



درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

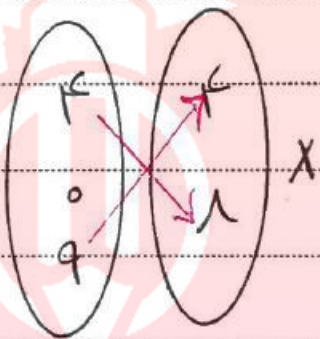
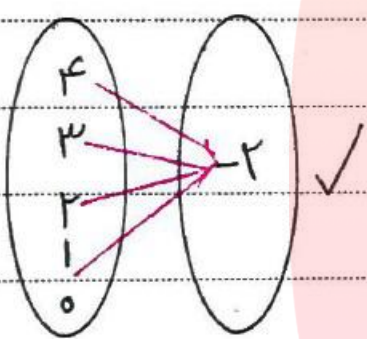
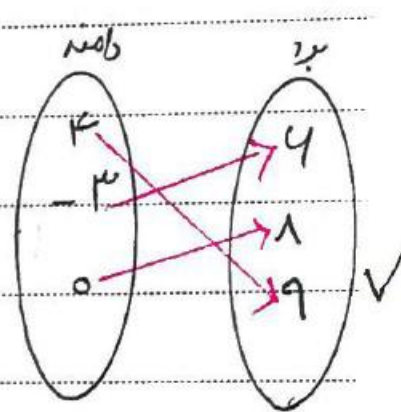
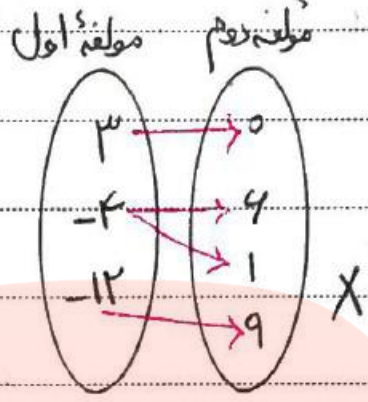
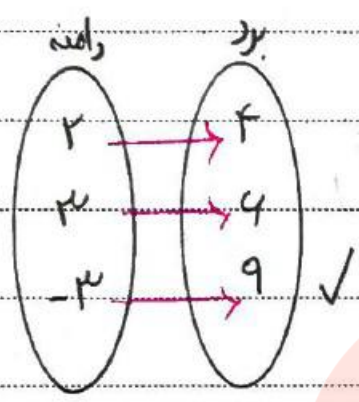
نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

www.my-dars.ir

و...

تعریف اول تابع (هموار بودن): از نمودار سمت چپ دقیقاً یک بیضا خارج شود



تعریف دوم (زوج مرتب): برای اینکه تابع باشد باید هیچ مؤلفه اول مساوی نداشته باشد

عدد اول سمت چپ همه رابطه برده اند ✓
 $(2, 4), (3, 4), (0, 9)$

سبب هم بود تابع است ✗
 $(0, 9), (1, 4), (0, 3)$
www.my-dars.ir

مثال: هم: اگر دو زوج صواب دارای مولفه اول مساوی بودند، آن مولفه کمی نوع آنها

نزد یکدیگر باشد معلوم تابع است \checkmark $\{(1, 5), (3, -2), (1, 5)\}$

مثال: چنانچه وابسته‌ی زنجیری تابع باشد مقدار a و b را بدست آورید.

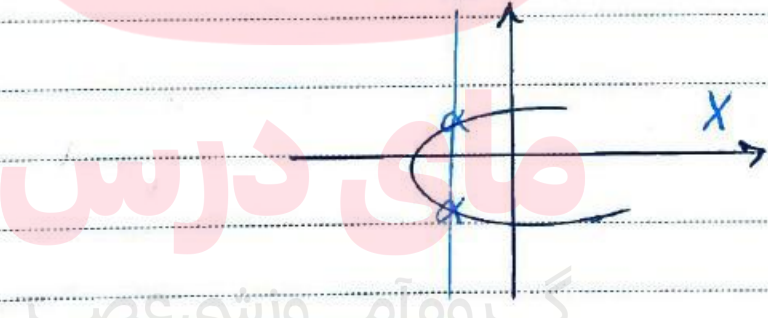
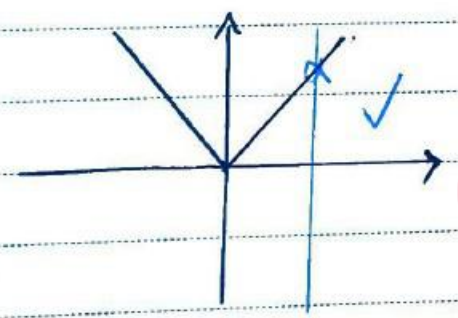
$$A = \{(1, 4), (3, 9), (1, a), (5, 12), (3, a-2b)\}$$

عنوان: همبستگی - در خروج بنمایند $(1, 4) = (1, a) \rightarrow a = 4$

$(3, 9) = (3, a-2b) \rightarrow a-2b = 9 \rightarrow -2b = 9-4 = 5 \rightarrow b = \frac{5}{-2} = -\frac{5}{2}$

