

نام درس: آمار و احتمال
نام دبیر: آقای ارجمند
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۹/۰۹
ساعت امتحان: ۸ صبح/عصر
مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

نام و نام فانوادگی:
مقطع و رشته: یازدهم (یاضنی)
نام پدر:
شماره داوطلب:
تعداد صفحه سوال: ۳ صفحه

ردیف	محل مهر یا امضاء مدیر	سوالات	ردیف
۱	گزاره‌ی زیر را با استفاده از نمادهای \forall یا \exists بنویسید و ارزش آن را با ذکر دلیل ذکر کرده و نقیض آن را بنویسید. "عدد صحیح مثبت مانند x وجود دارد به طوری که $-1 < 2x - 5 < 3$ باشد."	۱	
۱	$p \Rightarrow (p \vee q) \equiv T$	با استفاده از جبر گزاره‌ها نشان دهید:	۲
۱	$A \cap (A \cup B) = A$	با استفاده از روش عضوگیری دلخواه نشان دهید که:	۳
۱/۵	باشد، آنگاه هر یک از حاصلضربهای $B \times A$ و $A \times B$ را رسم کنید.	اگر $B \times A = \{y \mid y^{\top} - y - 2 = 0\}$ و $A = \{x \mid -2 < 3x - 5 < 4\}$	۴
۱	اگر $C = \{a, b, e\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $B = \{a, b, c, d\}$ ، $A = \{a, b\}$ باشد، مقدار $P(C)$ و $P(B)$ را بدست آورید.	سه پیشامد باشند به طوری که $P(A) = \frac{3}{5}$ ، $P(B) = \frac{3}{7}$	۵
۱	در یک ظرف ۸ مهره سیاه و ۴ مهره قرمز وجود دارد. ۲ مهره به ترتیب و بدون جایگذاری از درون ظرف برمی‌داریم. احتمال آن که مهره اول قرمز و مهره دوم سیاه باشد، چقدر است؟		۶

ردیف	ادامه سؤالات	محل مهر یا امضاء مدیر										
۲	۷	در یک شرکت تولیدی ۴۵ درصد کالا محصول دستگاه A با احتمال ۳ درصد معیوب و ۵۵ درصد آن محصول دستگاه B با احتمال ۵ درصد معیوب است. اگر یک کالا را به طور تصادفی انتخاب کنیم و بدانیم که سالم است، با کدام احتمال این کالا محصول دستگاه A است؟										
۱/۵	۸	اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند به طوری که $P(A \cup B) = 0.8$ و $P(A \cap B) = 0.1$ حاصل $P(A \cap B')$ را بدست آورید.										
۱	۹	نمودار میله‌ای زیر نمودار گروه خونی کارمندان یک شرکت را نمایش می‌دهد. اگر زاویه متناظر با گروه‌های خونی A و AB به ترتیب 72° و 36° باشد، فراوانی گروه خونی AB چقدر است؟										
		<table border="1"> <thead> <tr> <th>گروه خونی</th> <th>تعداد کارمندان</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>45</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>45</td> </tr> <tr> <td>AB</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td>O</td> <td>60</td> </tr> </tbody> </table>	گروه خونی	تعداد کارمندان	A	45	B	45	AB	60	O	60
گروه خونی	تعداد کارمندان											
A	45											
B	45											
AB	60											
O	60											
۲	۱۰	میانگین، میانه، مد و چارک‌های اول و سوم داده‌های زیر را بدست آورید. کدام معیار به عنوان معیار گرایش به مرکز برای این داده‌ها مناسب است؟ چرا؟ ۹, ۷, ۸, ۳۶, ۱۰, ۸, ۷, ۹, ۱۰										
۱	۱۱	انحراف از میانگین چیست و چرا از آن به عنوان معیاری برای تشخیص میزان پراکندگی داده‌ها استفاده نمی‌شود؟										
۲	۱۲	نمودار جعبه‌ای داده‌های زیر رسم کرده و تعیین نمایید در کدام بخش پراکندگی داده‌ها بیشتر است? ۲۶, ۲۱, ۲۵, ۲۴, ۲۰, ۲۳, ۱۹, ۱۸, ۲۲										
۲	۱۳	روش‌های گردآوری داده‌ها را نام برد و دو مورد را به دلخواه تعریف کنید.										

