نام و نام خانوادگی: ....

مقطع و رشته: یازدهم ریاضی

نام پدر: ....

شماره داوطلب: ....

تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

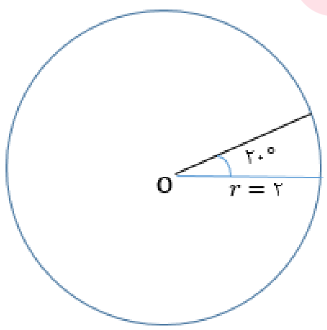
نام درس: حسابان

نام دبیر: غلامرضا بیگی

تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۳/۰۵

ساعت امتحان: ۸ صبح/ عصر

مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

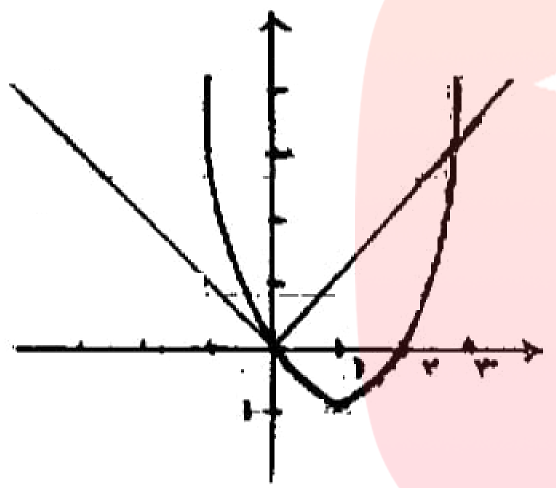
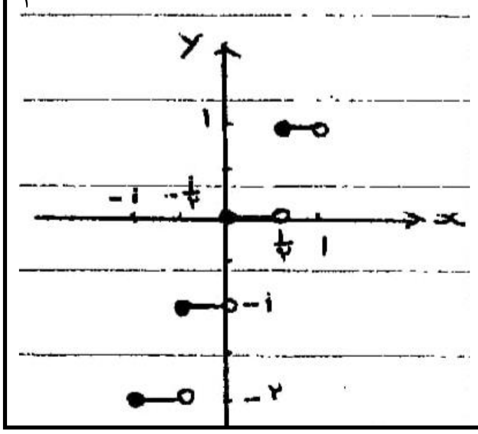
ردیف	سؤالات / محل مهر یا امضاء مدیر	بارم
۱	مقدار k را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^۳ + kx^۲ - x - ۲$ برابر ۲- باشد، سپس صفرهای دیگر تابع را بدست آورید.	۰,۷۵
۲	به روش هندسی معادله ی $\|x\| = x^۲ - ۲x$ را حل کنید.	۱,۲۵
۳	معادله ی $\sqrt{x + ۲} = x - ۴$ را حل کنید.	۱
۴	اگر نقطه ی $A(۲,۳)$ رأس یک مربع و معادله ی یک ضلع مربع $۳x - ۴y = ۹$ باشد، مساحت مربع چقدر است؟	۱
۵	نمودار تابع $f(x) = [۲x]$ را در بازه ی $[-۱,۱)$ رسم کنید.	۱,۲۵
۶	اگر $f = \left\{(-۴,۱۳),(-۱,۷),(۰,۵),\left(\frac{۵}{۲},۰\right),(۳,-۵)\right\}$ و $g = \{(-۴,-۷),(-۲,۵),(۰,-۳),(۳,۰),(۵,۲),(۹,۶)\}$ باشد، توابع $f + g$ و $f - g$ و $\frac{f}{g}$ را بدست آورید.	۰,۷۵
۷	برای دو تابع $f(x) = \frac{۱}{x-۳}$ و $g(x) = \frac{۴}{x}$ تابع fog و دامنه ی آن را بدست آورید.	۱
۸	نمودار تابع $f(x) = ۲^x$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بنویسید.	۱
۹	اگر $\log ۲ = a$ و $\log ۳ = b$ باشد، حاصل عبارت مقابل را بیابید. $\log\sqrt{۰.۷۵}$	۱
۱۰	معادله ی لگاریتمی مقابل را حل کنید. $\log_۳(x - ۱) + \log_۳\left(\frac{x}{۲} + ۱\right) = ۲$	۱
۱۱	در شکل مقابل اندازه ی زاویه ی α را بر حسب رادیان بدست آورید، سپس طول کمان AB را پیدا کنید. 	۱

