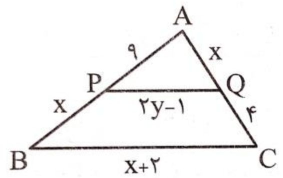
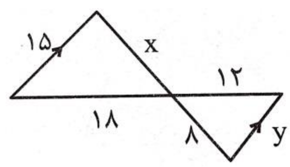
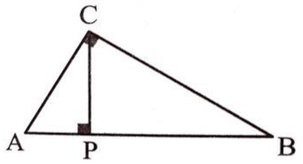
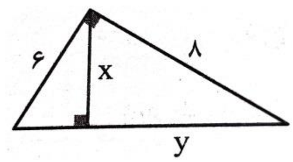
نام و نام خانوادگی:		نام درس: ریاضی
مقطع و رشته: یازدهم تجربی		نام دبیر: آقای کشاورز
شماره داوطلب:		تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۰۹
تعداد صفحه سؤال:		ساعت امتحان: ۸ صبح
		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	« سؤالات »	بارم
۱	معادله خطی را بنویسید که از نقطه‌ی $A(-۳,۲)$ می‌گذرد و عمود بر نیمساز ربع اول و سوم است.	۱
۲	اگر $A(-۱,۲)$ و $B(۳,۰)$ و $C(۱,-۲)$ سه رأس مثلث ABC باشند، آنگاه: الف) معادله‌ی ارتفاع AH را به‌دست آورید. ب) طول ارتفاع AH را بیابید.	۱/۵
۳	مقدار m را چنان بیابید که مجموع ریشه‌های معادله‌ی $۲x^۲-(m+۱)x-۳m=۰$ برابر به ۳ باشد.	۱
۴	اگر نقطه‌ای به طول ۱-، ماکزیمم تابع $y=(۱-m)x^۲+(m^۲-۶)x+۱$ باشد، مقدار m را به‌دست آورید.	۱
۵	معادله‌ی زیر را حل کنید. $\frac{x+۲}{x-۲}+\frac{x-۳}{x+۳}=\frac{۸x+۶}{x^۲+x-۶}$	۱
۶	معادله‌ی زیر را حل کنید. $\sqrt{x+۳}+\sqrt{۲-x}=۳$	۱
۷	طریقه‌ی رسم عمودمنصف یک پاره‌خط را توضیح دهید.	۱
۸	با استفاده از خواص تناسب، در تناسب زیر مقدار عددی نسبت $\frac{x}{y}$ را به‌دست آورید. $\frac{۵x+۷}{۷+۲x}=\frac{۵y+۱}{۱+۲y}$	۱
۹	قضیه‌ی تالس را بیان و اثبات کنید.	۱
۱۰	در شکل زیر PQ با BC موازی است؛ مقادیر x و y را محاسبه کنید. 	۱
۱۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف) استدلال استقرایی ب) برهان خُلف ج) مثال نقض د) تشابه دو مثلث	۱/۵
۱۲	در شکل مقابل مقدار x و y را محاسبه کنید. 	۱
۱۳	الف) مطابق شکل، مثلث ABC در رأس C قائم‌الزاویه است و CP بر AB عمود است، ثابت کنید: $(PC^۲=AP\times BP)$  ب) در شکل زیر مقادیر مجهول را محاسبه کنید. 	۱/۵
۱۴	دامنه توابع زیر را به‌دست آورید. الف) $P(x)=\sqrt{۱۶-x^۲}$ ب) $f(x)=\frac{x+۵}{x^۲-۲x+۳}$	۱

۱۵	کدام‌یک از جفت توابع زیر برابر هستند؟ الف) $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2-9}{x-3} \\ g(x) = x+3 \end{cases}$ ب) $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x+1}{\lvert x+1\rvert} \\ g(x) = \dfrac{\lvert x+1\rvert}{x+1} \end{cases}$	۱/۵
۱۶	نمودار تابع $y = [x+1]$ را در بازه‌ی $[-2,1)$ رسم کنید.	۱
۱۷	اگر $f = \{(-1,2),(0,3),(4,-1)\}$ باشد، تابع f^{-1} را بیابید و دامنه و برد آن‌را مشخص کنید.	۱
۱۸	تابع $f = \{(m^4+2,5),(n^3+1,4)\}$ مفروض است، m و n را طوری تعیین کنید که برد وارون f ، $\{-7,18\}$ باشد.	۱
	موفق باشید. **جمع نمره**	**۲۰**

