

## فصل ۷

# آمار و احتمال

### ۱.۷ احتمال و اندازه‌گیری شانس

تاریخچه‌ی دقیقی از شروع احتمال در گذر زمان در دسترس نیست. از دوران یونان باستان آنها درباره‌ی شانس صحبت کرده‌اند و به مسئله کمی بعد متافیزیکی داده‌اند. نخستین مطالعه‌ی جدی در باب احتمال در قرن شانزدهم و ابتدای قرن هفدهم توسط جیرولامو کاردانو (۱۵۷۶-۱۵۰۱) ایتالیایی صورت گرفت. تنها یک مسئله است که آن را ریشه‌ی شاخه‌ی احتمالات می‌دانند و به مسئله امتیازها معروف است. در این مسئله چگونگی تقسیم جایزه‌ی بازی شانسی نیمه تمام بین دو بازیکن فرضی هم‌قدرت، با داشتن امتیازهای دو بازیکن در موقع قطع بازی و تعداد امتیازهای لازم برای بردن بازی خواسته شده است. این مسئله را کاردانو و تارتاگلیا نیز مورد بررسی قرار داده بودند، اما پیشرفت واقعی در سال ۱۹۵۴ رخ داد. یک قمارباز حرفه‌ای زیرک طی نامه‌ای به بلز پاسکال علت عدم تطبیق تجربه شخصی با واقعیت تئوری این مسئله را جویا شده بود. پاسکال به مسئله علاقمند شد و طی نامه‌ای آن را به اطلاع پی‌یر فرما رساند. از اینجا به بعد مکاتبات زیادی بین این دو بزرگ مرد تاریخ ریاضیات شکل گرفت که شالوده‌ی احتمالات را تشکیل دادند. فرما و پاسکال مسئله را جداگانه حل کردند با این تفاوت که پاسکال مسئله را در حالت کلی حل کرد. پدیده‌های پیرامون ما در حالت کلی به دو دسته تقسیم می‌شوند:

نتیجه از قبل قابل پیش بینی است  $\rightarrow$  پدیده‌های قطعی  $\rightarrow$  پدیده‌ها  
نتیجه از قبل غیرقابل پیش بینی است  $\rightarrow$  پدیده‌های تصادفی

در بحث احتمال پدیده‌های تصادفی بررسی می‌شوند و با پدیده‌های قطعی کاری نخواهیم داشت. منظور از یک آزمایشی تصادفی در تمام این فصل آزمایشی است که نتیجه‌ی آن از قبل قابل پیش بینی نباشد. در هر آزمایش تصادفی مجموعه‌ای وجود دارد که شامل تمام نتایج ممکنه در آن آزمایش تصادفی است. به چنین مجموعه‌ای فضای نمونه گوییم.

**تعریف ۱.۷.** در هر آزمایش تصادفی به مجموعه‌ای که شامل تمام حالات ممکنه از آن آزمایش تصادفی باشد فضای نمونه گوئیم و آن را با حرف  $S$  نشان می‌دهیم. همچنین به هر زیرمجموعه دلخواه از  $S$  یک پیشامد یا رخداد گوئیم. پس  $A$  یک پیشامد است هرگاه:  $A \subseteq S$  باشد.

**مثال ۱.۷.** فضای نمونه هر یک از آزمایش‌های تصادفی ذکر شده در موارد زیر را معین کنید.

۱. فضای نمونه پرتاب یک سکه.

۲. فضای نمونه پرتاب دوسکه.

۳. فضای نمونه پرتاب سه سکه.

۴. فضای نمونه پرتاب یک تاس.

۵. فضای نمونه پرتاب دو تاس.

۶. فضای نمونه برای جنسیت فرزندان یک خانواده سه فرزندی.

۷. فضای نمونه پرتاب یک سکه و یک تاس.

۸. فضای نمونه انتخاب ۲ نفر از بین ۵ نفر.

**مثال ۲.۷.** در یک خانواده با ۴ فرزند پیشامد داشتن ۳ پسر را تعیین کنید. پیشامد داشتن حداقل ۳ پسر چیست؟ پیشامد برابر بودن تعداد دختران و پسران چیست؟

**مثال ۳.۷.** در کیسه‌ای ۳ مهره‌ی آبی و ۲ مهره‌ی قرمز وجود دارد. دو مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. پیشامد اینکه این دو هم‌رنگ باشند را بنویسید.

**مثال ۴.۷.** دو تاس را با هم پرتاب کرده‌ایم. پیشامدهای زیر را بنویسید.

۱. اعداد رو شده برابر باشند.

۲. مجموع اعداد رو شده ۷ شود.

۳. مجموع اعداد رو شده عددی اول باشد.

## عملیات بر پیشامدها

چون پیشامدها زیرمجموعه‌های فضای نمونه هستند، امکان ترکیب کردن آنها و ساختن پیشامدهای جدید وجود دارد.

اشتراک دو پیشامد: اگر  $A, B \subseteq S$  دو پیشامد دلخواه باشند  $A \cap B$  پیشامد وقوع هر دو  $A$  و  $B$  بطور همزمان است. مثلاً در پرتاب یک تاس اگر  $A$  پیشامد آمدن عدد زوج و  $B$  پیشامد اینکه عدد اول بیاید باشد

آنگاه  $A \cap B$  به معنای زوج و اول آمدن است. و لذا:

$$A \cap B = \{2\}$$

اجتماع دو پیشامد: پیشامد  $A \cup B$  به معنای وقوع  $A$  یا  $B$  یا هر دوی آنهاست. مانند حالت قبل داریم:

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

تفاضل دو پیشامد: پیشامد  $A - B$  به معنای رخ دادن  $A$  و رخ ندادن  $B$  است. مانند حالت قبل داریم:

$$A - B = \{4, 6\}$$

متمم یک پیشامد: پیشامد  $A'$  به معنای رخ ندادن  $A$  است. مانند حالت قبل داریم:

$$A' = \{1, 3, 5\}$$

تفاضل متقارن دو پیشامد: می‌دانیم  $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ . پس پیشامد  $A \Delta B$  به معنای رخ دادن  $A$  و رخ ندادن  $B$  یا رخ دادن  $B$  و رخ ندادن  $A$  است. بعبارت دیگر فقط یکی از  $A$  یا  $B$  رخ دهد. مانند حالت قبل:

$$A \Delta B = \{3, 4, 5, 6\}$$

پیشامدهای ناسازگار: دو پیشامد  $A$  و  $B$  را ناسازگار گوئیم هرگاه:  $A \cap B = \emptyset$

**مثال ۵.۷.** دو تیم «الف» و «ب» با دو تیم «ج» و «د» در دو زمین جداگانه بازی می‌کنند. اگر  $A$  پیشامد برنده شدن تیم «الف» و  $B$  پیشامد برنده شدن «ب» باشد پیشامدهای زیر را تشریح کنید.

$$A \cap B, A \cup B, A - B, B - A, A' \cup B', A' \cap B', B \cup A'$$

**مثال ۶.۷.** دو تاس با رنگ‌های آبی و قرمز را پرتاب می‌کنیم. پیشامدهای خواسته شده را بنویسید.

۱. پیشامد  $A$ : هر دو تاس فرد باشند.

