



درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

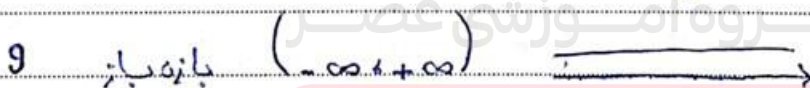
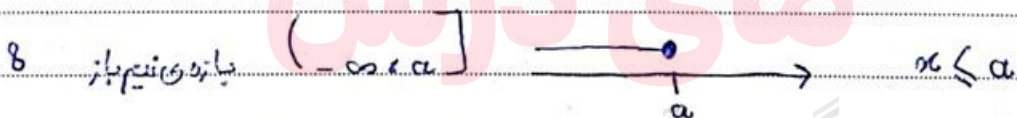
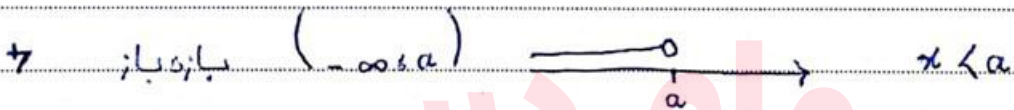
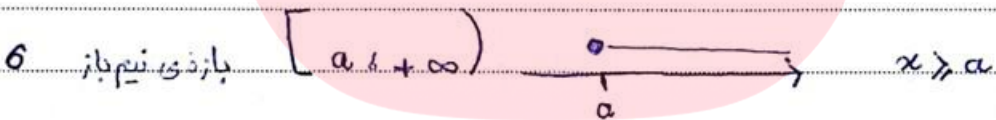
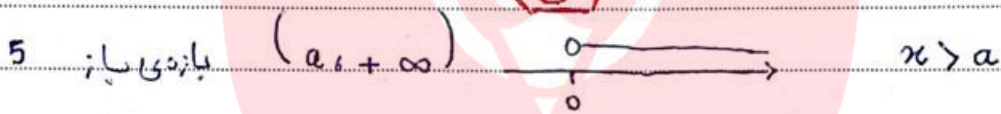
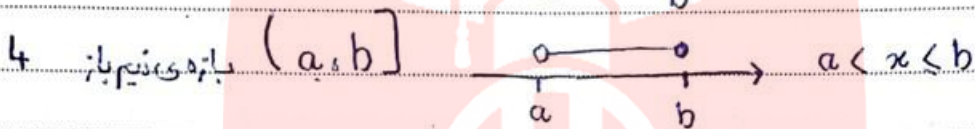
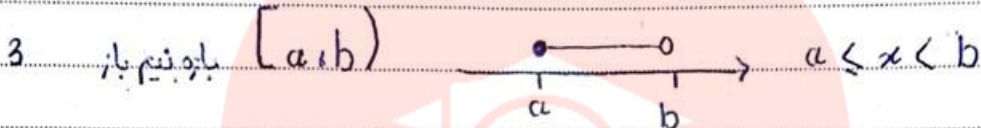
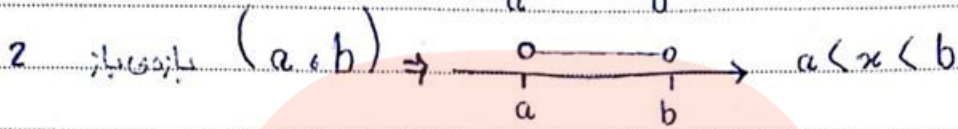
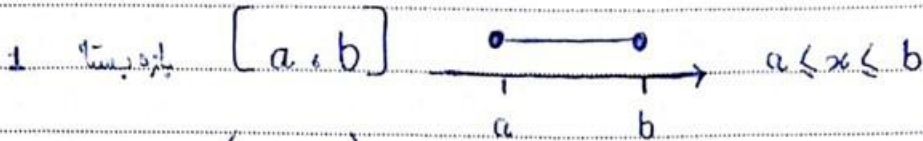
نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

www.my-dars.ir

و...