ردیف	ادامه سؤالات	ردیف
ردیف	محل مهر یا امضاء مدیر	ردیف
۱	دقت برآورده میانگین جامعه به و بستگی دارد و اگر زیاد شود و یا کم شود، دقت برآورده میانگین بیشتر می شود.	۱۴
۱	فرض کنید که از ۱۰۰ دانشآموز تهرانی پرسیدهایم که "آیا از تلفن همراه استفاده می کنید؟" و ۸۴ نفر به سوال ما جواب مثبت داده‌اند. در این صورت، چند درصد از دانشآموزان تهران جوابشان به این سوال مثبت خواهد بود؟ پاسخ با اطمینان ۹۵ درصد مدنظر است. فاصله اطمینان پاسخ را نیز تعیین نمایید.	۱۵

صفحه ۳ از ۳

جمع بارم : ۲۰ نمره





نام درس: آمار و احتمال

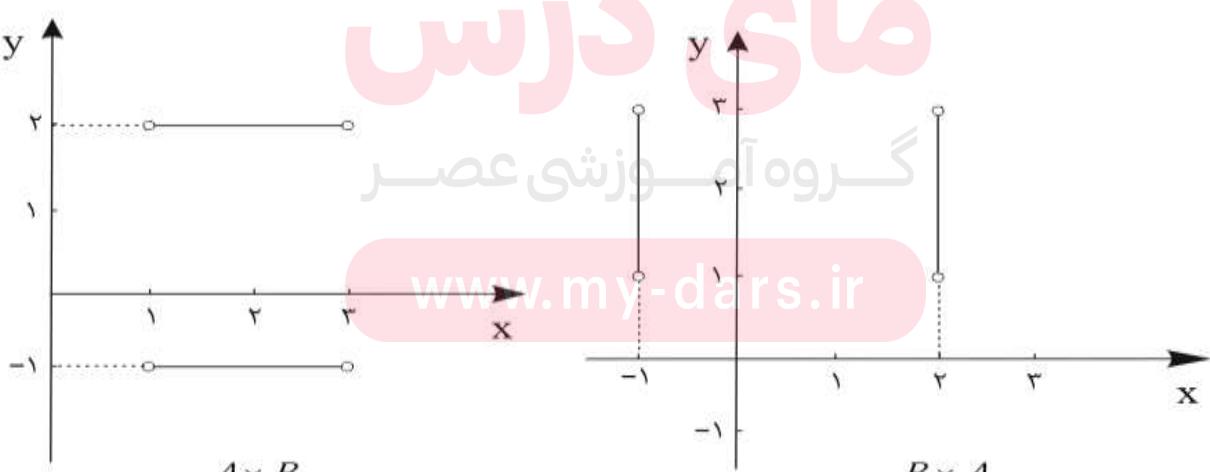
نام دبیر: آقای ارجمند

تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۲۷

ساعت امتحان: صبح / عصر

مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

کلید سوالات پایان ترم نوبت دوم سال تتمیلی ۹۶-۹۷

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	<p>$\exists x \in R^+; -3 < 2x - 5 < -1$</p> $-3 < 2x - 5 < -1 \Rightarrow 2 < 2x < 4 \Rightarrow 1 < x < 2$ <p>بنابراین سور وجودی موردنظر درست است. نقیض گزاره موردنظر بصورت زیر خواهد شد.</p> $\begin{aligned} \sim (\exists x \in R^+; -3 < 2x - 5 < -1) &\equiv \forall x \in R^+; \sim (-3 < 2x - 5 < -1) \\ &\equiv \forall x \in R^+; (2x - 5 \geq -1) \vee (2x - 5 \leq -3) \end{aligned}$	
۲	$p \Rightarrow (p \vee q) \equiv \sim p \vee (p \vee q) \equiv (\sim p \vee p) \vee q \equiv T \vee q \equiv T$	
۳	<p>باید ثابت کنیم که $A \cap (A \cup B) \subseteq A$ و $A \subseteq A \cap (A \cup B)$</p> $\forall x; (x \in A \cap (A \cup B) \Rightarrow (x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B))) \Rightarrow x \in A$ $\forall x; (x \in A \cap (A \cup B) \Rightarrow x \in A) \Rightarrow A \cap (A \cup B) \subseteq A \quad (1)$ $\begin{cases} \forall x; (x \in A \Rightarrow (x \in A \vee x \in B)) \\ \forall x; (x \in A \Rightarrow x \in A) \end{cases} \xrightarrow{\cap} \forall x; (x \in A \Rightarrow (x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B)))$ $\Rightarrow x \in A \cap (A \cup B)$ $\forall x; (x \in A \Rightarrow x \in A \cap (A \cup B)) \Rightarrow A \subseteq A \cap (A \cup B) \xrightarrow{(1)} A = A \cap (A \cup B)$	
۴	$A = \{x \mid -2 < 3x - 5 < 4\} = \{x \mid 3 < 3x < 9\} = \{x \mid 1 < x < 3\} = (1, 3)$ $B = \{y \mid y^2 - y - 2 = 0\} = \{y \mid (y - 2)(y + 1) = 0\} = \{-1, 2\}$ 	
۵	$P(C) - P(A) = P(\{a, b, e\}) - P(\{a, b\}) = P(e) = \frac{1}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5} \quad (1)$ $P(S) = P(\{a, b, c, d, e\}) = P(\{a, b, c, d\}) + P(e) = P(B) + P(e) = 1$ $\xrightarrow{(1)} P(B) = 1 - P(e) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$	

