



درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

www.my-dars.ir

و...



این فصل را با ما بخوان
تا ازمایش شوی...

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in Z, n \neq 0 \right\}$$

$$Q' = \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2}, \pi, \dots \right\}$$

اعداد غیر گویا (اعداد بی انتها) که با علامت بی انتها و عدد صحیح نمایش داده می‌شوند

$$R = \left\{ -1, \frac{m}{n}, 2, \pi, \dots \right\}$$

همه اعداد

بازه ها:

$$(1, 4) = \{x \mid x \in R, 1 < x < 4\}$$



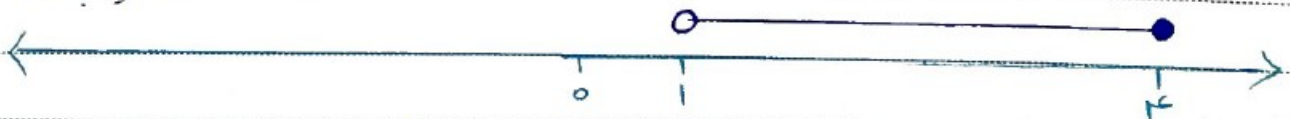
$$[1, 4) = \{x \mid x \in R, 1 \leq x < 4\}$$

(نیم بسته)



$$(1, 4] = \{x \mid x \in R, 1 < x \leq 4\}$$

(نیم بسته)



$$[1, 4] = \{x \mid x \in R, 1 \leq x \leq 4\}$$

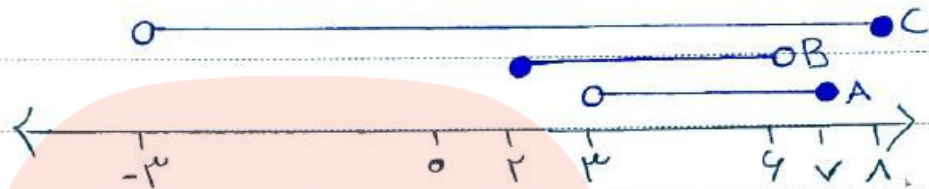


اصناف اشتراك و تفاضل مجموعه ها:

$$A = (3, 7)$$

$$B = [2, 4)$$

$$C = (-3, 1]$$



$$A \cup B = (2, 7) \rightarrow \text{حاصل A با B وجود داشته باشد}$$

$$A \cap C = (3, 1] \rightarrow \text{حاصل A و C وجود داشته باشد}$$

$$B - C = \emptyset \rightarrow \text{در B باشد ولی در C نباشد}$$

$$A = [-3, 1]$$

$$B = (-2, 4)$$

$$C = [-4, 0]$$



$$A \cup B \cup C = [-4, 4)$$

$$B - C = [-2, 0)$$

$$A \cap C = [-3, 0]$$

$$(C - B) \cap A = [-4, -2] \cap [-3, 1] = [-3, -2]$$

مجموعه مرجع U :

$U = \text{مجموعه دانش آموزان کلاس دهم}$

$$A \cup A = U \quad \Leftarrow \quad \{a, b, c, d\} = A$$

$$U - A = A'$$

مجموعه مرجع: در هر صفت مجموعه A از هر صفتی مجموعه‌های مورد بحث زیر مجموعه آن

باشند مجموعه مرجع می‌نامیم و آنرا با U نشان می‌دهیم

تقریباً متعین: مجموعه U مجموعه مرجع باشد و A زیر مجموعه U ($A \subseteq U$) آنرا

مجموعه $U - A$ را متعین A می‌نامیم و آنرا با A' نشان می‌دهیم. به عبارت

سایر A' شامل عضوایی از U می‌باشد که در A وجود ندارد.

$$U = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$$

سوال: 

$$A = \{2, 3, 5\}$$

www.my-dars.ir

$$B = \{0, 2, 4, 7\}$$

الف) A' و B' ؟

$$A' = \{0, 1, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

ب) $A = (A')$

$$B = \{1, 3, 4, 5, 8, 9, 10\}$$

$$A = \{0, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A \cup B = \{ \}$$

$$B = \{3, 5\}$$

$$B - A = \{ \}$$

$$A - B = \{0, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A - B = \{ \}$$

$$U = \emptyset$$

$$\emptyset = U$$

(ج) اگر مجموعه Q به صورت $Q = B - A$ باشد قسم Q برابر است با \emptyset .

$$Q = \{0, 4, 7\} \rightarrow \bar{Q} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

کار در خط بعدی

(الف) دو مجموعه نام برابری نتایج باشند

۱- مجموعه اعداد طبیعی سه رقمی
۲- مجموعه شمارنده های عدد ۱۵

(ب) دو مجموعه ناممتاب مثال زیر در یکی از آنها در مجموعه دیگر باشد

۱- مجموعه گره های منی با صورت ۲
۲- مجموعه اعداد طبیعی زوج

(ج) دو مجموعه ناممتاب مثل A و B مثال زیر در $A \cap B$ بوده و $B - A$ تهی

عنوان باشد

۱- N و W شامل 0 می باشد که در N وجود ندارد

سوالی ص ۷:

الف) $\frac{1}{3}$ عدد بین ۰ و ۱ است. چهار عدد گویا دیگر از بازه (۰، ۱) بنویسید و جواب خود را با دوستانه مقایسه کنید.