بازه ها:



www.mydars.ir

تذکره: جواب نامعادله ای $1 < 2x < 1$ کدام بازه می باشد؟

$$1 < 2x < 1 \xrightarrow{-1} -1 < 2x < 0 \xrightarrow{\div 2} -\frac{1}{2} < x < 0$$

$$\frac{1}{2} > x > 0 \Rightarrow \left[0, \frac{1}{2}\right]$$

$$[-2, 2] \quad 2$$

$$[-1, 1] \quad 1$$

$$\left[0, \frac{1}{2}\right] \quad 3 \checkmark$$

$$[-2, 2] \quad 4$$

1- مبکران: با سطح نامعادله $x + 1 \leq 3x - 2 < 2x - 7$ به صورت کدام بازه است؟

$$[-1, 3) \quad (-5, 5] \quad \checkmark$$

$$(-1, 3] \quad [-4, 3]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x - 7 < 3x - 2 \Rightarrow 2x - 3x < -2 + 7 \Rightarrow -x < 5 \Rightarrow x > -5 \\ 3x - 2 \leq x + 1 \Rightarrow 3x - x \leq 1 + 2 \Rightarrow 2x \leq 3 \Rightarrow x \leq 1.5 \end{array} \right.$$



2- مبکران: اگر عدد m متعلق به $(m+2, 2m+1)$ باشد عدد m کدام است؟

$$1 - m > -4 \quad \sqrt{2} - 1 < m < 2$$

$$(m+2, 2m+1) \Rightarrow \begin{cases} 4 > m+2 \Rightarrow 2 > m \Rightarrow m < 2 \\ 4 < 2m+1 \Rightarrow -4 < 2m \Rightarrow -2 < m \end{cases}$$

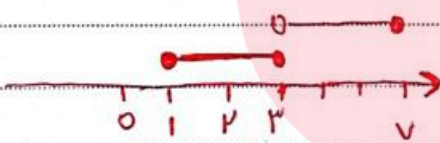


میتوانیم اگر عدد ۵ در بازه $[2n-1, 3n+14]$ باشد، بزرگترین بازه ای که n می تواند اختیار کند کدام است؟

۱- $[-2, 2]$ ۲- $[-2, 2]$ ۳- $[-3, 3]$ ۴- $[-2, 3]$

میتوانیم: فاصله شدی عبارت $[3, 7]$ و $[1, 3]$ کدام بازه است؟

۱- $[3, 7]$ ۲- $[2, 4]$ ۳- $[3, 7]$ ۴- $[1, 7]$



میتوانیم: حاصل $[-2, 2] - [-2, 3]$ کدام است؟

۱- $[-2, -2]$ ۲- $[-2, -2]$ ۳- $[-2, -2]$ ۴- $[-2, -2]$



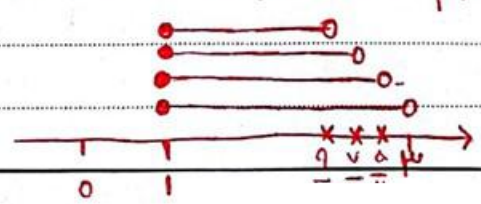
اگر $A_n = [1, 2 + \frac{1}{n}]$ آنگاه $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$ کدام است؟

۱- $[1, \frac{9}{4}]$ ۲- $[1, \frac{3}{2}]$ ۳- $[1, \frac{4}{3}]$ ۴- \emptyset

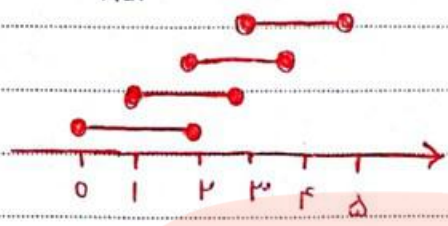
$A_1 = [1, 2 + \frac{1}{1}] = [1, 3]$ $A_2 = [1, 2 + \frac{1}{2}] = [1, \frac{5}{2}]$

$A_3 = [1, 2 + \frac{1}{3}] = [1, \frac{7}{3}]$

$A_4 = [1, 2 + \frac{1}{4}] = [1, \frac{9}{4}]$



1. $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ و $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ را بیابید. $A_n = [n-1, n+1]$ $n \in \mathbb{N}$



1- $\{x \mid 1 \leq x \leq \Delta\}$

2- $\{x \mid 0 \leq x \leq \Delta\}$

$\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = [0, \Delta]$ و $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = \{2\}$

$\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = [0, \Delta] - \{2\}$

3- $\{x \mid 0 \leq x \leq \Delta, x \neq 2\}$

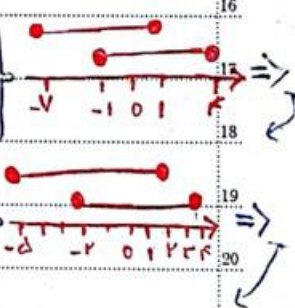
4- $\{x \mid 1 \leq x \leq \Delta, x \neq 2\}$

2. $A_i = [-i, \frac{9-i}{2}]$ و $i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ را بیابید. $(A_1 \cap A_2) \cup (A_2 \cap A_3) \cup \dots \cup (A_8 \cap A_9)$ را بیابید.