بارم	محل مهر یا امضاء مدیر — ادامه ی سؤالات	ردیف
۱	مقدار نسبت های مثلثاتی زیر را بدست آورید. الف) $\sin\frac{۵\pi}{۴}$ ب) $\cos\frac{۹\pi}{۴}$ پ) $\cot(۷۵۰\square)$ ت) $\tan(-۱۵۰\square)$	۱۲
۲	فرض کنید $\cos\alpha=\frac{۴}{۵}$ و $\cos\beta=\frac{-۱۲}{۱۳}$ و انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم قرار دارد.مطلوبست محاسبه ی عددی $\sin(\alpha+\beta)$ و $\cos(\alpha-\beta)$.	۱۳
۱	با توجه به دامنه ی تابع در مورد حد راست تابع $f(x)=\frac{x}{[x]-۲}$ در نقطه ی $x=۲$ چه می توان گفت؟	۱۴
۱	مقدار b را طوری تعیین کنید که تابع زیر در $x=-۱$ حد داشته باشد.([ ] نماد جزء صحیح است) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^۲+[x]}{\|x\|} & x<-۱\\ ۳x+b & x>-۱\end{cases}$	۱۵
۰,۷۵ ۱ ۱,۲۵	حدود زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x\to -۱}\frac{۲x^۲+x-۱}{۳x^۲+۳x}$ ب) $\lim_{x\to ۲}\frac{\sqrt{x+۲}-۲}{x^۲-۴}$ پ) $\lim_{x\to ۰}\frac{۲-۲\cos ۲x}{x\sin x}$	۱۶
۱	در تابع زیر a را طوری تعیین کنید که تابع در $x=۱$ پیوسته باشد.([ ] نماد جزء صحیح است) $k(x)=([x]-a)[x]$	۱۷

جمع بارم : ۲۰ نمره

نام درس: حسابان یازدهم
نام دبیر: غلامرضا بیگی
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۳/۰۵
ساعت امتحان: ۸ صبح/ عصر
مدت امتحان : ۱۰۰ دقیقه

کلید سؤالات پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۹۷-۹۶

راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر	ردیف
$f(-۲)=۰\to -۸+۴k+۲-۲=۰\to k=۲\to f(x)=x^۳+۲x^۲-x-۲$ $\dfrac{x^۳+۲x^۲-x-۲}{x+۲}=x^۲-۱\to x^۲-۱=۰\to x^۲=۱\to x=\pm۱$ صفر های دیگر تابع		۱
$\lvert x\rvert=x^۲-۲x$ $f(x)=\lvert x\rvert \quad g(x)=x^۲-۲x=(x-۱)^۲-۱$ با توجه به شکل جواب های معادله عبارتند از: $x=۰, x=۳$ 		۲
$\sqrt{x+۲}=x-۴\to x+۲=x^۲-۸x+۱۶\to x^۲-۹x+۱۴=۰\to (x-۲)(x-۷)=۰$ $x=۲$ غ ق ق , $x=۷$ ق ق		۳
$A(۲,۳) \qquad ۳x-۴y=۹\to ۳x-۴y-۹=۰$ $a=\dfrac{\lvert ۳\times۲-۴\times۳-۹\rvert}{\sqrt{۹+۱۶}}=\dfrac{۱۵}{۵}=۳\to S=a^۲=۹$		۴
$f(x)=[۲x] \qquad x\in[-۱,۱)$ $-۱\le x<\dfrac{-۱}{۲}\to -۲\le ۲x<-۱\to f(x)=-۲$ $\dfrac{-۱}{۲}\le x<۰\to -۱\le ۲x<۰\to f(x)=-۱$ $۰\le x<\dfrac{۱}{۲}\to ۰\le ۲x<۱\to f(x)=۰$ $\dfrac{۱}{۲}\le x<۱\to ۱\le ۲x<۲\to f(x)=۱$ 		۵

