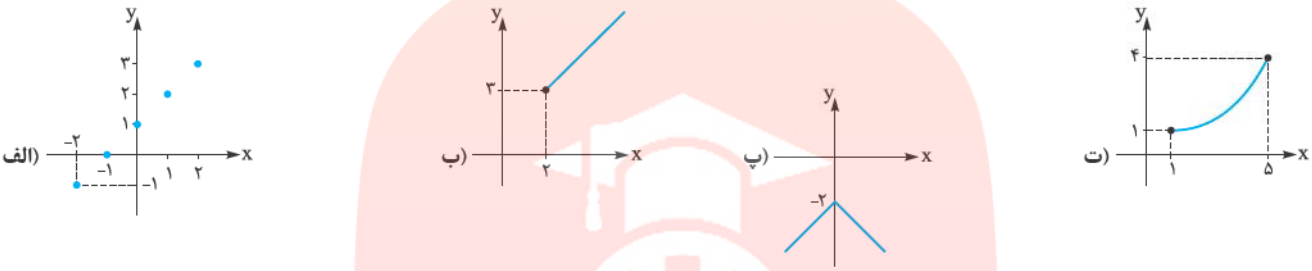


ریاضی و آمار (۱)		رشته: ادبیات و علوم انسانی	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
ردیف	آزمون شماره ۱		
نمره	نوبت اول پایه دهم دوره متوسطه دوم		
فصل اول			
۱	حاصل عبارتهای زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.	ب) $(5x-2)(25x^2+10x+4)$	الف) $(\frac{b}{4}-2m)^2$
۲	عبارتهای زیر را تا حد امکان تجزیه کنید.	ب) $1-t^2$	الف) $36x^2+48x+16$
۳	به کمک مثلث خیام، حاصل عبارت $(4-\sqrt{3})^5$ را به دست آورید. (نیازی به ساده کردن جواب نیست).	ت) $9x^2-12x-5$	پ) x^6-64x^2
۴	عبارت گویای $\frac{3x^2-3}{x^2-100}$ به ازای چه مقادیری از x تعریف نشده است؟	در این گونه سوالات، باید روش ساده شدن مثلث خیام رو بلد باشید. در واقع کاربرد اصلی مثلث خیام، اینته که ضرایب و عملیات $(a+b)^n$ و $(a-b)^n$ رو مشخص می کنه.	
۵	کسر $\frac{x^2-27}{x^2-6x+9}$ را تا حد امکان ساده کنید.	این جور سوالات خیلی توی امتحانات تکرار می شه. فقط کافیه روش های حل معادله رو بلد باشید.	
۶	حاصل عبارت $\frac{3x}{x^2-1} - \frac{x+4}{2x-2}$ را به دست آورید.	در جمع و تفریق عبارتهای گویا، اول بیننده مطرح ها قابل تجزیه شدن هستند یا نه. آگه یادتون بره که مطرح ها رو تجزیه کنین. معادلاتتون خیلی طولانی می شه.	
فصل دوم			
۷	حاصل جمع عددی با مربعش ۳۰ است. با تشکیل یک معادله، این عدد را به دست آورید. (مسئله چند جواب دارد؟)		
۸	معادلات زیر را به روش های خواسته شده حل کنید.	الف) $5x^2 = 6x$ (تجزیه)	ب) $x^2 - 4x - 10 = 0$ (مربع کامل)
۹	معادله گویای مقابل را حل کنید. آیا جواب یا جواب های آن قابل قبول است؟	پ) $x^2 - x + 12 = 0$ (روش کلی یا دلتا)	ر) $\frac{2}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2} = 3$
۱۰	در یک کارخانه تولید فولاد، از روز یکشنبه، تولید هر روز نسبت به روز قبل ۳ برابر می شود. در پایان روز چهارشنبه، تولید فولاد به سقف ۱۶۲ هزار تن رسیده است. مجموع تولید در این پنج روز چه قدر بوده است؟ (اولین روز کاری، شنبه است)	پس از حل معادلات گویا (کسری) یادتون نره جواب یا جواب ها رو در مطرح ها بنذارید. هیچ مطرحی نباید صفر بشه.	
www.my-dars.ir			
فصل سوم			
۱۱	تابع بودن یا نبودن هر یک از رابطه های زیر را بررسی کنید.	ب) $y^2 = x^2 + 5$	الف) $f = \{(1, 3), (4, 8), (5, 10)\}$
۱۲	با فرض آن که $f: A \rightarrow B$ و $A = \{-2, 0, 2\}$ و $f(x) = x^2 - 3x + 1 $	ت) 	ب) 
۱۵	تقریباً توی همه امتحانات، به سوال در مورد بررسی تابع بودن یا نبودن رابطه ها مطرح می شه، پس تشفیخن تابع رو جدی بگیرید لطفاً.	برد تابع f را به دست آورید؛ سپس نمودار بیگانه و نمودار مختصاتی و جدول آن را رسم کنید.	