1- $[-2, -1) \cup (1, 2]$ 2- $[-2, -1] \cup [1, 2]$ 3- $[-1, 1]$

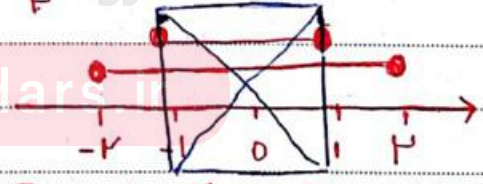
4- \emptyset

$A_1 = [-1, \frac{9-1}{2}] = [-1, 4]$
 $A_2 = [-2, \frac{9-2}{2}] = [-2, 3.5]$
 $A_3 = [-3, \frac{9-3}{2}] = [-3, 3]$
 $A_4 = [-4, \frac{9-4}{2}] = [-4, 2.5]$



$\Rightarrow [-1, 1]$

$\Rightarrow [-2, 2]$



$[-2, -1) \cup (1, 2]$

1 - قلمچی: کدام یک از اعداد زیر متعلق به مجموعه $(-\infty, 3) \cap [2, 5)$ است؟

@Riazi_Mahmoodi

7 - قلمچی: اگر $A = \{x \in \mathbb{R}, x > 1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R}, x \leq 4\}$ باشد، آنگاه مجموعه $(A-B) \cup (B-A)$ برابر کدام گزینه است؟

10 - \checkmark 1- $\mathbb{R} - (1, 4]$ 2- $\mathbb{R} - [1, 4)$ 3- $\mathbb{R} - [1, 4]$ 4- $\mathbb{R} - (1, 4)$

12 - کدام مجموعه زیر، نمایانگر $\mathbb{R} - (-2, 1]$ است؟

11 - 1) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2, x > 1\}$ 2) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2, x > 1\}$

16 - 3) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \text{ یا } x > 1\}$ 4) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \text{ یا } x > 1\}$



21 - نتایج: اگر $\left[-\infty, \frac{r^m+d}{v} \right] \cup \left(\frac{m-1}{r}, +\infty \right) = \mathbb{R}$ باشد، مجموعه m کدام است؟

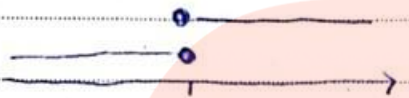
23 - 1) $m=1$ 2) $m \geq 14$ 3) $m > 14$ 4) $m \leq 14$

25 - $\frac{m-1}{r} < \frac{r^m+d}{v} \xrightarrow{\times r} v(m-1) < r(r^m+d)$

27 - $\Rightarrow vm - v < 4m + 10 \Rightarrow vm - 4m < 10 + v \Rightarrow m < 14$

1 - نشر اللمة: $\mathbb{R} \cap \left[\frac{m-1}{3}, 2 \right] \cap \left[m-2, +\infty \right)$ متبوعه تا
 2 عضون بائند، مقدار m کدام است؟

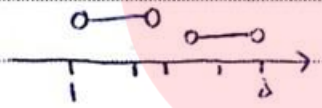
- 1) 1 2) $\sqrt{2}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) -1



$$\begin{aligned} \Rightarrow 4 - (m-1) &= 2m - 9 \Rightarrow 4 - m + 1 = 2m - 9 \\ \Rightarrow -m + 5 &= 2m - 9 \Rightarrow -m - 2m = -9 - 5 \Rightarrow -3m = -14 \Rightarrow m = \frac{-14}{-3} = \frac{14}{3} \end{aligned}$$

10 - نشر اللمة: $\mathbb{R} \cap (2 + a^2) \cap (5 - a^2) = \emptyset$ متعلق به کدام بازه است؟

- 1) $(-\infty, 1]$ 2) $[1, +\infty)$ 3) $(-1, 1)$ 4) $[1, 0]$



$$\begin{aligned} \Rightarrow 2 + a^2 < 5 - a^2 &\Rightarrow a^2 + a^2 < 5 - 2 \Rightarrow 2a^2 < 3 \Rightarrow a^2 < \frac{3}{2} \\ \Rightarrow -\sqrt{\frac{3}{2}} < a < \sqrt{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

@Riazi_Mahmoodi

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

« فصل اول » مجموعه، الل و دنباله

مجموعه: هر دستای مشخص شده از اشیاء را یا یک مجموعه و آن اشیاء را اعضای آن مجموعه می نامند.