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}$$

ب) آیا می توان بین ۰ و ۱ در هر تعداد عدد گویا درخواستی ارائه کرد؟ بله

پ) در مورد مناسبت یا ناسبت بودن اعداد گویا موجود در بازه (۰، ۱) چه نتیجه ای می گیرید؟

نتیجه می گیریم که تعداد اعداد گویا در بازه (۰، ۱) ناسبتی می باشد.

ت) در مورد مناسبت یا ناسبت بودن Q چه می گویید؟ Q یک مجموعه ناسبتی است.

ث) اگر A دارای یک زیر مجموعه ناسبتی باشد، آنگاه A یک مجموعه ناسبتی خواهد بود.

تمرین ص ۷:

گروه آمورشی عصر

فرض کنید U مجموعه تمام مضرب های طبیعی عدد ۵ باشد.

الف) U را با عناصر آن بنویسید؟
 $A = \{ \dots, 20, 15, 10, 5 \}$

U مناسبتی است یا ناسبتی؟ ناسبتی

ب) یک زیر مجموعه مناسبتی از U بنویسید؟
 $B = \{ 5, 10, 15, 20 \}$

۱- دو زیر مجموعه نامتناهی مانند C و D از U نویسد بطوریکه $C \subseteq D$ باشد

۲- $C = \{ \dots, 15, 10, 5 \}$ $D = \{ \dots, 4, 3, 2, 1 \}$

۳- متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه‌ها زیر را مشخص کنید

الف) مجموعه اعداد طبیعی نامتناهی

ب) مجموعه ستاره‌های طبیعی عدد ۳۶ متناهی

پ) بازه $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ متناهی

۴- $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 2\}$ متناهی یا نه

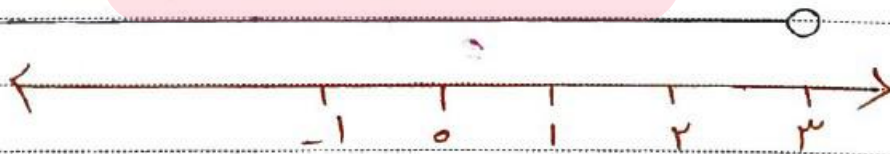
۵- مجموعه مضرب‌ها طبیعی عدد ۱۰۰ نامتناهی

۶- دو مجموعه نامتناهی مثال بنویسید که اشتراک آنها مجموعه‌ای غیر خالی باشد.

۷- مجموعه اعداد طبیعی و اعداد صحیح کوچکتر از ۵

۸- مجموعه $R = \{3\}$ را در مجموعه‌ها \mathbb{N} و \mathbb{Z} و \mathbb{Q} و \mathbb{R} و \mathbb{C} قرار دهید و مشخص کنید آیا متناهی است یا نه.