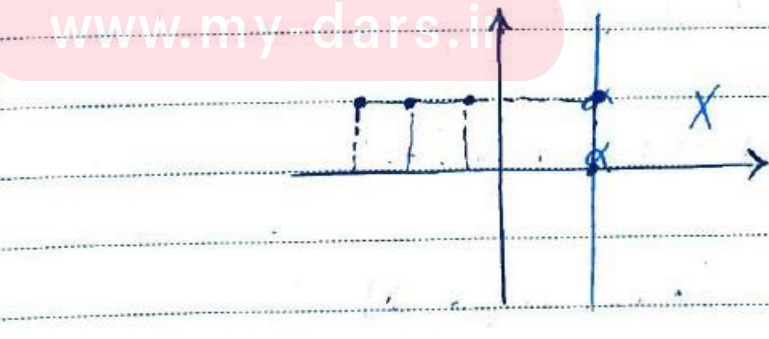
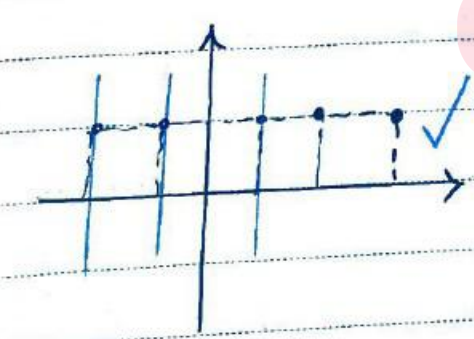
تعریف سهم تابع (منوار): اگر هر خطا موازی محور y ها رسم کنیم اگر حداقل دو منوار

تابع را در یک نقطه قطع کند معلوم تابع است

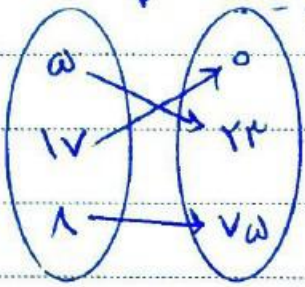


گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir



دامنه و برد: به مولفه‌های اول دامنه و به مولفه‌های دوم برد مینویسیم مثلاً



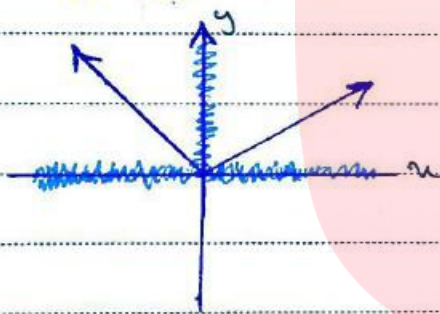
دامنه $D = \{\omega, ۱۷, ۱\}$

برد $R = \{۰, ۲۳, ۷۵\}$

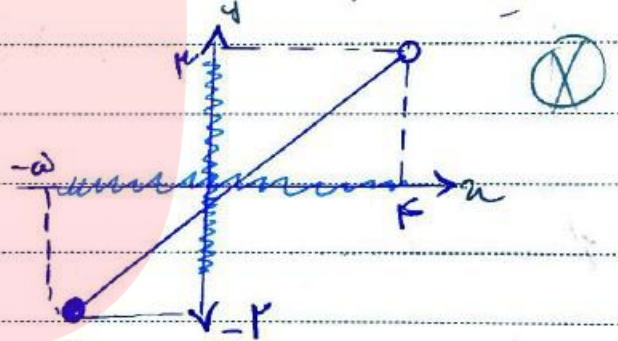
مثال: زوج مرتب‌ها $A = \{(۱, ۶), (-۳, ۰), (۶, -۹)\}$

برد $R = \{۶, ۰, -۹\}$ دامنه $D = \{۱, -۳, ۶\}$

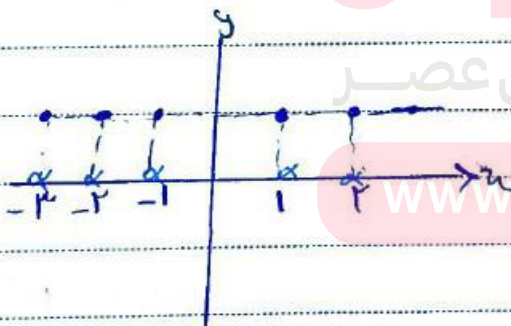
تشفیح دامنه و برد از روی نمودار دامنه و برد (مستطیل) می‌دهد و برد آخری که به ما می‌دهد



$D = (-\infty, +\infty) = R$
 برد $R = [۰, +\infty)$



$D = [-a, ۲]$
 $R = [-۲, ۳]$



$D = \{-۳, -۲, -۱, ۱, ۲\}$

$R = \{۱\}$

www.my-dars.ir

$$y = f(x) = 2x + 4$$

این مقدار تابع در یک نقطه:

$$x = 2 \rightarrow f(2) = 2(2) + 4 = 10$$

$$x = 5 \rightarrow f(5) = 2(5) + 4 = 14$$

$$x = -3 \rightarrow f(-3) = 2(-3) + 4 = 0$$

$$x = h \rightarrow f(h) = 2h + 4$$

$$x = h + 3 \rightarrow f(h + 3) = 2(h + 3) + 4 = 2h + 6 + 4 = 2h + 10$$

توی این
اراده: تابع خطی تابع برهم $y = ax + b$ یک تابع خطی ساده برای

برای آوردن ضرایب تابع خطی ابتدا سبب را از طرفین برداریم
 $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