مجموعه‌ی تهی: مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد را مجموعه تهی می نامند و آن را با نماد \emptyset نشان می دهد.

دو مجموعه‌ی مساوی: اگر هر عضو مجموعه A عضوی از مجموعه B و هر عضوی از مجموعه B عضوی از مجموعه A باشد می نویسیم $A = B$.

زیر مجموعه: اگر A و B دو مجموعه باشند به طوری که هر عضو A عضو B باشد می نویسیم A زیر مجموعه B است.

تکلاً مجموعه تهی: زیر مجموعه‌ای هر مجموعه‌ای است.

تکلاً: هر مجموعه زیر مجموعه خودش است.

نمایش مجموعه: مجموعه‌ها را با سازه‌ها، روش می توان نمایش داد:

- ۱- روش اعضای آن
- ۲- نمودار ورنج
- ۳- نماد ریاضی

مجموعه‌های ریاضی مهم: www.mydars.ir

۵- مجموعه اعداد گنل $\mathbb{Q} = \{x | x \in \mathbb{Q}\}$

۱- مجموعه اعداد طبیعی $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

۴- مجموعه‌ی اعداد حقیقی $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$

۲- مجموعه اعداد نسبی $\mathbb{W} = \{a, b, c, \dots\}$

۳- مجموعه اعداد صحیح $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

۳- مجموعه‌ی اعداد گویا $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} | a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}\}$

1 نکته: هر عدد عشاری که تعداد ارقام عشاری آن بی شمار باشد و متناوب نباشد \mathbb{Q} است.
 2 نکته: رابطه این مجموعه با صورت زیر است $\mathbb{N} \subset \mathbb{W} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

مثال:

6 - میتوان گفت مجموعه زیر تهی است؟

8 $B = \{x | x \in \mathbb{N}, x^2 \in \mathbb{N}\}$ (۲) $A = \{x | x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0\}$ (۱)

10 $D = \{x | x \in \mathbb{Z}, \sqrt{x} \in \mathbb{N}\}$ (۴) $C = \{x | x \in \mathbb{R}, \frac{x}{\pi} \notin \mathbb{R}\}$ (۳) ✓

12 مسابقات ریاضی بلژیک: مجموعه $E = \{1, 2, \dots, \{1, 2\}\}$ مفروض است. کدام یک از
 13 گزاره‌های زیر نادرست است؟

15 $\{1\} \in E$ - ۴ ✓ $\emptyset \in E$ - ۳ $\{1, 2\} \in E$ - ۲ $\{1, 2\} \subset E$ - ۱

17 - کدام مجموعه زیر تهی نیست؟

19 $\mathbb{Z} \cap (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$ - ۴ $\mathbb{N} \cap (\mathbb{Q} - \mathbb{Z})$ - ۳ $\mathbb{N} \cap (\mathbb{Z} - \mathbb{W})$ - ۲ $\mathbb{W} \cap (\mathbb{Z} - \mathbb{N})$ - ۱ ✓

21 نکته: با ازای کدام مجموعه A و مجموعه B هیچ عضوی ندارد
www.my-dars.ir

23 $\mathbb{Z} \cap (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$ - ۴ $\mathbb{Z} - \mathbb{W}$ - ۳ ✓ $\mathbb{Q} - \mathbb{Z}$ - ۲ $\mathbb{W} - \mathbb{N}$ - ۱

25 $C = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{1, 2, 3, \{1, 2\}\}$ و $A = \{1, 2, 3, \{1, 2, 3\}\}$ ✓

26 باشد و کدام رابطه درست است؟

27 $A - B = \{C\}$ - ۴ ✓ $B - C = \{1, 2\}$ - ۳ $B - C = \emptyset$ - ۲ $A - B = C$ - ۱

سراسری ۸۹: اگر $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$ و $B = \{a, b\}$ باشد مجموعه $A - \{B\}$ چند زیر مجموعه ای غیر تهی دارد؟

۱۵ - ۲

۳۱ - ۳

۷ - ۲ ✓

۳ - ۱

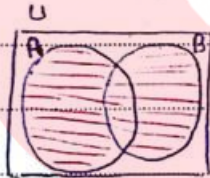
$$A - \{B\} \Rightarrow \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\} - \{\{a, b\}\} =$$

$$2^n \Rightarrow 2^3 = 8 \Rightarrow 8 - 1 = 7$$

2

اجتماع دو مجموعه:

مجموعه تمام اعضای است که یا به A یا به B (یا هر دو آنها) تعلق دارد.



