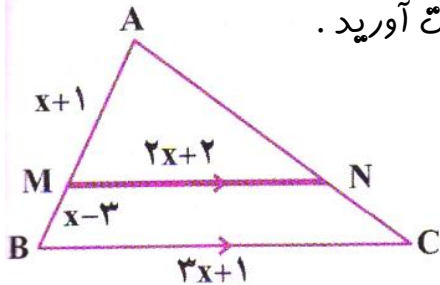
در شکل مقابل $ST \parallel BC$ است. مقادیر x و y را به دست آورید.

مثال



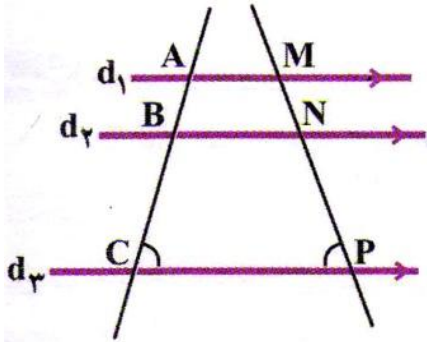
مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال



اگر مخطوطی، چند خط موازی را قطع کنند،

నకు



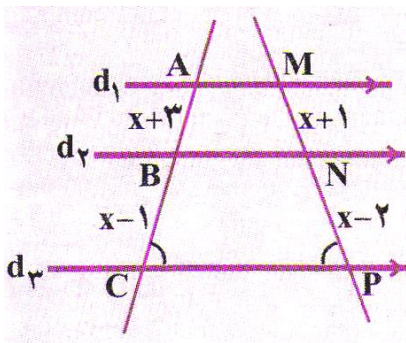
پاره خط‌های ایجاد شده روی آن‌ها متناسب هستند. یعنی:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{MN}{NP}$$

مثال

در شکل زیر، سه خط d_1 ، d_2 و d_3 موازی هستند.

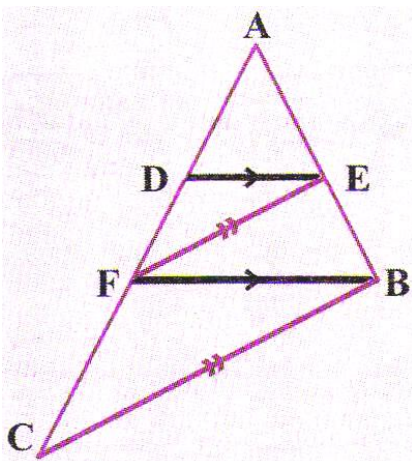
مقدار x را به دست آورید.



مثال

در مثلث ABC ، DE پا FB موازی است و FE پا CB موازی است.

نشان دهید: $\frac{AD}{DF} = \frac{AF}{FC}$

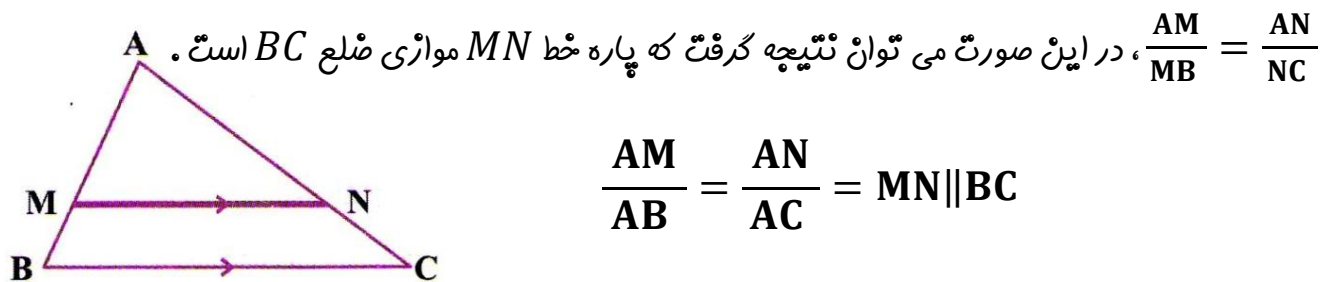


مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

عکس قضیه تالس ✓

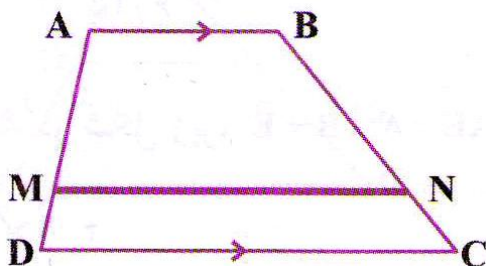
اگر در مثلث ABC نقطه های M و N طوری روی ضلع های AB و AC انتخاب شوند که



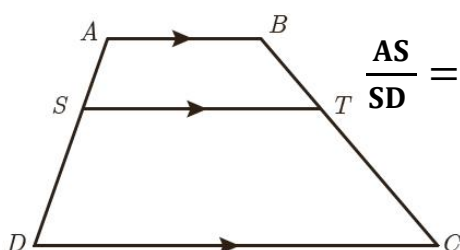
مثال

شخصی با طول قد ۱۷۰ سانتی متر در فاصله ی ۱۶۰ سانتی متری از یک تیر چراغ ایستاده است. اگر طول سایه این شخص که توسط نور چراغ در پشت او ایجاد می شود برابر ۴۰ سانتی متر باشد، ارتفاع تیر چراغ چند سانتی متر است؟

قضیه تالس و عکس قضیه تالس در ذوزنقه ✓



$$\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{NC} \Leftrightarrow MN \parallel AB \parallel DC$$



$$\frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$$

مثال

(راهنمایی: یکی از قطر ها را رسم کنید).

مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

تست های تکمیلی

۱) روی پاره خط $AB = a$ ، دو نقطه M و N را به قسمی اختیار می کنیم که $\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{NC} = ۲$

در این صورت طول پاره خط MN چقدر است؟

$\frac{۲a}{۳}$ (۴)

$\frac{a}{۳}$ (۳)

$\frac{a}{۲}$ (۲)

$\frac{a}{۶}$ (۱)

۲) a و b عددهایی طبیعی اند که $\frac{a+b}{۱۹a+۹۴b} = \frac{۱}{۲۵}$ در این صورت $\frac{a}{b}$ برابر است با:

$۱۰/۵$ (۴)

$\frac{۲۳}{۴}$ (۳)

۹ (۲)

$۱۱/۵$ (۱)

۳) اگر $\frac{a+۲b}{۲a+b} = \frac{۲}{۳}$ باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۴ (۴)

$\frac{۱}{۴}$ (۳)

$\frac{۳}{۲}$ (۲)

$\frac{۲}{۳}$ (۱)

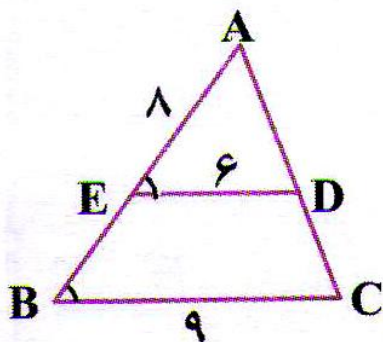
۴) در شکل زیر، $\hat{B} = \hat{E}$ ، $AE = ۸$ ، $ED = ۶$ و $BC = ۹$. طول BE کدام است؟

۴ (۱)

$۴/۲$ (۲)

$۴/۴$ (۳)

$۴/۶$ (۴)



مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

در شکل زیر، $FE \parallel BC$ ، $EB = ۳$ ، $EF = ۵$ و $BC = ۷$. طول AE چند است؟

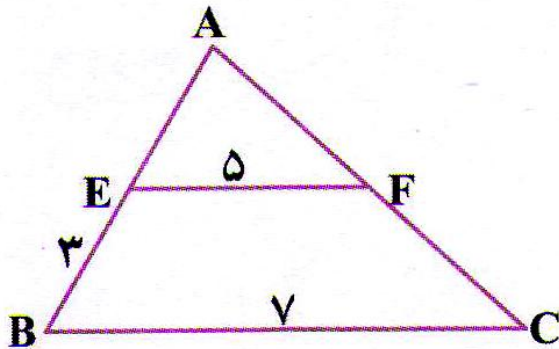
۵

۶ / ۵ (۱)

۵ / ۵ (۲)

۶ (۳)

۷ / ۵ (۴)