پاسخ نامه سوالات		نام درس: ریاضی نام دبیر: آقای کشاورز تاریخ امتحان: ۹۶/۱۰/۰۹ ساعت امتحان: ۸ صبح مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

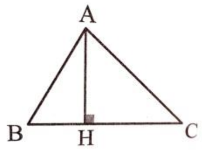
ردیف — **راهنمای تصحیح** — **نمره**

۱ (نمره: ۱)

$$y-y_. = m'(x-x_.) \Rightarrow y-۲ = -۱(x+۳) \Rightarrow y = -x-۱$$

۲ (نمره: ۱/۵)

الف) مطابق شکل فرضی روبه‌رو، AH خطی است با دو ویژگی زیر:



۱) بر Bc عمود است، پس: $m_{AH}.m_{BC} = -۱$

$$m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{-۲-۰}{۱-۳} = \frac{-۲}{-۲} = ۱ \Rightarrow m_{AH} = -۱$$

۲) از نقطه‌ی A می‌گذرد؛ بنابراین:

$$AH: y - y_A = m_{AH}(x - x_A) \Rightarrow AH: y-۲ = -۱(x+۱) \Rightarrow AH: y = -x+۱$$

ب)

$$BC: y - y_B = m_{BC}(x - x_B) \Rightarrow BC: y = ۱(x-۳) \Rightarrow BC: y - x + ۳ = ۰ \Rightarrow$$

$$AH = \frac{|y_A - x_A + ۳|}{\sqrt{(-۱)^۲ + ۱^۱}} = \frac{|۲+۱+۳|}{\sqrt{۲}} = \frac{۶}{\sqrt{۲}} = ۳\sqrt{۲}$$

۳ (نمره: ۱)

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$-\frac{(m+۱)}{۲} = ۳ \Rightarrow \frac{m+۱}{۲} = ۳ \Rightarrow m+۱ = ۶ \Rightarrow m = ۵$$

۴ (نمره: ۱)

$$\text{طول نقطه ماکزیمم یا می نیمم تابع درجه دوم} = -\frac{b}{۲a}$$

$$y = (۱-m)x^۲ + (m^۲-۶)x + ۱ \longrightarrow -\frac{b}{۲a} = -۱ \Rightarrow \frac{-(m^۲-۶)}{۲(۱-m)} = -۱ \Rightarrow m^۲ - ۶ = ۲(۱-m)$$

$$m^۲ + ۲m - ۸ = ۰ \Rightarrow (m+۴)(m-۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} m = -۴ & \text{غ ق ق} \\ m = ۲ & \text{ق ق} \end{cases}$$

۵ (نمره: ۱)

$$\frac{x+۲}{x-۲} + \frac{x-۳}{x+۳} = \frac{۸x+۶}{x^۲+x-۶}$$

$$\Rightarrow \frac{(x+۲)(x+۳)+(x-۲)(x-۳)}{(x-۲)(x+۳)} = \frac{۸x+۶}{x^۲+x-۶} \Rightarrow \frac{x^۲+۵x+۶+x^۲-۵x+۶}{x^۲+x-۶} = \frac{۸x+۶}{x^۲+x-۶}$$

$$\Rightarrow ۲x^۲ + ۱۲ = ۸x + ۶ \Rightarrow ۲x^۲ - ۸x + ۶ = ۰ \longrightarrow x^۲ - ۴x + ۳ = ۰ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-۱)(x-۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ & \text{ق ق} \\ x = ۳ & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

۶ (نمره: ۱)

$$\sqrt{x+۳} + \sqrt{۲-x} = ۳ \Rightarrow \left(\sqrt{x+۳} + \sqrt{۲-x}\right)^۲ = ۳^۲ \Rightarrow (x+۳) + (۲-x) + ۲\sqrt{x+۳}\sqrt{۲-x} = ۹$$

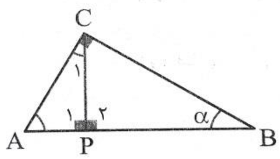
$$\Rightarrow ۵ + ۲\sqrt{(x+۳)(۲-x)} = ۹ \Rightarrow ۲\sqrt{(x+۳)(۲-x)} = ۴ \Rightarrow \sqrt{۶-x-x^۲} = ۲ \Rightarrow ۶ - x - x^۲ = ۴$$

