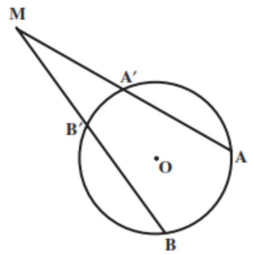
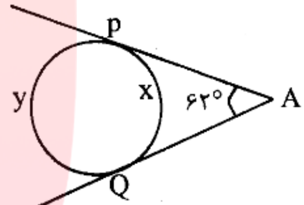
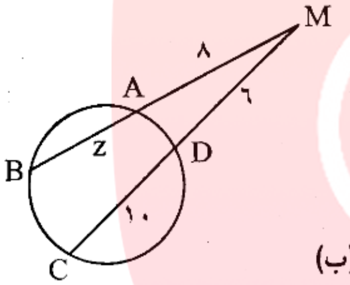
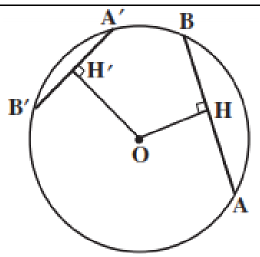
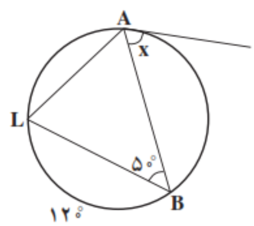
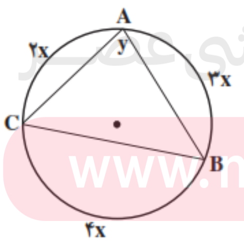
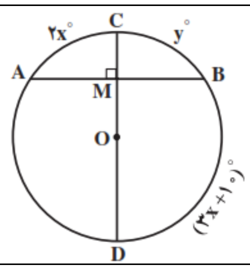
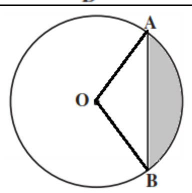
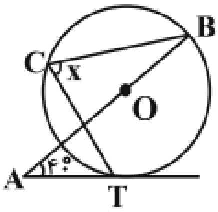
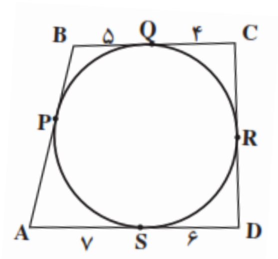
نام و نام خانوادگی: مقطع و رشته: یازدهم ریاضی شماره داوطلب: تعداد صفحه سؤال:		نام درس: هندسه نام دبیر: آقای بهرمندپور تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۱۳ ساعت امتحان: ۸ صبح مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	« سؤالات »	بارم
۱	قضیه: ثابت کنید اندازه هر زاویه ظلی با نصف کمان روبرو به آن برابر است.	۱/۵
۲	قضیه: ثابت کنید اندازه زاویه ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می شود، برابر نصف مجموع اندازه دو کمانی از دایره است که به ضلعها و امتداد ضلعهای آن زاویه محدود است.	۱/۵
۳	قضیه: ثابت کنید: $MA' \times MA = MB' \times MB$ 	۲
۴	در شکل روبرو مقدار x و y و z را بدست بیاورید.  (الف)  (ب)	۲
۵	در دایره $C(O,R)$ نشان دهید اگر $AB > A'B'$ آنگاه $OH' > OH$. 	۱
۶	مقدار a را چنان بیابید که اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع های ۷ و ۲ و خط المرکزین ۱۳ برابر ۶-۳a باشد.	۱
۷	در شکل زیر مقادیر مجهول را بدست آورید. الف)  ب) 	۲
۸	قطرCD در نقطه M بر وتر AB از دایره ای به مرکز O عمود است. با توجه به مقادیر کمان‌های دایره، مقدار x و y را حساب کنید. 	۱
۹	در شکل روبرو $\hat{O} = 120^{\circ}$ و شعاع دایره ۶ است. مساحت ناحیه رنگی چقدر است؟ 	۱

۱۰	اندازه زاویه x را بیابید. 	۱
۱۱	قضیه: ثابت کنید اگر عمود منصف ضلعهای یک چند ضلعی در یک نقطه همرس باشند آنگاه آن چند ضلعی محاطی است.	۱
۱۲	یک ذوزنقه هم‌محیطی و هم‌محاطی است. ثابت کنید: مساحت این ذوزنقه برابر است با میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آنها.	۲
۱۳	نقاط P, Q, R, S نقاط تماس ضلعهای چندضلعی ABCD با دایره است. محیط این چند ضلعی را بدست آورید. 	۱
۱۴	مساحت مثلث متساوی الاضلاعی که در دایره ای به شعاع ۴ محاط شده است را تعیین کنید.	۱
۱۵	ضلع های قائمه مثلث قائم الزاویه‌ای برابر ۳ و ۴ است. سه شعاع دایره محاطی خارجی این مثلث را پیدا کنید.	۱
	موفق باشید. **جمع نمره**	**۲۰**

