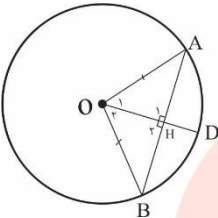
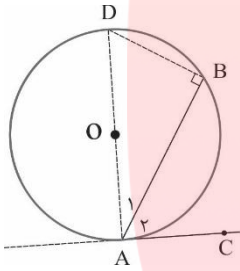
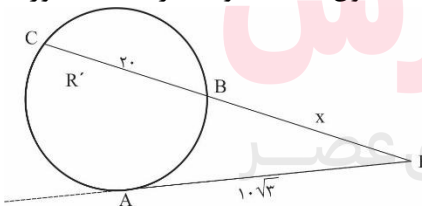
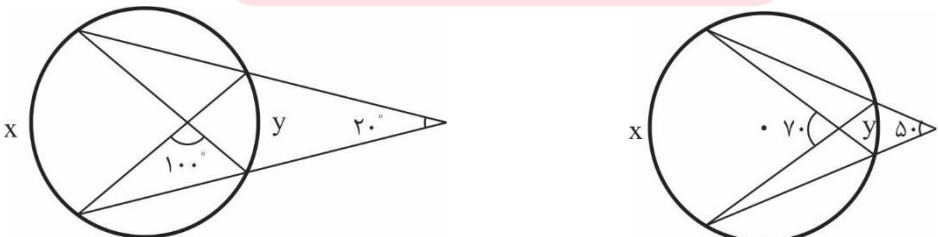
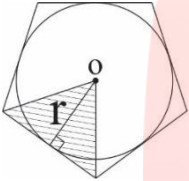
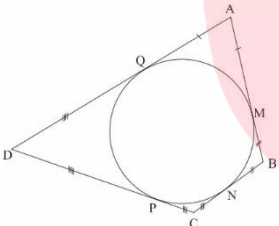
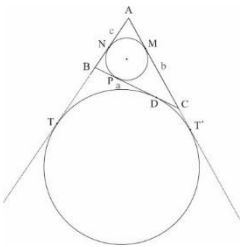


نام و نام خانوادگی: مقطع و رشته: یازدهم ریاضی شماره داوطلب: تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه	نام درس: هندسه ۲ نام دبیر: آقای مظاهری تاریخ امتحان: ۱۳/۱۰/۱۳۹۶ ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
--	--

ردیف	سؤالات	نمره
۱.۵	ثابت کنید قطری از دایره که بر وتر عمود است، وتر و کمان نظیر آن را نصف می‌کند. 	۱
۱.۵	ثابت کنید اندازه زاویه ظلی نصف کمان محصور بین دو ضلع آن زاویه می‌باشد. 	۲
۲	در دایره $C(O, R)$ وتر $AB$ و وتر $CD$ به طول $9\text{cm}$ را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است. اگر $AB = 11\text{cm}$ . آنگاه وتر $CD$ و وتر $AB$ را به چه نسبتی قطع کرده است؟	۳
۱.۵	از نقطه $P$ در خارج دایره، مماس $PA$ به طول $10\sqrt{3}$ را بر آن رسم کرده‌ایم ( $A$ روی محیط دایره است). همچنین خط راستی از $P$ گذرانده‌ایم که دایره را در دو نقطه $B$ و $C$ قطع کرده است و $BC = 20$ . طول‌های $PB$ و $PC$ را به دست آورید. 	۴
۲	مقدار $x$ و $y$ را بیابید. 	۵
۱.۵	وضعیت دایره‌ها با مشخصات داده شده را نسبت به یکدیگر مشخص نمایید. ج: $R = 2, R' = 1, d = 3$ ب: $R = 2, R' = 4, d = 1$ الف: $R = 2, R' = 3, d = 2$	۶

۲	<p>طول شعاع‌های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی <math>3\sqrt{7}</math> و طول مماس مشترک داخلی آنها <math>\sqrt{15}</math> و خط‌المركزین آنها مساوی ۸ واحد است.</p>	۷
۲	<p>جای خالی را پر کنید:</p> <p>الف) یک دایره <u>محیطی</u> است <math>\Leftrightarrow</math> یک چندضلعی (محاطی) وجود داشته باشد که تمام ..... آن روی محیط دایره باشد.</p> <p><math>\Leftrightarrow</math> ..... همه اضلاع آن چند ضلعی هم‌رأس باشند.</p> <p>یک دایره <u>محاطی</u> است <math>\Leftrightarrow</math> یک چندضلعی (محیطی) وجود داشته باشد که تمام ..... آن، مماس‌های دایره باشد.</p> <p><math>\Leftrightarrow</math> ..... همه زاویه‌های آن چندضلعی هم‌رأس باشند.</p>	۸
۱	<p>اگر در یک ضلعی محیطی با مساحت S و محیط ۲P شعاع دایره محاطی برابر r باشد، نشان دهید <math>S = rP</math></p> 	۹
۱,۵	<p>ثابت کنید اگر یک چهارضلعی محیطی باشد، مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل مساوی مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل دیگر است.</p>  <div data-bbox="703 1077 1257 1413" style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;"> <p><b>گروه آموزشی عصر</b></p> <p><a href="mailto:ASR_Group@outlook.com">ASR_Group@outlook.com</a></p> <p><a href="https://www.instagram.com/ASRschool2">@ASRschool2</a></p> </div>	۱۰
۱,۵	<p>اگر شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی مثلث و شعاع دایره محاطی داخلی باشد نشان دهید.</p> $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$ <div data-bbox="501 1581 1086 1686" style="text-align: center; background-color: #f0f0f0; padding: 5px;"> <p><a href="http://www.my-dars.ir">www.my-dars.ir</a></p> </div>	۱۱
۲	<p>اگر تقاطع مماس دایره محاطی داخلی مثلث ABC با اضلاع آن، M, N, P باشند و T', T نقطه‌های تماس یک دایره محاطی خارجی با خط‌های شامل دو ضلع باشند، نشان دهید: (۲ نمره)</p> $BN = BP = P - b, CM = CP = P - c$ 	۱۲