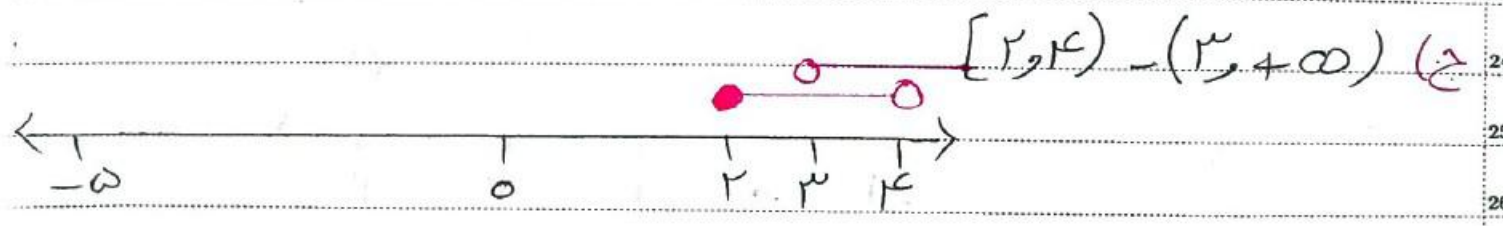
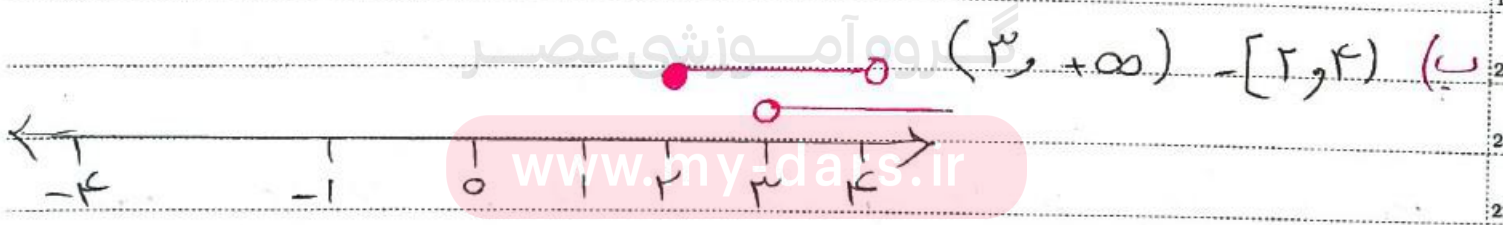
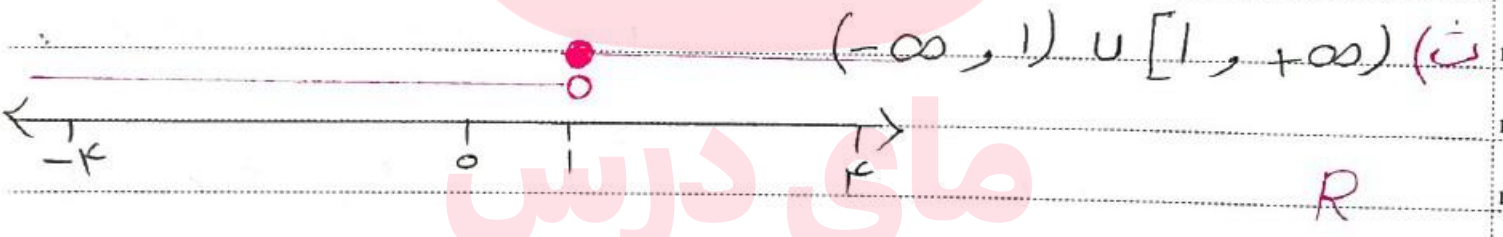
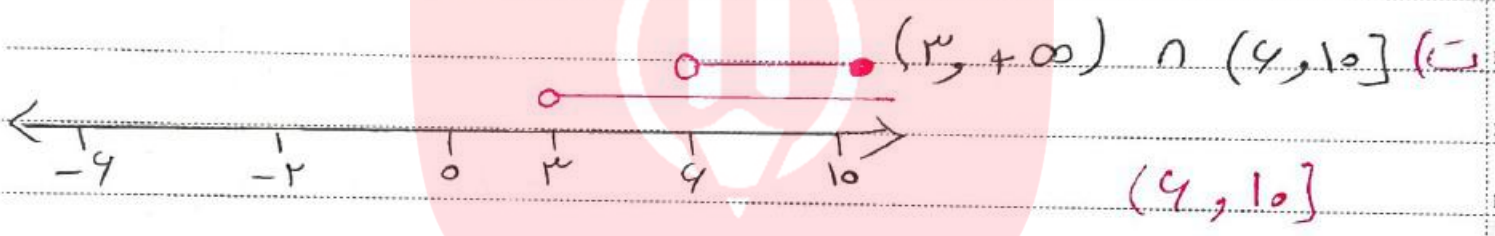
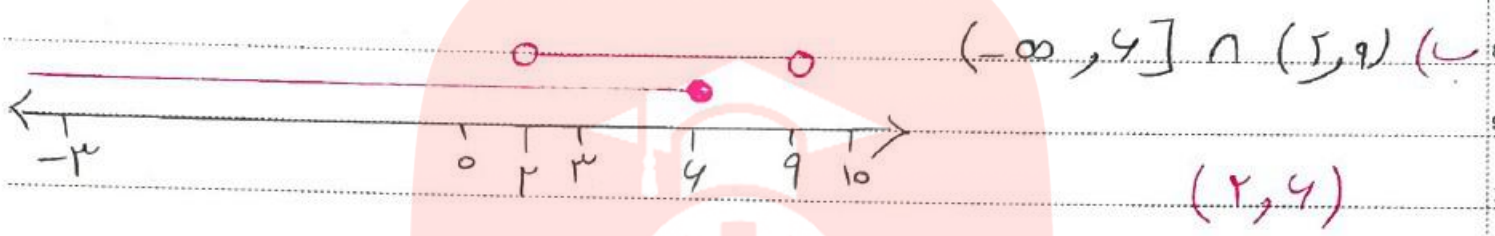
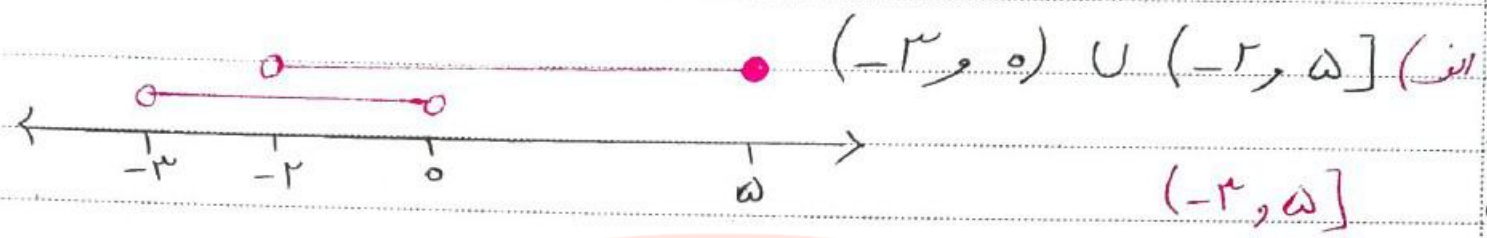
www.my-dars.ir



۹- اگر $A \subseteq B$ و A و B مجموعه‌های نامتناهی باشند، آنگاه A متناهی خواهد بود یا نامتناهی!

متناهی

۶- حاصل ضرب از مجموعه‌ها زیر را برسم بانواعی آنها روی یک محور بیست آورید.



