

تاریخ: ۱۳۹۶/۱۰/۲	یاد او آرام بخش دل هاست
شروع آزمون: ۸ صبح	امتحانات: نوبت اول
زمان آزمون: ۱۵۰ دقیقه	سال تحصیلی ۹۷-۱۳۹۶

نام و نام خانوادگی:	پایه و رشته: یازدهم ریاضی	کلاس:	درس: حسابان ۱	دبیر: آقای فیضیان
---------------------	---------------------------	-------	---------------	-------------------

ردیف	سوال	بارم
------	------	------

۲/۵	<p>جاهای خالی را پر کنید و راه حل محاسبه جواب را به صورت خلاصه بنویسید.</p> <p>(۱) مساحت مثلثی با سه رأس به مختصات <math>A(۲, ۵), B(۳, ۰), C(۰, ۲)</math> برابر . . . . می باشد.</p> <p>(۲) اگر <math>x, y</math> دو ضلع قائم از مثلثی به طول وتر <math>۵\sqrt{۲}</math> باشند، بیشترین مقدار <math>۳x + ۴y</math> مساوی . . . . است.</p> <p>(۳) مجموعه جواب معادله <math> ۲x^۲ + ۵  -  ۲x^۲ - ۲۰  =  x^۴ - ۱۵ </math> به صورت <math>[a, b]</math> است، <math>ab</math> برابر . . . . است.</p> <p>(۴) اگر در تابع <math>f(x) = \sqrt{\frac{\sin x - ۳}{-۳x^۲ + bx + ۲c}}</math> داشته باشیم: <math>D_f = R - \{\frac{۱}{۲}\}</math>، مقادیر <math>b, c</math> به ترتیب برابر . . . . و . . . . می باشد.</p> <p>(۵) اگر <math>f^{-1}(x) = x + \sqrt{x}</math>، <math>f(x) = f(۳x - ۴)</math> باشند، حاصل <math>g^{-1}(۱۶)</math> برابر . . . . می باشد.</p>	۱
-----	--	---



۱	<p>سه ضلع مثلثی به معادلات <math>AB: ۲y - x = ۳, AC: y - ۲x = ۵, BC: ۲y + ۳x = ۶</math> هستند، معادله ارتفاع <math>AH</math> از این مثلث مفروض را بنویسید.</p>	۲
---	--	---

بارم	سوال	ردیف
۱	<p>دو ضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط به معادلات <math>x = 6 + 2y</math> و <math>y = 7 - 2x</math> و یک راس آن نقطه <math>A(8, 5)</math> می باشد، مساحت این مستطیل چقدر است؟</p>	۳
۱	<p>در یک دنباله حسابی که تعداد جملات آن زوج است، مجموع جملات فرد ۲۴، مجموع جملات زوج ۳۰ و تفاضل جمله اول از آخر <math>10/5</math> می باشد، تعداد جملات این دنباله را بدست آورید.</p>	۴
۱	<p>در مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع واحد، وسط های اضلاع را بطور متوالی به هم وصل می کنیم تا مثلث متساوی الاضلاع جدیدی بوجود آید و این کار را ادامه می دهیم. حداکثر تا مرحله چندم می توانیم این عمل را تکرار کنیم تا مجموع محیط های مثلث های بوجود آمده از <math>5/98</math> تجاوز نکند.</p>	۵
۱	<p>معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن از سه برابر عکس ریشه های معادله <math>x^2 + 6x + 2 = 0</math> دو واحد بیشتر باشد.</p>	۶

بارم	سوال	ردیف
۱	<p>فاصله دو شهر واقع در کنار رودخانه ای ۱۴۴ کیلو متر است. یک کشتی از شهر اول به شهر دوم می رود و پس از دو ساعت توقف همین مسیر را بر می گردد. مدت زمان سفر در مجموع ۱۷ ساعت می باشد. در صورتی که سرعت حرکت کشتی در مسیر جریان آب ۸ کیلومتر در ساعت بیشتر از سرعت آن در خلاف جریان آب باشد، سرعت حرکت کشتی را در جهت حرکت آب تعیین کنید.</p>	۷
۱	<p>معادله گنگ مقابل را حل کنید.</p> $\sqrt{x+8} + 2\sqrt{x+7} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x+7} = 4$	۸
۱/۵	<p>در کدام بازه از مقادیر <math>x</math> نمودار تابع <math>y = \sqrt{5 + 4x - x^2}</math> در بالای نمودار تابع <math>y =  x - 3  + 2</math> قرار دارد؟</p>	۹

