

ریاضی و آمار (۱)		رشته: ادبیات و علوم انسانی	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه										
ردیف	آزمون شماره ۹												
نمره	نوبت دوم پایه دهم دوره متوسطه دوم												
۱	الف) حاصل عبارت $(x^2 - 2xy + 4y^2) - 8y^3$ به ازای $x = \frac{3}{y}$ و $y = \sqrt{2}$ چه قدر است؟ ب) در اتحاد مقابل، جاهای خالی را پر کنید. $(3x + \dots)^2 = \dots + 12xy + \dots$												
۲	کوچک ترین مضرب مشترک عبارت های $x^3 - x^2 - 6x$ و $x^5 - 81x$ را به دست آورید.												
۳	در یک کارخانه مدادسازی، هزینه اولیه برابر ۸۰ دلار و هزینه تولید هر مداد برابر ۱۸ دلار است. اگر $x$ تعداد مدادها و $p$ قیمت فروش هر مداد باشد و رابطه $x = 120 - 4p$ برقرار باشد: الف) تابع سود کارخانه را به دست آورید. ب) بیشترین سود کارخانه، به ازای تولید چند مداد حاصل می شود؟ پ) ماکزیمم (حداکثر) سود کارخانه چه قدر است؟												
۴	وقتی دو شیر آب با هم باز باشند، یک استخر در $\frac{6}{5}$ ساعت پر آب می شود. اگر شیر A به تنهایی باز باشد، یک ساعت زمان بیشتری برای پر کردن استخر نسبت به شیر B لازم دارد. هر یک از شیرها به تنهایی در چند ساعت استخر را پر می کنند؟												
۵	در رابطه مقابل، در جاهای خالی، طوری عدد بگذارید که $f$ تابع شود. $f = \{(\dots), (\frac{1}{\sqrt{2}}, \dots), (\sqrt{9}, \dots), (\frac{\sqrt{2}}{2}, 5), (3, 6), (\dots)\}$												
۶	در تابع با ضابطه $f(x) = ax^2 + bx - 2$ با شرط $f(1) = -3$ و $f(3) = 7$ مقادیر $a$ و $b$ را به دست آورید.												
۷	طول یک فنر در حالتی که به آن هیچ وزنه ای آویزان نشده، ۱۰ سانتی متر است و به ازای هر کیلوگرم، وزنه ای که به آن آویزان می شود، $\frac{1}{5}$ سانتی متر به طول آن افزوده می شود. ضابطه تابع خطی $f$ (طول فنر) را بر حسب وزن جسم ( $x$ ) به دست آورید؛ سپس مقادیر $f(4)$ و $f(h-1)$ را محاسبه کرده و نمودار تابع $f$ را رسم کنید.												
۸	نقطه یا نقاط تلاقی دو سهمی $y = x^2 - 3x$ و $y = 2x^2 - 8x$ را به دست آورید.												
۹	در هر مورد، از چه روشی برای جمع آوری داده ها استفاده می کنیم؟ الف) رضایت مشتریان یک بانک از نحوه برخورد کارکنان ب) بررسی تعداد افراد صاحب خانه در ایران												
۱۰	نوع هر متغیر را زیر آن بنویسید.												
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>متغیر تصادفی</td> <td>وضع تاهل افراد</td> <td>مقدار سرعت ماشین ها</td> <td>سابقه کار دبیران</td> <td>مراحل کشت محصولات کشاورزی</td> </tr> <tr> <td>نوع متغیر</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>			متغیر تصادفی	وضع تاهل افراد	مقدار سرعت ماشین ها	سابقه کار دبیران	مراحل کشت محصولات کشاورزی	نوع متغیر				
متغیر تصادفی	وضع تاهل افراد	مقدار سرعت ماشین ها	سابقه کار دبیران	مراحل کشت محصولات کشاورزی									
نوع متغیر													
۱۱	میانگین اعداد $3-2x$ ، $1+7x$ و $1-x$ برابر ۱۶ است. مقدار $x$ را به دست آورید.												
۱۲	در داده های (۱۵، ۱۴، ۱۲، ۸، ۷، ۵، ۱) که از کوچک به بزرگ مرتب شده اند، میانه برابر ۱۰ است. مد را به دست آورید.												
۱۳	نمرات درس فیزیک دانش آموزی در طول سال برابر است با ۱۷، ۱۳، ۸، ۲۰، ۱۹، ۱۷، ۱۸، ۱۹: الف) میانگین، میانه و مد را به دست آورید. ب) کدامیک از شاخص های مرکزی بالا، وضعیت وی در درس فیزیک را بهتر نشان می دهد؟ پ) اگر معلم فیزیک، برای جبران نمره ۸ به او امکان امتحان مجدد بدهد، برای آن که میانگین نمرات او در این درس ۱۷ شود، چه نمره ای باید کسب کند؟												
۱۴	برای جدول زیر، ۲ نمودار دایره ای برحسب درصد و درجه رسم کنید.												
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>گروه خونی</td> <td>A</td> <td>B</td> <td>AB</td> <td>O</td> </tr> <tr> <td>فراوانی</td> <td>۲۴</td> <td>۴</td> <td>۱۰</td> <td>۱۲</td> </tr> </table>			گروه خونی	A	B	AB	O	فراوانی	۲۴	۴	۱۰	۱۲
گروه خونی	A	B	AB	O									
فراوانی	۲۴	۴	۱۰	۱۲									
۱۵	با توجه به نمودار جعبه ای مقابل، به سؤالات زیر پاسخ دهید: الف) دامنه تغییرات و دامنه میان چارکی کدام اند؟ ب) چند درصد داده ها بزرگ تر از ۷ هستند؟ پ) چند درصد داده ها کوچک تر از ۱۳ هستند؟ ت) ۷۵ درصد داده ها بزرگ تر از چه عددی هستند؟												
۲۰	جمع نمرات												