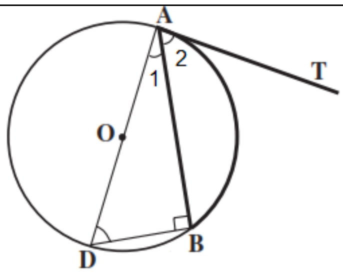
پاسخ نامه سوالات		نام درس: هندسه نام دبیر: آقای بهرمندپور تاریخ امتحان: ۹۶/۱۰/۱۳ ساعت امتحان: ۸ صبح مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱ — نمره: ۱/۵

از نقطه A قطر دایره را رسم می کنیم تا دایره را در نقطه D قطع کند. زاویه B چون روبرو به قطر است، قائمه است پس مثلث ABD قائم الزاویه است. در نتیجه:

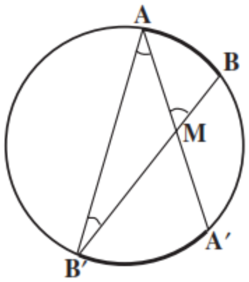
$$\left.\begin{array}{l}\hat{A}_1+\hat{A}_2=90^\circ\\ \hat{A}_1+\hat{D}=90^\circ\\ \hat{D}=\dfrac{\overset{\frown}{AB}}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{A}_2=\hat{D}=\dfrac{\overset{\frown}{AB}}{2}$$



۲ — نمره: ۱/۵

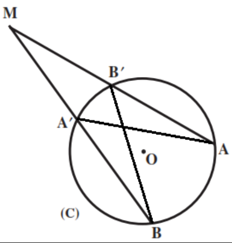
فرض کنید دو وتر A,B در نقطه M همدیگر را قطع کنند. نقطه A را به B’ وصل می کنیم.
زاویه M برای مثلث AMB’ زاویه خارجی است. در نتیجه:

$$\left.\begin{array}{l}\hat{M}=\hat{A}+\hat{B}'\\ \hat{A}=\dfrac{\overset{\frown}{A'B'}}{2}\\ \hat{B}'=\dfrac{\overset{\frown}{AB}}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{M}=\dfrac{A'B'}{2}+\dfrac{AB}{2}=\dfrac{A'B'+AB}{2}$$



۳ — نمره: ۲

نقطه A را به A' و B را به B' وصل می کنیم. دو مثلث MAA' و MBB' طبق حالت دو زاویه برابر، متشابهند.



$$\begin{cases}\widehat{M}=\widehat{M}\\ A=B=\dfrac{\widehat{A'B'}}{2}\end{cases}\Rightarrow \Delta MAA'\simeq\Delta MBB'\Rightarrow\dfrac{MA'}{MB'}=\dfrac{MB}{MA}\Rightarrow MA'\times MA=MB'\times MB$$

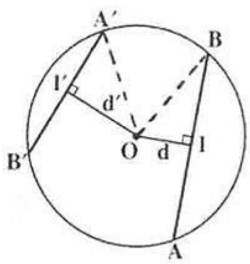
۴ — نمره: ۲

الف)
$$\begin{cases}\dfrac{y-x}{2}=62\\ y+x=360\end{cases}\Rightarrow x=242,\ y=118$$

ب)
$$8(8+z)=6\times16\Rightarrow 64+8z=96\Rightarrow 8z=32\Rightarrow z=4$$

۵ — نمره: ۱

دایره $C(O,R)$ و دو وتر نابرابر $AB=l$ و $A'B'=l'$ را در نظر می‌گیریم، بنابراین:



$$l>l'\Leftrightarrow l^2>l'^2\Leftrightarrow R^2-\frac{l^2}{4}<R'^2-\frac{l'^2}{4}\Leftrightarrow d^2<d'^2$$
$$\Leftrightarrow d<d'$$