بارم	سوال	ردیف
۱	دامنه تعریف تابع $f(x) = \sqrt{x[-\frac{2x}{15}]}$ را بدست آورید.	۱۰
۱	اگر دو تابع $f(x) = \frac{7}{x-3}$ , $g(x) = \frac{ax+b}{x^2+cx+d}$ با هم برابر باشند، مقادیر $a, b, c, d$ را محاسبه کنید.	۱۱
۱	برای دو تابع $f = \{(-4,1), (-2,5), (0,3), (1,4), (3,2)\}$ و $g(x) = \frac{2}{\sqrt{9-x^2}}$ ، تابع $\frac{f \cdot g}{3-f}$ را بیابید.	۱۲
۱	اگر $f(x) = 4x^2 - 1$ , $g(x) = \sqrt{1-x^2}$ باشند، دامنه تابع $g \circ f$ را بدون تشکیل ضابطه آن بدست آورید.	۱۳

بارم	سوال	ردیف
۱	<p>اگر <math>g(x) = x^2 - 6x - 10</math>، تابع <math>f(x)</math> را چنان بیابید که <math>gof(x) = x^2 + 10x + 6</math> باشد.</p>	۱۴
۱	<p>نمودار تابع <math>y = \left  \frac{x^2 - 2x}{x^2 - x} \right </math> را رسم نمایید.</p>	۱۵
۱	<p>ضابطه تابع وارون تابع <math>f</math> با ضابطه <math>f(x) = \frac{x^3 x }{x^4+1}</math> را بدست آورید.</p>	۱۶

بارم	سوال	ردیف
۱	فاصله محل برخورد تابع $f(x) = x^5 + x + 1$ با معکوس خود از مبدا مختصات چقدر است؟	۱۷
۱	<p>نمودار تابع <math>y = x - \left[ \frac{x}{3} + 1 \right] + 2</math> را در فاصله <math>(-3, 3)</math> رسم نمایید.</p>  	۱۸

تاریخ: ۱۳۹۶/۱۰/۲	یاد او آرام بخش دل هاست
شروع آزمون: ۸ صبح	امتحانات: نوبت اول
زمان آزمون: ۱۵۰ دقیقه	سال تحصیلی ۹۷-۱۳۹۶

نام و نام خانوادگی:	پایه و رشته: یازدهم ریاضی	کلاس:	درس: حسابان ۱	دبیر: آقای فیضیان
---------------------	---------------------------	-------	---------------	-------------------

بارم	سوال	ردیف
------	------	------

جاهای خالی را پر کنید و راه حل محاسبه جواب را به صورت خلاصه بنویسید.

(۱) مساحت مثلثی با سه راس به مختصات  $A(2, 5), B(3, 0), C(0, 2)$  برابر . . . . می باشد.

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 0 \\ 0 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |0 + 6 + 0 - 15 - 0 - 4| = \frac{13}{2} = 6.5$$

(۲) اگر  $x, y$  دو ضلع قائم از مثلثی به طول وتر  $5\sqrt{2}$  باشند، بیشترین مقدار  $3x + 4y$  مساوی . . . . است.

مطابق نامساوی کوشی:  $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$

$$(9 + 16)(x^2 + y^2) \geq (3x + 4y)^2 \Rightarrow (3x + 4y)^2 \leq 25 \times 50 \Rightarrow 3x + 4y \leq 25\sqrt{2}$$

۲/۵

(۳) مجموعه جواب معادله  $|x^4 + 2x^2 - 15| = |x^4 - 20| - |2x^2 + 5|$  به صورت  $[a, b]$  است،  $ab$  برابر . . . . است.

$$|x^4 + 2x^2 - 15| + |-2x^2 - 5| = |x^4 - 20| \Rightarrow (x^4 + 2x^2 - 15)(-2x^2 - 5) \geq 0 \Rightarrow x^4 + 2x^2 - 15 \leq 0 \Rightarrow$$

$$(x^2 + 5)(x^2 - 3) \leq 0 \Rightarrow (x^2 - 3) \leq 0 \Rightarrow -\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3} \Rightarrow ab = -3$$

(۴) اگر در تابع  $f(x) = \sqrt{\frac{\sin x - 3}{-3x^2 + bx + 2c}}$  داشته باشیم:  $D_f = R - \{ \frac{1}{2} \}$ ، مقادیر  $b, c$  به ترتیب برابر . . . . و . . . . می باشد.

$$-3x^2 + bx + 2c = -3(x - \frac{1}{2})^2 = -3x^2 + 3x - \frac{3}{4} \Rightarrow b = 3, c = -\frac{3}{8}$$