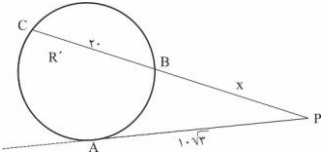
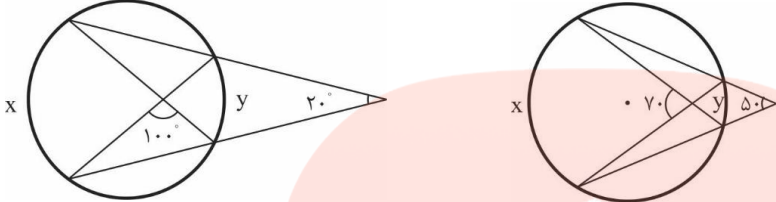
نام درس: هندسه ۲ نام دبیر: آقای مظاهری تاریخ امتحان: ۱۳ / ۱۰ / ۱۳۹۶ ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	پاسخ نامه سوالات
--	------------------

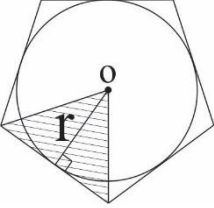
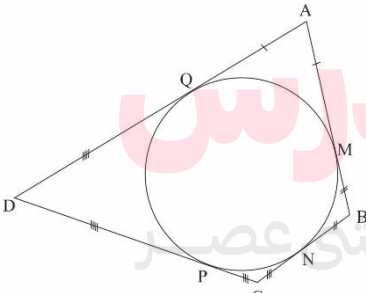
۳	راهنمای تصحیح	۳
---	---------------	---

۱,۵	$\begin{cases} OA = OB : & AH = BH \\ OH : & \text{مشترک} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow AD = BD \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ & \text{فرض مسئله} \end{cases}$		۱
-----	---	--	---

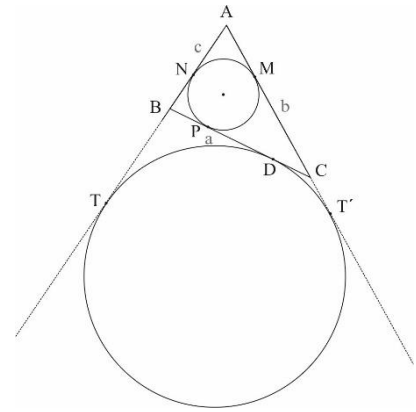
۱,۵	<p>زاویه <math>\hat{BAC}</math> یک زاویه ظلّی است که اندازه آن برابر نصف کمان روبه‌روی آن یعنی <math>AB</math> می‌باشد.</p> <p>کافی است دقت نمائیم زاویه <math>\hat{B}</math> برابر <math>90^\circ</math> می‌باشد، زیرا زاویه‌ای محاطی و رو به قطر یا کمان <math>180^\circ</math> است. همچنین زاویه <math>\hat{A}</math> نیز قائمه است، زیرا شعاع بر خط مماس در نقطه تماس عمود است.</p> $\Delta ADB : \hat{D} + \hat{A}_2 + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{D} + \hat{A}_2 = 90^\circ$ $\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ \Rightarrow \hat{D} = \hat{A}_1 \Rightarrow A_1 = \frac{AB}{2}$	۲
-----	---	---

۲	$MA \cdot MB = MC \cdot MD$ <p>تقسیم به نسبت ۱ به ۲</p> $\left. \begin{matrix} MA \cdot MB = 3 \times 6 = 18 \\ 9 \longrightarrow 3, 6 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{cases} MA \cdot MB = 3 \times 6 = 18 \\ MA + MB = 11 \end{cases}$ $MA = 11 - MB \Rightarrow MB \cdot (11 - MB) = 18 \Rightarrow MB^2 - 11MB + 18 = 0 \Rightarrow (MB - 2)(MB - 9) = 0$ $MB = 9 \Rightarrow MA = 2$	۲
---	--	---