در شکل داده شده، اندازه طول AH «چند واحد» است؟

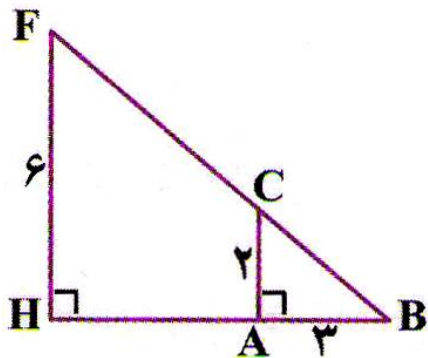
۶

۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)



در شکل زیر، خط BC با خط DE موازی است. مقدار x کدام است؟

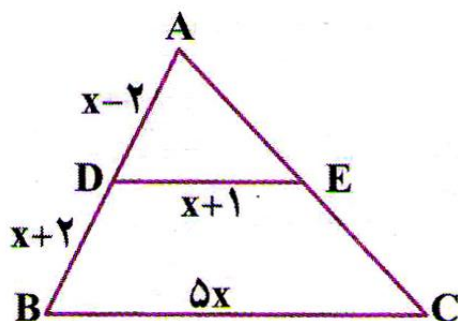
۷

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

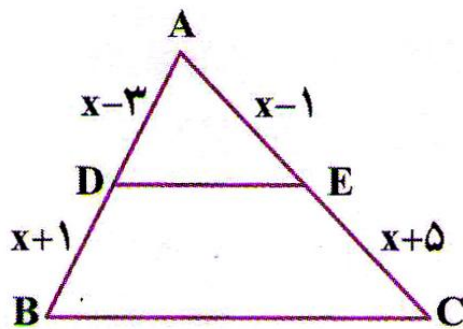
۵ (۴)



مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

در شکل زیر ، DE با BC موازی است . x کدام است ؟



۸

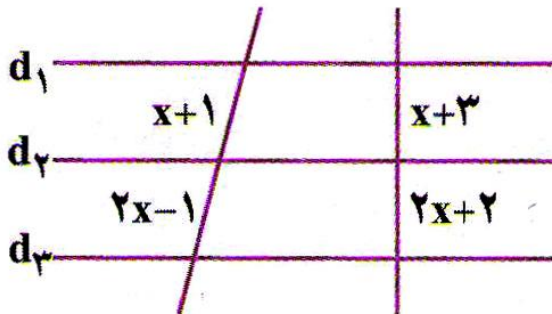
۶ (۱)

۷ (۲)

$\frac{2}{5}$ (۳)

$\frac{2}{11}$ (۴)

در شکل زیر ، سه خط d_1 ، d_2 و d_3 با هم موازی هستند . مقدار x کدام است ؟



۵ (۱)

۶ (۲)

۱۲ (۳)

۲ (۴)

در ذوزنقه ای اندازة قاعده ها ۹ و ۴ واحد طول و طول ساق ها ۶ و ۵ واحد است . محیط مثلثی که

از امتداد ساق ها در پیرون ذوزنقه تشکیل شود ، کدام است ؟

۱۲/۸ (۴)

۱۲/۲ (۳)

۱۱/۶ (۲)

۱۱/۴ (۱)

اگر $\frac{x}{y+5} = \frac{x}{x+4}$ باشد نسبت $\frac{x}{y}$ کدام است ؟

۱)

مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

$$\frac{۴}{۵} \quad (۴)$$

$$\frac{۵}{۴} \quad (۳)$$

$$\frac{۱}{۴} \quad (۲)$$

$$\frac{۱}{۵} \quad (۱)$$

اگر $\frac{a}{a+b+c} = \frac{۳}{۵}$ و $\frac{c}{a+b} = \frac{۲}{۳}$ باشد، آن گاه $\frac{a}{c}$ کدام است؟

۱۲

$$\frac{۱}{۴} \quad (۴)$$

$$\frac{۳}{۸} \quad (۳)$$

$$\frac{۲}{۵} \quad (۲)$$

$$\frac{۳}{۲} \quad (۱)$$

اگر $\frac{x-۱}{۲} = \frac{y}{۳} = \frac{z+۱}{۵}$ و $۴x - ۳y + z = ۷$ ، مقدار z کدام است؟

۱۳

$$۶ \quad (۴)$$

$$۵ \quad (۳)$$

$$۴ \quad (۲)$$

$$۳ \quad (۱)$$

در چهارضلعی محدب ABCD، رابطه $\frac{\hat{A}}{۴} = \frac{\hat{B}}{۳} = \frac{\hat{C} + \hat{D}}{۱۱}$ ، بین زوایه ها برقرار است. زوایه

۱۴

حاده بین نیمسازهای داخلی دو زوایه مجاور $\hat{A}$ و $\hat{B}$ ، چند درجه است؟ (سراسری تجربی - ۹۶)

$$۷۵ \quad (۴)$$

$$۷۰ \quad (۳)$$

$$۶۰ \quad (۲)$$

$$۵۰ \quad (۱)$$

در چهارضلعی محدب ABCD، رابطه $\frac{\hat{A}}{۳} = \frac{\hat{B}}{۴} = \frac{\hat{C}}{۵} = \frac{\hat{D}}{۱۲}$ ، بین زوایه ها برقرار است.

۱۵

زوایه حاده بین نیمسازهای داخلی دو زوایه متقابل $\hat{A}$ و $\hat{C}$ ، چند درجه است؟ (سراسری تجربی خارج

از کشور - ۹۶)

$$۳۵ \quad (۴)$$

$$۳۰ \quad (۳)$$

$$۲۵ \quad (۲)$$

$$۲۰ \quad (۱)$$

مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱۶ در دوزنقه ای اندازه قاعده ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق ها ۶ و ۵ واحد است . محیط مثلثی که از امتداد ساق ها در پیرون دوزنقه تشکیل می شود ، کدام است ؟

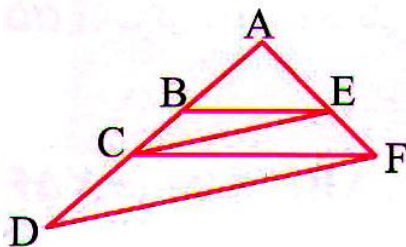
۱۲/۸ (۴)

۱۲/۲ (۳)

۱۱/۶ (۲)

۱۱/۴ (۱)

۱۷ در شکل مقابل ، $BE \parallel CF$ و $CE \parallel DF$ ، اگر $AB = ۵$ و $BC = ۳$ ، آن گاه اندازه CD کدام است ؟



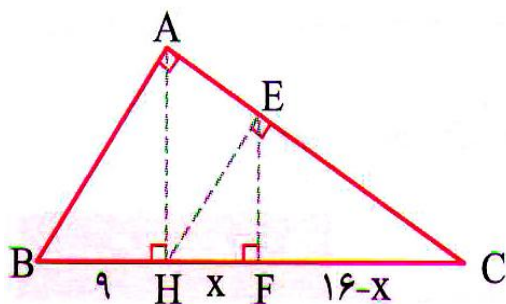
۴/۵ (۱)

۴/۸ (۲)

۵/۴ (۳)

۵/۶ (۴)

۱۸ در شکل رو به رو ، ارتفاع هر سه مثلث قائم الزاویه رسم شده است ، اندازه x کدام است ؟



۴/۵۴ (۱)

۵/۳۶ (۲)

۵/۷۶ (۳)

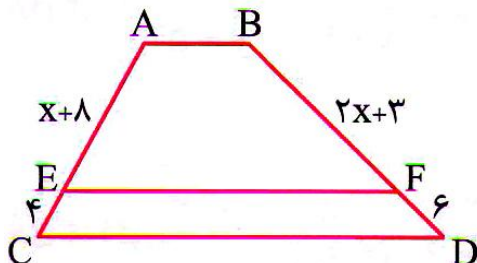
۶/۷۵ (۴)

مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

در ذوزنقه $ABCD$ ، $AB \parallel EF$ است. مقدار x کدام است؟

۱۹



۱۸ (۲)

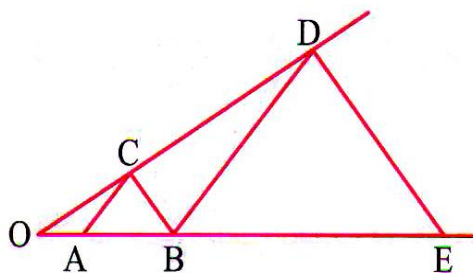
۲۰ (۱)