نقطه و در این معادله $y - y_1 = a(x - x_1)$ قرار می دهیم

مثال: ضرایب تابعی را بیابید که در دو نقطه $f(1) = 3$ و $f(4) = 12$ قرار می گیرد

① $f(1) = 3 \rightarrow (1, 3)$ $f(4) = 12 \rightarrow (4, 12)$

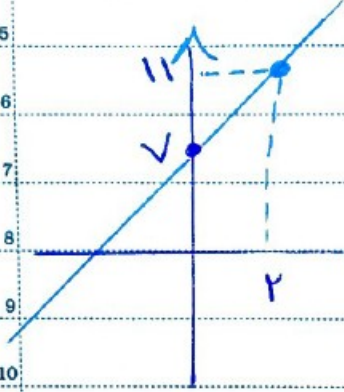
$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{12 - 3}{4 - 1} = \frac{9}{3} = 3 \rightarrow a = 3$$

$$y - y_1 = a(x - x_1) \rightarrow y - 3 = 3(x - 1) \Rightarrow y = 3x - 3 + 3 \Rightarrow y = 3x$$

$$f(5) = 3(5) = 15$$

مثال: برای یک تابع خطی بدانیم $f(2) = 11$ و $f(0) = 7$ نمودار این تابع

با رسم کنید و نشان دهید که آن را بنویسید! $f(2) = 11$ $f(0) = 7$



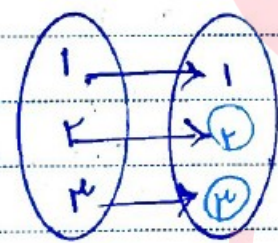
$$a = \frac{7-11}{0-2} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$y - y_1 = a(x - x_1) \rightarrow y - 11 = 2(x - 2) \rightarrow$$

$$y - 11 = 2x - 4 \rightarrow y = 2x - 4 + 11 \rightarrow y = 2x + 7$$

تابع همنوع: تابعی است که هر دو x و y نیز همان مقدار است. $f(x) = x$

و $f(x) = -x$ تابع همنوع است $y = x$ $f(x) = -x$



$$f(x) = x \rightarrow x = x$$

- $(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)$

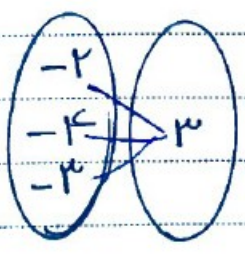
تابع ثابت: تابعی است که هر عددی باشد y ثابت بوده و غیر متغیر است.

مثلاً: $f(x) = 4$ یک تابع ثابت است $f(x) = 4$

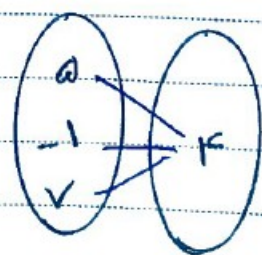
$$f(0) = 4$$

$$f(-2) = 4$$

$$f(1) = 4$$



تابع ثابت است



- $\{(4, -2), (0, -2), (1, -2)\}$

سؤال: اگر تابع صاف باشد axb درام است $f = (ca+b, 1-a), (b, a-r)$

$$\begin{cases} a+b=1-a \\ b=a-r \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a+b=1 \\ -a+b=-r \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} 2a+b=1 \\ -2a+2b=-2r \\ \hline 3b=-2 \rightarrow b=-\frac{2}{3} \end{array}$$

حاصل می شود \rightarrow

اگر $f = (ca+b, 1-a), (b, a-r)$ تابع ثابت باشد قدر مطلق طوری

ساکن است؟ $|a+b| \neq ?$ $a^r - 4 = b+1 = a$ $\Rightarrow y$ برابر \Rightarrow تابع ثابت

$$a^r - 4 = a \rightarrow a^r - a - 4 = 0 \rightarrow (a-r)(a+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} a-r=0 \rightarrow a=r \\ a+1=0 \rightarrow a=-1 \end{cases}$$

$$a=r \rightarrow b+1=a \rightarrow b=a-1=r-1=r \rightarrow |a+b|=r+r=a \checkmark$$

$$a=-1 \rightarrow b+1=a \rightarrow b=a-1=-1-1=-2 \rightarrow |a+b|=|-1-2|=|-3|=3=a \checkmark$$

