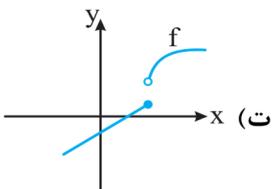
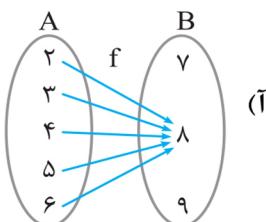
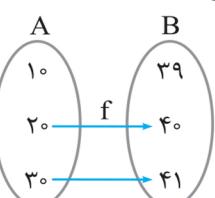


ردیف	سؤالات	نمره
۱	حاصل عبارت‌های زیر را به کمک اتحادها به دست آورید. (پ) $(x-1)(x+1)(x^4+x^2+1)$	۱/۵
۲	عبارت‌های زیر را تا حد امکان تجزیه کنید. (پ) $8-k^3$	۱/۵
۳	به کمک مثلث خیام، حاصل عبارت $\left(\frac{\sqrt{2}}{5}-\frac{1}{5}\right)^4$ را بنویسید. (نیازی به ساده کردن تک تک جملات نیست.)	۱
۴	عبارت گویای $\frac{10x-3}{(5x-1)(x+7)}$ به ازای چه مقادیری از x تعریف نشده است؟	۰/۵
۵	عبارت گویای $\frac{x^4-8x}{2x^2-8x+8}$ را تا حد امکان ساده کنید.	۰/۵
۶	حاصل عبارت مقابل را به دست آورید. $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+4}$	۱
۷	معادلات زیر را حل کنید. ب) $x(x-1)=2$ (روشن کلی یا دلتا) ت) $(x-1)^2-16=0$ (ریشه‌گیری) (آ) (تجزیه) $4x^2-12x+8=0$ (پ) (مربع کامل) $x^2-8x-10=0$	۴
۸	معادله گویای $\frac{24}{10+m}+1=\frac{24}{10-m}$ را حل کنید.	۱/۵
۹	در معادله $-1=x^2-10x+8=0$ مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها را بدون حل معادله تعیین کنید.	۱
۱۰	معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش $0/6$ و $0/2$ باشد.	۱
۱۱	اگر f بیانگر یک تابع باشد، مقادیر x و y را به دست آورید. $f = \{(3, x-y), (4, 8), (3, 2), (4, x+y)\}$	۱
۱۲	تابع f که دامنه‌اش \mathbb{R} و بردش زیرمجموعه‌ای از \mathbb{R} است به هر عدد، سه برابر مکعب همان عدد به علاوه نصف مربع آن عدد را نسبت می‌دهد. ضابطه f را به طور کامل نوشته و سپس $f(-1)$ را به کمک آن به دست آورید.	۱
۱۳	اگر $g(x) = \sqrt{4x-1}$ و $f(x) = x^2-8x $ باشد، حاصل عبارت $[g(1)]^2 + [f(1)]^2$ را به دست آورید.	۱
۱۴	دامنه و برد توابع زیر را مشخص کنید: $\begin{cases} f : A \rightarrow B \\ f(x) = \sqrt{x^2 - 3} \end{cases}$ (پ) $B = \{2, 3, \sqrt{3}\}$	۱/۵
۱۵	تابع بودن هر یک از موارد زیر را بررسی کنید. ت) $y = x^2 - 4$ (پ) $\begin{cases} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ y^2 - x^2 = 4 \end{cases}$ (آ) $f : \begin{matrix} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ y & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \end{matrix}$	۲
۲۰	جمع نمره	



$$(پ) \begin{cases} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ y^2 - x^2 = 4 \end{cases}$$



$$(آ) f : \begin{matrix} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ y & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \end{matrix}$$