@Riazi_Mahmoodi

قوانین اجتماع:

1 $A \cup B = B \cup A$

2 $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$

3 $A \cup \emptyset = A$

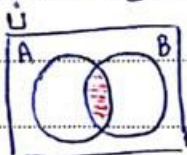
$A \subseteq A \cup B$

$B \subseteq A \cup B$

www.my-dars.ir

اشتراک دو مجموعه:

مجموعه ای تمام اعضای است که یا به A و هم به B تعلق داشته باشند.



تفاضل اشتراک:

1 $A \cap B = B \cap A$

2 $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$

3 $A \cap \phi = \phi$

4 $\begin{cases} A \cap B \subseteq A \\ A \cap B \subseteq B \end{cases}$

دو مجموعه ای جدا از هم:

دو مجموعه A و B آنکه $A \cap B = \phi$ میگویند آن دو جدا از هم هستند.

قوانین ترکیب اجتماع و اشتراک

1 $A \cap B \subseteq A \cup B$

3 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

2 $A \cap (A \cap B) = A$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cap (A \cup B) = A$

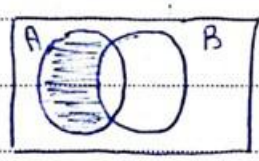
4 $\begin{cases} A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C \\ (A \cup C) \cup B \end{cases}$

@Riazi_Mahmoodi

www.my-dars.ir

تفاضل دو مجموعه

تفاضل دو مجموعه B از A مجموعه ای تمام اعضای A است که با A تعلق دارند ولی به B تعلق ندارد.



قوانین تفاسیل:

1. $A - B \neq B - A$

2.
$$\begin{cases} A - A = \emptyset \\ A - \emptyset = A \\ \emptyset - A = \emptyset \end{cases}$$

4. $A - B \subseteq A$

5. $A \subseteq B \Leftrightarrow A - B = \emptyset$

3. $A - B = A - (A \cap B)$

$$A - B = A - (A \cap B) \Leftrightarrow A - B = B - A = \emptyset$$

مثال:

تکلیف: اگر $A \cup B \subseteq \emptyset$ آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

1. $A = \emptyset \subseteq B = \emptyset$

2. $A = \emptyset \supseteq B = \emptyset$

تکلیف: اگر A زیرمجموعه B باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟ $(A \subseteq B)$

1. $(A \cup B) \cup B = A$

2. $(A \cup B) \cap B = A$

3. $(A \cup B) \cup A = A$

4. $(A \cup B) \cap A = B$

کتاب: اگر A و B دو مجموعه غیر تهی و $A \cup B \subseteq B$ آنگاه کدام گزاره درست است؟

- ۱- $B \subseteq A$
- ۲- $A \cap B = \emptyset$
- ۳- $A \cap B = B$
- ۴- $A \cap B = A$ ✓

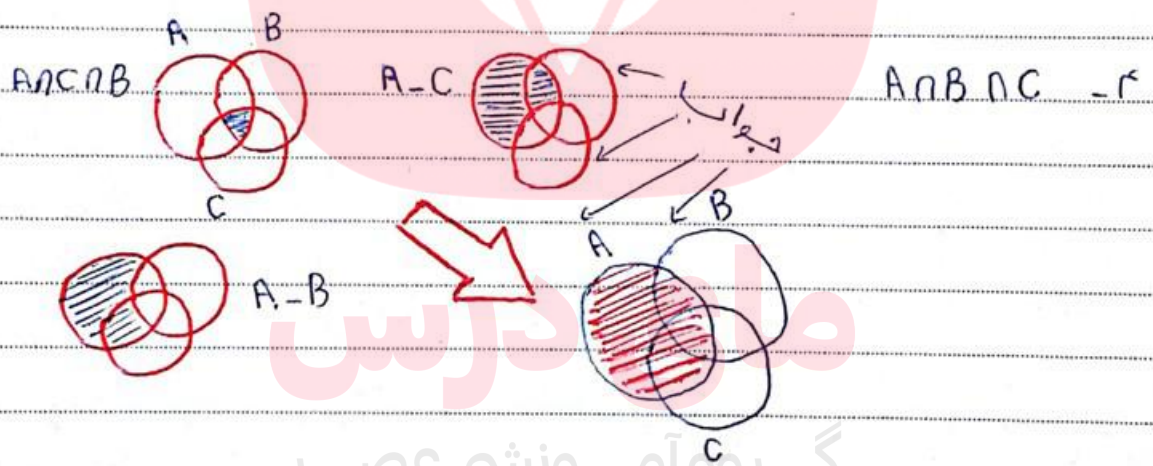
کتاب: اگر $A \subseteq B$ باشد، حاصل مجموعه $(A \cap B) \cap (A \cap C)$ کدام است؟

