

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه	سؤالات امتحانی درس: ریاضی و آمار (۱)
آزمون نوبت دوم (۱)	پایه دهم - منتخب [۴]

ردیف	سؤالات	نمره
۱	<p>جمله‌های زیر را با عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف. $(a+b)^4 = a^4 + \square a^3b + \square a^2b^2 + \square ab^3 + b^4$</p> <p>ب. معادله $ax^2 + bx + c = 0$ در صورتی همواره جواب دارد که</p> <p>پ. عبارت گویای $\frac{5}{x^2 + 2x}$ به ازای تعریف نشده است.</p> <p>ت. در تابع $f: \begin{cases} A \rightarrow B \\ f(x) = 0 \end{cases}$ اگر $A = \mathbb{R}$ باشد برد آن برابر است با</p> <p>ث. مشخصه عددی را که توصیف‌کننده جنبه‌ی خاصی از نمونه باشد گویند.</p> <p>ج. جنسیت و گروه خونی افراد جزء متغیر محسوب می‌شود.</p> <p>چ. روش‌های گردآوری داده‌ها عبارتند از</p> <p>ح. برای بیان مدرک تحصیلی از مقیاس و برای ارتفاع شهرها از مقیاس استفاده می‌کنیم.</p> <p>خ. معیارهای مرکزی ، می‌باشد و معیار پراکندگی می‌باشد.</p> <p>د. معیار پراکندگی که معمولاً با میانگین بیان می‌شود و اگر با میانه بیان شود نام دارد.</p> <p>ذ. تقریباً ۶۸٪ مشاهدات در فاصله از میانگین هستند.</p>	۴/۲۵
۲	<p>الف. حاصل اتحاد $(ax^2 - \frac{2}{3})^3$ را به دست آورید.</p> <p>ب. چه عبارتی را در $x^2 + 2y$ ضرب کنیم تا حاصل $x^6 + 8y^3$ شود؟</p>	۰/۷۵ ۰/۵
۳	<p>مضرب مشترکی از چند جمله‌های زیر را به دست آورید به طوری که نسبت به متغیر x آن از کوچک‌ترین توان باشد.</p> <p>$P(x) = a^4 + 4a^3 - 5a^2$ $Q(x) = a^4 - a$</p>	۱
۴	<p>اگر یکی از جواب‌های معادله $4x^2 - ax + 20 = 0$ برابر (-4) باشد، جواب دیگر این معادله را به دست آورید.</p>	۱
۵	<p>در معادله $-2x^2 + 3x + a = 0$ در صورتی که حاصل ضرب دو ریشه برابر با -5 باشد، a را بیابید.</p>	۰/۵
۶	<p>مجموع ثلث و سه برابر عددی ۶۰ است، آن عدد را پیدا کنید.</p>	۰/۷۵
۷	<p>تابلویی از جنس برنز داریم که نسبت برنز خالص به وزن برنج خالص آن برابر ۷ است. اگر آن را ذوب کرده و ۲۰۰ گرم برنج به آن اضافه کنیم و سپس تابلوی جدیدی درست کنیم، $\frac{3}{4}$ وزن تابلوی جدید برنز خواهد شد. حال وزن تابلوی اولیه قبل از ذوب شدن چقدر بوده است؟</p>	۱
۸	<p>اگر مجموعه A مجموعه‌ای ۴ عضوی و B مجموعه‌ای ۳ عضوی باشد دو تابع از مجموعه A به مجموعه B تعریف کنید.</p>	۱
۹	<p>قطر مربع را به صورت تابعی از طول ضلع مربع بنویسید. سپس متغیر وابسته و مستقل را مشخص کنید.</p>	۱
۱۰	<p>الف. تابعی را مشخص کنید که برد آن ۳ عضو و دامنه‌اش ۴ عضو داشته باشد.</p> <p>ب. آیا می‌توان تابعی نوشت که برد آن ۲ عضو و دامنه‌اش یک عضو داشته باشد؟</p>	۰/۵
۱۱	<p>برد توابع زیر را با توجه به ضابطه و دامنه داده شده به دست آورید.</p> <p>الف) $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = -x^2 + 1 \\ A = \{-1, \frac{1}{2}, \sqrt{2}, 1\} \end{cases}$</p> <p>ب) $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = -x \\ A = \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\} \end{cases}$</p>	۱/۵
۱۲	<p>تابع خطی f از نقطه $(-1, 2)$ می‌گذرد و $f(3) = 4$ می‌باشد. مقادیر زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $f(\frac{1}{2})$</p> <p>ب) $f(-5)$</p>	۱/۲۵