۲. پیشامد  $B$ : مجموع دو تاس عدد ۶ باشد.

۳. پیشامد  $C$ : تاس آبی مضرب ۳ بیاید.

۴. پیشامد اینکه هر دو تاس فرد و مجموع ۶ آمده باشد.

۵. پیشامد اینکه هر دو تاس فرد یا مجموع دو تاس ۶ بیاید.

۶. پیشامد  $A - C$  چیست؟

۷. پیشامد  $C - B$  را توصیف کنید.

۸. آیا پیشامدهای «مجموع دو تاس ۷ بیاید» و «هر دو تاس زوج بیایند» ناسازگارند؟

## اندازه‌گیری احتمال

برای اندازه‌گیری شانس در آزمایش تصادفی روش‌های متعددی وجود دارد. یکی از این روش‌ها روش آماری است. به این معنی که آزمایش را به دفعات زیاد انجام می‌دهیم و نتیجه‌های مشاهده شده و مطلوب را بر تعداد کل دفعات آزمایش تقسیم می‌کنیم و عدد حاصل را شانس آن پیشامد در نظر می‌گیریم. یکی دیگر از روشها، روش ذهنی است. کارشناس فوتبال بر اساس تجربیات خود حدس می‌زند که تیم  $A$  به احتمال مثلاً ۶۰٪ برنده خواهد شد. روش دیگر استفاده از اصول موضوعه احتمال و استخراج مابقی قوانین آن از همان چند اصل ابتدایی است که برای اولین آشنایی در احتمال چندان مناسب نیست. اما یکی از مفیدترین و ساده‌ترین روش‌ها محاسبه احتمال از طریق شمارش تعداد اعضای پیشامد و فضای نمونه و تقسیم آنها بر یک دیگر است.

**تعریف ۲.۷.** فرض کنید  $S$  یک فضای نمونه و  $A \subseteq S$  یک پیشامد دلخواه باشد. شانس وقوع پیشامد  $A$  را که با نماد  $P(A)$  نشان می‌دهیم بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{|A|}{|S|} = \frac{\text{تعداد حالات مساعد یا مطلوب}}{\text{تعداد کل حالات ممکنه}}$$

**مثال ۷.۷.** فرض کنیم که هر یک از اعداد دورقمی که با ارقام ۲ و ۳ و ۴ و بدون تکرار رقم می‌توانیم بسازیم را روی کارت‌های مشابه نوشته و در کیسه‌ای قرار می‌دهیم. سپس یک کارت به تصادف خارج می‌کنیم. شانس بیرون آمدن عدد زوج بیشتر است یا عدد فرد؟

**مثال ۸.۷.** در جعبه‌ای ۴ مهره آبی و ۳ مهره قرمز وجود دارد. اگر از این جعبه سه مهره به تصادف خارج کنیم چقدر احتمال دارد که:

۱. هر سه مهره آبی باشند؟

۲. هر سه مهره هم‌رنگ باشند؟

۳. دقیقاً ۲ مهره هم‌رنگ باشند؟

**مثال ۹.۷.** اگر حروف کلمه «جهانگردی» را به تصادف کنار هم قرار دهیم، چقدر احتمال دارد که:

۱. حرف «ی» آخر باشد؟

۲. دو حرف «ی» و «د» کنار هم باشند؟

۳. با حرف «ج» شروع و به حرف «ی» ختم شود؟

**مثال ۱۰.۷.** در یک خانواده سه فرزندی احتمال داشتن حداقل ۲ پسر را بیابید.

**مثال ۱۱.۷.** در پرتاب دو تاس احتمال اینکه مجموع دو تاس عددی اول باشد را بدست آورید.

ممکن است تا اینجا پرسشی مهم ذهن شما را مشغول کرده باشد. احتمال پیشامدهای مرکب را چگونه محاسبه کنیم. مثلاً  $P(A - B)$  و یا  $P(A \cup B)$  را چگونه می‌توان بر حسب احتمال  $P(A)$  و یا عبارات دیگر بیان کرد. در قسمت بعدی با ارائه‌ی اصول کولموگروف به دنبال یافتن پاسخ پرسش‌های بالا هستیم.

در این بخش اشاره‌ای به اصول سه‌گانه کولموگروف<sup>۱</sup> و نتایج آن خواهیم داشت.

## اصول کولموگروف

فرض کنید  $S$  یک فضای نمونه باشد و  $A \subseteq S$  یک پیشامد دلخواه. اصول سه‌گانه‌ی کولموگروف عبارتند از:

۱. همواره  $0 \leq P(A) \leq 1$ .

۲. همواره  $P(S) = 1$ .

۳. اگر دو پیشامد  $A$  و  $B$  ناسازگار باشند یعنی  $A \cap B = \emptyset$  آنگاه:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

## نتایج اصول کولموگروف

قضیه ۱. اگر  $C, B, A$  سه مجموعه دویدو مجزا باشند یعنی اشتراک هر جفت از آن‌ها تهی باشد، آنگاه:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

قضیه ۲. اگر داشته باشیم  $A \subseteq B$  آنگاه:

الف.  $P(A) \leq P(B)$ .

ب.  $P(B - A) = P(B) - P(A)$ .

قضیه ۳. در حالت کلی برای هر دو پیشامد دلخواه داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

یکی دیگر از نتایج مهم اصول سه‌گانه فوق رابطه‌ی بین یک پیشامد و متمم آن است. پیشامد  $A$  و متمم  $A'$  را در نظر بگیرید. چون  $A \cup A' = S$  است پس  $P(A \cup A') = 1$  خواهد بود و لذا:

$$P(A') = 1 - P(A)$$

www.my-dars.ir

**مثال ۱۲.۷.** اگر  $P(B) = \frac{2}{3}$ ,  $P(A') = \frac{1}{5}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{3}{5}$  باشد مطلوبست محاسبه:  $P(A \cup B)$  و  $P(A - B)$ .

<sup>۱</sup>آندره‌ی کولموگروف متولد ۱۹۰۳ در تامبوف روسیه بود. پدرش دانشجوی رشته‌ی کشاورزی بود و در زمان تولد آندره‌ی تبعید شد. مادرش نیز در بدو تولد وی از دنیا رفت و خاله‌ی وی سرپرستی‌اش را به عهده گرفت و آندره‌ی در خانه پدر بزرگش بزرگ شد. پس از اتمام دوره‌ی دبیرستان وی مدتی سوزن‌بان شرکت راه‌آهن شد و در اوقات فراغت رساله‌ای بر مکانیک نیوتنی نوشت. وی در سال ۱۹۲۰ به دانشگاه مسکو رفت و در ۱۹۲۹ دوره‌ی دکترای خود را تحت نظر یکی از بزرگترین ریاضیدانان آن دوره یعنی لوزین به اتمام رسانید. وی تا سال ۱۹۳۰ مجموعاً ۱۸ مقاله بین‌المللی نوشت و باعث شد چهره‌ی سرشناسی در دنیا شود. وی در نظریه احتمالات، توپولوژی، آنالیز ریاضی و ... کار کرده است. کولموگروف جوایز متعددی در زمان حیاتش به واسطه‌ی فعالیت هایش دریافت کرد و سرانجام در سال ۱۹۸۷ در مسکو از دنیا رفت.