گروه آموزشی عصر

ASR\_Group@outlook.com

@ASRschool2

آزمون نوبت دوم

ازمون شماره ۹ (نوبت دوم)

الف)  $(x+2y)(x^2-2xy+4y^2) - 8y^3 = x^3 + (2y)^3 - 8y^3 = x^3 + 8y^3 - 8y^3 = x^3$  -1  
 اتحاد جاقق ولاغر

$x = \frac{r}{2} \rightarrow$  مقدار عبارت  $= (\frac{r}{2})^3 = \frac{r^3}{8}$

ب)  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  ,  $(3x+2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2$

$2ab = 12xy \Rightarrow 2(3x)b = 12xy \Rightarrow 6xb = 12xy \Rightarrow b = 2y$

$\Rightarrow (3x+2y)^2 = (3x)^2 + 12xy + (2y)^2 \Rightarrow (3x+2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2$

$x^5 - 81x = x(x^4 - 81) = x(x^2 - 9)(x^2 + 9) = x(x-3)(x+3)(x^2 + 9)$  -2  
 اتحاد مزدوج

$x^3 - x^2 - 6x = x(x^2 - x - 6) = x(x-3)(x+2) \Rightarrow$  م.م.ک  $= x(x-3)(x+3)(x^2 + 9)(x+2)$   
 اتحاد جمله مشترک

-3 الف)  $C(x) = 80 + 18x$  ,  $x = 120 - 4p$  تابع هزینه

$\Rightarrow 4p = -x + 120 \xrightarrow{+4} p = -\frac{1}{4}x + 30$  ,  $R(x) = x.p = x(-\frac{1}{4}x + 30)$

$= -\frac{1}{4}x^2 + 30x$  تابع درآمد سود ,  $P(x) = R(x) - C(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 30x - 80 - 18x$

$= -\frac{1}{4}x^2 + 12x - 80$

ب)  $x = \frac{-b}{a} = \frac{-12}{-\frac{1}{4}} = 48 = 24$  تعداد مدادها

ب)  $P(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 12x - 80 \xrightarrow{(x=24)} P_{max} = -\frac{1}{4}(24)^2 + 12(24) - 80 = 64$  سود ۶۴