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

TANDIS

تابع چند ضابطه ای (قطعه ای): در این مدل تابع y سه بخش از D دارد و با توجه به

مقادیر از رابطه مناسب استفاده می‌کنیم. مثال: اگر ضابطه‌ی تابع f به صورت زیر

$$y = \begin{cases} u+3 & u > 1 \\ u^2-4 & u \leq 1 \end{cases}$$

باشد مقادیر زیر را بدین آوری

مثال \uparrow : $f(2) = \text{ضابطه اول} = 2+3 = 5$

$f(0) = \text{ضابطه دوم} = 0^2-4 = -4$

$f(-1) = \text{''''} = 1-4 = -3$

اگر تابع $f(u)$ به صورت زیر باشد و ضابطه اول $f(u) = 4$ و

$$y = 2u^2 - 4a \quad u > 2$$

مقادیر a و b را بدین آوری $f(-2) = -4$

$$f(u) = 4 \xrightarrow[\text{مقادیر}]{\text{ضابطه}} 2(f)^2 - 4a = 4 \rightarrow 4a = 4 - 4 \cdot 2 \rightarrow -4a = -4$$

$$a = \frac{-4}{-4} = 1$$

$$f(-2) = -4 \xrightarrow[\text{مقادیر}]{\text{ضابطه}} 2(-2)^2 + 2b = -4 \rightarrow$$

$$2b = -4 + 4 = 0 \rightarrow$$

$$\frac{2b}{2} = \frac{0}{2} \rightarrow$$

$$b = 0$$

تابع قدر مطلق: خواص قدر مطلق به این صورت است: اگر x در \mathbb{R} باشد + باشد

عقد عبارت $|x|$ برابر x اگر x در \mathbb{R} باشد - قدر مطلق آن عبارت $|x|$ برابر

$$|x| = x \quad |x+1| = x+1$$

$$|x| = -x \quad |1-x| = -(1-x) = x-1$$

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

رسم نمودار:

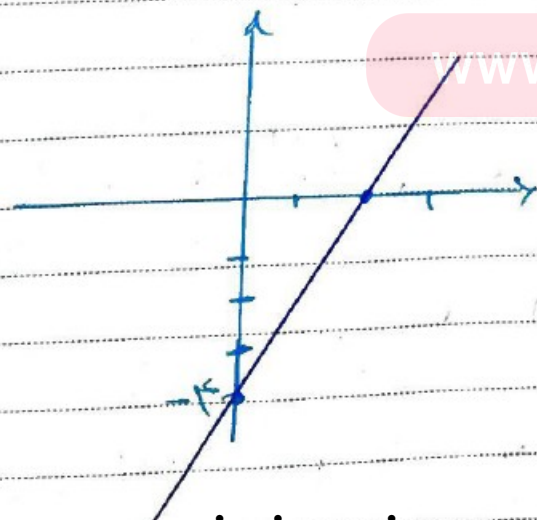
(رقم x نمودار تابع خطی و ثابت a و b ضرایب x و y است)

الف) رسم نمودار تابع در \mathbb{R} اول و ثابت: برای رسم به دو نقطه نیاز داریم آن دو

نقطه را روی محور مشخص کرده و سپس آن دو نقطه را به هم وصل می‌کنیم. مثلا

$$f(x) = 2x - 4$$

x	0	2
y	-4	0



وقت ایندیر نمودار توابع در ۲۲ صورت رسم کنید

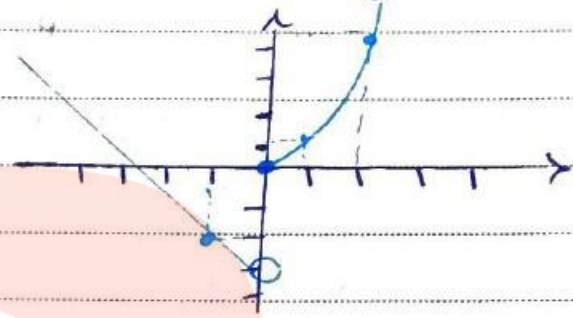
ب) رسم نمودار توابع در ۲۲ صورت (نوع: برای رسم این توابع به سه نقطه نیاز دارید)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x-3 & x < 0 \end{cases}$$

مثال: نمودار توابع زیر را رسم کنید

$x \geq 0$

x	0	1	2
y	0	1	4



$x < 0$

x	0	-1
y	-3	-2

نمودار تابع زیر را رسم نموده و دامنه و رنج آنرا مشخص کنید

$$f(x) = \begin{cases} 2x-5 & x > 2 \\ 2 & -3 < x \leq 2 \\ -\frac{1}{2}x & x \leq -2 \end{cases}$$