۱۵ (۴)

۱۶ (۳)

در شکل رو به رو، دو جفت پاره خط موازی اند، $OA = ۳$ و $AB = ۵$ است. اندازه پاره خط

۲۰



BE کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور - ۹۴)

۱۲ $\frac{۲}{۳}$ (۲)

۱۳ $\frac{۱}{۳}$ (۱)

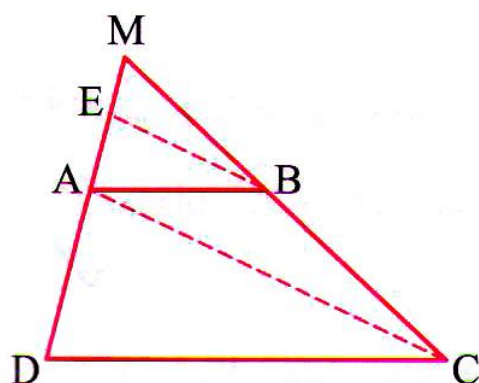
۱۰ $\frac{۲}{۳}$ (۴)

۱۱ $\frac{۱}{۳}$ (۳)

در ذوزنقه $ABCD$ ، پاره خط BE موازی قطر AC است. اگر $AD = ۷$ و $AE = ۳$ باشد،

۲۱

فاصله MD کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۳)



۱۲ (۱)

۱۲/۲۵ (۲)

۱۲/۵ (۳)

۱۲/۷۵ (۴)

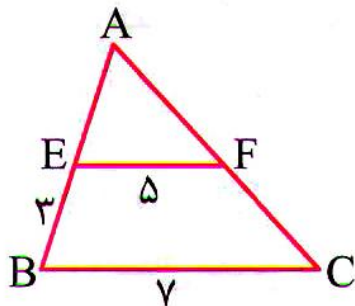
مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

در شکل رو به رو $FE \parallel BC$ ، $BC = ۷$ ، $EF = ۵$ و $EB = ۳$ سانتی متر است. طول AE

۲۲

چند سانتی متر است؟



۵/۵ (۲)

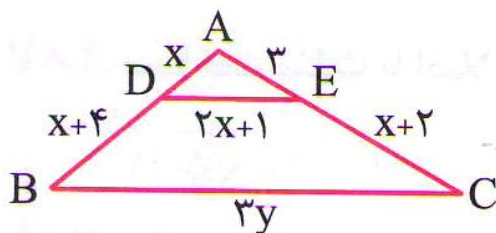
۶/۵ (۱)

۷/۵ (۴)

۶ (۳)

در شکل رو به رو DE موازی BC است. مقدار y کدام است؟

۲۳



۶ (۲)

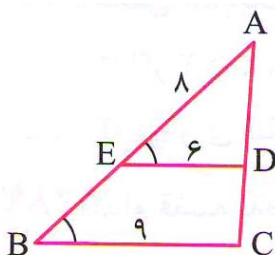
۴ (۱)

۹ (۴)

۸ (۳)

در شکل رو به رو، $\hat{B} = \hat{E}$ ، $AE = ۸$ ، $ED = ۶$ و $BC = ۹$. طول BE کدام است؟

۲۴



۴/۲ (۲)

۴ (۱)

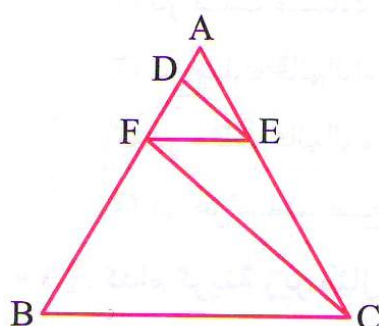
۴/۶ (۴)

۴/۴ (۳)

در شکل مقابل $DE \parallel FC$ و $BC \parallel EF$. اگر $AD = ۳$ و $DF = ۶$ ، آن گاه BC چند برابر EF

۲۵

است؟



۲/۵ (۲)

۲ (۱)

۳ (۴)

۲/۷۵ (۳)

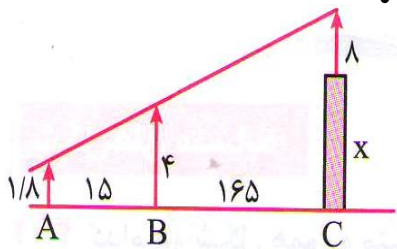
مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۲۶

در شکل مقابل دکل به طول ۸ متر بر بالای پرچی نصب شده است. دید چشمی ناظر به ارتفاع

۱/۸ متر از ارتفاع دکل و تیرک ۴ متری در یک راستا است، بلندی پرچ چند متر است؟



۲۰/۲ (۲)

۱۹/۸ (۱)

۲۱/۲ (۴)

۲۰/۸ (۳)

مبحث: استدلال و قضیه تالس

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

پاسخ کلیدی

شماره تست	پاسخ تست	شماره تست	پاسخ تست
۱		۱۴	۳
۲	۱	۱۵	۱
۳	۴	۱۶	۴
۴	۱	۱۷	۲
۵	۴	۱۸	۳
۶	۳	۱۹	۲
۷	۳	۲۰	۱
۸	۲	۲۱	۲
۹	۱	۲۲	۴
۱۰	۴	۲۳	۴
۱۱	۴	۲۴	۱
۱۲	۱	۲۵	۴
۱۳	۲	۲۶	۲

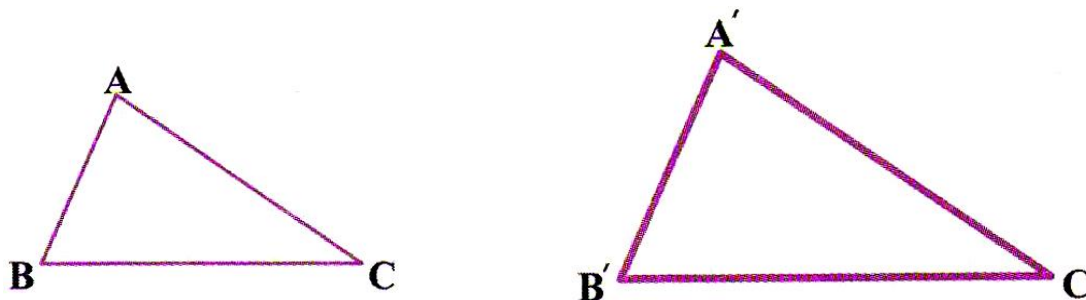
مبحث: تشابه مثلث ها

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

✓ تشابه مثلث ها

دو مثلث را متشابه گویند ، اگر زاویه های نظیر در آن ها برابر و ضلع های نظیر متناسب باشند .

اگر دو مثلث متشابه باشند نسبت اضلاع متناظر در دو مثلث را نسبت تشابه می گوئیم . یعنی :

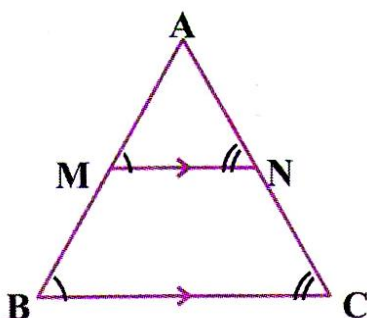


$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Leftrightarrow \begin{cases} \hat{A} = \hat{A}', \hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}' \\ \text{و} \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = K \text{ (نسبت تشابه)} \end{cases}$$

✓ قضیه اساسی تشابه مثلث ها

اگر خطی موازی با یکی از اضلاع مثلث ، دو ضلع دیگر آن را قطع کند در این صورت مثلث کوچکی به وجود

می آید که با مثلث اولیه متشابه است .



مبحث: تشابه مثلث ها

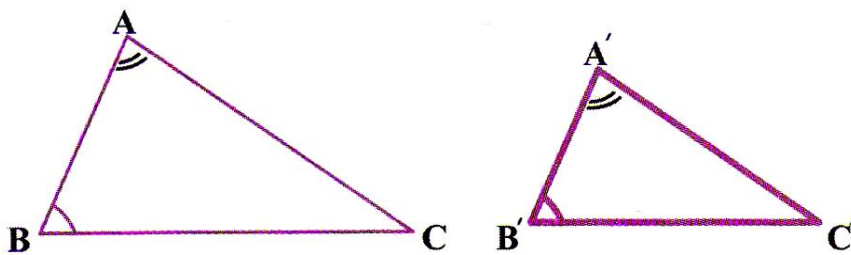
مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

حالت های تشابه دو مثلث

با توجه به قضیه فوق می توان ثابت کرد دو مثلث در سه حالت زیر با هم متشابه اند :

حالت اول (پراپری دو زاویه) :

اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند آن دو مثلث متشابه هستند .



$$\left. \begin{matrix} \hat{A} = \hat{A}' \\ \hat{B} = \hat{B}' \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند ، دو مثلث متشابه اند .