(۵) اگر  $f^{-1}(x) = x + \sqrt{x}$ ،  $f(x) = f(3x - 4)$ ،  $g(x)$  باشند، حاصل  $g^{-1}(16)$  برابر . . . . می باشد.

$$f^{-1}(16) = 16 + 4 = 20 \Rightarrow 3x - 4 = 20 \Rightarrow x = 8$$

www.my-dars.ir

سه ضلع مثلثی به معادلات  $AB: 2y - x = 3, AC: y - 2x = 5, BC: 2y + 3x = 6$  هستند، معادله ارتفاع  $AH$  از این مثلث مفروض را بنویسید.

$$\begin{cases} 2y - x = 3 \\ y - 2x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4y + 2x = -6 \\ y - 2x = 5 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{-7}{3} \Rightarrow A(\frac{-7}{3}, \frac{1}{3}) \quad (0.15)$$

$$2y + 3x = 6 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + 2 \Rightarrow m_{BC} = -\frac{2}{3} \Rightarrow m_{AH} = \frac{3}{2} \quad (0.25)$$


$$AH: y - \frac{1}{3} = \frac{3}{2}(x + \frac{7}{3}) \Rightarrow 9y - 6x = 17 \quad (0.25)$$

بارم	سوال	ردیف
۱	<p>دو ضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط به معادلات <math>2x - y = 7</math>, <math>2y + x = 6</math> و یک راس آن نقطه <math>A(8, 5)</math> می باشد، مساحت این مستطیل چقدر است؟</p> $\begin{cases} BC : 2y + x = 6 \\ CD : 2x - y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y - 6 = 0 \\ 2x - y - 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow AB = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (0.25)$ $AB = \frac{ 8 + 10 - 6 }{\sqrt{1+4}} = \frac{12}{\sqrt{5}}, AD = \frac{ 16 - 5 - 7 }{\sqrt{1+4}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \Rightarrow S = \frac{12}{\sqrt{5}} \times \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{48}{5} = 9.6 \quad (0.25)$ <p style="text-align: center;">(0.25)                      (0.25)</p>	۳
۱	<p>در یک دنباله حسابی که تعداد جملات آن زوج است، مجموع جملات فرد ۲۴، مجموع جملات زوج ۳۰ و تفاضل جمله اول از آخر <math>10/5</math> می باشد، تعداد جملات این دنباله را بدست آورید.</p> $\begin{cases} a_1 + a_3 + \dots + a_n = 30 \\ a_2 + a_4 + \dots + a_{n-1} = 24 \end{cases} \Rightarrow (a_2 - a_1) + \dots + (a_n - a_{n-1}) = 6 \Rightarrow \frac{n}{2}d = 6 \Rightarrow nd = 12 \quad (0.5)$ $a_n - a_1 = 10/5 \Rightarrow a_1 + (n-1)d - a_1 = 10/5 \Rightarrow nd - d = 10/5 \Rightarrow 12 - d = 10/5 \Rightarrow d = 1/5 \quad (0.25)$ $1/5n = 12 \Rightarrow n = 8 \quad (0.25)$	۴
۱	<p>در مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع واحد، وسط های اضلاع را بطور متوالی به هم وصل می کنیم تا مثلث متساوی الاضلاع جدیدی بوجود آید و این کار را ادامه می دهیم. حداکثر تا مرحله چندم می توانیم این عمل را تکرار کنیم تا مجموع محیط های مثلث های بوجود آمده از <math>5/98</math> تجاوز نکند.</p> $S_n \leq 5/98 \Rightarrow \frac{3(1 - (\frac{1}{2})^n)}{1 - \frac{1}{2}} \leq 5/98 \Rightarrow 6 - 6(\frac{1}{2})^n \leq 5/98 \Rightarrow 6(\frac{1}{2})^n \geq \frac{2}{100} \Rightarrow \frac{1}{2^n} \geq \frac{1}{300} \Rightarrow (0.25)$ <p style="text-align: center;">(0.5)</p> $2^n \leq 300 \Rightarrow n \leq 8 \quad (0.25)$	۵
۱	<p>معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن از سه برابر عکس ریشه های معادله <math>x^2 + 6x + 2 = 0</math> دو واحد بیشتر باشد.</p> $y = \frac{3}{x} + 2 \Rightarrow y - 2 = \frac{3}{x} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{1}{y-2} \Rightarrow x = \frac{3}{y-2} \quad (0.5)$ $\frac{9}{(y-2)^2} + \frac{18}{y-2} + 2 = 0 \Rightarrow 2(y-2)^2 + 18(y-2) + 9 = 0 \Rightarrow 2y^2 - 8y + 8 + 18y - 36 + 9 = 0$ $2y^2 + 10y - 19 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 10x - 19 = 0 \quad (0.5)$	۶