ردیف	سؤالات	نمره																																										
۱۳	تابع $f(x) = -(x-2)^2 + 1$ مفروض است: الف. رأس و محور تقارن آن را بیابید. ب. نمودار این تابع را رسم کنید.	۱																																										
۱۴	در دو فروشگاه قیمت بعضی از اجناس به صورت زیر است. (واحد هر کالا برحسب هزار تومان می‌باشد ترجیح می‌دهید از کدام فروشگاه خرید کنید، چرا؟)	۱																																										
	<table border="1"> <tr> <td>A</td> <td>۹</td> <td>۱۲</td> <td>۱۰</td> <td>۱۰</td> <td>۸</td> <td>۹</td> <td>۱۴</td> <td>۸</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>۸</td> <td>۱۳</td> <td>۸</td> <td>۱۲</td> <td>۷</td> <td>۹</td> <td>۱۵</td> <td>۸</td> </tr> </table>	A	۹	۱۲	۱۰	۱۰	۸	۹	۱۴	۸	B	۸	۱۳	۸	۱۲	۷	۹	۱۵	۸																									
A	۹	۱۲	۱۰	۱۰	۸	۹	۱۴	۸																																				
B	۸	۱۳	۸	۱۲	۷	۹	۱۵	۸																																				
۱۵	با توجه به داده‌های زیر چارک اول، میانه، چارک سوم و دامنه میان چارکی را بیابید. ۴,۸,۱۲,۱۰,۹,۵,۸,۷,۹,۱۰,۱۱,۶	۱																																										
۱۶	متغیر سوم در نمودار جابجایی متناسب با چه پارامتری است؟	۰/۵																																										
۱۷	در مدرسه‌ای قرار است بین ۶ نفر دانش‌آموز که نمرات بهتری دارند یک نفر برای منطقه انتخاب شود. به نظر شما کدام دانش‌آموز مناسب‌تر است؟ نمودار پیشنهادی خود را رسم کنید.	۱/۵																																										
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>راهنبرد حل مسئله</th> <th>انگلیسی</th> <th>فارسی</th> <th>عربی</th> <th>علوم</th> <th>ریاضی</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>٪ ۶۵</td> <td>٪ ۷۲</td> <td>٪ ۹۱</td> <td>٪ ۷۵</td> <td>٪ ۸۲</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>٪ ۷۰</td> <td>٪ ۸۲</td> <td>٪ ۹۵</td> <td>٪ ۵۶</td> <td>٪ ۷۸</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>٪ ۹۶</td> <td>٪ ۸۷</td> <td>٪ ۷۵</td> <td>٪ ۴۸</td> <td>٪ ۹۰</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>٪ ۹۵</td> <td>٪ ۶۳</td> <td>٪ ۴۳</td> <td>٪ ۹۲</td> <td>٪ ۶۸</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>٪ ۸۰</td> <td>٪ ۵۵</td> <td>٪ ۱۰۰</td> <td>٪ ۶۷</td> <td>٪ ۴۸</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>٪ ۹۵</td> <td>٪ ۷۳</td> <td>٪ ۶۰</td> <td>٪ ۸۰</td> <td>٪ ۱۰۰</td> </tr> </tbody> </table>	راهنبرد حل مسئله	انگلیسی	فارسی	عربی	علوم	ریاضی	A	٪ ۶۵	٪ ۷۲	٪ ۹۱	٪ ۷۵	٪ ۸۲	B	٪ ۷۰	٪ ۸۲	٪ ۹۵	٪ ۵۶	٪ ۷۸	C	٪ ۹۶	٪ ۸۷	٪ ۷۵	٪ ۴۸	٪ ۹۰	D	٪ ۹۵	٪ ۶۳	٪ ۴۳	٪ ۹۲	٪ ۶۸	E	٪ ۸۰	٪ ۵۵	٪ ۱۰۰	٪ ۶۷	٪ ۴۸	F	٪ ۹۵	٪ ۷۳	٪ ۶۰	٪ ۸۰	٪ ۱۰۰	
راهنبرد حل مسئله	انگلیسی	فارسی	عربی	علوم	ریاضی																																							
A	٪ ۶۵	٪ ۷۲	٪ ۹۱	٪ ۷۵	٪ ۸۲																																							
B	٪ ۷۰	٪ ۸۲	٪ ۹۵	٪ ۵۶	٪ ۷۸																																							
C	٪ ۹۶	٪ ۸۷	٪ ۷۵	٪ ۴۸	٪ ۹۰																																							
D	٪ ۹۵	٪ ۶۳	٪ ۴۳	٪ ۹۲	٪ ۶۸																																							
E	٪ ۸۰	٪ ۵۵	٪ ۱۰۰	٪ ۶۷	٪ ۴۸																																							
F	٪ ۹۵	٪ ۷۳	٪ ۶۰	٪ ۸۰	٪ ۱۰۰																																							
۲۰	جمع نمره																																											