مجموعه‌های جدا از هم یا (مجزا): عناصر دو مجموعه دارای هیچ عضو مشترکی نباشند.

بر آن مجموعه‌ی جدا از هم با همزا می‌گویند مثلاً دو مجموعه A و B که به صورت زیر هستند

مجزا می‌باشند زیرا دارای هیچگونه اشتراکی با هم نیستند
 $A = \{2, 3, 5\}$

$B = \{4, 9, 0\}$ و A جدا از هم $A \cap B = \emptyset$

تعداد اعضای مجموعه A را با $n(A)$ نشان می‌دهند

بار آوردی:

مذکور از شماره در واقع همان قسمتی است که آن عدد می‌باشد مثلاً شماره که عدد ۱ را بر برکت با (۱، ۲ و ۳) می‌دهد

عدد اول عددی است که به غیر از خودش و ۱ هیچ عدد دیگری بخش‌پذیر نباشد مثلاً: عدد ۵ عدد اول می‌باشد

مثلاً: نشان بده که در سوالی از ما تعداد اجتماع دو مجموعه را می‌توانیم از رابطه‌ی زیر استفاده کنیم

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

سوال: اگر $n(A) = 20$ ، $n(B) = 12$ ، $n(A \cap B) = 9$ و $n(A \cup B) = ?$ برکت آوردی

$$n(A) = 20$$

$$n(B) = 12$$

$$n(A \cap B) = 9$$

$$20 + 12 - 9 = 23$$

سؤال: اگر $n(A) = 13$ ، $n(B) = 17$ ، $n(A \cup B) = 25$ باشد

آنگاه $n(A \cap B) = ?$ را بیابید

$$n(A) = 13$$

$$n(B) = 17$$

$$n(A \cup B) = 25$$

$$n(A \cap B) = ?$$

سؤال: اگر $n(A) = 15$ ، $n(A \cap B) = 5$ ، $n(A \cup B) = 30$ آنگاه

$n(B)$ را محاسبه کنید $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$$n(A) = 15$$

$$30 = 15 + n(B) - 5$$

$$n(A \cap B) = 5$$

$$30 = 10 + n(B)$$

$$n(B) = ?$$

$$30 - 10 = n(B)$$

$$n(B) = 20$$

نکته: اگر تعداد اعضای دو مجموعه برابر مثلا 20 باشد و $n(A)$ دواین مجموعه برابر

25 باشد در این صورت تعداد اعضا مجموعه A برابرست با 20 است

$$\left. \begin{array}{l} n = 20 \\ n(A) = 20 \end{array} \right\} n(A) = 20 - 5 = 15$$

کار در کلاس ۱۲

۱- در یک کلاس ۲۵ نفری تعداد ۱۵ نفر عضو تیم والیبال و ۱۱ نفر عضو تیم فوتبال

کلاس هستند اگر ۵ نفر از دانش آموزان این عضو هیچ یک از این تیم نباشند

مشخص کنید چند نفر از آنها عضو هر دو تیم هستند؟
فوتبالیست = ۲۵ - ۵ = ۲۰ → ورزشکار غیر فوتبالیست = کل

$$n(A \cup B) = 20 = \text{فوتبالیست}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A) = 15 = \text{والیبال}$$

$$20 = 15 + 11 - n(A \cap B)$$

$$n(B) = 11 = \text{فوتبال}$$

$$n(A \cap B) = 24 - 20 = 4$$

$$n(A \cap B) = ?$$

۷- سوال: در یک کلاس ۳۱ نفری تعداد ۱۴ نفر از دانش آموزان عضو گروه سرود ۱۹ نفر از آنها عضو

گروه تئاتر هستند اگر ۵ نفر از دانش آموزان این کلاس عضو هر دو گروه باشند معلوم است:

الف) تعداد دانش آموزانی که عضو فقط گروه سرود هستند؟ فقط سرود $14 - 5 = 9$

ب) تعداد دانش آموزانی که فقط در گروه تئاتر هستند؟ فقط تئاتر $19 - 5 = 14$

ج) تعداد دانش آموزانی که عضو هیچ یک از این گروه نیستند؟
 $31 - \frac{14 + 19}{2} = 21$

۶- در یک نفرسنجی از ۱۱۰ شرکتی که در روزگاہ زنجیره‌ای، مشخص شد که ۷۰ نفر

آنها در یک گاہ گذشته از محصولات شرکت A و ۵۷ نفرشان از محصولات شرکت

B خرید کرده‌اند. همچنین ۳۲ نفر از آنان اعلام کردند که در این مدت از هر دو شرکت

خرید کرده‌اند. چنانچه تعداد از این ۱۱۰ نفر در یک گاہ گذشته:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = 70 + 57 - 32 = 95$$

(الف) دست‌کم از یکی از این دو شرکت خرید کرده‌اند.

۹۵ نفر از یکی از این دو شرکت خرید داشته‌اند.

$$n(A) = 70, \quad n(B) = 57, \quad n(A \cup B) = 95$$

(ب) فقط از شرکت A خرید کرده‌اند.

$$n(A \cap B') = 38$$

فقط از شرکت A خرید کرده‌اند و از B

خرید نکرده‌اند.