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	<p>اتحاد مکعب دو جمله‌ای</p> $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $\Rightarrow (\sqrt{5}+1)^3 = (\sqrt{5})^3 + 3(\sqrt{5})^2(1) + 3(\sqrt{5})(1)^2 + 1^3 = \sqrt{125} + 15 + 3\sqrt{5} + 1$ $5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 16 = 8\sqrt{5} + 16$ <p>اتحاد مزدوج</p> $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ $\Rightarrow 20^3 \times 19^2 = (200+3)(200-3) = 200^2 - 3^2 = 40000 - 9 = 39991$ <p>اتحاد چاق و لاغر</p> $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$ $\Rightarrow \underbrace{(x-1)(x+1)}_{\text{اتحاد مزدوج}}(x^2 + x + 1) = (x^2 - 1)(x^2 + x + 1) = (x^2)^2 - 1^2 = x^4 - 1$	۱/۵
۲	<p>اتحاد مربع دو جمله‌ای</p> $27x^2 + 36x + 12 = 3(9x^2 + 12x + 4) = 3(3x+2)^2$ <p>فاکتور از ۳</p> <p>اتحاد جمله مشترک</p> $25x^2 + 10x - 3 = (5x)^2 + 2(5x) - 3 = (5x+3)(5x-1)$ <p>اتحاد چاق و لاغر</p> $8 - k^3 = 2^3 - k^3 = (2-k)(2^2 + 2k + k^2)$	۱/۵
۳	<p>در ردیف پنجم مثلث خیام خواهیم دید که:</p> $(a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4 \Rightarrow (a-b)^4 = 1a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + 1b^4$ $\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{5}\right)^4 = 1\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^4 - 4\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^3\left(\frac{1}{5}\right) + 6\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2\left(\frac{1}{5}\right)^2 - 4\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\left(\frac{1}{5}\right)^3 + 1\left(\frac{1}{5}\right)^4$ <p>(نیازی به ساده کردن جواب نیست).</p>	۱
۴	<p>محرج</p> $= \circ \Rightarrow (5x-1)(x+1) = \circ \Rightarrow \begin{cases} 5x-1 = \circ \Rightarrow x = \frac{1}{5} \\ x+1 = \circ \Rightarrow x = -1 \end{cases}$	۰/۵
۵	$\frac{x^4 - 8x}{2x^2 - 8x + 8} = \frac{x(x^2 - 8)}{2(x^2 - 4x + 4)} = \frac{x(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{2(x-2)^2} = \frac{x(x^2 + 2x + 4)}{2(x-2)}$	۰/۵
۶	$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+4} = \frac{(x+1)(x^2+4) - (x-1)(x^2+4) + (x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)(x^2+4)}$ $= \frac{x^3 + 4x + x^2 + 4 - x^3 - 4x + x^2 + 4 + x^2 - 1}{(x-1)(x+1)(x^2+4)} = \frac{3x^2 + 7}{(x-1)(x+1)(x^2+4)}$	۱
۷	<p>می‌توان از ۴ صرف نظر کرد.</p> <p>اتحاد جمله مشترک</p> $4x^2 - 12x + 8 = \circ \Rightarrow 4(x^2 - 3x + 2) = \circ$ <p>فاکتور از ۴</p> $x(x-1) = 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = \circ \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(-2) = 1 + 8 = 9$ $\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} \rightarrow x' = \frac{1+3}{2} = 2$ $\rightarrow x'' = \frac{1-3}{2} = -1$	۴