پاسخ تشریحی آزمون (۴)

۱ الف. $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$ (۰/۲۵)

ب. $\Delta > 0$ (۰/۲۵)

پ. $-2, 0$ (۰/۵)

ت. $R_f = \{0\}$ (۰/۲۵)

ث. آماره (۰/۲۵)

۲ الف. $(ax^2)^3 - 3(ax^2)^2(\frac{2}{y}) + 3(ax^2)(\frac{2}{y})^2 - (\frac{2}{y})^3$ (۰/۵)

ب. $(x^2 + 2y)(x^4 - 2x^2y + 4y^2) = x^6 + 4xy^3$ (۰/۵)

۳ ج. کیفی (۰/۲۵)

چ. مشاهده، پرسش‌نامه، مصاحبه، دادگان (۰/۵)

ح. ترتیبی، فاصله‌ای (۰/۵)

خ. میانه، میانگین، انحراف معیار (۰/۵)

د. انحراف معیار، دامنه میان چارکی (۰/۵)

ذ. یک برابر انحراف معیار (۰/۲۵)

ج. $P(x) = a^4 + 4a^3 - 5a^2 = a^2(a^2 + 4a - 5)$ (۰/۲۵)

$= a^2(a-1)(a+5)$

ح. $Q(x) = a^4 - a = a(a^3 - 1) = a(a-1)(a^2 + a + 1)$ (۰/۲۵)

× حاصل ضرب عبارتهای مشترک با بیشترین توان = جواب

(حاصل ضرب عبارتهای غیرمشترک)

جواب $= a^2(a-1) \times (a+5)(a^2 + a + 1)$ (۰/۵)

$$\begin{cases} f(-1) = -(-1)^3 + 1 = -(-1) + 1 = 1 + 1 = 2 \quad (0/2.5) \\ f(\frac{1}{2}) = -(\frac{1}{2})^3 + 1 = -\frac{1}{8} + 1 = \frac{-1+8}{8} = \frac{7}{8} \quad (0/2.5) \\ f(\sqrt[3]{2}) = -(\sqrt[3]{2})^3 + 1 = -2 + 1 = -1 \quad (0/2.5) \\ f(1) = -(1)^3 + 1 = -1 + 1 = 0 \quad (0/2.5) \end{cases}$$

$$\rightarrow R_f = \{2, \frac{7}{8}, -1, 0\}$$

$$\begin{cases} f(1) = -1 \\ f(2) = -2 \rightarrow R_f = \{\dots, -4, -3, -2, -1\} \quad (0/5) \\ f(3) = -3 \end{cases}$$

$$f(-1) = 2 \rightarrow A \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}^{-1} \quad f(2) = \frac{1}{4} \rightarrow B \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}^{-1}$$

$$\rightarrow m = \frac{2-2}{2+1} = \frac{0}{3} = 0$$

$$\begin{aligned} y = mx + h &\rightarrow f(x) = mx + h \\ f(2) &= 2m + h \\ f(-1) &= -m + h \end{aligned}$$

$$\rightarrow \begin{cases} (1) \quad 2 = 2m + h \\ (2) \quad 0 = -m + h \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (1) - (2): 2 = 3m \rightarrow m = \frac{2}{3} \\ (2): 0 = -\frac{2}{3} + h \rightarrow h = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3} \quad (0/7.5)$$

$$f(\frac{1}{2}) = \frac{2}{3}(\frac{1}{2}) + \frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1 \quad (0/2.5)$$

$$f(-5) = \frac{2}{3}(-5) + \frac{2}{3} = -\frac{10}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{8}{3} \quad (0/2.5)$$

$$y = -(x-2)^2 + 1 \rightarrow S \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} \quad (0/2.5)$$