<p>فرض می کنیم A پیشامد آن باشد که مهره اول قرمز بوده و B پیشامد آن باشد که مهره دوم سیاه باشد. در نتیجه:</p> $P(M) = P(A)P(M A) + P(B)P(M B) = \cdot / 45 \times \cdot / 0.3 + \cdot / 55 \times \cdot / 0.5$ $= \cdot / 0.135 + \cdot / 0.225 = \cdot / 0.41 \Rightarrow P(S) = 1 - P(M) = \cdot / 0.59$ $P(A S) = \frac{P(A)P(S A)}{P(S)} = \frac{\cdot / 45 \times \cdot / 0.7}{\cdot / 0.59} \cong \cdot / 455$	۷
<p>می دانیم اگر A و B مستقل باشند، A و B' نیز مستقل هستند، در نتیجه:</p> $P(A \cap B') = P(A)P(B') = P(A)(1 - P(B)) = P(A) - P(A)P(B) = P(A) - \cdot / 1$ $P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B') = P(A) + P(B') - P(A) + \cdot / 1$ $= 1 - P(B) + \cdot / 1 = \cdot / 0.8 \Rightarrow P(B) = \cdot / 0.3 \xrightarrow{P(A \cap B) = \cdot / 1} P(A) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A \cap B') = \frac{1}{3} - \cdot / 1 = \frac{2}{3}.$	۸
$\frac{F_{AB}}{F_B + F_O} = \frac{\alpha_{AB}}{\alpha_B + \alpha_O} = \frac{36^\circ}{36^\circ - 36^\circ - 22^\circ} = \frac{36^\circ}{7 \times 36^\circ} = \frac{1}{7} \Rightarrow F_{AB} = \frac{1}{7}(F_B + F_O) = \frac{1+5}{7} = 1.5$	۹
<p>ابتدا داده ها را مرتب می کنیم.</p> $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26 \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = 9, Q_3 = \frac{19+20}{2} = 19/2, Q_5 = \frac{1+10}{2} = 1.5 \\ \bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20+21+22+23+24+25+26}{25} = \frac{94}{25} \cong 3.76 \end{cases}$	۱۰
<p>با توجه به اینکه به غیر از داده پرت ۳۶، بقیه داده ها هر کدام دوبار تکرار شده اند، این داده ها مدنارند. همچنین از آنجا که در داده ها، داده پرت ۳۶ وجود دارد، میانگین معیار خوبی برای شاخص گرایش به مرکز نمی باشد، بنابراین میانه به عنوان معیار مناسب در این داده ها می باشد.</p>	
<p>اگر تک تک داده ها را از میانگینشان کم کنیم، انحراف از میانگین آن داده بدست میاد. مجموع انحراف از میانگین ها برابر با صفر خواهد شد و این به دلیل آن است که برخی از داده ها از میانگین بزرگتر و برخی دیگر کوچکترند، در نتیجه مقادیر مثبت و منفی حاصل می شوند که مجموع آنها هم دیگر را خنثی می کنند. بنابراین انحراف از میانگین شاخص خوبی برای نشان دادن میزان پراکندگی داده ها نمی باشد.</p>	۱۱
$18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26 \Rightarrow Q_1 = 22, Q_3 = \frac{19+20}{2} = 19/2, Q_5 = \frac{24+25}{2} = 24.5$	۱۲
<p>با توجه به نمودار جعبه ای پراکندگی در دنباله سمت راست نمودار جعبه ای بیشتر است.</p>	
<p>۱- مشاهده: گردآوری داده ها بدون نیاز به فرد پاسخگو، مانند شمارش تعداد وسایل نقلیه عبوری از یک تقاطع در هر ساعت یا اندازه گیری وزن محصولات یک با غمیوه.</p> <p>۲- پرسشنامه: مجموعه سؤالات از پیش تعیین شده که توسط تعدادی پاسخگو تکمیل می شود. این روش مرسوم ترین ابزار گرفتن اطلاعات از مردم است.</p> <p>۳- مصاحبه: معمولاً بین دونفر صورت می گیرد: یکی مصاحبه گر (همان آمارگیر) و دیگری مصاحبه شونده، یا پاسخگو است.</p> <p>۴- دادگان: شامل مجموعه ای از اطلاعات ذخیره شده است. در بسیاری از موارد، داده هارا می توان از اطلاعاتی که قبل از ذخیره شده است، به دست آورد. (تعریف دو مورد از ۴ مورد ذکر شده کافی است).</p>	۱۳

دقت برآورده میانگین جامعه به اندازه نمونه و انحراف معیار جامعه بستگی دارد و اگر اندازه نمونه زیاد شود و یا انحراف معیار جامعه کم باشد، دقت برآورده میانگین بیشتر می‌شود.

۱۴

$$p = \frac{m}{n} = \frac{۸۴}{۱۰۰} = ۰ / ۸۴ \Rightarrow \left(p - ۲\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + ۲\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right) = (0 / ۸۲۷, ۰ / ۹۱۳)$$

$$\text{فاصله اطمینان} = ۴\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = ۰ / ۱۴۷ = \% ۱۴ / ۷$$

۱۵

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح: علی ارجمند

جمع بارم: ۲۰