- ۱- C
- ۲- A
- ۳- B
- ۴- \emptyset ✓

$A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset \Rightarrow (A \cap B) \cap (A \cap C) = \emptyset$

مبتکران: مجموعه $(A \cap C \cap B) \cup (A - B)$ برابر است با:
 $\rightarrow U(A - C)$

- ۱- $A - (B \cap C)$
- ۲- $A - (B \cup C)$
- ۳- A ✓



مبتکران: اگر $\{2, 7, 4\} = \{9, x, 2, 4\} \cap \{7, 2, y\}$ باشد، آنگاه $x + y$ کدام است؟

- ۱- 13 ✓
- ۲- 19
- ۳- 18
- ۴- 17

$y = 4$ و $x = 7 \Rightarrow 4 + 7 = 13$

قبلی بسز: اگر $A \cap B = \phi$ و $A \cap C = \phi$ آنگاه کدام نتیجه گیری درست است؟

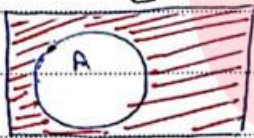
1- $B \cap C = \phi$ 2- $B \cap C \neq \phi$ 3- $A \cap (B \cup C) = \phi$ ✓

4- $A \cap (B - C) \neq \phi$

3

مجموعه‌ای مربع و مجموعه‌ای که همه‌ی مجموعه‌های مورد بحث; بر مجموعه آن باشند، مجموعه‌ی دایره‌ای یا مربع می‌نامیم و آن را با U یا M نشان می‌دهیم.

مجموعه‌ی متمم: اگر U مجموعه‌ی مربع باشد و $A \subseteq U$ باشد آنگاه مجموعه‌ی $A - U$ را متمم مجموعه‌ی A می‌نامیم و آن را با A' نشان می‌دهیم.



قوانین مجموعه مربع یا متمم

1 $(A')' = A$

4 $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$

2
$$\begin{cases} U' = \phi \\ \phi' = U \end{cases}$$

5 $A - B = A \cap B'$

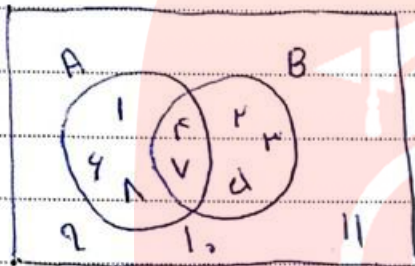
6
$$\begin{cases} (A \cup B)' = A' \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B' \end{cases}$$

3
$$\begin{cases} A \cup A' = U \\ A \cap A' = \phi \end{cases}$$

1 - مستتران: اگر مجموعه مرجع اعداد صحیح باشد $B = \{1, 2, 3, 4\}$ و $A = \{0, 1, 2\}$ آنگاه $(A \cup B)$ کدام مجموعه درست است؟

- 4 - $\{1, 2\}$ - 1 ✓ $\{2, 3, 4\}$ - 2 $\{3, 4, 5\}$ - 3 $\{2, 4, 5\}$ - 4

6 - مستتران: با توجه به نمودار، هر بار دو مجموعه $A - B'$ کدام است؟



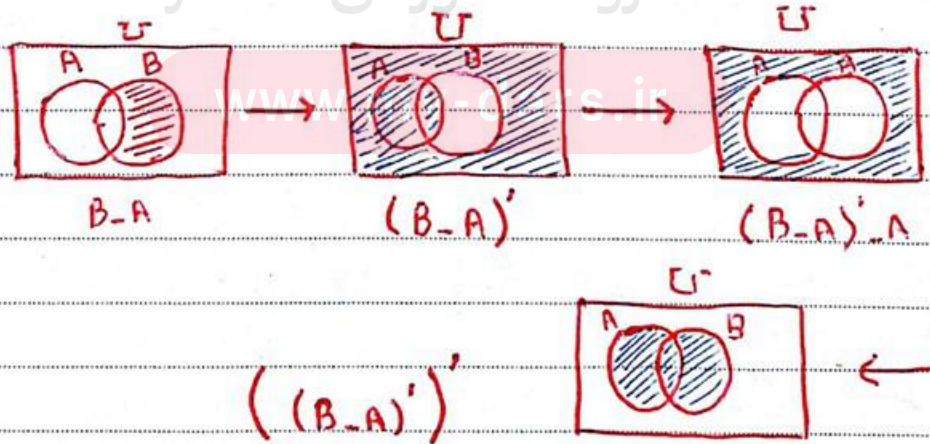
- 8 - $\{2, 5, 7\}$ - 2 ✓ $\{2, 4, 5\}$ - 1
10 - $\{1, 4, 9\}$ - 3 $\{1, 5, 11\}$ - 4