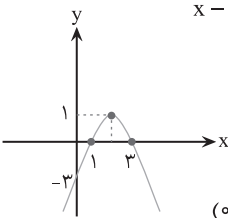
$$\text{محور تقارن: } x = 2 \quad (0/2.5)$$

	رأس	
x	0	1
y	-3	0

$$\text{نقاط تلاقی با محور } x: y = 0 \rightarrow -(x-2)^2 + 1 = 0$$

$$-(x-2)^2 = -1 \rightarrow (x-2)^2 = 1$$

$$x - 2 = \pm 1 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$



$a < 0$ سهمی رو به پایین

۱۴ کافی است انحراف استاندارد هر کدام را به دست آوریم.

$$A \rightarrow \bar{x} = \frac{9+12+10+10+8+9+14+8}{8} = 10 \quad (0/2.5)$$

$$B \rightarrow \bar{x} = \frac{8+13+8+12+7+9+15+8}{8} = 10$$

۱۱ الف.

۴ چون -4 یکی از جوابها است پس در معادله به جای x ، -4 قرار می دهیم.

$$\frac{4(-4)^2}{16} - a(-4) + 20 = 0 \rightarrow 64 + 4a + 20 = 0 \rightarrow 84 = -4a$$

$$\rightarrow a = \frac{-84}{4} = -21 \quad (0/2.5)$$

$$\rightarrow 4x^2 + 21x + 20 = 0 \quad (0/2.5)$$

$$a = 4, \quad b = 21, \quad c = 20$$

$$\rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (21)^2 - 4(4)(20) = 441 - 320 = 121$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-21 + \sqrt{121}}{2(4)} = \frac{-21 + 11}{8} = \frac{-10}{8} = -\frac{5}{4} \quad (0/2.5)$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-21 - 11}{8} = -\frac{32}{8} = -4 \quad (0/2.5)$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} \rightarrow \frac{-5}{1} = \frac{a}{-2} \rightarrow a = 10 \quad (0/2.5)$$

$$\frac{x}{3} + 3x = 60 \rightarrow \frac{x}{3} + 3x - 60 = 0 \quad (0/5)$$

$$\frac{x + 9x - 180}{3} = 0 \rightarrow \frac{10x - 180}{3} = 0 \rightarrow 10x - 180 = 0 \rightarrow 10x = 180$$

$$\rightarrow x = 18 \quad (0/2.5)$$

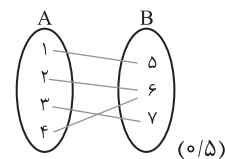
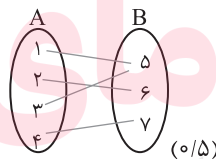
$$7x = \text{وزن برنز} \rightarrow x = \text{وزن برنج} \quad (0/2.5)$$

$$\text{وزن برنج} + \text{وزن برنز} = 7x + x = 8x \quad (0/2.5)$$

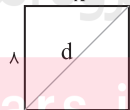
$$\frac{7x + 200}{8x + 200} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{7x}{8x + 200} - \frac{3}{4} = 0 \rightarrow \frac{7x - 3(2x + 50)}{8x + 200} = 0 \quad (0/2.5)$$

$$7x - 6x - 150 = 0 \rightarrow x - 150 = 0 \rightarrow x = 150 \quad (0/2.5)$$

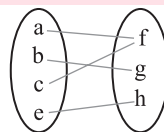
$$1200 \text{ گرم می باشد} \quad 8x = 8 \times 150 = 1200 \quad (0/2.5)$$



$$x^2 + x^2 = d^2 \rightarrow 2x^2 = d^2 \quad (0/5)$$

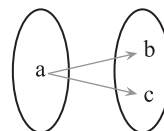


$$\rightarrow \begin{matrix} d \\ \downarrow \\ \text{متغیر وابسته} \end{matrix} = \sqrt{2} \begin{matrix} x \\ \downarrow \\ \text{متغیر مستقل} \end{matrix} \quad (0/5)$$