**مثال ۱۳.۷.** احتمال اینکه شخصی در ریاضی قبول شود  $55\%$  و در شیمی  $60\%$  است. احتمال اینکه لااقل در یکی از این دو درس قبول شود  $75\%$  است. احتمال اینکه در هر دو درس قبول شود را بیابید.

**مثال ۱۴.۷.** عددی به تصادف از مجموعه  $\{1, 2, 3, \dots, 1000\}$  انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه این عدد بر  $4$  بخش‌پذیر باشد اما بر  $7$  بخش‌پذیر نباشد را بیابید.

**مثال ۱۵.۷.** در یک خانواده سه فرزند، احتمال اینکه  $2$  فرزند پسر و  $3$  فرزند دختر باشند را بیابید.

**مثال ۱۶.۷.** حروف کلمه‌ی *ATAXIA* را بریده و به تصادف کنار هم قرار می‌دهیم. به چه احتمالی هر سه حرف *A* کنار هم قرار می‌گیرند؟

$$\frac{1}{5}(1) \quad \frac{1}{5}(2) \quad \frac{1}{4}(3) \quad \frac{1}{3}(4)$$

**مثال ۱۷.۷.** اعداد یک تا شش را روی  $6$  کارت یکسان نوشته و به تصادف دو کارت از بین آنها خارج می‌کنیم. با کدام احتمال جمع این دو کارت زوج است؟

$$\frac{1}{2}(1) \quad \frac{4}{9}(2) \quad \frac{2}{5}(3) \quad \frac{5}{9}(4)$$

**مثال ۱۸.۷.** از هر  $4$  گروه آزمایشی به ترتیب  $3$  و  $2$  و  $1$  نفر داوطلب شرکت در آزمونی هستند. اگر به تصادف  $4$  نفر از بین آنها معرفی شوند با کدام احتمال از هر گروه یک نفر معرفی شده‌اند؟

$$\frac{1}{8}(1) \quad \frac{1}{7}(2) \quad \frac{3}{14}(3) \quad \frac{2}{21}(4)$$

**مثال ۱۹.۷.** پنج مهره‌ی سفید با شماره‌های  $1$  تا  $5$  و هم‌چنین پنج مهره‌ی سیاه با شماره‌های  $1$  تا  $5$  که همگی یکسان هستند را در ظرفی قرار می‌دهیم و سپس به تصادف دو مهره از بین آنها بیرون می‌آوریم. اگر مجموع شماره‌های هر دو مهره  $6$  باشد با کدام احتمال هر دو مهره هم‌رنگ هستند؟

$$\frac{2}{5}(1) \quad \frac{4}{9}(2) \quad \frac{5}{9}(3) \quad \frac{3}{5}(4)$$

**تمرین ۱۰.۷.** در پرتاب سه سکه پیشامدهای زیر را بدست آورید.

۱. هر سه سکه یکسان بیایند.
۲. دقیقاً دو سکه پشت بیایند.
۳. اقل‌ها دو سکه پشت بیایند.

**تمرین ۲۰.۷.** در پرتاب دو تاس پیشامدهای زیر را بیابید.

۱. مجموع شماره‌های رو شده مضرب  $5$  باشد.
۲. قدرمطلق تفاضل عددهای رو شده مساوی یک باشد.
۳. یکی از دو عدد رو شده دو برابر دیگری باشد.
۴. یکی از دو شماره‌ی رو شده از دو برابر دیگری بیشتر باشد.

**تمرین ۳.۷.** در کیسه‌ای ۳ مهره سفید و ۵ مهره سیاه وجود دارد. دو مهره به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. اولاً پیشامد اینکه هر دو مهره سیاه باشند را بیابید. ثانیاً پیشامد اینکه دو مهره خارج شده هم‌رنگ باشند.

**تمرین ۴.۷.** در کیسه‌ای ۲۰ کارت با شماره‌های ۱ تا ۲۰ نوشته شده است. یک کارت را به تصادف خارج کرده‌ایم. پیشامد اینکه کارت مضرب ۲ یا ۳ باشد را بیابید.

**تمرین ۵.۷.** از مجموعه  $\{۱۰۱, ۱۰۲, \dots, ۶۰۰\}$  یک عدد به تصادف انتخاب کرده‌ایم. به چه احتمالی این عدد مضرب ۵ می‌باشد ولی بر ۶ بخش پذیر نیست یا مضرب ۵ نیست ولی به ۶ بخش پذیر است؟

**تمرین ۶.۷.** برای دو پیشامد  $A, B$  داریم  $P(A \Delta B) = \frac{۶}{۱۰}$ ،  $P(A) = ۲P(B) = \frac{۸}{۱۰}$  است. مطلوبست محاسبه  $P(B' \cap A)$ .

**تمرین ۷.۷.** اگر داشته باشیم  $P(A') = \frac{۱}{۳}$ ،  $P(A \cup B) = ۲P(B)$ ،  $P(A' \cup B') = \frac{۱}{۲}$  باشد، مطلوبست محاسبه  $P(B)$ .

**تمرین ۸.۷.** ثابت کنید برای هر دو پیشامد دلخواه:  $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - ۱$

**تمرین ۹.۷.** برای دو پیشامد  $A, B$  داریم:  $P(B) = ۲P(A) = P(A \cap B)$ ،  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ ،  $P(A' \cap B')$  مطلوبست محاسبه  $P(A)$ .

**تمرین ۱۰.۷.** از مجموعه  $\{۱, ۲, ۳, \dots, ۱۰۰۰\}$  عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. مطلوبست محاسبه:

۱. احتمال اینکه عدد بر ۳ یا ۵ بخش پذیر باشد.

۲. احتمال اینکه عدد بر ۳ بخش پذیر نباشد و بر ۵ هم بخش پذیر نباشد.