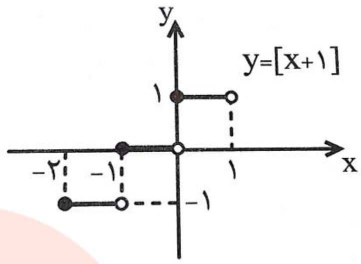
$$\Rightarrow x^۲ + x - ۲ = ۰ \Rightarrow (x+۲)(x-۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ & \text{ق ق} \\ x = -۲ & \text{ق ق} \end{cases}$$

هر دو پاسخ در معادله صدق می‌کند.

۷ (نمره: ۱)

فرض کنید می‌خواهیم عمودمنصف پاره‌خط AB را رسم کنیم، به مرکزهای A,B با شعاع یکشان دو کمان طوری رسممی‌کنیم که با هم متقاطع باشند. نقاط برخورد این دو کمان از A,B به یک فاصله هستند، پس روی عمودمنصف قرار دارند. بنابراین با وصل کردن این دو نقطه به هم عمودمنصف رسم می‌شود.

ردیف	پاسخ	بارم
۸	با تفضیل نسبت در مخرج، داریم: $\frac{۵x+۷}{(۷+۲x)-(۵x+۷)}=\frac{۵y+۱}{(۱+۲y)-(۵y+۱)} \Rightarrow \frac{۵x+۷}{-۳x}=\frac{۵y+۱}{-۳y} \Rightarrow \frac{۵x}{-۳x}+\frac{۷}{-۳x}=\frac{۷y}{-۳y}+\frac{۱}{-۳y}$ $\Rightarrow -\frac{۵}{۳}-\frac{۷}{۳x}=-\frac{۵}{۳}-\frac{۱}{۳y}$ طرفین تساوی را با $\frac{۵}{۳}$ جمع می‌کنیم: $\frac{-۷}{۳x}=\frac{-۱}{۳y} \Rightarrow \frac{-۷}{-۱}=\frac{۳x}{۳y} \Rightarrow \frac{x}{y}=۷$	۱
۹	فعالیت صفحه‌ی ۳۴ کتاب درسی	۱
۱۰	با توجه به قضیه تالس داریم: $\frac{AP}{BP}=\frac{AQ}{QC} \Rightarrow \frac{۹}{x}=\frac{x}{۴} \Rightarrow x^۲=۳۶ \Rightarrow x=۶$ با توجه به تعمیم قضیه تالس داریم: $\frac{AQ}{AC}=\frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{x}{x+۴}=\frac{۲y-۱}{x+۲} \longrightarrow \frac{۶}{۱۰}=\frac{۲y-۱}{۸} \Rightarrow ۲y-۱=\frac{۴۸}{۱۰} \Rightarrow ۲y-۱=۴/۸ \Rightarrow y=۲/۹$	۱
۱۱	الف) استدلال استقرایی: نتیجه‌گیری کلی با استفاده از مشاهده و بررسی یک موضوع در چند حالت یا به اصطلاح رسیدن از جزء به کل. ب) برهان خلف: نوعی از استدلال که در مسائل ریاضی و هندسی به کار برده می‌شود، برهان غیرمستقیم یا برهان خلف است. بدین صورت که به‌جای آنکه به‌طور مستقیم از فرض شروع کنیم و به درستی حکم برسیم، فرض می‌کنیم حکم درست نباشد (فرض خلف) و به یک تناقض یا به یک نتیجه‌ی غیرممکن می‌رسیم و به این ترتیب، فرض خلف باطل و درستی حکم ثابت می‌شود. ج) مثال نقض: به مثالی که از آن برای رد یک حکم کلی استفاده می‌شود، مثال نقض می‌گوییم. د) تشابه دو مثلث: دو مثلث متشابه نامیده می‌شوند هر گاه زوایای متناظر آنها با هم برابر و نسبت اضلاع متناظر در دو مثلث یکسان باشد.	۱/۵
۱۲	$BC \parallel DE \Rightarrow \begin{cases} CD \text{ مورب} \Rightarrow \hat{C}=\hat{D} \\ BE \text{ مورب} \Rightarrow \hat{B}=\hat{E} \end{cases} \longrightarrow ABC \sim AED \Rightarrow \frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}=\frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{۱۸}{۱۲}=\frac{x}{۸}=\frac{۱۵}{y}$ $\Rightarrow \begin{cases} \frac{۱۸}{۱۲}=\frac{x}{۸} \Rightarrow \frac{x}{۸}=\frac{۳}{۲} \Rightarrow x=۱۲ \\ \frac{۱۸}{۱۲}=\frac{۱۵}{y} \Rightarrow \frac{۱۵}{y}=\frac{۳}{۲} \Rightarrow y=۱۰ \end{cases}$	۱
۱۳	الف) با توجه به شکل، دو مثلث APC و BCP دو زاویه‌ی برابر دارند $(\hat{P}_۱=\hat{P}_۲=۹۰^\circ$ و $\hat{B}=\hat{C}_۱=\alpha)$ تناسب بین اضلاع متناظر را می‌نویسیم:  نسبت ضلع‌های روبه‌روی α $\frac{AP}{PC}=\frac{PC}{PB} \Rightarrow PC^۲=AP \times PB$ نسبت ضلع‌های روبه‌روی $۹۰^\circ-\alpha$ ب) $BC^۲=AB^۲+AC^۲ \Rightarrow BC^۲=۳۶+۶۴ \Rightarrow BC=۱۰$ $AB \times AC=AH \times BC \Rightarrow ۶ \times ۸=x \times ۱۰ \Rightarrow x=\frac{۴۸}{۱۰}=۴/۸$ $AC^۲=CH \times BC \Rightarrow ۸^۲=y \times ۱۰ \Rightarrow y=\frac{۶۴}{۱۰}=۶/۴$	۱/۵
۱۴	الف) $P(x)=\sqrt{۱۶-x^۲} \Rightarrow ۱۶-x^۲ \geq ۰ \Rightarrow (۴-x)(۴+x) \geq ۰ \Rightarrow -۴ \leq x < ۴ \Rightarrow D_P=[-۴,۴]$ ب) $f(x)=\frac{x+۵}{x^۲-۲x+۳} \Rightarrow x^۲-۲x+۳ \neq ۰ \Rightarrow \Delta=(-۲)^۲-۴(۱)(۳)=۴-۱۲=-۸<۰$ $\Rightarrow D_f=\mathbb{R}$	۱
۱۵	الف) $f(x)=\frac{x^۲-۹}{x-۳} \Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{-۳\}$ $g(x)=x+۳ \Rightarrow D_g=\mathbb{R}$ دامنه برابر نیست، پس دو تابع مساوی نیستند.	۱/۵