(ج) فقط از یکی از این دو شرکت خرید کرده‌اند.

$$n(A \cap B') \cup (B \cap A') = n(A \cap B') + n(B \cap A') = 38 + 25 = 63$$

فقط

(د) از هیچ یک از این دو شرکت خرید نکرده‌اند.

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = 110 - 95 = 15$$

انگیزه حقیقی:

انگیزه حقیقی $T_n = an + b$ در جمله عمومی آنها بصورت $T_n = an + b$ می باشد (توجه! انگیزه حقیقی

می نامند که در آنها a تعداد حقیقی و b درجه و n فقط می تواند

باشد و اگر a و b و ... باشد (توجه! حقیقی است)

$U_n = \frac{a}{n} + \frac{b}{1}$ $a=3, b=1$

$U_n = \frac{a}{n} + \frac{b}{0}$ $a=0, b=0$

$U_n = -\frac{a}{n} - \frac{b}{12}$ $a=-3, b=-12$

$U_n = \frac{b}{4}$ $a=0, b=4$

مثال: جمله عمومی یک دنباله ی حقیقی بصورت $T_n = 5n - 2$ می باشد. جمله اول آن

سوم را نوشته و سپس دنباله را مشخص کنید $3, 8, 13, 18, 23, \dots$

$n=1 \rightarrow T_1 = 5(1) - 2 = 3$

$n=2 \rightarrow T_2 = 5(2) - 2 = 8$

$n=3 \rightarrow T_3 = 5(3) - 2 = 13$

$n=4 \rightarrow T_4 = 5(4) - 2 = 18$

$n=10 \rightarrow T_{10} = 5(10) - 2 = 48$

در دنباله فوق جمله هفتم را مشخص کنید

$$n=17 \cdot T_{17} = a(17) - 2 = 114$$

جمله هفتم (نهمی) فوق برابر ۱۱۱ می باشد. ($n=9$)

$$T_n = an - 2$$

$$111 = \overleftarrow{an - 2}$$

$$111 + 2 = an$$

$$an = 113 \rightarrow n = \frac{113}{a} = 17 \checkmark$$

مسئله: در یک دنباله حسابی چهارم و دهم به ترتیب ۱۷ و ۴۱ می باشد. جمله عمومی

$$T_n = an + b$$

این دنباله را مشخص کنید

$$\begin{cases} a_4 = 17 \rightarrow ax4 + b = 17 \rightarrow \begin{cases} 4a + b = 17 \\ 10a + b = 41 \end{cases} \\ a_{10} = 41 \rightarrow ax10 + b = 41 \end{cases}$$

www.my-dars.ir

$$\begin{cases} 4a + b = 17 \\ -10a + b = -41 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4a + b = 17 \\ -14a = -58 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4a + b = 17 \\ a = \frac{-24}{-9} = \frac{8}{3} \end{cases}$$

باید در اول

$$\frac{8}{3} \cdot \frac{3}{3} + b = 17 \rightarrow 8 + b = 17 \rightarrow b = 17 - 8 = 9$$

$$b = 17 - 14 = 3$$

$$T_n = \frac{8}{3}n + 3$$

شکل:

در یک الگوی خطی جمله پنجم برابر ۳ و جمله ششم برابر ۹ - و یازدهم برابر ۲۵

$$T_n = 2 \rightarrow \begin{cases} 3a + b = 3 \\ 4a + b = -9 \end{cases} \quad T_n = -2n + 15$$

$$3a = 12 \rightarrow a = \frac{12}{-3} = -4$$

$$3(-4) + b = 3 \rightarrow b = 3 + 12 = 15$$

رابطه حسابی: دنباله‌ای که در آن هر جمله (غیر جمله اول) با اضافه شدن عدد ثابت

به جمله قبلی از خودش برکت می‌آید.
 در جمله قبلی از خودش برکت می‌آید.
 ۲، ۵، ۸، ۱۱، ۱۴ = دنباله حسابی

بر آن عدد ثابت قدر نسبت دنباله معلومند و آن را با d نشان می‌دهند.

رابطه هندسی: دنباله‌ای که در آن هر جمله (غیر جمله اول) با ضرب شدن عدد ثابت

به جمله قبلی از خودش برکت می‌آید.
 ۲، ۶، ۱۸، ۵۴ = دنباله هندسی
 www.my-dars.ir

بر آن عدد ثابت قدر نسبت معلومند و آن را r نشان می‌دهند.

دنباله حسابی: برای اینکه بتوانیم علامت ∞ را در یک دنباله حسابی مشخص کنیم

باید جمله عمومی (الف) دنباله حسابی را داشته باشیم تا بتوانیم حد هر جمله را از آنجا

مخاطبند سراسری بزرگ یاد کنیم. جمله عمومی به صورت زیر می باشد

$$T_n = T_1 + (n-1)d$$

$$T_n = 2 + (n-1) \times 3 \quad \checkmark \quad d = T_n - T_{n-1}$$

$$T_{100} = 2 + (100-1) \times 3 = 299 \quad \checkmark \quad d = T_2 - T_1$$

$$T_{20} = 2 + (20-1) \times 3 = 59 \quad \checkmark$$

مثال: در دنباله حسابی زیر جمله عمومی را مشخص کنید

الف) $d = 5$ $a_n =$ $5, 10, 15, 20, \dots$

$$T_n = a + (n-1)d \quad T_n = 5 + (n-1) \times 5 = 5n$$

ب) گروه آموزشی عصر $1, 3, 5, 7, \dots$

$$T_n = 1 + (n-1) \times 2 = 1 + 2n - 2 = 2n - 1$$

ب) $5, 9, 13, 17, \dots$

$$T_n = 5 + (n-1) \times 4 = 5 + 4n - 4 = 4n + 1$$

۲- جمله عمومی چند دنباله داده شده است در هر مورد چهار جمله اول دنباله را بنویسید و رسم کنید