بارم	سوال	ردیف
۱	<p>فاصله دو شهر واقع در کنار رودخانه ای ۱۴۴ کیلو متر است. یک کشتی از شهر اول به شهر دوم می رود و پس از دو ساعت توقف همین مسیر را بر می گردد. مدت زمان سفر در مجموع ۱۷ ساعت می باشد. در صورتی که سرعت حرکت کشتی در مسیر جریان آب ۸ کیلومتر در ساعت بیشتر از سرعت آن در خلاف جریان آب باشد، سرعت حرکت کشتی را در جهت حرکت آب تعیین کنید.</p> $\frac{144}{x} + \frac{144}{x-8} = 17 \Rightarrow \frac{48}{x} + \frac{48}{x-8} = 5 \xrightarrow{\times x(x-8)} 48x - 48 \times 8 + 48x = 5x^2 - 40x \Rightarrow$ $5x^2 - 136x + 48 \times 8 = 0 \Rightarrow 25x^2 - 136(5x) + 16 \times 120 = 0 \Rightarrow (5x - 120)(5x - 16) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 24 \\ x = \frac{16}{5} \end{cases} \quad \text{غ ق ق} \quad \text{۰/۱۵}$	۷
۱	<p>معادله گنگ مقابل را حل کنید.</p> $\sqrt{x+8} + 2\sqrt{x+7} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x+7} = 4$ $\sqrt{x+7} = t \Rightarrow x = t^2 - 7 \quad \text{۰/۲۵}$ $\sqrt{t^2+1} + 2t + \sqrt{t^2-6} - t = 4 \Rightarrow \sqrt{t^2-6} - t - 6 = 3-t \Rightarrow t^2 - t - 6 = t^2 - 6t + 9 \Rightarrow t = 3 \Rightarrow \text{۰/۱۵}$ $\sqrt{x+7} = 3 \Rightarrow x+7=9 \Rightarrow x=2 \quad \text{۰/۲۵}$	۸
۱/۵	<p>در کدام بازه از مقادیر <math>x</math> نمودار تابع <math>y = \sqrt{5+4x-x^2}</math> در بالای نمودار تابع <math>y =  x-3 +2</math> قرار دارد؟</p> $\sqrt{5+4x-x^2} >  x-3 +2 \Rightarrow 5+4x-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2-4x-5 \leq 0 \Rightarrow D = [-1, 5] \quad \text{۰/۲۵}$ $x \geq 3 \Rightarrow \sqrt{5+4x-x^2} > x-1 \Rightarrow 5+4x-x^2 > x^2-2x+1 \Rightarrow x^2-3x-2 < 0 \Rightarrow$ $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \Rightarrow \frac{3-\sqrt{17}}{2} < x < \frac{3+\sqrt{17}}{2} \cap x \geq 3 \rightarrow A_1 = \left[3, \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right) \quad \text{۰/۱۵}$ $x < 3 \Rightarrow \sqrt{5+4x-x^2} > 5-x \Rightarrow 5+4x-x^2 > x^2-10x+25 \Rightarrow x^2-14x+20 < 0 \Rightarrow$ $x = 2, 5 \Rightarrow 2 < x < 5 \cap x < 3 \rightarrow A_2 = (2, 3) \quad \text{۰/۱۵}$ $A_1 \cup A_2 = \left(2, \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right) \quad \text{۰/۲۵}$	۹