ردیف	آزمون شماره ۱	رشته: ادبیات و علوم انسانی	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	kheilisabz.com	نمره
۱۳	معادلات درآمد و هزینه در یک شرکت به صورت $R(x) = -x^2 + 6x$ و $C(x) = x + 4$ می باشد. (R درآمد و C هزینه است). الف) معادله سود شرکت را به دست آورید. ب) بیشترین سود شرکت چه قدر است؟ پ) نقطه یا نقاط سربه سر را به دست آورید. ت) به ازای تولید چه مقدار کالا، سوددهی خواهیم داشت؟	۲	نوبت اول پایه دهم دوره متوسطه دوم	۲	۲
۱۴	دامنه و برد توابع زیر را تعیین کنید.	۲	یادتون باشه که دامنه یعنی مصوره تغییرات x و برد یعنی مصوره تغییرات y.	۲	۲
					
	موفق باشید				۲۰
	جمع نمرات				۲۰



پاسخنامه تشریحی

آزمون شماره ۱ (نوبت اول)

۱- الف) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \Rightarrow \left(\frac{b}{f} - ym\right)^2$

$= \left(\frac{b}{f}\right)^2 - 2\left(\frac{b}{f}\right)(ym) + (ym)^2 = \frac{b^2}{f^2} - \frac{2}{f}b^m ym + y^2 m^2 - 2am^2$

ب) $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3 \Rightarrow (\Delta x - 2)(25x^2 + 10x + 4)$
 $= (\Delta x)^3 - 2^3 = 125x^3 - 8$

۲- الف) $36x^2 + 48x + 16 = 4(9x^2 + 12x + 4) = 4(3x+2)^2$

ب) $a^2 - b^2 = (a-b)(a^2+ab+b^2) \Rightarrow 1^2 - t^2 = (1-t)(1^2+1t+t^2) = (1-t)(1+t+t^2)$

پ) $x^2 - 64x^2 = x^2 \left(\frac{x^2}{x^4} - 64\right) = x^2 \left(\frac{x^2}{x^4} - 64\right) = x^2 \left(\frac{x^2}{x^4} - 64\right)$
 اتحاد مزدوج اتحاد مزدوج
 $= x^2(x - \sqrt{8})(x + \sqrt{8})(x^2 + 8)$

ت) $9x^2 - 12x - 5 = (3x)^2 - 4(3x) - 5 = (3x-5)(3x+1)$

اتحاد جمله مشترک (۳x جمله مشترک است)

۳- از ردیف ششم مثلث خیام نتیجه می‌گیریم که:

$(a+b)^5 = 1a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1b^5$

حال در عبارت $(4-\sqrt{3})^5$ عدد ۴ را a و عدد $-\sqrt{3}$ را b فرض می‌کنیم:

$\Rightarrow (4-\sqrt{3})^5 = 4^5 + 5(4)^4(-\sqrt{3}) + 10(4)^3(-\sqrt{3})^2 + 10(4)^2(-\sqrt{3})^3 + 5(4)(-\sqrt{3})^4 + (-\sqrt{3})^5$
 $= 1024 - 1280\sqrt{3} + 1920 - 480\sqrt{3} + 180 - 9\sqrt{3} = 3124 - 1769\sqrt{3}$

البته معمولاً در امتحانات مدارس، نیازی به ساده کردن جواب نیست؛ یعنی همین که حاصل $(4-\sqrt{3})^5$ را به کمک فرمول گفته شده باز کنید، کافی است.

۴- $x^2 - 100 = 0 \Rightarrow x^2 = 100 \xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm 10$

۵- اتحاد جاق و لاغر

$\frac{x^2 - 27}{x^2 - 6x + 9} = \frac{x^2 - 3^3}{x^2 - 3^2} = \frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{(x-3)^2} = \frac{x^2+3x+9}{x-3}$

۶- عبارت $\frac{3x}{(x-1)(x+1)} - \frac{x+4}{2(x-1)} = \frac{6x - (x+4)(x+1)}{2(x-1)(x+1)} = \frac{6x - x^2 - x - 4x - 4}{2(x-1)(x+1)} = \frac{-x^2 + x - 4}{2(x-1)(x+1)}$
 - عدد مطلوب را x در نظر می‌گیریم و خواهیم داشت:

$x + x^2 = 3 \Rightarrow x^2 + x - 3 = 0 \Rightarrow (x+6)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+6=0 \Rightarrow x=-6 \\ x-5=0 \Rightarrow x=5 \end{cases}$
 پس مسئله دو جواب دارد.