**تمرین ۱۱.۷.** در یک خانواده سه فرزندی می‌دانیم فرزند اول دختر است. با کدام احتمال لااقل یکی از فرزندان پسر است؟

$$\frac{۱}{۳}(۱) \quad \frac{۱}{۲}(۲) \quad \frac{۵}{۸}(۳) \quad \frac{۳}{۴}(۴)$$

**تمرین ۱۲.۷.** در آزمایشگاهی ۷ موش نگهداری می‌شود که بر روی ۳ موش آزمون مهارت انجام شده است. اگر ۲ موش از بین آنها به تصادف خارج شود با کدام احتمال لااقل بر روی یکی از آن دو آزمون انجام شده است؟

$$\frac{۱۰}{۲۱}(۱) \quad \frac{۴}{۷}(۲) \quad \frac{۵}{۷}(۳) \quad \frac{۱۶}{۲۱}(۴)$$

**تمرین ۱۳.۷.** بر روی هر یک از چندکارت یکسان اعداد سه رقمی حاصل از جایگشت ترکیبات مجموعه اعداد  $\{۲, ۴, ۵, ۶, ۷\}$  را نوشته و به تصادف یک کارت از بین آنها بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال دورقم از اعداد این کارت‌ها فرد می‌باشند؟

$$\frac{۲}{۱۰}(۱) \quad \frac{۲۵}{۱۰۰}(۲) \quad \frac{۳}{۱۰}(۳) \quad \frac{۴}{۱۰}(۴)$$

**تمرین ۱۴.۷.** سه تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال اعداد رو شده مضرب ۳ نیستند؟

$$\frac{2}{3} (۴) \quad \frac{19}{27} (۳) \quad \frac{4}{9} (۲) \quad \frac{8}{27} (۱)$$

**تمرین ۱۵.۷.** هریک از اعداد ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶ را روی شش گوی یکسان نوشته‌ایم. بطور تصادفی و متوالیا گوی‌ها را خارج می‌کنیم. با کدام احتمال اعداد فرد یا زوج یک در میان خارج می‌شوند؟

$$\frac{2}{10} (۴) \quad \frac{15}{100} (۳) \quad \frac{12}{100} (۲) \quad \frac{1}{10} (۱)$$

## ۲.۷ مقدمه‌ای بر آمار، جامعه و نمونه

در زندگی روزمره انسان‌ها به کرات و بدون آنکه متوجه باشند از جملات آماری استفاده می‌کنند. مثلاً در محاوره و دربارهی این پرسش که در شبانه‌روز چندساعت می‌خوابید و پاسخ « بنده در هر شبانه روز و بطور میانگین حدود ۸ ساعت می‌خوابم » و یا این جمله‌ی « اگر مدت زمان مطالعه را دو برابر کنی شانس قبولی در امتحان پایانی شما ۵۰ درصد افزایش می‌یابد » همگی جملاتی هستند که مبین مفاهیم آماری و یا روش آماری هستند. بطور کلی می‌توان علم آمار را مبتنی بر ۴ مرحله زیر در نظر گرفت:

۱. طرح و انجام آزمایش برای دستیابی به اطلاعات عددی و یا هر روشی که منجر به گردآوری داده‌ها شود.
۲. جمع بندی و سازماندهی اطلاعات عددی بدست آمده برای درک و فهم بهتر موضوع.
۳. تحلیل و تفسیر و آنالیز دقیق اطلاعات عددی بدست آمده.
۴. نتیجه‌گیری براساس اطلاعات بدست آمده از قسمت‌های فوق و پیش‌بینی آینده‌ی موضوع مورد بحث.

**تعریف ۳.۷.** تعریف آمار و علم آمار: آمار، مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است. علم آمار مجموعه روشهایی است که شامل جمع آوری اعداد و ارقام، سازماندهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی میشود.

منظور از پیش‌بینی آینده، پیشگویی‌هایی به سبک نوستراداموس نیست. در اینجا براساس یک الگوی بدست آمده از اطلاعات عددی بطور تصادفی و نه لزوماً قطعی می‌توان آینده‌ی موضوعی را بررسی کرد. به عنوان مثال نظرسنجی برای تعیین نتیجه‌ی انتخابات در یک کشور، چنانچه بر اساس موازین علمی و درست انجام شود می‌تواند قبل از روز رای‌گیری نتیجه را مشخص کند و در این مورد نمونه‌های بسیار زیادی در دنیا و در کشور خودمان وجود دارد که نتیجه نظرسنجی و رای‌گیری واقعی تقریباً تا ۹۵ درصد و گاهی ۱۰۰ درصد منطبق بوده‌اند.



**مثال ۲۰.۷.** مدیر یک کارخانه‌ی تولید لامپ برای بهبود کیفیت کار تصمیم گرفت که روشی آماری در پیش بگیرد و در چند روز متوالی تعداد لامپ‌های معیوب را شمارش کرده و در جدول زیر گردآوری کرده است.

روزهای کاری	روز کاری اول	روز کاری دوم	روز کاری سوم	روز کاری چهارم	روز کاری پنجم
تعداد لامپ‌های معیوب	۵۰	۷۰	۹۰	۱۲۰	۱۸۰

براساس داده‌های به دست آمده، به سؤالات زیر پاسخ دهید :

الف) روند تغییر اعداد و ارقام در این تمرین نشان دهنده‌ی چه چیزی است؟

ب) در این تمرین چه چیزی به عنوان آمار محسوب می‌شود؟

پ) بهترین تصمیمی که مدیر کارخانه براساس «علم آمار» می‌تواند بگیرد، چیست؟

توقف یا اصلاح خط تولید لامپ‌ها  ادامه خط تولید لامپ‌ها

برای انجام یک کار آماری نیاز به اطلاعات عددی داریم. این اطلاعات عددی چگونه تهیه می‌شوند؟ برای پاسخ به این پرسش نیاز به چند تعریف و اصطلاح داریم، که در زیر به معرفی و بیان آنها می‌پردازیم. اجازه دهید یک کاربرد پزشکی آمار را معرفی کنیم. شاخص توده بدنی یا  $BMI$  برای تعیین سلامت وزنی افراد توسط آدولف کوتله بلژیکی در سال ۱۸۵۰ بصورت زیر معرفی شده است:

$$BMI = \frac{W_{kg}}{(h_m)^2} = \frac{\text{وزن به کیلوگرم}}{\text{مربع قد به متر}}$$

نتیجه بدست آمده طبق جدول زیر معین می‌کند که سلامت وزنی شخص چگونه است.

طبقه‌بندی	شاخص توده بدن
کم وزن	کمتر از ۱۸/۵
وزن طبیعی	۱۸/۵ تا ۲۴/۹
اضافه وزن	۲۵ تا ۲۹/۹
چاقی درجه یک	۳۰ تا ۳۴/۹
چاقی درجه دو	۳۵ تا ۳۹/۹
چاقی درجه سه	بیشتر از ۴۰

شما می‌توانید با این دستور جالب می‌توانید شاخص توده بدنی خود و اعضای خانواده را بدست آورید. همچنین می‌توانید در کلاس درس شاخص توده بدنی بچه‌های کلاس را بدست آورید. اما پیدا کردن شاخص توده بدنی کل مدرسه شدنی اما کمی وقت گیرتر است و نهایتاً یافتن شاخص توده بدنی شیرازی‌ها تقریباً غیرممکن است. (چرا؟) پس اگر هدف بررسی میزان سلامت وزنی افراد ساکن شهر شیراز باشد تکلیف چیست؟ در اینجا می‌توان بجای بررسی اطلاعات تمام شیرازی‌ها فقط اطلاعات تعدادی از شیرازی‌ها را بررسی کرد. بر مبنای ضرب‌المثل مشت نمونه خروار است می‌توان اطلاعات همان تعداد شیرازی محدود را به جای تمام شیرازی‌ها در نظر گرفت. آن تعداد محدود شیرازی را نمونه و ساکنان شیراز را جامعه گوئیم. توجه داشته باشید که انتخاب نمونه خود آداب مفصلی دارد. هر چه نمونه را با دقت بیشتری انتخاب کنیم اطلاعات بهتر و دقیق‌تری عایدمان می‌شود.