قضیه ۱ :

$$(\hat{A} = \hat{A}' \text{ و } \hat{B} = \hat{B}' \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C')$$

هرگاه اندازه های دو ضلع از مثلثی با اندازه های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب

قضیه ۲ :

باشند و زاویه بین آنها برابر باشند ، دو مثلث متشابه اند .

$$\left(\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}, \hat{A} = \hat{A}' \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \right)$$

مبحث: تشابه مثلث ها

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

قضیه ۳ :

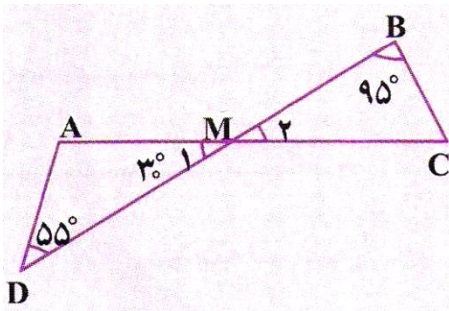
هرگاه اندازه های سه ضلع از مثلثی با اندازه های سه ضلع از مثلث دیگر متناسب

باشند، دو مثلث متشابه اند.

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

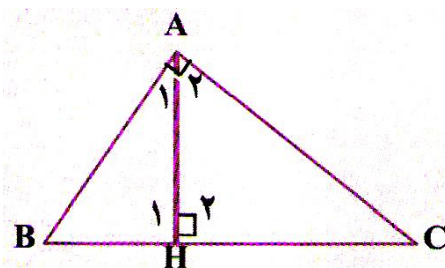
مثال

نشان دهید مثلث های $\triangle AMD$ و $\triangle BMC$ در شکل مقابل متشابه هستند.



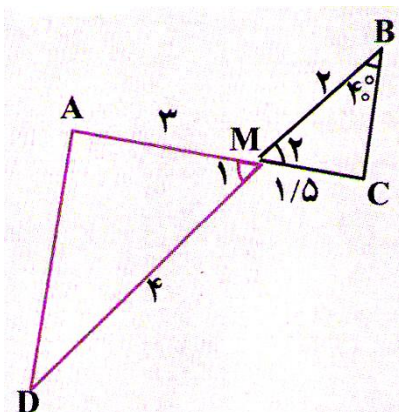
مثال

نشان دهید مثلث های $\triangle ABH$ و $\triangle AHC$ در شکل مقابل متشابه هستند.



مثال

اندازه زاویه D را به دست آورید.



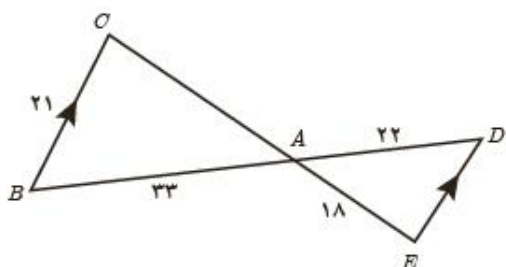
مبحث: تشابه مثلث ها

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال

در شکل مقابل $BC \parallel DE$.

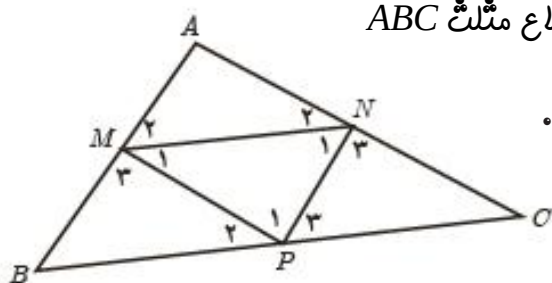
اندازه پاره خط های DE و CA را به دست آورید.



مثال

اگر نقاط P و N و M مطابق شکل وسط های اضلاع مثلث ABC

باشند، ثابت کنید. مثلث های MNP و ABC متشابه اند.



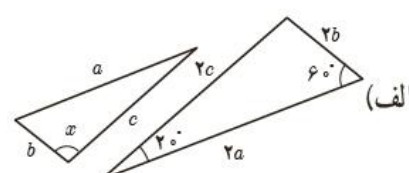
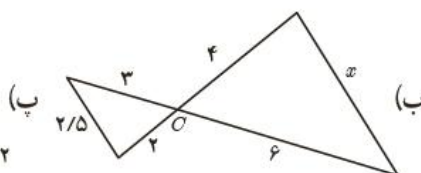
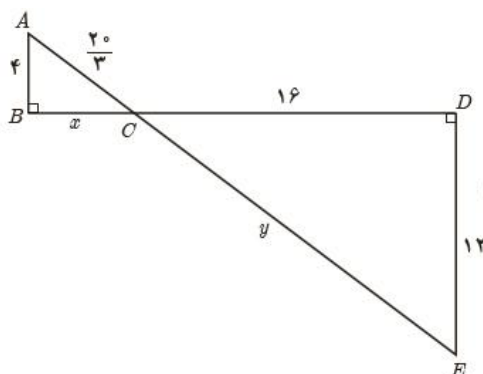
مثال

اگر سه مثلث ABC و $A'B'C'$ و $A''B''C''$ به گونه ای باشند که $ABC \sim A'B'C'$ و

$A'B'C' \sim A''B''C''$ ، درباره دو مثلث ABC و $A''B''C''$ چه می توان گفت؟ چرا؟

مثال

در هر قسمت تشابه مثلث ها را ثابت کنید و مقادیر x و y را مشخص نمایید.

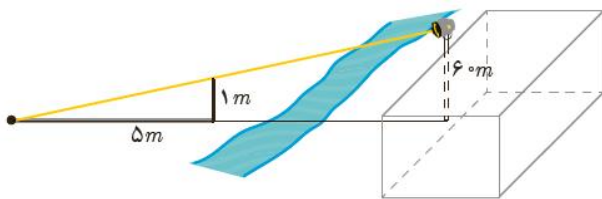


مبحث: تشابه مثلث ها

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال

بر دیوار یک کمپ نظامی نورافکنی به ارتفاع ۶۰ متر (مانند شکل) قرار گرفته است. فردی که در طرف دیگر رودخانه است، می خواهد فاصله خود را تا پایه نورافکن محاسبه کند. برای این کار



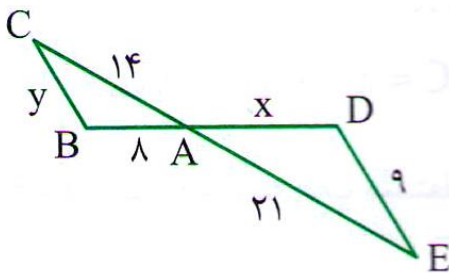
چوبی به طول یک متر را روی زمین قرار می دهد و مشاهده می کند که طول سایه چوب برابر ۵ متر است. فاصله این مرد تا پای نورافکن چقدر است؟

مثال

در شکل مقابل $BC \parallel DE$ است.

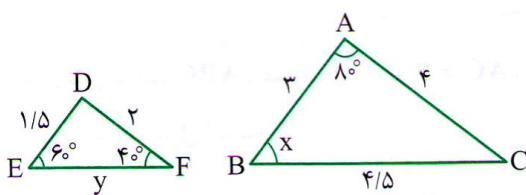
(آ) ثابت کنید دو مثلث ABC و ADE متشابه هستند.

(ب) مقادیر x و y را به دست آورید.

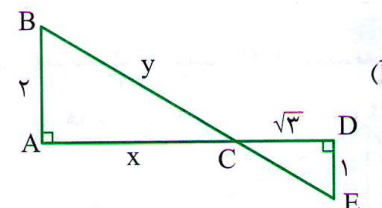
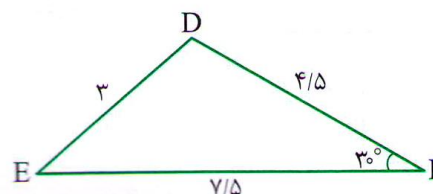


مثال

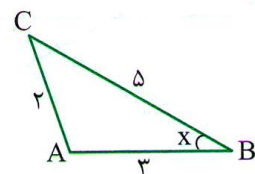
در هر قسمت، تشابه مثلث ها را ثابت کنید و مقادیر x و y را به دست آورید.