$x > 2$

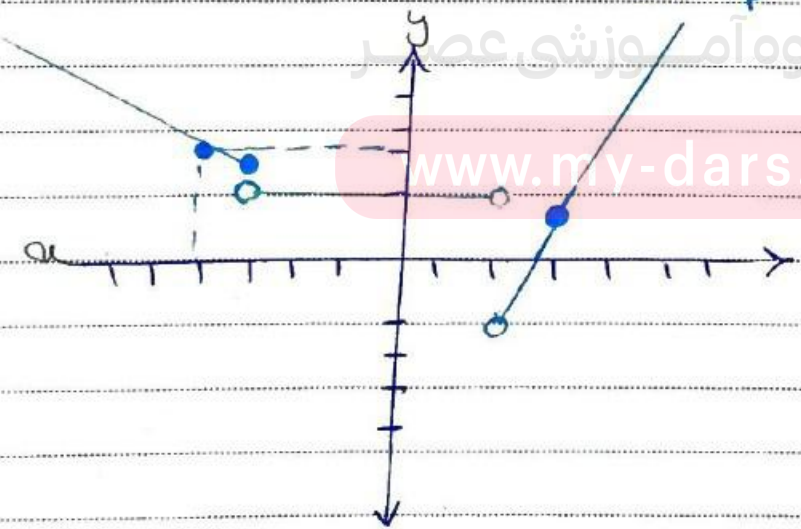
x	2	3
y	-1	1

$-3 < x \leq 2$

x	-3	2
y	1	1

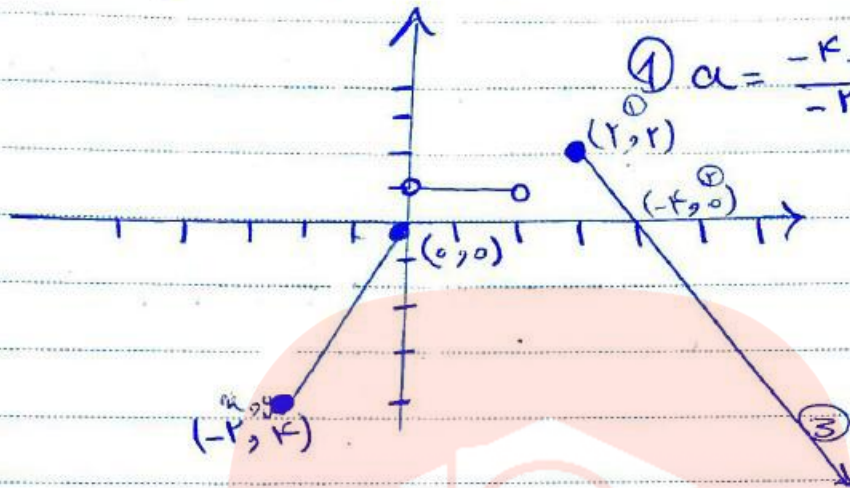
$x \leq -2$

x	-2	-4
y	1	2



D = $(-\infty, 2 + \infty)$
R = $(-1, 2 + \infty)$

مثال: نمودار تابع قطعی f داده شده است. ضرایب آن را بیابید. f را به صورت $y = ax + b$ درآورد و دامنه و بردار آن را بیابید.



$$\textcircled{1} \alpha = \frac{-4 - 0}{-2 - 0} = 2$$

اینوسید
ضرایب

$$y - y_1 = \alpha(x - x_1) \rightarrow$$

$$y - 0 = 2(x - 0) \rightarrow$$

$$y = 2x$$

- ① $2x$ $-2 \leq \alpha \leq 0$
- ② 1 $0 < \alpha < 2$
- ③ $-\frac{1}{2}x + 4$ $\alpha \geq 2$

$$\textcircled{3} = \frac{0 - 2}{4 - 2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y - y_1 = \alpha(x - x_1) \rightarrow$$

$$y - 2 = -\frac{1}{2}(x - 2) \rightarrow$$

$$y - 2 = -\frac{1}{2}x + 1 \rightarrow$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 1 + 2 \rightarrow \left(-\frac{1}{2}x + 4\right)$$

مای درس

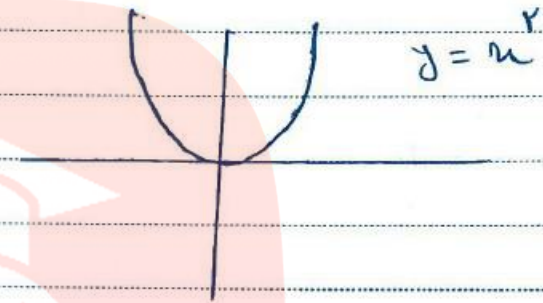
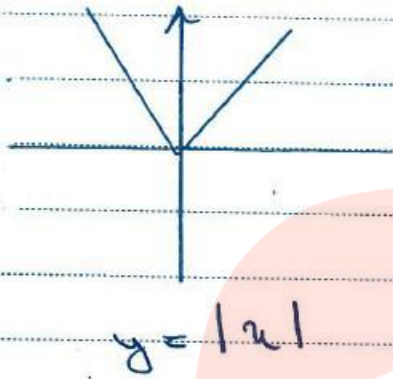
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

رسم نمودار توابع به کمک انتقال: برای رسم توابع به کمک انتقال نسبت نمودار

بعضی از توابع مهم می‌باشد که می‌توان $y = |x|$ و $y = x^2$ را نام برد که نمودار

آن‌ها بصورت شکل زیر می‌باشد



در رسم نمودارها به روش انتقال، اگر تغییرات برای x بود تغییرات را به صورت قرینه اعمال

کنیم یعنی اگر در تابع گفته شده باشد دو واحد به راست، نمودار را دو واحد به چپ انتقال

می‌دهیم.