۴- اگر زمان مربوط به شیر A را X بنامیم، زمان مربوط به شیر B برابر (X-1) خواهد بود:

لذا:  $t = \frac{a.b}{a+b} \Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{x(x-1)}{x+(x-1)} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 5x(x-1) = 6(2x-1)$

$\Rightarrow 5x^2 - 5x - 12x + 6 = 0 \Rightarrow 5x^2 - 17x + 6 = 0$

$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 289 - 120 = 169$

$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{17 \pm \sqrt{169}}{10} = \frac{17 \pm 13}{10}$

$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{17+13}{10} = 3 \text{ (ق ق)} \\ x = \frac{17-13}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \text{ (غ ق)} \end{cases}$

پس شیر A در ۳ ساعت و شیر B در  $x-1 = 3-1 = 2$  ساعت، استخر را پر آب می کنند.

$f = \{(\frac{1}{\sqrt{2}}, 5), (\frac{\sqrt{2}}{2}, 5), (\frac{\sqrt{2}}{2}, 5)\}$

دقت کنید که  $\sqrt{4} = 2$  و  $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  را گویا کرده ایم.

۶-  $y = ax^2 + bx - 2$   
 $\begin{cases} x=1, y=-3 \rightarrow a(1)^2 + b(1) - 2 = -3 \Rightarrow a + b = -1 \\ x=2, y=7 \rightarrow a(2)^2 + b(2) - 2 = 7 \Rightarrow 4a + 2b = 9 \end{cases}$

$\times(-1) \begin{cases} a + b = -1 \\ 4a + 2b = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a - b = 1 \\ 4a + 2b = 9 \end{cases} \xrightarrow{\text{جایگذاری در یکی از معادلات}} b = -3$   
 $2a = 4 \Rightarrow a = 2$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۷- در این گونه مسائل باید مختصات ۲ نقطه را به کمک اطلاعات داده شده بنویسیم و به کمک آن‌ها شیب و معادله خط را به دست آوریم. در این جا  $x$  را وزن و  $y$  را طول فنر در نظر می‌گیریم؛ لذا:

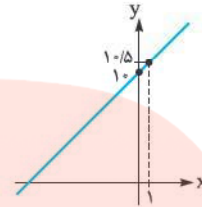
$$A(0, 10), B(1, 10/5) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10/5 - 10}{1 - 0} = 0/5$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 10 = 0/5(x - 0)$$

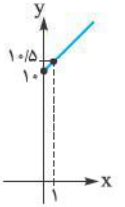
$$\Rightarrow y = 0/5x + 10 \text{ (همان } f(x) \text{ است.)}$$

$$f(4) = 0/5(4) + 10 = 12, f(h-1) = 0/5(h-1) + 10$$

$$= 0/5h - 0/5 + 10 = 0/5h + 9/5$$



$x$  (وزن اجسام)  
نمی‌تواند منفی باشد.  
پس سمت چپ  
محور لایها را حذف می‌کنیم



۸- کافی است دو معادله داده شده را با هم مساوی قرار دهیم. ( $y$  ها را در نظر نگیرید.)

$$\begin{cases} y = 2x^2 - 8x \\ y = x^2 - 3x \end{cases} \Rightarrow 2x^2 - 8x = x^2 - 3x \Rightarrow 2x^2 - 8x - x^2 + 3x = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \end{cases}$$

حال صفر و ۵ را در یکی از ۲ معادله اولیه قرار می‌دهیم (به دلفواهی یکی رو انتخاب می‌کنیم)

$$y = x^2 - 3x \xrightarrow{x=0} y = 0^2 - 3(0) = 0$$

$$\Rightarrow A(0, 0), y = x^2 - 3x \xrightarrow{x=5} y = 5^2 - 3(5) = 10 \Rightarrow B(5, 10)$$

۹- الف) مصاحبه یا پرسش‌نامه (ب) دادگان (داده‌های از قبل تهیه شده)