12 - مستتران: اگر A و B دو مجموعه ای ناتمام باشند و $A - B = B - A$ آنگاه کدام درست است؟

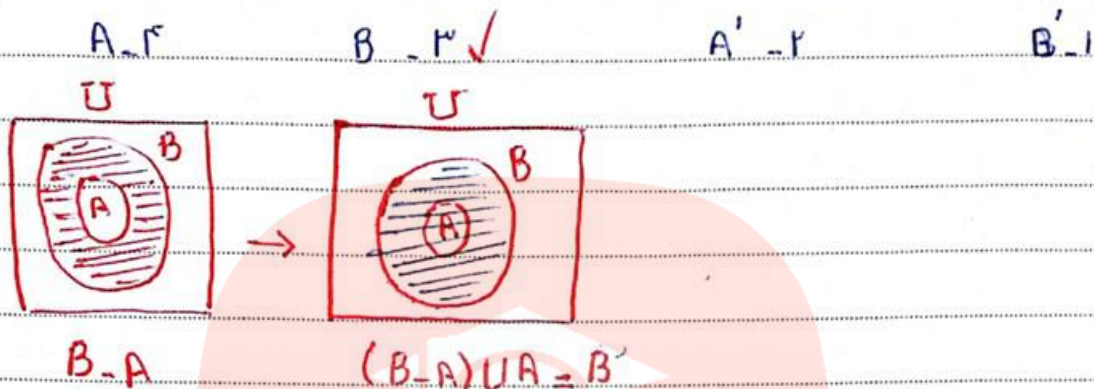
- 15 - $A = B$ - 1 ✓ $A = B'$ - 2 $A \subseteq B'$ - 3 $B' \subseteq A$ - 4

17 - کنترل: متمم مجموعه $(B - A)'$ نسبت به مجموعه جهان کدام است؟

- 20 - $A \cup B$ - 1 ✓ $A \cap B$ - 2 $A - B$ - 3 B - 4



سؤال: می‌دانیم $A \subseteq B$ است حاصل $(B-A) \cup A$ برابر کدام گزینه است؟



سؤال: اگر $T \in A \cap B$ و $T \in A' \cup B'$ باشد الزاماً ...

۱. $T = \emptyset$ - ۱. $T \in A \subseteq B$ - ۲. $T \in A, B$ - ۳. $A = B = \emptyset$ - ۴.

از آنجا که T هم زیر مجموعه‌ای $(A \cap B)$ و هم زیر مجموعه‌ای $(A \cap B)'$ است و هیچ اشتراکی ندارد.

$A' \cup B' = (A \cap B)'$

$T \in (A \cap B)$

$T \in (A \cap B)'$

سؤال: اگر $(B-A) \subseteq (B-A)'$ باشد آنگاه $A' \cap B'$ کدام است؟

۱. \emptyset - ۱. U - ۲. A' - ۳. B' - ۴.

سؤال: کدام مجموعه $[A - (A \cap B)] \cup (A \cap B)$ کدام است؟

۱. U - ۱. B' - ۲. $A' \cup B'$ - ۳. \emptyset - ۴.

مجموعه‌ای متناهی: مجموعه‌ای که تعداد اعضای آن یک عدد حسابی است.
مجموعه‌ای نامتناهی (با پایان) است.

مجموعه‌ای نامتناهی: مجموعه‌ای که نمی‌توان تعداد اعضای آن را با یک عدد حسابی بیان کرد، مجموعه‌ای نامتناهی (بی پایان) می‌نامیم.