	ب) $f(x)=\dfrac{x+۱}{\lvert x+۱\rvert} \Longrightarrow D_f=\mathbb{R}-\{-۱\}$ $g(x)=\dfrac{\lvert x+۱\rvert}{x+۱} \Longrightarrow D_g=\mathbb{R}-\{-۱\}$ دامنه برابر است، پس دو تابع با هم مساویند.	
۱۶	$-۲\leq x<-۱ \Longrightarrow y=[x]+۱=-۲+۱=-۱$ $-۱\leq x<۰ \Longrightarrow y=[x]+۱=-۱+۱=۰$ $۰\leq x<۱ \Longrightarrow y=[x]+۱=۰+۱=۱$ 	۱
۱۷	$f=\{(-۱,۲),(۰,۳),(۴,-۱)\}$ $f^{-۱}=\{(۲,-۱),(۳,۰),(-۱,۴)\}$ $D_{f^{-۱}}=\{۲,۳,-۱\}=R_f$ $R_{f^{-۱}}=\{-۱,۰,۴\}=D_f$	۱
۱۸	$f=\{(m^۴+۲,۵),(n^۳+۱,۴)\}$ $\Longrightarrow f^{-۱}=\{(۵,m^۴+۲),(۴,n^۳+۱)\} \Longrightarrow R_{f^{-۱}}=\{m^۴+۲,n^۳+۱\}$ $\begin{cases} m^۴+۲=۱۸ \Longrightarrow m^۴=۱۶ \Longrightarrow m=\pm ۲ \\ n^۳+۱=-۷ \Longrightarrow n^۳=-۸ \Longrightarrow n^۳=(-۲)^۳ \Longrightarrow n=-۲ \end{cases}$	۱