۱۰- وضع تأهل افراد  $\leftarrow$  کیفی اسمی

مقدار سرعت ماشین‌ها  $\leftarrow$  کتی نسبتی

سابقه کار دبیران  $\leftarrow$  کتی نسبتی

مراحل کشت محصولات کشاورزی  $\leftarrow$  کیفی ترتیبی

$$\bar{x} = 16 \Rightarrow \frac{2x - 3 + 7x + 1 + 1 - x}{3} = 16 \Rightarrow 8x - 1 = 48 \Rightarrow 8x = 49 \Rightarrow x = \frac{49}{8} \quad -11$$

$$1, 5, 7, 8, 12, 12, 14, 15 \Rightarrow \text{مد} = 12 \quad -12$$

$$\frac{A+x}{2} = 10 \Rightarrow \frac{A+x}{2} = 10 \Rightarrow A+x=20 \Rightarrow x=12$$

۱۳- الف) مُد برابر ۱۷ و ۱۹ است؛ چون هر کدام ۲ بار تکرار شده‌اند.

$$\text{یافتن میانه} \rightarrow 8, 13, 17, 17, 18, 19, 19, 20$$

$$\text{میانه} = \frac{17+18}{2} = 17/5$$

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{131}{8} = 16/375$$

(ب) چون داده پرت وجود ندارد؛ لذا بهتر است از میانگین استفاده کنیم نه میانه. (نمی‌توانیم بگوییم نمرة ۸ دایره پرت چون ۸ به ۱۳ نزدیک و اختلاف زیادی ندارند؛ ضمناً از مُد هم نمی‌توان استفاده کرد؛ چون ۲ تا مُد وجود داشت.

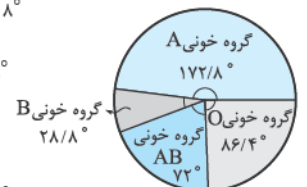
(پ) اگر نمرة جدید او را  $x$  بنامیم، داریم:

$$\bar{x} = \frac{x + 13 + 17 + 17 + 18 + 19 + 19 + 20}{8} = 17$$

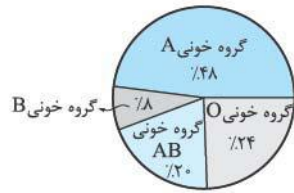
$$\Rightarrow x + 123 = 136 \Rightarrow x = 136 - 123 = 13$$

$$N = 24 + 4 + 10 + 12 = 50 \quad -14$$

$$\alpha = \frac{f}{N} \times 360^\circ \Rightarrow \begin{cases} f=24 \rightarrow \alpha = \frac{24}{50} \times 360^\circ = 172/8^\circ \\ f=4 \rightarrow \alpha = \frac{4}{50} \times 360^\circ = 28/8^\circ \\ f=10 \rightarrow \alpha = \frac{10}{50} \times 360^\circ = 72^\circ \\ f=12 \rightarrow \alpha = \frac{12}{50} \times 360^\circ = 86/4^\circ \end{cases}$$



$$S = \frac{f}{N} \times 100 \Rightarrow \begin{cases} f=24 \rightarrow S = \frac{24}{50} \times 100 = 48\% \\ f=4 \rightarrow S = \frac{4}{50} \times 100 = 8\% \\ f=10 \rightarrow S = \frac{10}{50} \times 100 = 20\% \\ f=12 \rightarrow S = \frac{12}{50} \times 100 = 24\% \end{cases}$$



$$R = \max - \min = 20 - 2 = 18 \quad \text{دامنه تغییرات} \quad (15-الف)$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 13 - 5 = 8 \quad \text{دامنه میان چارگی}$$

(ب) ۵۰ درصد داده‌ها بزرگ‌تر از ۷ هستند.

(پ) ۷۵ درصد داده‌ها کوچک‌تر از ۱۳ هستند.

(ت) ۷۵ درصد داده‌ها بزرگ‌تر از ۵ هستند.

دایره دایره

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.com

**گروه آموزشی عصر**  
ASR\_Group@outlook.com  
@ASRSchool2