یک از آنها یک الگو هندسی نیز بنویسید

$$a = f(1) = 4$$

(الف) $a = fn$ $a = f(2) = 1$

$$a = f(3) = 12$$

$$a = f(4) = 19$$

ب) $b = 3n + 1$

$$b = 3(1) + 1 = 4$$

$$b = 3(2) + 1 = 7$$

$$b = 3(3) + 1 = 10$$

$$b = 3(4) + 1 = 13$$

$$c = 1^2 + 2 = 3$$

ب) $c = n^2 + 2$ $c = 2^2 + 2 = 6$

$$c = 3^2 + 2 = 11$$

$$c = 4^2 + 2 = 18$$

$$c = 5^2 + 2 = 27$$

ب) $d = n^2 + n$

$$d = 1^2 + 1 = 2$$

$$d = 2^2 + 2 = 6$$

$$d = 3^2 + 3 = 12$$

$$d = 4^2 + 4 = 20$$

سوال: جمله دهم در دنباله زیر بدین آوری

۱، ۴، ۷، ۱۰، ...

$$t_{10} = 2t_1 + 9d$$

$$t_{10} = 10 + 9(-3)$$

$$t_{10} = -17$$

$$t_{10} = -17$$

کار در خط ۲۲

در دنباله زیر جمله ۲۰ ام را بدین آوری

۵، ۹، ۱۳، ۱۷، ...

$$t_{20} = t_1 + (20-1)d = 5 + 19 \times 4 = 81$$

$\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, 4\sqrt{3}$

$$t_{20} = t_1 + 19d = \sqrt{3} + 19\sqrt{3} = 20\sqrt{3} \quad d = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

مای درس

سوال: نسبت

دو کلاس دبستانی دارای مجاری سیم و هفت مرتب ۲۰ و ۵۹ می باشد. هر کلاس

$$t_{20} = 20 \rightarrow \begin{cases} t_1 + 19d = 20 \\ t_1 + 9d = 59 \end{cases}$$

$$t_{20} = 59 \rightarrow \begin{cases} t_1 + 19d = 20 \\ t_1 + 9d = 59 \end{cases}$$

$$0 - 10d = -39 \rightarrow d = \frac{39}{10} = 3.9$$

$$t_1 + 19(3.9) = 20 \rightarrow t_1 = 20 - 74.1 = -54.1$$

$$t_{20} = t_1 + 19d = -54.1 + 19(3.9) = 17.9 \checkmark$$

در یک دنباله حسابی، جمله ۴ ام برابر ۲۰ و جمله ۱۳ ام برابر ۷۰ می باشد.

جمله ۳۰ ام در این دنباله چند می باشد؟ ۱۴۰، ۱۵۰، ۱۴۵، ۱۵۵

$$\begin{cases} t_4 = 20 \rightarrow t_1 + 3d = 20 \\ t_{13} = 70 \rightarrow t_1 + 12d = 70 \end{cases}$$

$$0 - 10d = -50 \rightarrow d = \frac{-50}{-10} = 5$$

$$t_1 + 3(5) = 20 \rightarrow t_1 = 5$$

$$t_{30} = t_1 + 29d = 5 + 29 \times 5 = 150$$

در یک دنباله حسابی مجموع سه جمله اول برابر ۳ و مجموع ۳۹ جمله بعدی برابر ۳۹

می باشد. دنباله را مشخص کنید.

$$t_1 + t_2 + t_3 = 3 \rightarrow t_1 + (t_1 + d) + (t_1 + 2d) = 3$$

$$t_7 + t_8 + t_9 = 39 \rightarrow (t_1 + 6d) + (t_1 + 7d) + (t_1 + 8d) = 39$$

$$\begin{cases} 3t_1 + 3d = 3 \\ 3t_1 + 21d = 39 \end{cases}$$

$$0 - 18d = -36 \rightarrow d = \frac{-36}{-18} = 2$$

$$3t_1 + 3(2) = 3 \rightarrow 3t_1 = -9 \rightarrow t_1 = -3$$

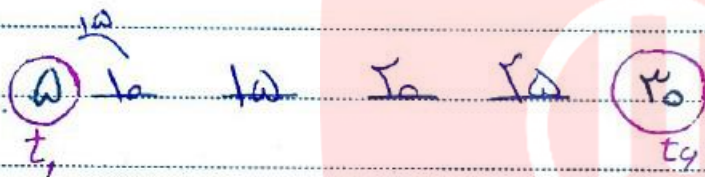
واسطه حسابی، اگر تعداد بین دو عدد A و B چند عدد قرار دهیم به طوری که

مجموعه حاصل تشکیل یک دنباله حسابی را بدست آوریم آن تعداد واسطه حسابی (عدد)