ولی اگر تغییرات برای y بود تغییرات را در جهت اعمال می‌کنیم، مثلاً اگر گفته بود دو واحد

به بالا، نمودار را دو واحد به بالا انتقال می‌دهیم.

www.my-dars.ir



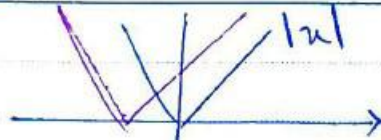
$$y = |x+2|$$

Year: Month: Day: ()

✓
حقیقت

$$y = |x+2|$$

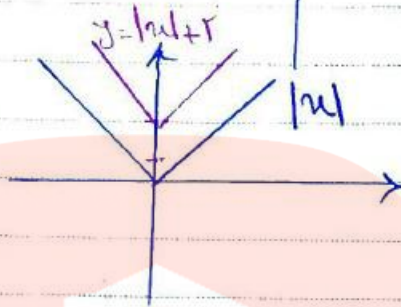
تغییرات برای x



$$y = |x+2|$$

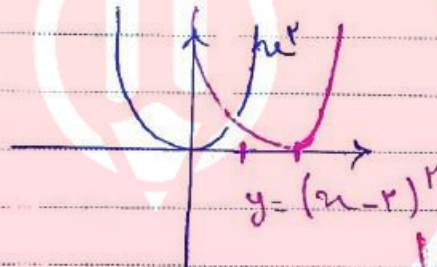
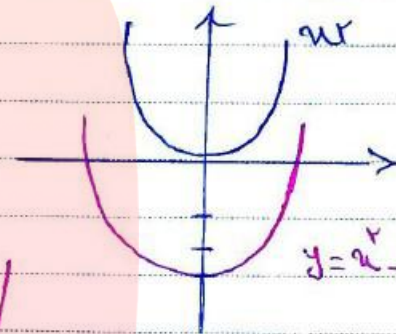
$$y = |x+2|$$

تغییرات برای x



$$y = x^2 - k$$

تغییرات برای x



$$y = (x-2)^2$$

تغییرات برای x



$$y = (x+1)^2 + 2$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

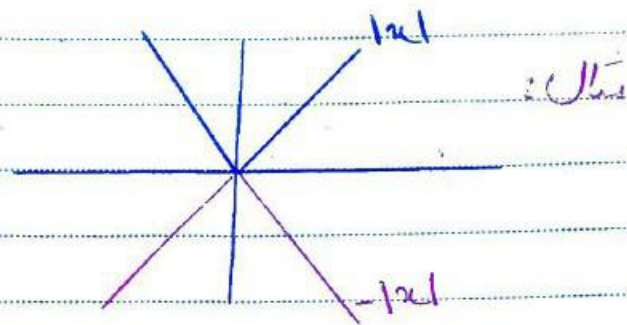
www.my-dars.ir

$$y = |x+2| - k$$

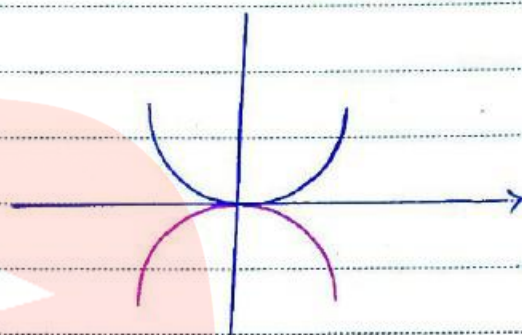
$$y = |x+2| - k$$

از بیرون به منفی است که با افزایش x و با داشتن k عدد
 هر چه k بزرگتر مقدار مطلق y و حقیقت و برعکس میسر