(ب)

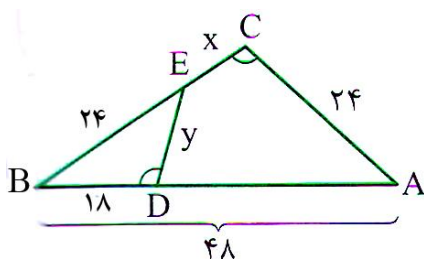


(پ)



مثال

در شکل مقابل $\hat{C} = \hat{BDE}$ است. طول x و y را پیدا کنید.



مبحث: تشابه مثلث ها

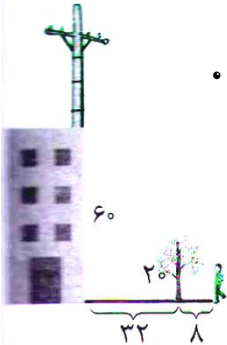
مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال

مطابق شکل یک دکل مخابراتی بالای ساختمانی به ارتفاع ۶۰ متر قرار دارد.

اگر فاصله شخص تا درخت ۸ متر و فاصله درخت تا ساختمان ۳۲ متر و ارتفاع درخت

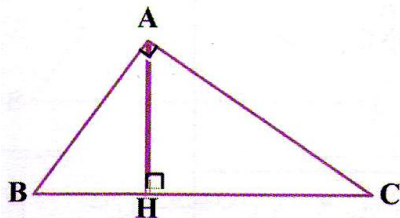
۲۰ متر باشد، ارتفاع دکل را به دست آورید.



پرنی روابط طولی در مثلث قائم الزویه

در هر مثلث قائم الزویه ارتفاع وارد بر وتر، دو مثلث قائم الزویه به وجود می آورد که با هم و با مثلث

اصلی متشابه اند. یعنی:



$$\triangle ABH \sim \triangle ABC$$

$$\triangle AHC \sim \triangle ABC$$

$$\triangle ABH \sim \triangle AHC$$

با توجه ها به این تشابه ها روابط طولی زیر را می توان نتیجه گرفت:

$$AB^2 = BH \times BC$$

$$AC^2 = CH \times BC$$

$$AH^2 = BH \times HC$$

$$AH \times BC = AB \times AC$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \rightarrow \text{رابطه فیثاغورس}$$

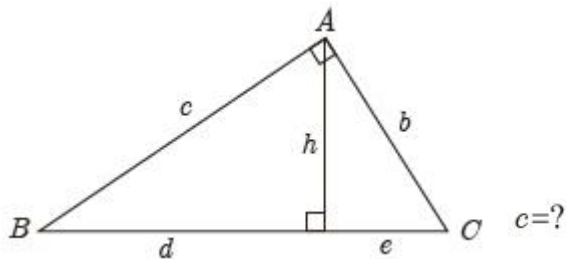
مبحث: تشابه مثلث ها

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال

در مثلث قائم الزاویه مقابل در هر مورد سعی کنید با ساده ترین روش مقادیر خواسته

شده را به دست آورید .



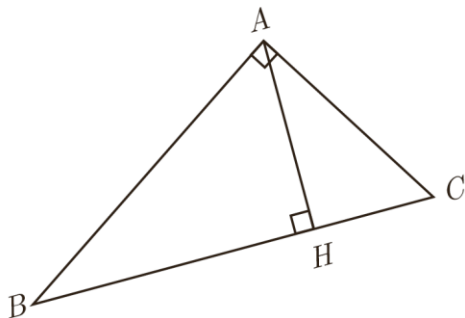
(۱) $d=7$ $h=5$ $e=?$

(۲) $d=5$ $e=3$ $b=?$ $c=?$

(۳) $c=8$ $b=6$ $h=?$

مثال

در مثلث قائم الزاویه روبه رو در هر حالت ، اندازه پاره خط خواسته شده را به دست آورید .



الف) $BC=10$ و $BH=9$ و $AH=?$ و $AB=?$ و $AC=?$

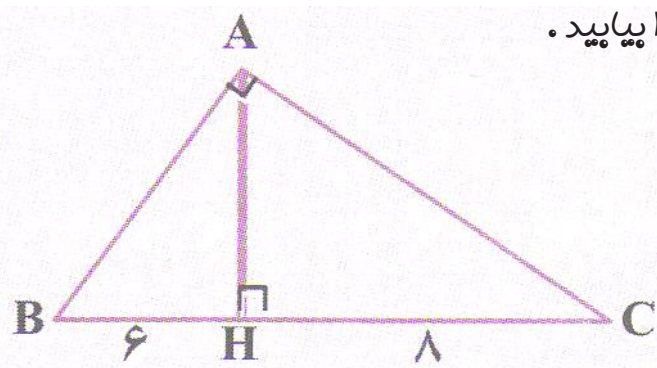
ب) $AC=5$ و $CH=2$ و $BC=?$ و $AH=?$ و $AB=?$

پ) $AB=8$ و $AC=6$ و $BC=?$ و $AH=?$

ت) $AB=12$ و $AH=6$ و $BH=?$ و $BC=?$ و $AC=?$

مثال

در مثلث روبه رو ، طول AB ، AC و AH را بیابید .



مبحث: تشابه مثلث ها

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

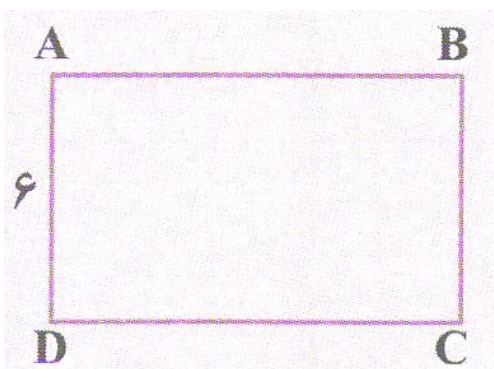
مثال

شکل مقابل مستطیلی به عرض ۶ است. اگر از نقطه

A عمودی بر قطر BD رسم کنیم و پای این عمود را H بنامیم،

طول DH برابر $\frac{18}{5}$ است. اندازه AH، طول قطر BD و نیز اندازه

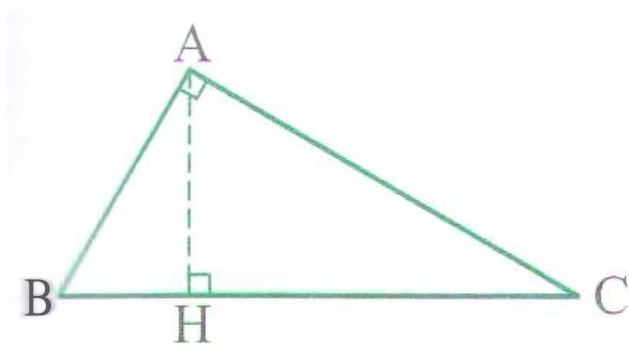
طول مستطیل را محاسبه کنید.



مثال

در مثلث قائم الزاویه رو به رو، در هر یک از حالت های زیر، اندازه پاره خط های خواسته

شده را به دست آورید.



آ) $CH = ?$ ، $AH = ?$ ، $AC = 12$ ، $AB = 5$

ب) $AH = ?$ ، $BH = ?$ ، $BC = 17$ ، $AB = 8$

پ) $BC = ?$ ، $BH = ?$ ، $AC = 8$ ، $AH = 4/8$

مثال

طول دو ضلع یک مستطیل برابر ۶ و ۸ واحد می باشد. فاصله رأس مستطیل تا قطر را به

دست آورید.

مبحث: تشابه مثلث ها

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

تست های تکمیلی



۱) مثلثی با زاویه 40° با مثلث دیگری با زاویه 60° متشابه است. مجموع بزرگ ترین زاویه و

کوچک ترین زاویه مثلث دومی چقدر است؟

۱۲۰ (۴)

۸۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۶۰ (۱)

۲) در یک مثلث زاویه های داخلی به نسبت ۱، ۲ و ۳ هستند. این مثلث با کدام مثلث زیر

می تواند متشابه باشد؟

۲) متساوی الساقین

(۱) قائم الزاویه

۴) با مثلثی که یکی از ضلع هایش سه برابر ضلع دیگر است.