میگویند. مثلاً اگر بخواهیم بین دو عدد ۵ و ۳۰ چهار عدد قرار دهیم که این

مجموعه تشکیل دنباله حسابی دهد فقط بتوانیم عدد ۱۵، ۲۰ و ۲۵ و ۳۰ را قرار داد

برای اینکه بتوانیم این عدد را مشخص کنیم باید قدر نسبت را بدست آوریم



$$t_5 = t_1 + 4d$$

$$30 = 5 + 4d \rightarrow 25 = 4d \rightarrow d = \frac{25}{4} = 6.25$$

مثال:

بین دو عدد ۱۱ و ۳۲ دو واسطه حسابی قرار دهیم



$$\frac{32 - 11}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

$$t_4 = t_1 + 3d$$

$$32 = 11 + 3d \rightarrow 21 = 3d \rightarrow d = \frac{21}{3} = 7$$

راه حل مسئله: در واسطه های حسابی متوالی قدر نسبت را نیز از طریق رابطه زیر بدست آورد

$$d = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{1 + \text{تعداد واسطه}} = d = \frac{۲۲ - ۱۱}{۲ + ۱} = ۷$$

اگر ۳ عدد A, B و C سه جمله متوالی در یک دنباله حسابی باشند عدد

B واسطه حسابی بین دو عدد A و C میگویند. به صورت زیر بدست می آید:

$$a, b, c \rightarrow \boxed{b = \frac{a+c}{2}}$$

مثال: واسطه حسابی بین دو عدد ۵ و ۱۱ چه عدد می باشد؟

$$5, \quad \quad \quad 11 \rightarrow b = \frac{5+11}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

مثال: واسطه حسابی بین دو عدد -۱۲ و ۱۴ چه عدد می باشد؟

$$-12, \quad \quad \quad 14 \rightarrow b = \frac{-12+14}{2} = 1$$

مثال حلیم: جمله پنجم در دنباله حسابی زیر برابر ۳۹۷ می باشد.

$$1, \quad \quad \quad 9, \quad \quad \quad 397$$

$t_1 \qquad \qquad \qquad t_n$

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

$$397 = 1 + (n-1)d$$

$$397 = 1 + kn - k$$

$$397 - 1 + k = kn \rightarrow 400 = kn \rightarrow n = \frac{400}{k} = 100 \checkmark$$

ریاضی هندسی: اگر عددهای یک دنباله هندسی در یک عدد ثابت ضرب شوند (مثلاً)

هندسی به ترتیب می آید. (یعنی هر عدد از ضرب یک عدد ثابت در عدد قبل از خود)

برای مثال: $\frac{5}{t_1}, 10, 20, 40, \dots$

$$t_n = t_1 \times r^{n-1}$$

$$t_{10} \rightarrow t_1 = t_1 \times r^{10-1} \Rightarrow$$

$$t_{10} = 5 \times 2^9$$

این نوع تقسیمات در ریاضی هندسی: اگر دو جمله ششم را به هم تقسیم کنیم قدر نسبت برابر می آید

مثال: جمله عمومی دنباله‌های زیری مشخص کنید

۲، ۶ و ۱۸ (لکه)

$$r = \frac{6}{2} = 3$$

$$t_n = t_1 \times r^{n-1} = 2 \times 3^{n-1} = 2 \times 3^{n-1} \times 3^1 = \frac{2}{3} \times 3^n$$

اگر عددی توان منفی داشته باشد باید جاهای آن را عوض کرد یعنی اگر در صورت باشد به

www.my-dars.ir

صخرج می کنیم و اگر در فرجه باشد به صورت افعال مدغم

عدد دوم را در دنباله زیر بیابید $v = \frac{r}{k} = \frac{1}{2}$
 $t_1, 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \dots$

$$t_{10} = t_1 \times r^9 = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^9 = 4 \times \frac{1}{2^9} = \frac{2^2}{2^{9 \times 2}} = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128}$$

واسطه هندسی، اگر معلوم است دو عدد A و B چند عدد قرار دهیم به طوری که
 همه اجزای تشکیل دهنده دنباله هندسی بر عدد آن اعداد واسطه هندسی گویند.



مثلاً اگر 3 عدد A و B و C سه عدد متوالی در یک دنباله هندسی باشند عدد
 واسطه هندسی بین دو عدد A و C می باشد و برابر است با:

$$a, b, c \rightarrow \boxed{b^2 = a \times c}$$

مثال: واسطه هندسی بین 3 و 48 را بیابید.

$$b^2 = 3 \times 48 = 144 \xrightarrow{\text{جذر}} b = \sqrt{144} = 12$$

مثال: بین 3 و 48 سه واسطه هندسی بیابید.



$$t_5 = t_1 \times r^4$$

$$48 = 3 \times r^4 \rightarrow r^4 = \frac{48}{3} = 16 \rightarrow r = \sqrt[4]{16} = 2$$

۹۹- چهار واسطه حسابی بین دو عدد ۱ و ۲۳ قرار دهیم. اعداد از چپ به

۲۳ و ۲۰ و ۱۷ و ۱۴ و ۱۱ و ۸

$$\frac{23-1}{5} = \frac{22}{5} = 4.4$$

۱۰۵- جمله عمومی دنباله هندسی را بنویسید.