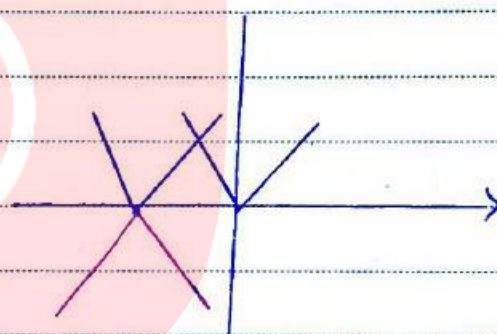
$$y = -|x|$$



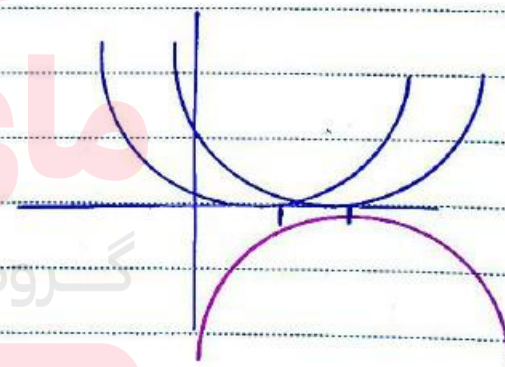
$$y = -x^2$$



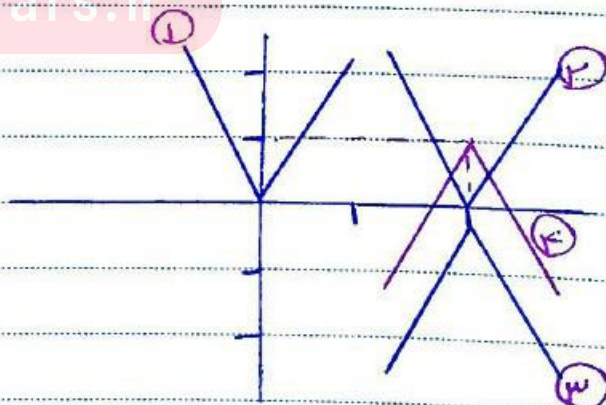
$$y = -|x+1|$$



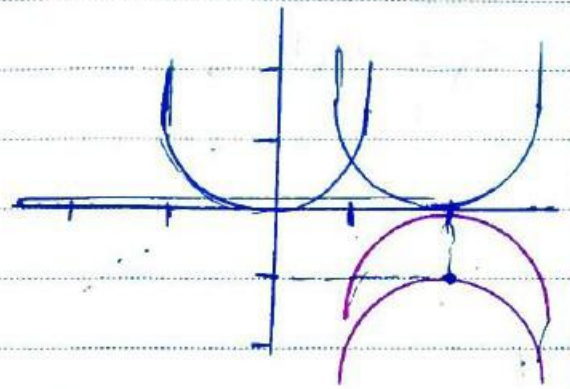
$$y = -(x-2)^2$$



$$y = -|x-2| + 1$$



$$y = -(x-2)^2 - 1$$



این سه تابع در یک صفحه مختصات در جای هم قرار داده اند و می توانیم آن را بررسی کنیم

$$f(x) = x^2 - 4x + 4$$

$$g(x) = |x - 2| + 4$$

$$g(0) = |0 - 2| + 4 = 6$$

$$g(2) = |2 - 2| + 4 = 4$$

$$g(-2) = |-2 - 2| + 4 = 8$$

$$h(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & x \geq 1 \\ 4x + 1 & x < 1 \end{cases}$$

$$f(0) = \text{مینی} = 2(0) + d = d$$

$$f(2) = \text{مینی} = 2^2 - 4(2) = 4 - 8 = -4$$

$$f(-2) = \text{مینی} = 2(-2) + d = -4 + d = -1$$

$$f(1) = \text{مینی} = 1^2 - 4(1) = 1 - 4 = -3$$

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 1 & x > 1 \\ 4 & 1 \geq x > 0 \\ -4x + 1 & x \leq 0 \end{cases}$$

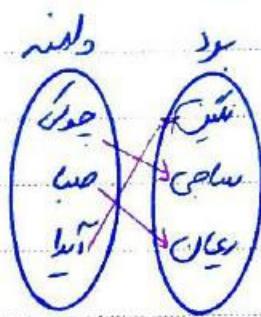
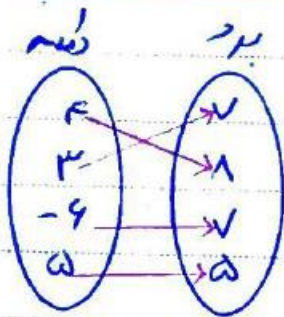
$$f(4) = \text{مینی} = 2(4) - d = 8$$

$$f(1) = \text{مینی} = 4$$

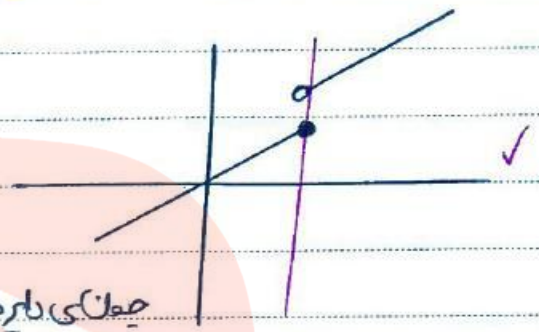
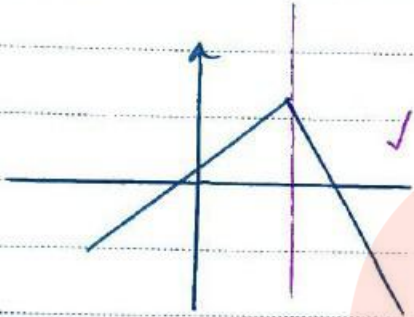
$$f(-1) = \text{مینی} = -4(-1) + 1 = 5$$

$$f(0) = \text{مینی} = -4(0) + 1 = 1$$

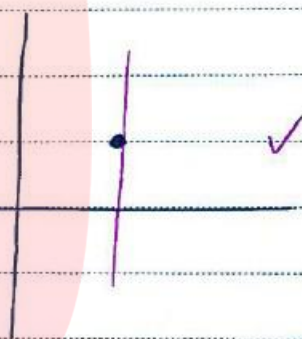
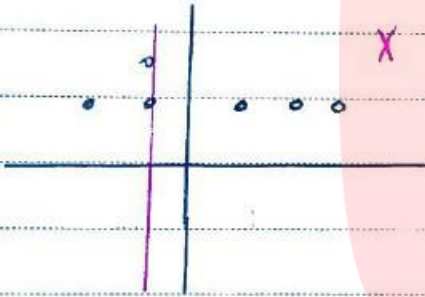
$$f(2) = \text{مینی} = 4$$



مردود عمل ω :



چون می تازیم برضایه

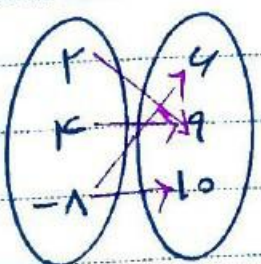


$\{(1, 2), (-1, 9), (5, 13), (\omega, 13)\}$ ✓ $D \xrightarrow{\text{دائمه}} = (1, -1, 5, \omega)$
 $R = (2, 9, 13, 13)$