۳) غیر مشخص

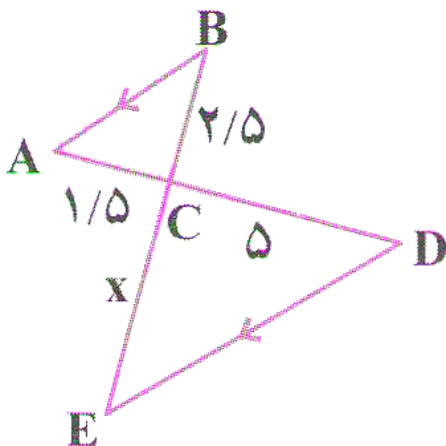
۳) اگر پاره خط AB موازی با پاره خط ED باشد، مقدار CE چقدر است؟

(۱) $8/3$

(۲) $8/2$

(۳) $8/1$

(۴) $8/0$



مبحث: تشابه مثلث ها

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

در شکل زیر اندازه ضلع AB کدام است ؟

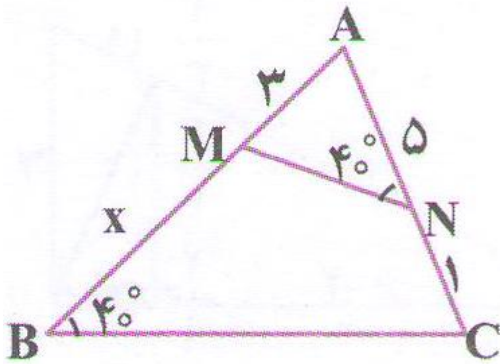
۴

۷ (۱)

۸ (۲)

۹ (۳)

۱۰ (۴)



کدام دو شکل همواره متشابه نیستند ؟

۵

(۱) هر دو مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین

(۲) هر دو لوزی که یک زاویه قابل انطباق داشته باشد .

(۳) هر دو شش ضلعی منتظم

(۴) هر دو مستطیل

مثلث قائم الزاویه ای به وتر ۴ و ضلع ۲ با مثلث قائم الزاویه ای به وتر ۸ و ضلع x متشابه است .

۶

x کدام می تواند باشد ؟

۴√۳ (۴)

۱/۲ (۳)

۲√۲ (۲)

۶ (۱)

مبحث: تشابه مثلث ها

مهندسی مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۷ مثلثی به اضلاع $a = ۳$ ، $b = ۴$ و $c = ۶$ با کدام مثلث که دو ضلع آن داده شده است،

می تواند متشابه باشد؟

$$a' = ۱, b' = ۳ \quad (۲)$$

$$a' = ۲, b' = ۴ \quad (۱)$$

$$a' = ۲, b' = ۵ \quad (۴)$$

$$a' = ۳, b' = ۵ \quad (۳)$$

۸ مثلثی به اضلاع ۳، ۵ و ۷ با مثلثی به اضلاع x و y متشابه است. اگر $x > ۵$ و $y > ۵$

باشند، $x + y$ کدام است؟

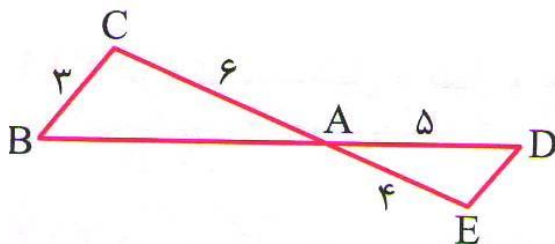
$$۲۱ \quad (۴)$$

$$\frac{۶}{۳} \quad (۳)$$

$$۲۰ \quad (۲)$$

$$\frac{۵۸}{۳} \quad (۱)$$

۹ در شکل مقابل $BC \parallel DE$ است. مقدار $AB + ED$ کدام است؟



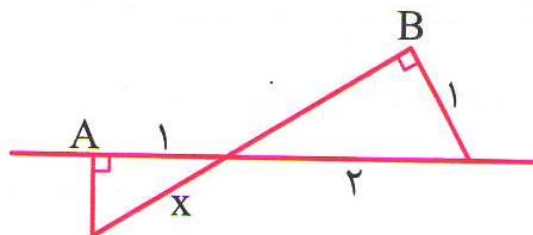
$$۹ \quad (۲)$$

$$۹ / ۵ \quad (۱)$$

$$۷ / ۵ \quad (۴)$$

$$۸ / ۵ \quad (۳)$$

۱۰ در شکل مقابل دو زاویه $\hat{A}$ و $\hat{B}$ قائمه هستند. مقدار x چقدر است؟ (سراسری ریاضی - ۹)



$$\frac{۲\sqrt{۳}}{۳} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{۳}}{۲} \quad (۱)$$

$$\frac{۲}{۳} \quad (۴)$$

$$\frac{۴}{۳} \quad (۳)$$

مبحث: تشابه مثلث ها

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

در شکل مقابل $AD = ۸$ ، $DE = ۴$ ، $AB = ۶$ و $BC = ۱۰$ ، نسبت $\frac{x}{y}$ کدام است؟



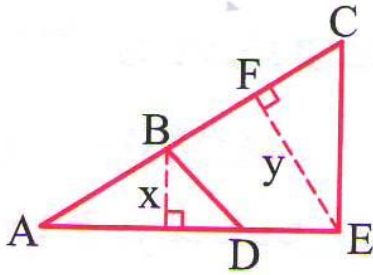
))

(۱) $\frac{۱}{۲}$

(۳) $\frac{۲}{۳}$

(۲) $\frac{۵}{۹}$

(۴) $\frac{۴}{۵}$



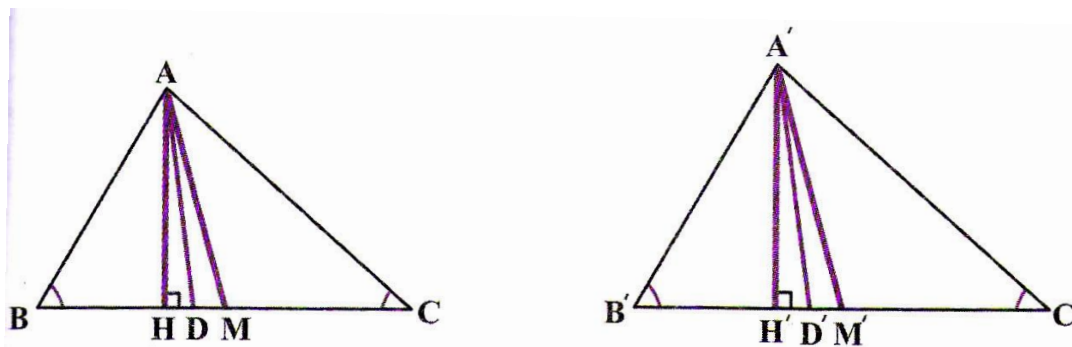
پاسخ کلیدی

شماره تست	پاسخ تست
۱	۴
۲	۱
۳	۱
۴	۴
۵	۴
۶	۴
۷	۱
۸	۲
۹	۱
۱۰	۲
۱۱	۱

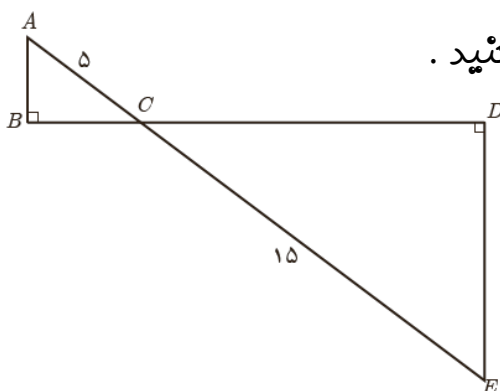
مبحث: تشابه مثلث ها

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

نکته اگر دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابه و نسبت تشابه برابر K باشد، آن گاه تمام اجزاء طولی دو مثلث یعنی اضلاع، ارتفاع ها، میانه ها، نیمساز ها و عمود منصف ها متناسب اند و نسبت آن ها در دو مثلث برابر K است. هم چنین نسبت محیط ها نیز برابر K است، ولی نسبت مساحت ها برابر توان دوم نسبت تشابه، یعنی K^2 است.