۳, ۹, ۲۷, ... $r = \frac{9}{3} = 3$
 $t_n = t_1 \times r^{n-1}$

$t_n = 3 \times 3^{n-1} = 3^n$

۱۰۷- در یک دنباله هندسی، ۲ و جمله چهارم آن، ۸ است. جمله پنجم آن را بنویسید.

$t_1 = 2 \rightarrow t_1 \times r^3 = 8$
 $t_4 = 8 \rightarrow t_1 \times r^4 = 8$
 $\frac{t_1 \times r^3}{t_1 \times r^4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{r} = \frac{1}{4} \rightarrow r = 4$

جمله پنجم $t_5 = t_1 \times r^4 = 2 \times 4^4 = 2 \times 256 = 512$

۱۰۸- در یک دنباله هندسی، جمله پنجم و جمله اول و قدر نسبت را بنویسید.

$t_5 = 16 \rightarrow t_1 \times r^4 = 16$
 $t_1 = 16 \rightarrow t_1 \times r^1 = 16$
 $\frac{t_1 \times r^4}{t_1 \times r^1} = \frac{16}{16} = r^3 = 1 \rightarrow r = 1$

www.my-dars.ir

$t_1 \times r^1 = 16 \rightarrow t_1 \times 1 = 16 \rightarrow t_1 = \frac{16}{1} = 16$

بین ۱۰ عدد ۱ و ۱۰۰۰۰ یک واسطی هندسی باید (واسطه هندسی بین ۱۰ و ۱۰۰۰۰)

$$10, \overset{\times 100}{200}, 400, \dots, 10000 \quad r = \sqrt{10 \times 10000} = \sqrt{100000} = 316.22$$

بین ۱۰ عدد ۱ و ۱۰۰۰۰۰ یک واسطی هندسی باید آید.

$$10, \overset{\times 10}{100}, \dots, 100000 \quad t_1, \dots, t_x$$

$$t_x = t_1 \times r^x$$

$$100000 = 10 \times r^x \rightarrow r^x = \frac{100000}{10} = 10000$$

$$r = \sqrt{x \times 10} = 100$$

بین ۱۰ عدد ۱ و ۹۷۲ چهار واسطی هندسی باید آید.

$$1, 12, 39, 121, 324, 972 \quad t_1, \dots, t_6$$

$$t_6 = t_1 \times r^5$$

$$972 = 1 \times r^5 \rightarrow r^5 = \frac{972}{1} = 324 = 18^2 = 6^4$$

$$\rightarrow r = 6$$

مثال: یک کوخی هزار تنی در هر روز $\frac{1}{5}$ وزن خود را از دست می دهد پس از ۱۰ روز

۱۰ روز بعد چقدر از آن باقی می ماند: www.miy-dar.com

$$10^4 \quad \frac{10^4}{5} \times 10^4 \quad \left(\frac{10^4}{5}\right)^2 \times 10^4 \quad \left(\frac{10^4}{5}\right)^3 \times 10^4$$

$$t_1 \quad t_2 \quad t_3 \quad t_4 \quad t_5 \quad t_6$$

مثال: جملات سوم و ششم یک دنباله هندسی است یا نه؟ ۱۲ و ۹۶ می باشد. (دنباله)

مشخص نمود و قدری ایا هم نویسد
 $t_4 = 96 \rightarrow t_1 \times r^3 = 96$

$t_3 = 12 \rightarrow t_1 \times r^2 = 12$ $\div \frac{t_1 \times r^3}{t_1 \times r^2} = \frac{96}{12} = r = 8 \rightarrow r = 8$
جمله اول

$t_3 \times r = 12 \times 8 = 96 \rightarrow t_1 \times r^2 = 12 \rightarrow t_1 = \frac{12}{8} = 1.5$

۳, ۲۴, ۱۹۲, ۱۵۳۶, ...

قدری ایا هم را مشخص کند
 $t_{11} = t_1 \times r^{10} = 1.5 \times 8^{10} = 1.5 \times 1073741824 = 1610612736$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

ب) چه مقدار از این کویچ سپید از ۵ روز اول می شود؟

از دست داده

$$\frac{10^4}{5^5} = \frac{10^4}{5^2 \times 5^2 \times 5} = \frac{10^4}{5^2 \times 5^2 \times 5} = \frac{10^4}{5^5}$$

علی نوری به این قیمت ۵۰۰۰۰۰ هزار تومان خرید. نریز کند قیمت نوری

رسانده بود در هر سال ۲۰٪ نسبت به سال قبل از خود کاهش یابد.

الف) اگر او بعد از ۳ سال قصد فروش نوری داشته باشد به چه قیمتی

می تواند آنرا بفروشد؟

$$500000 \times (1 - 0.2)^3 = 500000 \times (0.8)^3$$

$$\frac{10}{100} = \frac{10}{100} = 0.1$$

ب) قیمت نوری سپید از گذشت ۸ سال از چه باطری ۲ قیمت می آید؟

$$(0.8)^n \times 500000 = \frac{500000}{1.2} = \frac{500000}{1.2}$$

حاصل ضرب ۲ به اول زمان خریدی معادل و مع سبب

۲، ۲، ۱، ۱

$$\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$2 = 2 \times \frac{(2+1)}{2} = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$