**مثال ۲۱.۷.** در هریک از موارد نمونه مناسب و جامعه را تعیین کنید.

**تعریف ۴.۷.** **تعریف جامعه یا جمعیت:** مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره‌ی یک یا چند ویژگی آنها تحقیق صورت گیرد، جامعه یا جمعیت نامیده می‌شود و هریک از این افراد یا اشیا را عضو جامعه مینامند.

**تعریف ۵.۷.** **تعریف اندازه یا حجم جامعه** تعداد اعضای جامعه را اندازه جامعه یا حجم جامعه گویند. به عنوان مثال، دانش‌آموزان یک مدرسه میتوانند یک جامعه باشند و هریک از دانش‌آموزان مدرسه عضو این جامعه هستند.

**تعریف ۶.۷.** **تعریف نمونه بخشی از جامعه** را که برای مطالعه انتخاب شود، نمونه گویند و هریک از افراد یا اشیای انتخاب شده را عضو نمونه گویند.

**تعریف ۷.۷.** **تعریف اندازه یا حجم نمونه** تعداد اعضای نمونه را اندازه نمونه یا حجم نمونه گویند. به عنوان مثال دانش‌آموزان یک کلاس به عنوان یک نمونه از دانش‌آموزان مدرسه هستند و هریک از دانش‌آموزان کلاس، عضو نمونه محسوب میشوند.

نمونه باید اولاً تصادفی انتخاب شود به این معنی که هر عضو جامعه شانس حضور در نمونه را داشته باشد و تعداد اعضای نمونه هم باید به درستی انتخاب شود تا بیانگر ویژگی‌های جامعه باشد. مثلاً در یک کلاس ۳۰ نفری می‌توان یک نمونه ۸ نفری انتخاب کرد ولی نمونه ۸ نفری برای یک مدرسه ۵۰۰ نفری نمونه‌ی خوبی به حساب نمی‌آید.

**مثال ۲۲.۷.** در هر یک از موارد زیر جامعه و نمونه مناسب را تعیین کنید.

۱. تعیین وزن دانش‌آموزان دبیرستان غزال.

۲. تعیین میزان تحصیلات والدین دانش‌آموزان شهر شیراز.

۳. تعیین میزان انتظار بیماران در ملاقات با یک پزشک خاص.

۴. بررسی میزان مولید در ماه‌های مختلف سال در استان فارس.

۵. تعیین میزان درآمد مشاغل آزاد در اصناف حاضر در شهر شیراز.

## ۳.۷ متغیر و انواع آن

در مثال تعیین قد دانش‌آموزان صفت قد از یک محصل به محصل دیگر تغییر می‌کند و لذا بی‌مورد نیست که آنرا متغیر بنامیم. اعدادی که نشان دهنده‌ی قد هستند را مقادیر متغیر گوئیم.

**تعریف ۸.۷.** متغیر، ویژگی از اعضای یک جامعه است که بررسی و مطالعه می‌شود و معمولاً از یک عضو به عضو دیگر تغییر میکند. عددی را که به ویژگی یک عضو نسبت داده می‌شود، مقدار متغیر می‌گویند.

برخی متغیرها قابل اندازه‌گیری‌اند مثل قد و وزن و ... و برخی غیرقابل اندازه‌گیری مثل رنگ ماشین، کیفیت یک میوه، گروه خونی و ... بر این اساس باید متغیرها را طبقه بندی کنیم. جدول زیر انواع متغیرها را نشان می‌دهد.

متغیرها →	{	کیفی	{	دارای هیچ ترتیب طبیعی نیست → اسمی
			}	دارای نوعی ترتیب طبیعی است → ترتیبی
		کمی	{	اگر دو مقدار گرفت بین آنها را نمی‌تواند بگیرد → گسسته
			}	اگر دو مقدار گرفت بین آنها را نیز می‌تواند بگیرد → پیوسته

**تعریف ۹.۷.** تعریف متغیرهای کمی: متغیرهایی را که قابل اندازه‌گیری‌اند، «متغیرهای کمی» گویند. به عنوان مثال تعداد فرزندان خانواده و وزن افراد متغیرهای کمی‌اند.

**تعریف ۱۰.۷.** تعریف متغیرهای کیفی: متغیرهایی را که قابل اندازه‌گیری نیستند، «متغیرهای کیفی» گویند. به عنوان مثال گروه خونی افراد و پاسخ سؤال «میزان لذت بردن از آشپزی» متغیرهای کیفی‌اند.

**تعریف ۱۱.۷.** تعریف متغیر پیوسته: متغیری است که اگر دو مقدار  $a$  و  $b$  را بتواند اختیار کند، هر مقدار بین آنها را نیز بتواند اختیار کند. به عنوان مثال وزن یک دانش‌آموز می‌تواند ۴۶ کیلوگرم، ۴۷ کیلوگرم یا هر عددی بین این دو رقم باشد.

**تعریف ۱۲.۷.** تعریف متغیر گسسته: متغیر گسسته، متغیری است که پیوسته نباشد. به عنوان مثال تعداد فرزندان یک خانواده متغیر گسسته است.

**مثال ۲۳.۷.** نوع متغیرهای زیر را بررسی کنید.

۱. مراحل رشد یک انسان (نوزادی-کودکی-نوجوانی...).
۲. نژاد افراد (زردپوست-سفیدپوست-سیاهپوست).
۳. رنگ موی افراد.
۴. میزان محصول برنج کامفیروز.
۵. طول عمر یک ترانزیستور.
۶. تعداد نامه های یک صندوق پستی.
۷. میزان تحصیلات افراد.

**مثال ۲۴.۷.** جدول زیر را کامل کنید.

نوع متغیر	متغیر
	۱- میزان بارندگی بر حسب سانتی متر در یک شهر
	۲- نوع بارندگی (باران، برف)
	۳- تعداد شهرهایی که در یک روز هوای آفتابی دارند
	۴- میزان دمای هوا
	۵- شدت آلودگی هوا (زیاد، متوسط، کم)
	۶- انواع وضعیت هوا (آفتابی، ابری، بارانی، برفی)
	۷- شدت بارندگی (زیاد، متوسط، کم)

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

**گروه آموزشی عصر**

[ASR\\_Group@outlook.com](mailto:ASR_Group@outlook.com)

[@ASRschool2](https://www.instagram.com/ASRschool2)

تمرین ۱۶.۷. جدول زیر را کامل کنید.