۸- الف) $\Delta x^2 = 6x \Rightarrow \Delta x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(\Delta x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ \Delta x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{6}{\Delta} \end{cases}$

ب) $x^2 - 4x - 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 10 \xrightarrow{\text{عدد } \frac{b^2}{4} = \frac{(-4)^2}{4} = 4}$
 را به طرفین می‌افزاییم
 $\Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 10 + 4$
 اتحاد مربع

$\Rightarrow (x-2)^2 = 14 \xrightarrow{\text{جذر}} x-2 = \pm\sqrt{14} \Rightarrow \begin{cases} x-2 = \sqrt{14} \Rightarrow x = 2 + \sqrt{14} \\ x-2 = -\sqrt{14} \Rightarrow x = 2 - \sqrt{14} \end{cases}$

پ) $\downarrow \downarrow \downarrow$
 $ax^2 - bx + c = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(12) = 1 - 48 = -47$
 معادله جواب ندارد. چون دلتا عددی منفی شده است.

۹- $\frac{2}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2} = 3 \xrightarrow{\text{مخرج مشترک می‌گیریم}} \frac{2(x-2)+1}{(x-2)^2} = 3$

$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 2(x-2)^2 = 3(x-2)^2 + 1 \Rightarrow 2(x^2 - 4x + 4) = 3x^2 - 6x + 4 + 1$
 $\Rightarrow 2x^2 - 12x + 12 - 2x + 2 = 3x^2 - 6x + 5 \Rightarrow 3x^2 - 14x + 15 = 0$

$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 196 - 180 = 16 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{14 \pm 4}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{14+4}{6} = 3 \\ x = \frac{14-4}{6} = \frac{5}{3} \end{cases}$

هر دو جواب قابل قبول اند؛ چون در معادله اصلی، هیچ مخرجی را به صفر تبدیل نمی‌کنند.

۱۰- اگر تولید روز شنبه را x فرض کنیم خواهیم داشت:

$x \xrightarrow{\text{شنبه}} 3x \xrightarrow{\text{یکشنبه}} 9x \xrightarrow{\text{دوشنبه}} 27x \xrightarrow{\text{سهشنبه}} 81x \Rightarrow 81x = 162 \Rightarrow x = 2$

هزار تن $242 = 121(2) = 121x = 121 \times 2 = 81x + 27x + 9x + 3x + x$ مجموع تولیدات پنج روز
 ۱۱- الف) تابع است؛ چون عضوی اول زوج مرتب‌ها، همگی مختلف هستند.

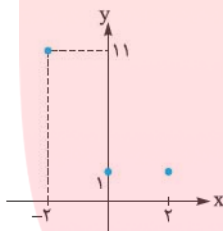
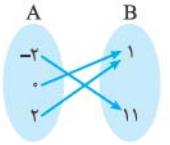
ب) تابع نیست؛ چون از عدد ۷ دو فلش خارج شده است.

پ) تابع است؛ چون هر خط عمودی دلخواه که رسم کنیم نمودار را در یک نقطه قطع می‌کند.

ت) تابع نیست؛ چون توان y زوج است و مثلاً اگر x به عدد صفر را نسبت دهیم برای y دو مقدار مختلف بدست می‌آید: $y = \pm\sqrt{x}$ $\xrightarrow{\text{جذر}} y^2 = x$

$f(x) = |x^2 - 3x + 1|$
 $x = -2 \Rightarrow f(-2) = |(-2)^2 - 3(-2) + 1| = 11$
 $x = 0 \Rightarrow f(0) = |0^2 - 3(0) + 1| = 1$
 $x = 2 \Rightarrow f(2) = |2^2 - 3(2) + 1| = 1$

$\Rightarrow R_f = \{1, 11\}$



۱۳- الف) $P(x) = R(x) - C(x) = -x^2 + 6x - x - 4 = -x^2 + 5x - 4$

ب) $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{2(-1)} = \frac{5}{2}$ در تابع سود $P_{\max} = -\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 5\left(\frac{5}{2}\right) - 4$

$= -\frac{25}{4} + \frac{25}{2} - 4 = \frac{-25 + 50 - 16}{4} = \frac{9}{4} = 2.25$ سود بیشترین سود

پ) برای یافتن نقطه یا نقاط سربه‌سر باید تابع سود را مساوی صفر قرار دهیم:

$P(x) = 0 \Rightarrow -x^2 + 5x - 4 = 0 \xrightarrow{\times(-1)} x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-1) = 0$
 اتحاد جمله مشترک

$\Rightarrow \begin{cases} x-4=0 \Rightarrow x=4 \\ x-1=0 \Rightarrow x=1 \end{cases}$

ت) به ازای تولید $x < 4$ از کلای موردنظر سوددهی خواهیم داشت.

الف) $\begin{cases} D_f = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \\ R_f = \{-1, 0, 1, 2, 3\} \end{cases}$ ب) $\begin{cases} D_f = \{x | x \geq 2\} \\ R_f = \{y | y \geq 3\} \end{cases}$

پ) $\begin{cases} D_f = \mathbb{R} \\ R_f = \{y | y \leq -2\} \end{cases}$ ت) $\begin{cases} D_f = \{x | 1 \leq x \leq 5\} \\ R_f = \{y | 1 \leq y \leq 4\} \end{cases}$

گروه آموزشی عصر

ASR_Group@outlook.com

@ASRschool2