۱,۵	 <p>غ ق ق</p> $PA^2 = PB \cdot PC$ $(10\sqrt{3})^2 = x \cdot (x + 20)$ $300 = x^2 + 20x$ $x^2 + 20x - 300 = 0$ $(x + 30)(x - 10) = 0$ $\begin{cases} x = -30 \\ x = 10 \end{cases} \Rightarrow PB = 10, PC = 30$	۴
۲	 $\frac{x+y}{2} = 8, \quad \frac{x-y}{2} = 2$ $\begin{cases} x+y = 16 \\ x-y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 6 \end{cases}$ $\frac{x+y}{2} = 7, \quad \frac{x-y}{2} = 5$ $\begin{cases} x+y = 14 \\ x-y = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 2 \end{cases}$	۵
۱,۵	<p>الف: <math> R - R'  \leq d \leq R + R'</math>؛ در نتیجه دو دایره متقاطع می‌باشند.</p> <p>ب: <math>d &lt;  R - R' </math>؛ در نتیجه دو دایره متداخل هستند.</p> <p>ج: <math>d = R + R'</math>؛ در نتیجه دو دایره مماس بیرون هستند.</p>	۶
۲	<p>طول مماس مشترک داخلی:</p> $= \sqrt{d^2 - (R + R')^2} \Rightarrow \sqrt{15} = \sqrt{8^2 - (R + R')^2} \Rightarrow 15 = 64 - (R + R')^2$ <p>طول مماس مشترک خارجی:</p> $= \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \Rightarrow 3\sqrt{7} = \sqrt{8^2 - (R - R')^2} \Rightarrow 63 = 64 - (R - R')^2$	۷

۲	<p>الف: رئوس، عمود منصف ب) اضلاع، نیمسازهای</p>	۸
۱	 <p>طول قاعده × ارتفاع × <math>\frac{1}{2}</math> = مساحت مثلث هاشورخورده</p> $= \frac{1}{2} \times r \times \frac{2P}{n} = \frac{Pr}{n}$ <p>مساحت مثلث هاشورخورده <math>\times n</math> = مساحت n ضلعی محیطی</p> $S = n \times \frac{Pr}{n} = Pr$	۹
۱.۵	<p>اگر یک چهارضلعی محیطی باشد، تمام اضلاع آن بر دایره‌ای مماس خواهند بود. می‌دانیم طول هر دو مماس رسم شده از یک نقطه بر دایره با هم برابر است. با توجه به شکل خواهیم داشت:</p>  $\begin{aligned} AM &= AQ \\ MB &= BN \\ PC &= NC \\ + \quad PD &= DQ \\ \hline AB + CD &= AD + BC \end{aligned}$	۱۰
۱.۵	<p>می‌دانیم <math>S = Pr, r_a = \frac{S}{P-a}</math> داریم:</p> $\frac{1}{r_a} = \frac{P-a}{S}, \frac{1}{r_b} = \frac{P-b}{S}, \frac{1}{r_c} = \frac{P-c}{S}, \frac{1}{r} = \frac{P}{S}$ $\Leftrightarrow \frac{P-a}{S} + \frac{P-b}{S} + \frac{P-c}{S} = \frac{P}{S}$ $\Leftrightarrow 2P - (a+b+c) = P, (a+b+c) = 2p$ $\Leftrightarrow 2P - 2P = P$	۱۱

$$BN = BP = P - b, \quad CM = CP = P - c$$



می‌دانیم مماس‌های رسم شده از یک نقطه با یکدیگر برابرند. پس خواهیم داشت:

$$AN = AM = x, \quad BN = BP = y, \quad CP = CM = z$$

$$a + b + c = 2P \Rightarrow (y + z) + (x + z) + (x + y) = 2P \Rightarrow 2x + 2y + 2z = 2P$$

$$x + y + z = P$$

از طرفی داریم  $a = y + z$ ، در نتیجه داریم  $x + a = P$  با جابه‌جایی خواهیم داشت:

$$x = P - a \Rightarrow AM = P - a$$

و به همین ترتیب با جایگذاری  $c = x + y$ ,  $b = x + z$  خواهیم داشت:

$$BN = BP = P - b, \quad CM = CP = P - c$$

و برای اثبات آخرین بخش می‌دانیم  $AT = AT'$  از طرفی  $BD = BT$  (مماس‌های رسم شده از نقطه B بر دایره محاطی

خارجی) و  $CD = CT'$  (مماس‌های رسم شده از نقطه C بر دایره محاطی خارجی)

$$2P = AB + AC + BC \Rightarrow 2P = AB + AC + BD + DC$$

$$\Rightarrow 2P = (AB + BT) + (AC + CT') \Rightarrow 2P = AT + AT' \xrightarrow{AT=AT'} 2P = 2AT = 2AT'$$

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

$$\Rightarrow P = AT = AT'$$

گروه آموزشی عصر

ASR\_Group@outlook.com

@ASRschool2