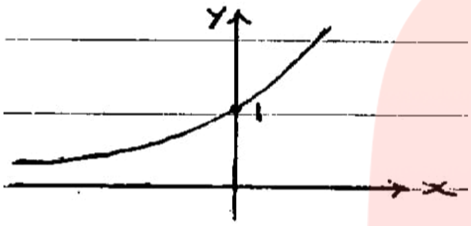
۶

$$f+g=\{(-۴,۶),(۰,۲),(۳,-۵)\}$$
$$f-g=\{(-۴,۲۰),(۰,۸),(۳,-۵)\}$$
$$\frac{f}{g}=\left\{\left(-۴,\frac{-۱۳}{۷}\right),\left(۰,\frac{-۵}{۳}\right)\right\}$$

۷

$$f(x)=\frac{۱}{x-۳}\to D_f=R-\{۳\}$$
$$g(x)=\frac{۴}{x}\to D_g=R-\{۰\}$$
$$fog(x)=f\big(g(x)\big)=\frac{۱}{\frac{۴}{x}-۳}\to fog(x)=\frac{x}{۴-۳x}$$
$$D_{fog}=\{x\epsilon D_g|g(x)\epsilon D_f\}=\left\{x\epsilon R-\{۰\}\left|\frac{۴}{x}\epsilon R-\{۳\}\right.\right\}=R-\left\{۰,\frac{۴}{۳}\right\}$$
$$\frac{۴}{x}=۳\to x=\frac{۴}{۳}$$

۸



$$f(x)=۲^x$$
$$D_f=R$$
$$R_f=(۰,+\infty)$$

۹

$$\log ۲=a\,,\log ۳=b$$
$$\log\sqrt{۰.۷۵}=\log\left(\frac{۷۵}{۱۰۰}\right)^{\frac{۱}{۲}}=\frac{۱}{۲}\log\frac{۳}{۴}=\frac{۱}{۲}(\log ۳-\log ۲^۲)=\frac{۱}{۲}(\log ۳-۲\log ۲)=\frac{۱}{۲}(b-۲a)$$

۱۰

$$\log_۳(x-۱)+\log_۳\left(\frac{x}{۲}+۱\right)=۲$$
$$\log_۳(x-۱)\left(\frac{x}{۲}+۱\right)=۲\to(x-۱)\left(\frac{x}{۲}+۱\right)=۳^۲\to\frac{x^۲}{۲}+x-\frac{x}{۲}-۱=۹$$
$x^۲+x-۲۰=۰\to(x+۵)(x-۴)=۰\to x=-۵$ غ ق ق $,x=۴$ ق ق

۱۱

$$\frac{D}{۱۸۰}=\frac{R}{\pi}\to\frac{۲۰}{۱۸۰}=\frac{R}{\pi}\to R=\frac{\pi}{۹}$$
$$l=r\theta\to l=۲\times\frac{\pi}{۹}=\frac{۲\pi}{۹}$$

۱۲

الف) $\sin\frac{۵\pi}{۴}=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{۴}\right)=-\sin\frac{\pi}{۴}=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

ب) $\cos\frac{۹\pi}{۴}=\cos\left(۲\pi+\frac{\pi}{۴}\right)=\cos\frac{\pi}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

پ) $\cot(۷۵۰\square)=\cot(۷۲۰\square+۳۰\square)=\cot\left(۴\pi+\frac{\pi}{۶}\right)=\cot\frac{\pi}{۶}=\sqrt{۳}$

ت) $\tan(-۱۵۰\square)=-\tan ۱۵۰\square=-\tan\left(\pi-\frac{\pi}{۶}\right)=\tan\frac{\pi}{۶}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۱۳

α حاده, $\cos\alpha=\frac{۴}{۵}\to sin^۲\alpha=۱-cos^۲\alpha=۱-\frac{۱۶}{۲۵}=\frac{۹}{۲۵}\to sin\alpha=\pm\frac{۳}{۵}\to\sin\alpha=\frac{۳}{۵}$

β منفرجه, $\cos\beta=\frac{-۱۲}{۱۳}\to sin^۲\beta=۱-cos^۲\beta=۱-\frac{۱۴۴}{۱۶۹}=\frac{۲۵}{۱۶۹}\to sin\beta=\pm\frac{۵}{۱۳}\to\sin\beta=\frac{۵}{۱۳}$