۱۵ الف. بله؛ می توان نوشت. (0/2.5)

ب. خیر؛ نمی توان تابع نوشت چون شرایط تابع برقرار نمی شود. (0/2.5)



۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۸ (۰/۲۵)

چارک اول = $\frac{۶+۷}{۲} = ۶/۵ = Q_1$

۹, ۹, ۱۰, ۱۰, ۱۱, ۱۲ (۰/۲۵)

چارک سوم = $\frac{۱۰+۱۰}{۲} = ۱۰ = Q_3$

IQR = $Q_3 - Q_1 = ۱۰ - ۶/۵ = ۳/۵$ (۰/۲۵)

۱۶ مساحت (۰/۵)

۱۷ نفر آخر یعنی F انتخاب بهتری می باشد. (۰/۵)

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{(۹-۱)^2 + (۱۲-۱)^2 + (۱۰-۱)^2 + (۱۰-۱)^2 + (۸-۱)^2 + (۹-۱)^2 + (۱۴-۱)^2 + (۸-۱)^2}{۸}}$$

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{۱+۴+۰+۰+۴+۱+۱۶+۴}{۸}} = \sqrt{۳/۷۵} = ۱/۹۳ \text{ (۰/۲۵)}$$

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{(۸-۱)^2 + (۱۲-۱)^2 + (۸-۱)^2 + (۱۲-۱)^2 + (۷-۱)^2 + (۹-۱)^2 + (۱۵-۱)^2 + (۸-۱)^2}{۸}}$$

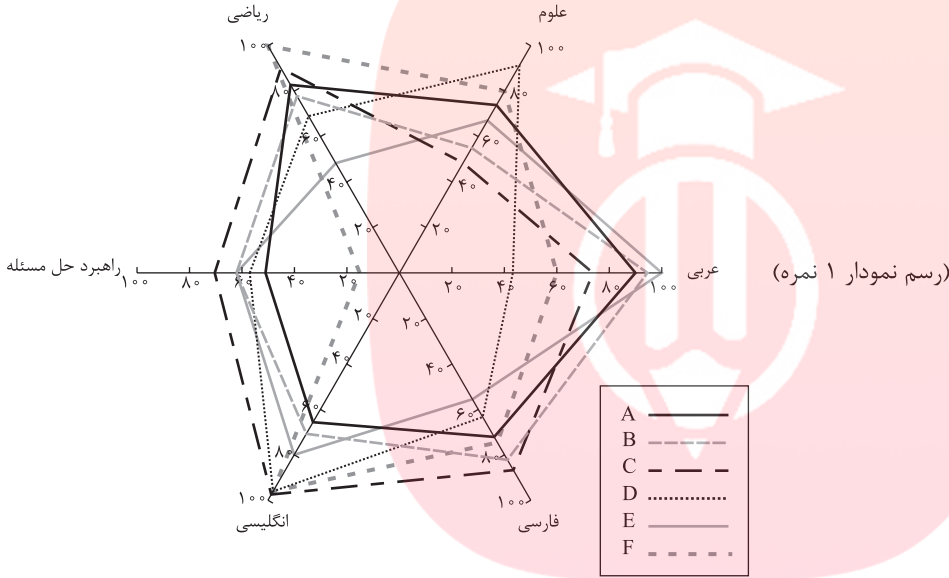
$$\sigma_B = \sqrt{\frac{۴+۹+۴+۴+۹+۱+۲۵+۴}{۸}} = \sqrt{۷/۵} = ۲/۷۳ \text{ (۰/۲۵)}$$

از فروشگاه A خرید می کنیم چون پراکندگی کمتری دارد. (۰/۲۵)

۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۸, ۹, ۹, ۱۰, ۱۰, ۱۱, ۱۲ (۰/۲۵)

میانها = $\frac{۸+۹}{۲} = ۸/۵$

۱۵



یادداشت:

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

ASR_Group@outlook.com

@ASRSchool2