متغیرهای دانش‌آموزان	متغیر کمی	متغیر کیفی	متغیر گسسته	متغیر پیوسته	متغیر ترتیبی	متغیر اسمی
سن	×			×		
نمره ریاضی نهم						
جنسیت (دختر و پسر)						
قد						
وزن						
میزان هوش (هوش بالا، متوسط، پایین)		×			×	
میزان رضایت در مدرسه (بسیار، متوسط، ضعیف)						
شاخص توده بدن						

مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

## ۴.۷ تست‌های فصل هفتم

- ۱- به متغیری که هر نوع عدد اعشاری یا صحیح را می‌توان بدان نسبت داد، چه می‌گویند؟  
 (۱) متغیر کیفی (۲) متغیر کمی (۳) متغیر گسسته (۴) متغیر پیوسته
- ۲- کدام یک از متغیرهای زیر کیفی اسمی است؟  
 (۱) دمای بدن (۲) گروه خونی (۳) هوش (۴) مقطع تحصیلی
- ۳- یکی از روش‌های نمونه‌گیری که در آن همه افراد جامعه برای انتخاب شدن شانس یکسانی دارند، ..... نام دارد.  
 (۱) نمونه‌گیری مرحله‌ای (۲) نمونه‌گیری تصادفی ساده (۳) نمونه‌گیری خوشه‌ای (۴) نمونه‌گیری گروهی
- ۴- کدام یک از متغیرهای زیر کیفی است؟  
 (۱) حجم (۲) گروه خونی (۳) قد (۴) دما
- ۵- کدام یک از متغیرهای زیر یک متغیر گسسته است؟  
 (۱) فواصل بین منازل دانش‌آموزان یک کلاس تا مدرسه (۲) معدل دانش‌آموزان یک کلاس (۳) طول عمر مفید یک یخچال (۴) میزان زاد و ولد در یک شهر بزرگ
- ۶- خانواده‌ای دارای ۵ فرزند می‌باشند به کدام احتمال این خانواده هم فرزند دختر دارد و هم فرزند پسر؟  
 (۱)  $\frac{15}{16}$  (۲)  $\frac{31}{32}$  (۳)  $\frac{7}{8}$  (۴)  $\frac{1}{32}$
- ۷- در پرتاب دو تاس احتمال آنکه مجموع ۵ آید با احتمال آنکه مجموع، کدام عدد آید، برابر است؟  
 (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰
- ۸- پیشامد A زیر مجموعه پیشامد B است بطوری که  $P(A) = \frac{1}{4}$  و  $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$  مقدار  $P(B)$  کدام است؟  
 (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{1}{3}$
- ۹- یک عدد دو رقمی که ارقام آن ۲ و ۱ و ۰ و غیر تکراری باشند انتخاب می‌کنیم. به کدام احتمال این عدد بر ۳ بخش پذیر است؟  
 (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{6}$
- ۱۰- در پرتاب دو تاس سالم مجموع چه عددی باشد تا مقدار احتمال بیشترین مقدار ممکن شود؟  
 (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰
- ۱۱- دو تاس با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال کدام پیشامد بیشترین است؟  
 (۱) جمع دو عدد ظاهر شده ۶ باشد. (۲) جمع دو عدد ظاهر شده ۱۰ باشد.  
 (۳) جمع دو عدد ظاهر شده ۷ باشد. (۴) جمع دو عدد ظاهر شده ۴ باشد.
- ۱۲- خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. به کدام احتمال این خانواده هم دختر دارد و هم پسر؟  
 (۱)  $\frac{15}{64}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{7}{8}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۳- یک عدد طبیعی دو رقمی زوج انتخاب می‌کنیم. به کدام احتمال مضرب ۵ است؟

- (۱)  $\frac{1}{10}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴)  $\frac{1}{20}$

۱۴- تمام ترکیبات دو رقمی مجموعه  $A = \{1, 2, 3\}$  را (بدون تکرار ارقام) روی کارتهای مختلف نوشته (هر ترکیب روی یک کارت) و یک کارت به تصادف از بین آنها انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی روی آن کارت عدد ۲ را مشاهده می‌کنیم؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{3}{8}$  (۴)  $\frac{5}{8}$

۱۵- سه تاس را با هم پرتاب می‌کنیم به کدام احتمال جمع اعداد ظاهر شده ۵ می‌باشد؟

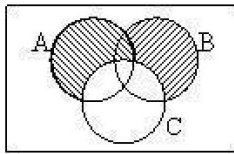
- (۱)  $\frac{1}{72}$  (۲)  $\frac{1}{108}$  (۳)  $\frac{1}{18}$  (۴)  $\frac{1}{36}$

۱۶- متغیری که فقط اعداد صحیح را بتوان به آن اختصاص داد، چه نام دارد؟

- (۱) گسسته (۲) پیوسته (۳) کمی (۴) کیفی

۱۷- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. به کدام احتمال دو عدد ظاهر شده، دو واحد با هم اختلاف دارند؟

- (۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{4}{9}$  (۴)  $\frac{2}{9}$



۱۸- اگر  $A$  و  $B$  و  $C$  سه پیشامد در فضای  $S$  باشند، شکل مقابل کدام پیشامد را معلوم می‌کند؟  
 (۱)  $A$  و  $B$  رخ دهند اما  $C$  رخ ندهد.  
 (۲)  $A$  یا  $B$  رخ دهند اما  $C$  رخ ندهد.  
 (۳)  $C$  رخ ندهد.  
 (۴)  $A$  و  $B$  رخ دهند.

۱۹- در پرتاب دو تاس با هم به کدام احتمال شماره‌ی ظاهر شده در تاس اول بزرگتر از شماره‌ی ظاهر شده در تاس دوم است؟

- (۱)  $\frac{7}{12}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{5}{12}$

۲۰- کدام یک از متغیرهای زیر کیفی است؟

- (۱) میزان تحصیلات افراد یک شهر  
 (۲) میزان آلودگی هوای یک شهر  
 (۳) میزان بارندگی سالانه‌ی یک شهر  
 (۴) میزان درآمد سالانه‌ی افراد یک شهر

۲۱- کدام یک از متغیرهای زیر کمی پیوسته است؟

- (۱) رنگ اتوبوس‌های شرکت واحد در شهر تهران  
 (۲) مقاومت یک ترانزیستور  
 (۳) وضعیت تأهل پزشکان یک بیمارستان  
 (۴) سن دانشجویان فارغ‌التحصیل یک دانشکده

۲۲- کدام یک از متغیرهای زیر، یک متغیر گسسته محسوب می‌شود؟

- (۱) تعداد مکالمات تلفنی یک دبیرستان  
 (۲) وزن اوراق امتحانی یک کلاس  
 (۳) مدت زمان انتظار یک مسافر در ایستگاه مترو  
 (۴) مقدار گوشت مصرفی ماهانه‌ی یک خانواده