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
پ	$x^2 - 8x - 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 8x = 10 \quad \frac{b^2}{4} = \frac{64}{4} = 16$ <p style="text-align: center;">عدد ۱۶ را به دو طرف می‌افزاییم.</p> $\xrightarrow[b]{\quad} x^2 - 8x + 16 = 10 + 16$ <p style="text-align: center;">اتحاد مربع دو جمله‌ای</p> $\Rightarrow (x - 4)^2 = 26 \quad \xrightarrow{\text{جذر}} x - 4 = \pm\sqrt{26} \Rightarrow \begin{cases} x - 4 = \sqrt{26} \Rightarrow x = 4 + \sqrt{26} \\ x - 4 = -\sqrt{26} \Rightarrow x = 4 - \sqrt{26} \end{cases}$ $(x - 1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 16 \quad \xrightarrow{\text{جذر}} x - 1 = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 4 \Rightarrow x = 1 + 4 = 5 \\ x - 1 = -4 \Rightarrow x = 1 - 4 = -3 \end{cases}$	
۸	$\frac{24}{10+m} + \frac{1}{1} = \frac{24}{10-m} \Rightarrow \frac{24+10+m}{10+m} = \frac{24}{10-m}$ $\frac{34+m}{10+m} = \frac{24}{10-m} \Rightarrow (34+m)(10-m) = 24(10+m) \Rightarrow m^2 + 48m - 100 = 0$ <p style="text-align: center;">اتحاد جمله مشترک</p> $\Rightarrow (m+5)(m-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -5 \\ m = 2 \end{cases}$ <p>هر دو جواب قابل قبولند، زیرا هیچ مخرجی را صفر نمی‌کنند.</p>	۱/۵
۹	$-10x + x^2 - 1 = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x^2 \\ \downarrow a \\ \downarrow b \\ \downarrow c \end{matrix} - 10x - 1 = 0$ $x' + x'' = \frac{-b}{a} = \frac{-(-10)}{1} = 10, \quad x' \cdot x'' = \frac{c}{a} = \frac{-1}{1} = -1$	۱
۱۰	$(x - m)(x - n) = 0 \xrightarrow[m=0/6]{n=-0/2} (x - 0/6)(x + 0/2) = 0 \Rightarrow x^2 + 0/2x - 0/6x - 0/12 = 0 \Rightarrow x^2 - 0/4x - 0/12 = 0$	۱
۱۱	$\begin{cases} (3, x-y) = (3, 2) \\ (4, \lambda) = (4, x+y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = \lambda \end{cases}$ <p style="text-align: center;">جایگذاری در یکی از معادلات</p> $2x = 10 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow 5 + y = \lambda \Rightarrow y = 3$	۱
۱۲	$\begin{cases} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3x^3 + \frac{x^2}{2} \end{cases} \Rightarrow f(-1) = 3(-1)^3 + \frac{(-1)^2}{2} = -3 + \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$	۱
۱۳	$f(x) = x^2 - 8x \Rightarrow f(1) = 1^2 - 8(1) = -7 = 7$ $g(x) = \sqrt{4x - 1} \Rightarrow g(1) = \sqrt{4(1) - 1} = \sqrt{3} \Rightarrow 3f(1) + [g(1)]^2 = 3(7) + \sqrt{3}^2 = 21 + 3 = 24$	۱
۱۴	$D_f = \{2, 3, 4, 5, 6\}, R_f = \{\lambda\}$ $f(x) = \sqrt{x^2 - 3} \quad \left \begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow f(2) = \sqrt{2^2 - 3} = 1 \\ x = 3 \Rightarrow f(3) = \sqrt{3^2 - 3} = \sqrt{6} \\ x = \sqrt{3} \Rightarrow f(\sqrt{3}) = \sqrt{\sqrt{3}^2 - 3} = 0 \end{array} \right.$ $\Rightarrow D_f = \{2, 3, \sqrt{3}\}, R_f = \{0, 1, \sqrt{6}\}$	۱/۵
۱۵	<p>آ) تابع است، چون عضوهای اول (xها) همگی مختلف هستند.</p> <p>ب) تابع نیست، چون از عدد ۱۰ در مجموعه A فلشی خارج نشده است.</p> <p>پ) تابع نیست، زیرا اگر مثلاً x را صفر فرض کنیم خواهیم داشت:</p> <p>ت) تابع است، چون هر خط عمودی دلخواه که رسم کنیم، نمودار را در ۱ نقطه قطع می‌کند نه بیشتر.</p>	۲
۲۰	جمع نمره	