$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AH}{A'H'} = \frac{AD}{A'D'} = \frac{AM}{A'M'} = \frac{P(\text{محیط})}{P'(\text{محیط})} = \sqrt{\frac{S}{S'}} = K \Rightarrow \frac{S}{S'} = K^2$$



در شکل مقابل دو مثلث قائم الزاویه مشاهده می کنید.

نسبت محیط ها و مساحت های آنها را به دست آورید.

مثال دو مثلث متشابه ABC و $A'B'C'$ را با نسبت تشابه K در نظر بگیرید؛ به گونه ای که

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = K$$

باشد. حال AH و $A'H'$ را در دو مثلث رسم کنید.

(الف) ثابت کنید مثلث های AHB و $A'H'B'$ متشابه اند.

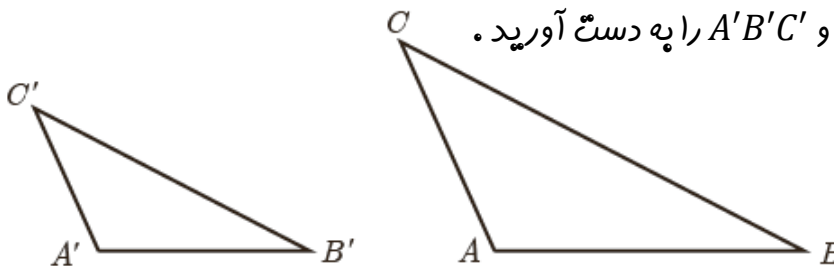
مبحث: تشابه مثلث ها

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

ب) نسبت $\frac{AH}{A'H'}$ را به دست آورید .

پ) نسبت مساحت های $\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}}$ را محاسبه کنید .

ت) نسبت محیط های دو مثلث ABC و $A'B'C'$ را به دست آورید .



مثال

طول اضلاع مثلثی ۵، ۷ و ۹ است . اگر این مثلث با مثلث دیگری با محیط ۳۵ متشابه باشد ،

طول بزرگ ترین ضلع مثلث دوم چقدر است ؟

مثال

نسبت مساحت دو مثلث متشابه $\frac{۲۵}{۶۴}$ است . اگر یک ضلع مثلث بزرگ تر ۱۶ باشد ، ضلع

متناظر به این ضلع در مثلث کوچک تر چند است ؟

مثال

نسبت مساحت های دو مثلث متشابه $\frac{۸۱}{۱۲۱}$ است . نسبت محیط ها را پیدا کنید .

مثال

طول ضلع های مثلث ABC عبارت است از $AC = ۴$ ، $BC = ۵$ و $AB = ۶$. طول اضلاع

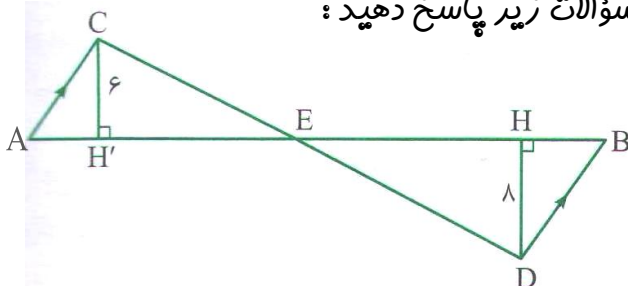
مثلثی را بیابید که با مثلث ABC متشابه است و محیطش ۲۰ واحد طول است .

مبحث: تشابه مثلث ها

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال

با توجه به شکل، اگر $AB = ۳۵$ باشد، به سؤالات زیر پاسخ دهید:



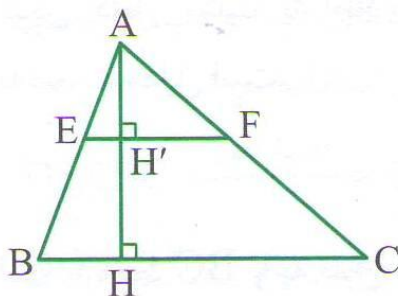
آ) نسبت مساحت مثلث های BDE و ACE را بیابید.

ب) مساحت مثلث BDE را به دست آورید.

مثال

طول ضلع های مثلث ABC ، ۷ ، ۹ و ۱۴ سانتی متر است. مثلث PQR با مثلث ABC

متشابه است و طول بزرگ ترین ضلع آن ۲۱ سانتی متر است. محیط مثلث PQR را به دست آورید.



در شکل مقابل $EF \parallel BC$.

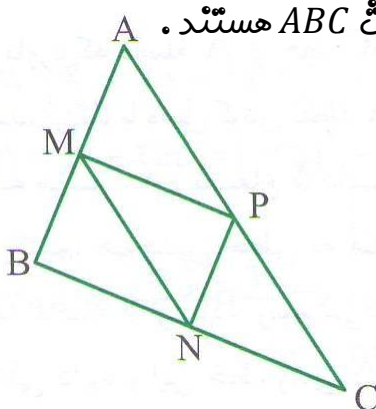
مثال

اگر نسبت مثلث های AEF و ABC برابر $\frac{1}{9}$ باشد،

نسبت ارتفاع های متناظر را به دست آورید.

مثال

نقاط M ، N و P به ترتیب وسط اضلاع AB ، BC و AC از مثلث ABC هستند.



آ) ثابت کنید مثلث NMP با مثلث ABC متشابه است.

ب) محیط مثلث NMP چه کسری از محیط مثلث ABC است؟

پ) مساحت مثلث NMP چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

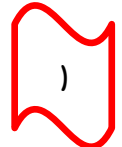
مبحث: تشابه مثلث ها

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

تست های تکمیلی



در دو مثلث متشابه که اضلاع یکی دو برابر دیگری است، محیط مثلث بزرگ تر چند برابر محیط



مثلث کوچک تر است؟

۱۲ (۴)

۲ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

محیط مثلثی به اضلاع ۲، ۳ و ۴ چند برابر محیط مثلثی متشابه با مثلث اول و به اضلاع ۶، ۳ و x



است؟

۲ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

طول اضلاع یک مثلث (۱)، ۵ و ۷ و طول کوچک ترین ضلع مثلثی متشابه با مثلث اولی، ۵ / ۲۲



است. محیط مثلث دوم کدام است؟

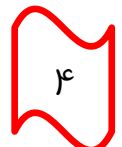
۱۰۳ / ۵ (۴)

۱۰۳ (۳)

۱۰۲ / ۵ (۲)

۱۰۲ (۱)

طول اضلاع مثلثی ۱۲، ۱۷ و ۲۱ است. اگر این مثلث با مثلث دیگری که محیط آن ۲۰ است متشابه



باشد طول کوچک ترین ضلع مثلث دوم چند است؟

۵ / ۶ (۴)

۴ / ۸ (۳)

۴ / ۵ (۲)

۴ / ۲ (۱)

مبحث: تشابه مثلث ها

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۵ اندازه محیط دو مثلث متشابه به ترتیب ۱۵ و ۸ است. اگر مساحت مثلث بزرگ تر ۲۵ واحد مربع باشد، مساحت مثلث کوچک تر کدام است؟

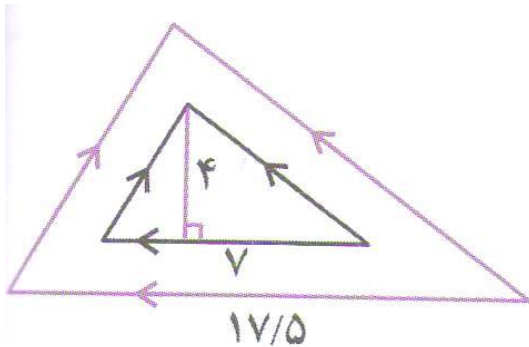
۶ $\frac{2}{9}$ (۴)

۷ $\frac{2}{9}$ (۳)

۶ $\frac{1}{9}$ (۲)

۷ $\frac{1}{9}$ (۱)

۶ در شکل زیر، مساحت مثلث بزرگ تر کدام است؟



۸۸ / ۵ (۱)

۸۷ / ۵ (۲)

۷۸ / ۵ (۳)

۷۷ / ۵ (۴)

۷ در دو مثلث متشابه ABC و $A'B'C'$ ، AM و $A'M'$ دو میانه متناظر هستند. اگر $AM = ۳A'M'$ آن گاه نسبت مساحت های دو مثلث چقدر است؟

۹ (۴)

$\sqrt{۳}$ (۳)

$\frac{1}{۲}$ (۲)

۳ (۱)