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha.\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha=\frac{۳}{۵}\times\left(\frac{-۱۲}{۱۳}\right)+\frac{۵}{۱۳}\times\frac{۴}{۵}=\frac{-۳۶}{۶۵}+\frac{۲۰}{۶۵}=\frac{-۱۶}{۶۵}$$
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha.\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\frac{۴}{۵}\times\left(\frac{-۱۲}{۱۳}\right)+\frac{۳}{۵}\times\frac{۵}{۱۳}=\frac{-۴۸}{۶۵}+\frac{۱۵}{۶۵}=\frac{-۳۳}{۶۵}$$

۱۴

$$f(x)=\frac{x}{[x]-۲} \to [x]-۲=۰ \to [x]=۲ \to x\in[۲,۳)$$
$$\to D_f = R-[۲,۳)=(-\infty,۲)-[۳,+\infty)$$

چون تابع در همسایگی راست نقطه ی ۲ تعریف نشده است، پس تابع در $x=۲$ حد راست ندارد.

۱۵

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^۲+[x]}{|x|} & x<-۱ \\ ۳x+b & x>-۱ \end{cases}$$
$$\lim_{x\to(-۱)^-} f(x)=\lim_{x\to(-۱)^-}\frac{x^۲+[x]}{|x|}=\frac{۱-۲}{۱}=-۱$$
$$\lim_{x\to(-۱)^+} f(x)=\lim_{x\to(-۱)^+} ۳x+b=-۳+b$$
$$\to \lim_{x\to(-۱)^-} f(x)=\lim_{x\to(-۱)^+} f(x) \to -۱=-۳+b \to b=۲$$

۱۶

الف) $$\lim_{x\to-۱}\frac{۲x^۲+x-۱}{۳x^۲+۳x} =) \lim_{x\to-۱}\frac{(x+۱)(۲x-۱)}{۳x(x+۱)} =) \lim_{x\to-۱}\frac{۲x-۱}{۳x}=\frac{-۳}{-۳}=۱$$

ب) $$\lim_{x\to۲}\frac{\sqrt{x+۲}-۲}{x^۲-۴}\times\frac{\sqrt{x+۲}+۲}{\sqrt{x+۲}+۲}$$
$$=\lim_{x\to۲}\frac{x+۲-۴}{(x^۲-۴)(\sqrt{x+۲}+۲)}=\lim_{x\to۲}\frac{x-۲}{(x-۲)(x+۲)(\sqrt{x+۲}+۲)}$$
$$=\lim_{x\to۲}\frac{۱}{(x+۲)(\sqrt{x+۲}+۲)}=\frac{۱}{۱۶}$$

پ) $$\lim_{x\to۰}\frac{۲-۲\cos ۲x}{x\sin x}$$
$$= \text{پ)} \lim_{x\to۰}\frac{۲-۲(۱-۲sin^۲x)}{x\sin x}$$
$$=\lim_{x\to۰}\frac{۴sin^۲x}{x\sin x}=\lim_{x\to۰}\frac{۴sinx}{x}=\lim_{x\to۰}۴\times\lim_{x\to۰}\frac{sinx}{x}=۴\times۱=۴$$

$$\cos ۲x=cos^۲x-sin^۲x=۱-sin^۲x-sin^۲x=۱-۲sin^۲x$$

۱۷

$$k(x)=([x]-a)[x]$$
$$k(۱)=(۱-a)[۱]=۱-a$$
$$\lim_{x\to(۱)^+}k(x)=\lim_{x\to(۱)^+}([x]-a)[x]=(۱-a)(۱)=۱-a$$
$$\lim_{x\to(۱)^-}k(x)=\lim_{x\to(۱)^-}([x]-a)[x]=(۰-a)(۰)=۰$$

چون $k(۱)=\lim_{x\to(۱)^-}k(x)=\lim_{x\to(۱)^+}k(x)\to ۱-a=۰\to a=۱$

جمع بارم : ۲۰ نمره	**نام و نام خانوادگی مصحح : غلامرضا بیگی**	**امضاء:**