بارم	سوال	ردیف
۱	<p>دامنه تعریف تابع <math>f(x) = \sqrt{x[-\frac{2x}{15}]}</math> را بدست آورید.</p> $x[-\frac{2x}{15}] \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ [-\frac{2x}{15}] = 0 \Rightarrow 0 \leq -\frac{2x}{15} < 1 \Rightarrow 0 \leq -2x < 15 \Rightarrow -\frac{15}{2} < x \leq 0 \Rightarrow D = (-\frac{15}{2}, 0] \end{cases}$ <p style="text-align: center;">(۰/۱۵)</p>	۱۰
۱	<p>اگر دو تابع <math>f(x) = \frac{7}{x-3}</math> , <math>g(x) = \frac{ax+b}{x^2+cx+d}</math> با هم برابر باشند، مقادیر <math>a, b, c, d</math> را محاسبه کنید.</p> $x^2+cx+d = (x-3)^2 = x^2-6x+9 \Rightarrow \begin{cases} c = -6 \\ d = 9 \end{cases}$ <p style="text-align: center;">(۰/۱۵)</p> $ax+b = 7(x-3) = 7x-21 \Rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = -21 \end{cases}$ <p style="text-align: center;">(۰/۱۵)</p>	۱۱
۱	<p>برای دو تابع <math>f = \{(-4,1), (-2,5), (0,3), (1,4), (3,2)\}</math> و <math>g(x) = \frac{2}{\sqrt{9-x^2}}</math> تابع <math>\frac{f \cdot g}{3-f}</math> را بیابید.</p> $g = \{(-2, \frac{2}{\sqrt{5}}), (0, \frac{2}{3}), (1, \frac{2}{\sqrt{8}}), \dots\} = \{(-2, \frac{2\sqrt{5}}{5}), (0, \frac{2}{3}), (1, \frac{\sqrt{2}}{2}), \dots\}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> $f \cdot g = \{(-2, 2\sqrt{2}), (0, 2), (1, 2\sqrt{2})\}, 3-f = \{(-2, -2), (0, 0), (1, -1), \dots\}$ <p style="text-align: center;">(۰/۱۵)</p> $\frac{f \cdot g}{3-f} = \{(-2, -\sqrt{5}), (1, -2\sqrt{2})\}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>	۱۲
۱	<p>اگر <math>f(x) = 4x^2 - 1</math> , <math>g(x) = \sqrt{1-x^2}</math> باشند، دامنه تابع <math>g \circ f</math> را بدون تشکیل ضابطه آن بدست آورید.</p> $D_{g \circ f} = \{x \in D_f ; f(x) \in D_g\} = \{x \in R ; 4x^2 - 1 \in [-1, 1]\}$ <p style="text-align: center;">(۰/۱۵)</p> $-1 \leq 4x^2 - 1 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 4x^2 \leq 2 \Rightarrow x^2 \leq \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> $D_{g \circ f} = \{x \in R ; -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}\} = [-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>	۱۳

بارم	سوال	ردیف
۱	<p>اگر <math>g(x) = x^2 - 6x - 10</math>، تابع <math>f(x)</math> را چنان بیابید که <math>gof(x) = x^2 + 10x + 6</math> باشد.</p> <p><math>g(f(x)) = f^2(x) - 6f(x) - 10 = x^2 + 10x + 6 \xrightarrow{+10} f^2(x) - 6f(x) + 9 = x^2 + 10x + 25 \Rightarrow</math>  <math>(f(x) - 3)^2 = (x + 5)^2 \Rightarrow  f(x) - 3  =  x + 5  \Rightarrow</math></p> $\begin{cases} f(x) - 3 = x + 5 \Rightarrow f(x) = x + 8 & (0.25) \\ f(x) - 3 = -x - 5 \Rightarrow f(x) = -x - 2 & (0.25) \end{cases}$ <p style="text-align: center;">(0.25)</p>	۱۴
۱	<p>نمودار تابع <math>y = \left  \frac{x^2 - 2x}{x^2 - x} \right </math> را رسم نمایید.</p> <p><math>y = \left  \frac{x(x-2)}{x(x-1)} \right  = \left  \frac{x-2}{x-1} \right , x \neq 0 \Rightarrow y \neq 2</math></p> <p>مجانب افقی: <math>y = 1</math>    مجانب قائم: <math>x = 1</math></p> <p>صعودی (ناحیه دو و چهار مجانب ها): <math>ad - bc = -1 + 2 &gt; 0</math></p>  <p style="text-align: center;">(0.5)</p>	۱۵
۱	<p>ضابطه تابع وارون تابع <math>f</math> با ضابطه <math>f(x) = \frac{x^3 x }{x^4+1}</math> را بدست آورید.</p> <p>می دانیم حاصل تقسیم یک نامنفی بر یک واحد بیشتر از خوش از صفر تا یک می باشد:</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{x^4}{x^4+1} & x \geq 0 \\ \frac{-x^4}{x^4+1} & x < 0 \end{cases}$ <p style="text-align: center;"><math>R_1 = [0, 1)</math> , <math>R_2 = (-1, 0)</math></p> <p style="text-align: center;">www.my-dars.ir</p> $\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \sqrt[4]{\frac{x}{1-x}} & 0 \leq x < 1 \\ -\sqrt[4]{\frac{-x}{1+x}} & -1 < x < 0 \end{cases}$ <p style="text-align: center;">(0.5)</p>	۱۶