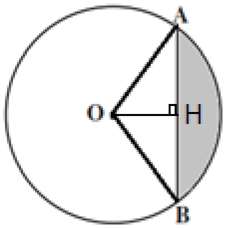
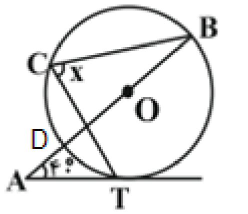
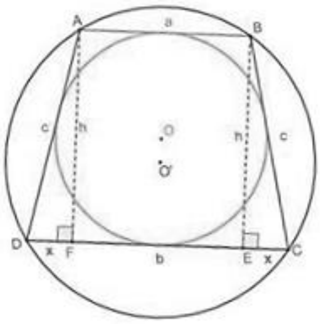
۶ — نمره: ۱

$$TT'=\sqrt{d^2-(R_1-R_2)^2}\Rightarrow 3a-6=\sqrt{13^2-(7-2)^2}\Rightarrow 3a-6=12\Rightarrow a=6$$

۷ — نمره: ۲

الف)
$$AL=100^\circ\Rightarrow AB=360^\circ-(120^\circ+100^\circ)=140^\circ\Rightarrow x=\frac{140^\circ}{2}=70^\circ$$

ب)
$$2x+3x+4x=360^\circ\Rightarrow x=40^\circ\Rightarrow y=\frac{4x}{2}=2x=80^\circ$$

۸	$\begin{cases} y+3x+10=180 \\ y=2x \end{cases} \Rightarrow 5x+10=180 \Rightarrow x=34,\ y=68$	۱
۹	مساحت قطاع را از مساحت مثلث باید کم کنیم. چون زاویه O برابر ۱۲۰ درجه است و مثلث AOB متساوی الساقین است در نتیجه زاویه A، ۳۰ درجه است. پس در مثلث قائم الزاویه AOH، OH نصف OA است. طبق قضیه فیثاغورث  $OA^2=AH^2+OH^2 \Rightarrow AH=3\sqrt{3} \Rightarrow AB=6\sqrt{3}$ در نتیجه: $S=\frac{\pi\times r^2}{3}-\frac{OH\times AB}{2}=\frac{\pi\times 6^2}{3}-\frac{3\times 6\sqrt{3}}{2}=18\pi-9\sqrt{3}$	۱
۱۰	 $\begin{cases} BT+TD=180^\circ \\ \frac{BT-DT}{2}=40^\circ \end{cases} \Rightarrow BT=130^\circ \Rightarrow x=\frac{BT}{2}=\frac{130}{2}=65^\circ$	۱
۱۱	فرض کنید نقطه O نقطه همرسی عمود منصفهای ضلعهای چند ضلعی باشد. بنابراین از دو سر هر ضلع باید فاصله اش یکسان باشد. یعنی نقطه O فاصله اش از تمامی رأسهای چند ضلعی یک اندازه ثابت است. حال اگر دایره ای به این اندازه ثابت رسم کنیم از تمامی رئوس چند ضلعی عبور می کند و این یعنی این چند ضلعی محاطی است.	۱
۱۲	چون ذوزنقه ABCD محاطی است پس متساوی الساقین است و چون محیطی است مجموع دو ضلع مقابل با مجموع دو ضلع مقابل دیگر برابر است. در نتیجه $2c=a+b$. مثلث ADF قائم الزاویه است. پس:  $\begin{rcases} 2c=a+b \Rightarrow c=\frac{a+b}{2} \\ b=2x+a \Rightarrow x=\frac{b-a}{2} \end{rcases} \Rightarrow h^2=c^2-x^2=(\frac{a+b}{2})^2-(\frac{b-a}{2})^2 \Rightarrow h=\sqrt{ab}$ $S_{ABCD}=\frac{(a+b)\times h}{2}=\frac{(a+b)\times\sqrt{ab}}{2}$	۲
۱۳	$\begin{rcases} CR=CQ=4 \\ BP=BQ=5 \\ AP=AS=7 \\ DR=DS=6 \end{rcases} \Rightarrow P_{ABCD}=AB+BC+CD+DA=9+10+13+12=44$	۱
۱۴	$S=\frac{3\sqrt{3}}{4}r^2=\frac{3\sqrt{3}}{4}4^2=12\sqrt{3}$	۱
۱۵	فرض کنید ABC یک مثلث قائم الزاویه با زاویه قائمه A باشد. در نتیجه b=3 و c=4. طبق قضیه فیثاغورث a=5. بنابراین مساحت این مثلث $S=\frac{3\times 4}{2}=6$ و محیط آن $2P=5+4+3=12 \Rightarrow P=6$ در نتیجه: $r_a=\frac{S}{P-a}=\frac{6}{6-5}=6$ $r_b=\frac{S}{P-b}=\frac{6}{6-3}=2$ $r_c=\frac{S}{P-c}=\frac{6}{6-4}=3$	۱