- ۲۳- «گنجایش آب یک تانکر» چه نوع متغیری است؟  
 (۱) متغیر کیفی اسمی (۲) متغیر کیفی ترتیبی (۳) متغیر کمی پیوسته (۴) متغیر کمی گسسته
- ۲۴- «گنجایش آب یک تانکر» چه نوع متغیری است؟  
 (۱) متغیر کیفی اسمی (۲) متغیر کیفی ترتیبی (۳) متغیر کمی پیوسته (۴) متغیر کمی گسسته
- ۲۵- کدام یک از متغیرهای زیر گسسته است؟  
 (۱) هوش دانش‌آموزان یک کلاس (۲) تعداد غیبت‌های دانش‌آموزان یک کلاس  
 (۳) میزان اضطراب دانش‌آموزان یک کلاس (۴) مقدار وزن دانش‌آموزان یک کلاس
- ۲۶- کدام یک از متغیرهای زیر، کیفی نیست؟  
 (۱) دمای هوا (۲) گروه خونی (۳) مقطع تحصیلی (۴) وضعیت تاهل
- ۲۷- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟  
 (۱) داده‌های کیفی فقط می‌توانند گسسته باشند. (۲) داده‌های کیفی فقط می‌توانند پیوسته باشند.  
 (۳) متغیرهای اسمی فقط می‌توانند کیفی باشند. (۴) متغیرهای ترتیبی فقط می‌توانند کمی باشند.
- ۲۸- اگر شرکت‌کنندگان در آزمون سراسری، افراد یک جامعه‌ی آماری در نظر گرفته شوند، کدام یک از صفات این جامعه، یک متغیر پیوسته به شمار می‌رود؟  
 (۱) تعداد تستهای آزمون (۲) تعداد شرکت‌کنندگان  
 (۳) شماره کارت شرکت‌کنندگان (۴) طول قد شرکت‌کنندگان
- ۲۹- «درجه حرارت» جزء کدام دسته از داده‌های زیر است؟  
 (۱) اسمی (۲) ترتیبی (۳) پیوسته (۴) گسسته
- ۳۰- کلاسی ۳۰ نفر دانش‌آموز دارد که ۲۰ نفر آن‌ها عضو تیم فوتبال و ۱۵ نفر آن‌ها عضو تیم والیبال هستند و ۳ نفر از دانش‌آموزان هم در هیچ تیمی بازی نمی‌کنند. اگر ۲ نفر از دانش‌آموزان این کلاس انتخاب کنیم، احتمال اینکه این دو نفر در هر دو تیم باشند، چقدر است؟  
 (۱)  $\frac{4}{15}$  (۲)  $\frac{2}{87}$  (۳)  $\frac{28}{435}$  (۴)  $\frac{1}{6}$
- ۳۱- سکه‌ای را سه بار پرتاب می‌کنیم. فرض کنیم پیشامد حداقل دو بار «پشت» آمدن را A و پیشامد آمدن فقط دو بار «رو» را B بنامیم. کدام یک از پیشامدهای زیر رخ داده است، در صورتی که بدانیم هر سه بار سکه «رو» آمده است؟  
 (۱)  $B - A$  (۲)  $B' - A$  (۳)  $A \cup B$  (۴)  $A \cap B$
- ۳۲- از کیسه‌هایی که شامل ۴ مهره با شماره‌های ۱ تا ۴ است، دو مهره پی در پی و با جای گذاری بیرون می‌آوریم. احتمال آن که مجموع شماره‌های بیرون آمده بزرگ‌تر از ۴ باشد، کدام است؟  
 (۱)  $\frac{5}{8}$  (۲)  $\frac{9}{16}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{3}$



۳۳- از بین سه کارت سفید و ۴ کارت سبز یکسان به تصادف یک کارت بدون جاگذاری بیرون می‌آوریم، سپس کارت دوم را خارج می‌کنیم با کدام احتمال هر دو کارت هم‌رنگ هستند؟

(۱)  $\frac{2}{7}$       (۲)  $\frac{4}{7}$       (۳)  $\frac{3}{7}$       (۴)  $\frac{5}{14}$

۳۴- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده، مضرب ۴ است؟

(۱)  $\frac{2}{9}$       (۲)  $\frac{5}{18}$       (۳)  $\frac{1}{4}$       (۴)  $\frac{5}{12}$

۳۵- در خانواده‌ای با ۳ فرزند چقدر احتمال دارد حداقل یک فرزند دختر باشد؟

(۱)  $\frac{1}{8}$       (۲)  $\frac{1}{4}$       (۳)  $\frac{3}{8}$       (۴)  $\frac{1}{2}$

۳۶- در یک فضای نمونه‌ای ۷ عضوی، پیشامدهای A و B دارای ۴ و ۵ عضو و  $A \cap B$  دارای سه عضو است. مقدار  $P(A \cup B)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{7}{9}$       (۲)  $\frac{6}{7}$       (۳)  $\frac{5}{9}$       (۴)  $\frac{5}{7}$

۳۷- نوع آلاینده‌گی هوا چگونه متغیری است؟

(۱) کمی گسسته      (۲) کمی پیوسته      (۳) کیفی اسمی      (۴) کیفی ترتیبی

۳۸- میزان تحصیلات افراد یک شهر چه نوع متغیری می‌باشد؟

(۱) کیفی اسمی      (۲) کیفی ترتیبی      (۳) کمی پیوسته      (۴) کمی گسسته

۳۹- دو تاس را با هم می‌اندازیم. چه قدر احتمال دارد که مجموع اعداد رو شده عددی فرد باشد؟

(۱)  $\frac{2}{3}$       (۲)  $\frac{1}{2}$       (۳)  $\frac{1}{3}$       (۴)  $\frac{1}{4}$

۴۰- در پرتاب سه تاس با هم، چه قدر احتمال دارد که حداقل در دو تاس عدد بزرگ‌تر از ۴ ظاهر شود؟

(۱)  $\frac{7}{27}$       (۲)  $\frac{2}{9}$       (۳)  $\frac{10}{27}$       (۴)  $\frac{1}{2}$

۴۱- در یک خانواده پنج فرزندی با کدام احتمال خانواده دارای سه دختر متوالی می‌باشد؟

(۱)  $\frac{1}{16}$       (۲)  $\frac{3}{64}$       (۳)  $\frac{3}{32}$       (۴)  $\frac{1}{32}$

۴۲- در پرتاب دو تاس احتمال این که تاس اول عدد زوج و مجموع اعداد رو شده حداقل ۷ باشد چه قدر است؟

(۱)  $\frac{5}{12}$       (۲)  $\frac{1}{6}$       (۳)  $\frac{1}{2}$       (۴)  $\frac{1}{4}$

۴۳- از بین دانش‌آموزان سال اول و دوم و سوم دبیرستان به ترتیب ۴ و ۶ و ۵ نفر برای شرکت در آزمون المپیاد ریاضی داوطلب می‌باشند. اگر سه نفر به تصادف از بین آن‌ها انتخاب شوند با کدام احتمال از هر مقطع یک نفر انتخاب شده است؟

$$\frac{24}{91} (1) \quad \frac{30}{91} (2) \quad \frac{20}{91} (3) \quad \frac{3}{13} (4)$$