۸ در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت ها $\frac{۲}{۳}$ نسبت اضلاع است. مساحت مثلث بزرگ تر چند برابر مساحت مثلث کوچک تر است؟

۳ (۴)

۲ / ۷۵ (۳)

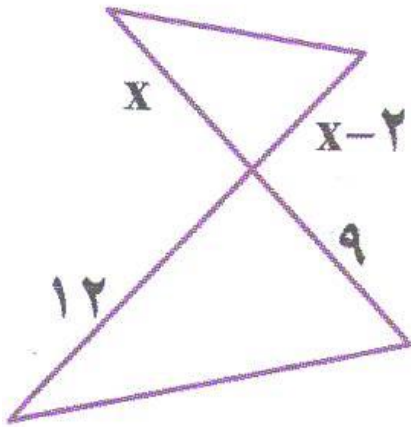
۲ / ۲۵ (۲)

۱ / ۵ (۱)

مبحث: تشابه مثلث ها

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

در شکل زیر ، دو مثلث متشابه هستند . نسبت مساحت آن دو مثلث کدام است ؟



۹

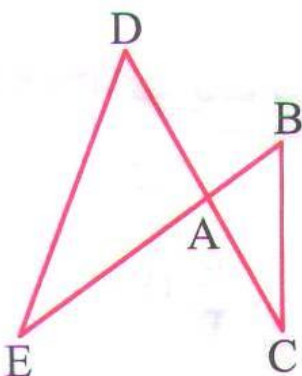
(۱) $\frac{4}{9}$

(۲) $\frac{9}{16}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{3}{4}$

در شکل مقابل $\hat{B} = \hat{D}$ ، $AB = 2$ ، $AC = 4$ ، $BC = 3$ و $AE = 8$ است . محیط مثلث ADE



کدام است ؟

(۲) $\frac{27}{2}$

(۱) ۹

(۴) ۳۶

(۳) ۱۸

طول اضلاع یک مثلث ۱۱ ، ۵ و ۷ سانتی متر و طول کوچک ترین ضلع مثلثی متشابه با مثلث

۱۱

اولی ۵/۲۲ سانتی متر است . محیط مثلث دوم کدام است ؟

(۴) ۱۰۳/۵

(۳) ۱۰۳

(۲) ۱۰۲/۵

(۱) ۱۰۲

نسبت مساحت دو مثلث متشابه $\frac{149}{128}$ است . اگر یک ضلع مثلث کوچک تر (۲ سانتی متر باشد

۱۲

، ضلع متناظر به این ضلع در مثلث بزرگ تر کدام است ؟

مبحث: تشابه مثلث ها

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

(۱) $21\sqrt{2}$

(۲) $21\sqrt{3}$

(۳) $24\sqrt{2}$

(۴) $24\sqrt{3}$

۱۳

درون مثلثی به اضلاع ۹، ۷ و ۵ واحد، مثلث دیگری رسم می کنیم که اضلاع آن موازی اضلاع مثلث اصلی باشد. اگر بزرگ ترین ضلع این مثلث ۶ واحد باشد، مساحت محدود به این دو مثلث، چند برابر مساحت مثلث کوچک تر است؟ (سراسری خارج از کشور - ۹۵)

(۱) 0.75

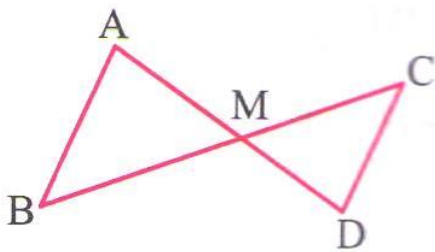
(۲) ۱

(۳) $1/25$

(۴) $1/5$

۱۴

در شکل مقابل $AB \parallel CD$ و $\frac{AM}{AD} = \frac{3}{5}$ ، نسبت مساحت های دو مثلث از آن شکل کدام است؟



(۱) $\frac{2}{3}$

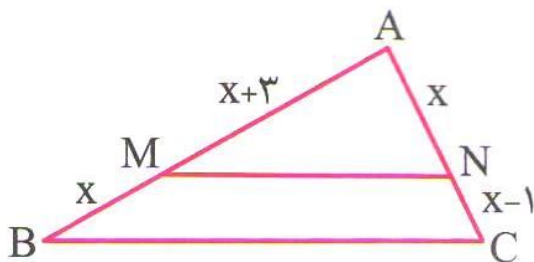
(۲) $\frac{2}{5}$

(۳) $\frac{4}{9}$

(۴) $\frac{9}{25}$

۱۵

در شکل مقابل MN موازی BC است. مساحت مثلث بزرگ تر چند برابر مساحت مثلث کوچک تر است؟



(۱) $\frac{2}{3}$

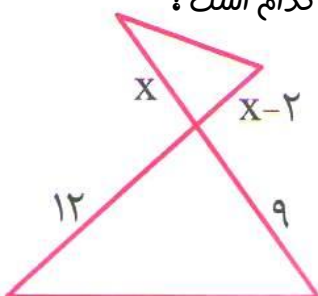
(۲) $\frac{5}{9}$

(۳) $\frac{7}{9}$

(۴) $\frac{1}{9}$

۱۶

در شکل رو به رو دو مثلث متشابه هستند. نسبت مساحت آن دو مثلث کدام است؟



(۱) $\frac{4}{9}$

(۲) $\frac{9}{16}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{3}{4}$

مبحث: تشابه مثلث ها

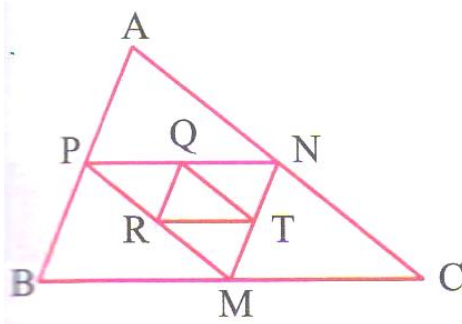
مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱۷

وسط های اضلاع مثلث ABC را به هم وصل می کنیم تا مثلث MNP حاصل شود. هم چنین

وسط های اضلاع مثلث MNP را به هم وصل می کنیم تا به دست آید. مساحت مثلث QRT چه کسری

از مساحت مثلث ABC است؟



$$\frac{1}{8} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{32} \quad (4)$$

$$\frac{1}{16} \quad (3)$$

۱۸

در یک مثلث قائم الزاویه از وسط وتر، عمودی بر ضلع قائم فرود می آوریم تا مثلث جدیدی

حاصل شود، مساحت مثلث اصلی چند برابر مساحت مثلث جدید است؟

$$3 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

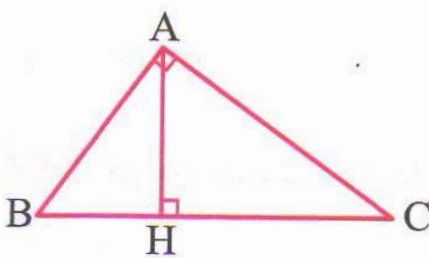
$$5 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

۱۹

در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، اگر $BH = 2$ و $CH = 3$ باشد، مساحت مثلث

ABH چند برابر مساحت مثلث ACH است؟



$$\frac{4}{9} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

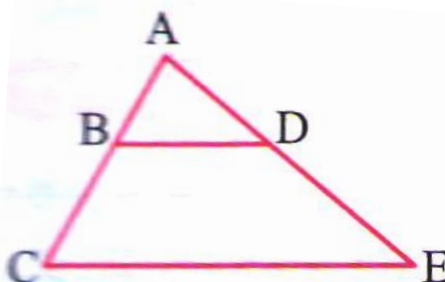
$$\frac{9}{4} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

۲۰

در شکل رو به رو، $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DE} = \frac{2}{3}$ ، مساحت ذوزنقه $BDEC$ چند برابر مساحت مثلث ABD

است؟



$$\frac{5}{2} \quad (2)$$

$$\frac{21}{4} \quad (1)$$

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{25}{4} \quad (3)$$

مبحث: تشابه مثلث ها

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

پاسخ کلیدی

شماره تست	پاسخ تست	شماره تست	پاسخ تست
۱	۳	۱۱	۴
۲	۳	۱۲	۳
۳	۴	۱۳	۳
۴	۳	۱۴	۳
۵	۱	۱۵	۳
۶	۲	۱۶	۱
۷	۴	۱۷	۳
۸	۲	۱۸	۳
۹	۱	۱۹	۳
۱۰	۳	۲۰	۱