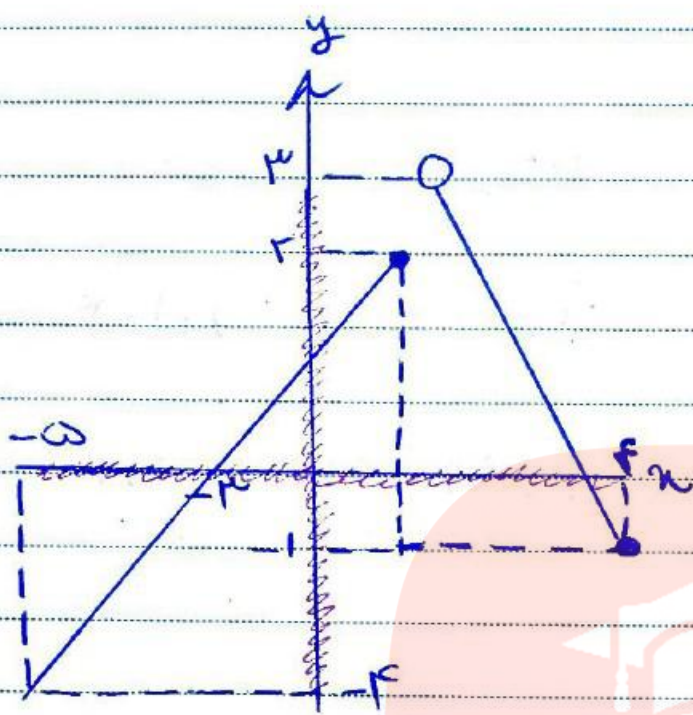
$\{(1, 2), (1, 2), (5, 13), (\omega, 13)\}$ ✓

$A = \{(1, 4), (1, 9), (1, 2), (1, 4)\}$ $(x=4) \rightarrow (y=4x^2)$

ابتدا مشخص کنید تابع از روابط زیر تابع باشد و سپس دامنه و بردار آن را مشخص کنید.

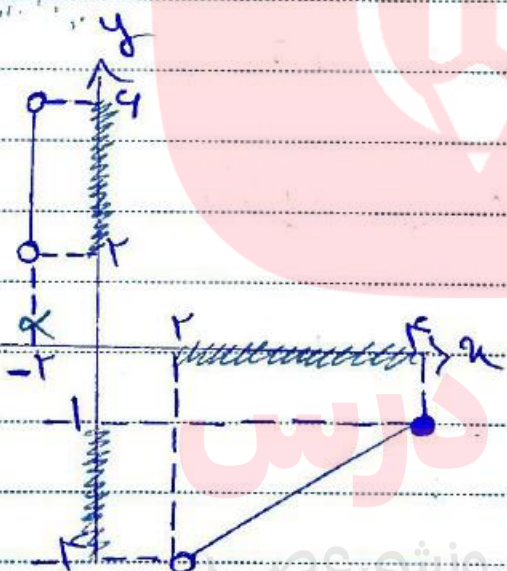


D و دامنه x



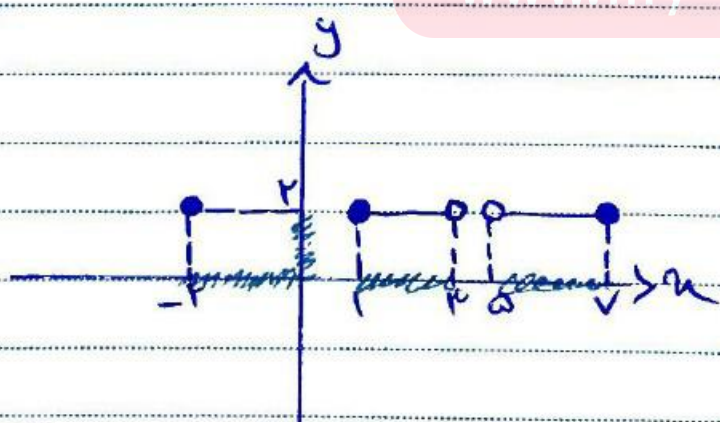
$$D = (-a, r]$$

$$R = (-r, r)$$



$$D = [r] \cup (r, r]$$

$$R = (-r, 1] \cup (r, y)$$



$$D^2 = [r] \cup (1, r) \cup (a, r]$$

$$R = [r]$$

$$f(x) = x - a$$

$$f(x) = x^2 - 4x + k$$

$$f(r) = 9 \quad r - a = -k$$

$$f(r) = r^2 - 4(r) + k = k - 1k + k = -a$$

$$f(1) = 9 \quad 1 - a = a$$

$$f(-1) = (-1)^2 - 4(-1) + k = k + 1k + k = 19$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - kx & x > 1 & \text{حوزهٔ بزرگتر از 1} \\ a & x = 1 & \text{حوزهٔ مساوی 1} \\ -x + k & x < 1 & \text{حوزهٔ کوچکتر از 1} \end{cases}$$

$$f(-1) = 9 \quad \text{فقط اینجا} \quad -(-1) + k = 1$$

$$f(1) = 9 \quad \text{فقط اینجا} \quad a$$

$$f(k) = 9 \quad \text{فقط اینجا} \quad k^2 - k(k) = 0$$