۴۴- در قفسی ۴ کبوتر سفید و ۵ کبوتر سیاه نگهداری می‌شوند. اگر با باز شدن ناگهانی درب قفس ۴ کبوتر به ترتیب خارج شوند با کدام احتمال کبوتر اولی سفید و چهارمی سیاه است؟

$$\frac{5}{18} (1) \quad \frac{4}{9} (2) \quad \frac{5}{8} (3) \quad \frac{4}{5} (4)$$

۴۵- از مجموعه اعداد  $\{1, 2, \dots, 10\}$  دو عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این که عدد دوم ۷ باشد چه قدر است؟

$$\frac{1}{9} (1) \quad \frac{90}{91} (2) \quad \frac{9}{10} (3) \quad \frac{1}{10} (4)$$

۴۶- دانش‌آموزی به ۴ سؤال چهار گزینه‌ای به صورت شانسی پاسخ می‌دهد. احتمال این که به تمام سؤالات پاسخ درست داده باشد چه قدر است؟

$$\frac{1}{4} (1) \quad \frac{1}{56} (2) \quad \frac{1}{256} (3) \quad \frac{1}{64} (4)$$

۴۷- خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است که حداکثر ۲ تا از آن‌ها پسر هستند. احتمال این که هر سه فرزند دختر باشند چه قدر است؟

$$\frac{1}{8} (1) \quad \frac{1}{7} (2) \quad \frac{1}{4} (3) \quad \frac{2}{7} (4)$$

۴۸- نوع کدام متغیر تصادفی با بقیه متفاوت است؟

- (۱) وضع سواد (باسواد، بی‌سواد)  
 (۲) گروه خونی  
 (۳) مراحل زندگی یک انسان  
 (۴) وضعیت تأهل کارمندان یک مؤسسه

۴۹- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که مجموع اعداد رو شده مربع یک عدد طبیعی باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{6} (1) \quad \frac{7}{36} (2) \quad \frac{8}{36} (3) \quad \frac{9}{36} (4)$$

۵۰- شش نفر که دو نفر آن‌ها برادر یک دیگرند، در یک ردیف می‌ایستند. چه قدر احتمال دارد دو برادر، اول و آخر صف واقع باشند؟

$$\frac{1}{15} (1) \quad \frac{1}{30} (2) \quad \frac{1}{3} (3) \quad \frac{2}{15} (4)$$

۵۱- در پرتاب ۳ تاس، چه قدر احتمال دارد در هر سه تاس یک عدد رو شود؟

$$\frac{1}{216} (1) \quad \frac{1}{72} (2) \quad \frac{1}{36} (3) \quad \frac{1}{108} (4)$$

## ریاضی (۱) دوره متوسطه دوم رشته ریاضی و تجربی

- ۵۲- کدام متغیرها به ترتیب کمی پیوسته و کیفی اسمی هستند؟  
 (۱) میزان آلودگی هوا - نوع آلاینده‌ی هوا  
 (۲) میزان آلودگی هوا - مراحل رشد  
 (۳) مراحل تحصیل - گروه خون افراد  
 (۴) نوع آلاینده‌ی هوا - رنگ چشم
- ۵۳- به مجموعه‌ای از افراد یا اشیاء که درباره‌ی اعضای آن می‌خواهیم موضوع خاصی را مورد بررسی قرار دهیم، چه می‌گویند؟  
 (۱) مدل آماری  
 (۲) نمونه‌ی آماری  
 (۳) جامعه‌ی آماری  
 (۴) مجموعه‌ی آماری
- ۵۴- متغیرهای کیفی به چه انواعی تقسیم می‌شوند؟  
 (۱) فاصله‌ای و ترتیبی  
 (۲) اسمی و ترتیبی  
 (۳) اسمی و نسبی  
 (۴) اسمی و فاصله‌ای
- ۵۵- متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری نبوده و به صورت غیرعددی نشان داده می‌شوند، چه نام دارند؟  
 (۱) کمی  
 (۲) کیفی  
 (۳) پیوسته  
 (۴) گسسته
- ۵۶- مراحل تحصیلی، متغیر تصادفی است. نوع آن کدام است؟  
 (۱) کمی گسسته  
 (۲) کمی پیوسته  
 (۳) کیفی اسمی  
 (۴) کیفی ترتیبی
- ۵۷- احتمال این که از سه موش انتخاب شده از ۶ موش سفید و ۵ موش سیاه، هر سه موش سفید باشند، کدام است؟  
 (۱)  $\frac{1}{8}$   
 (۲)  $\frac{4}{33}$   
 (۳)  $\frac{5}{32}$   
 (۴)  $\frac{5}{33}$
- ۵۸- گروه خونی افراد، متغیر تصادفی است. نوع آن کدام است؟  
 (۱) کمی پیوسته  
 (۲) کیفی اسمی  
 (۳) کیفی ترتیبی  
 (۴) کمی گسسته
- ۵۹- حروف کلمه‌ی ATAXIA را بریده به طور تصادفی کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال هر سه حرف A کنار هم قرار می‌گیرند؟  
 (۱)  $\frac{1}{6}$   
 (۲)  $\frac{1}{5}$   
 (۳)  $\frac{1}{4}$   
 (۴)  $\frac{1}{3}$
- ۶۰- گروه خونی افراد کدام نوع متغیر است؟  
 (۱) کیفی - اسمی  
 (۲) کیفی - ترتیبی  
 (۳) کمی - پیوسته  
 (۴) کمی - گسسته
- ۶۱- اگر اندازه‌ی نمونه برابر اندازه‌ی جامعه باشد، کدام بررسی انجام شده است؟  
 (۱) دسته‌بندی  
 (۲) سرشماری  
 (۳) استفاده از متغیر تصادفی  
 (۴) متغیر کیفی
- ۶۲- در جعبه‌ای ۳ مهره سفید، ۲ مهره سیاه و ۵ مهره قرمز موجود است. اگر دو مهره از آن بیرون آوریم، با کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ نیستند؟  
 (۱)  $\frac{28}{45}$   
 (۲)  $\frac{29}{45}$   
 (۳)  $\frac{31}{45}$   
 (۴)  $\frac{32}{45}$
- ۶۳- با ارقام متمایز ۱, ۲, ۳, ۴, ..., ۹ به چند طریق می‌توان یک عدد چهار رقمی ساخت. به طوری که فقط یکی از ارقام آن زوج باشد؟  
 (۱) ۶۴۰  
 (۲) ۷۲۰  
 (۳) ۷۸۰  
 (۴) ۹۶۰

## ۵.۷ کلید تست های فصل هفتم

۴	۳	۲	۱		۴	۳	۲	۱	
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۷	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۱	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۴	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۴
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۱	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۶
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۹
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۱
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۵
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۶
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۷
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۸
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۹
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۰
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۱
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۲
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۳
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۴
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۵
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۶

مای دارس  
گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

گروه آموزشی عصر

[ASR\\_Group@outlook.com](mailto:ASR_Group@outlook.com)

[@ASRschool2](https://www.instagram.com/ASRschool2)