کدام مجموعه متناهی است؟

۱- $Z - N$ ۲- $R - W$ ۳- $Q - Z$ ۴- $R - \mathbb{R}$ ✓

می‌دانیم A نامتناهی و B متناهی است، کدام مجموعه متناهی است؟

۱- $B - A$ ۲- $A \cap B$ ۳- $A - B$ ✓ ۴- $R - A$

فرض کنیم $B \subseteq A$ باشد، آنگاه کدام نیز نادرست است؟

۱- اگر A متناهی باشد، لزوماً B نیز متناهی است.

۲- اگر A نامتناهی باشد، لزوماً B نیز نامتناهی است.

۳- اگر B نامتناهی باشد، لزوماً A نیز متناهی است.

۴- اگر B متناهی باشد، مجموعه A می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد.

تعداد اعضای مجموعه:

$$1 \quad n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$2 \quad n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$3 \quad n(A') = n(U) - n(A)$$

$$4 \quad n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B)$$

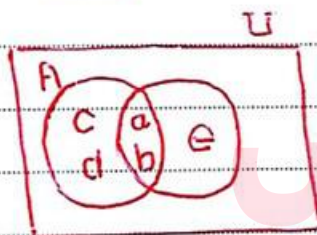
تفسیر: مجموعه $A \cup B$ دارای ۵ عضو، $A \cap B$ دارای ۲ عضو و $A - B$ نیز دارای ۲ عضو است. مجموعه $B - A$ چند عضو دارد؟

۱-۴ ✓

۲-۳

۳-۲

۴-۱


 $A \cup B = 5$ عضو

 $A - B = 2$ عضو

 $B - A = ?$

تفسیر: از ۵ دانش آموزان یک دبیرستان ۲۵ نفر در کلاس ادبیات و ۳۱ نفر در کلاس عربی و ۳۳ نفر در کلاس شرکت نمودند. چند نفر در هیچ یک از دو کلاس شرکت نکرده اند؟

$$31 - 25 = 6$$

$$31 - 23 = 8$$

 $U \quad 1-4 \checkmark$

۷-۳

۲-۲

۵-۱


 $A = 12$ ادبیات

$$12 + 23 + 8 = 43$$

 $B = 8$ عربی

$$43 - 3 = 40$$

۱- قلمچی: اگر A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U و $n(A) = 14$ و $n(A') = 19$ و $n(B) = 14$ باشند، آنگاه $n(B')$ کدام است؟

۷-۴

۹-۳

۸-۲ ✓

۱۲-۱ ✓

$$n(A') = n(U) - n(A) \Rightarrow 19 = n(U) - 14 \Rightarrow n(U) = 33$$

$$n(B') = n(U) - n(B) = 33 - 14 = 19$$

۸- در یک کلاس درس ۱۹ نفر با تاریخ و ۱۴ نفر با جغرافیا علاقه‌مندند و ۹ نفر به هر دو درس علاقه‌مندند. چقدر از این دو درس علاقه‌ای ندارند این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

۳۸-۴

۲۷-۳

۳۲-۲ ✓

۳۰-۱



$$\text{تعداد دانش‌آموز} = 13 + 4 + 11 + 4 = 32$$

۱۸- قلمچی: اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند، بطوری که مجموعه $A - B$ و $B - A$ هر دو مجموعه $A \cup B$ را عضو داشته باشند، آنگاه مجموعه A چند عضو دارند؟

۵-۴

۲-۳

۳-۲ ✓

۴-۱

www.my-dars.ir

۲۳- قلمچی: اگر A و B دو مجموعه و $n(A - B) = 12$ و $n(B - A) = 15$ و $n(A \cup B) = 31$ باشند، آنگاه $n(A)$ کدام است؟

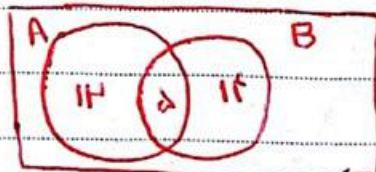
۲۳-۴

۲۱-۳

۱۹-۲

۱۷-۱

$$n(A) = (12 + 5) = 17$$



الگوی یک سافت، منظم از اشکال، تصاویر، صداها، مفاهیم، وقایع و یا اعداد است که ممکن است تکرار شوند یا رشد کنند و یا ترتیبی از این سه داشته باشند.

الگوی قطری: اگر جمله n امی یک الگوی حسابی $t_n = an + b$ آن الگو را قطری می‌نامیم.

در الگوهای قطری اختلاف هر دو جمله متوالی ثابت و برابر با a است.

$$t_n = 2n + 2$$

$$n=1 \Rightarrow t_1 = 2(1) + 2 = 4$$

$$n=2 \Rightarrow t_2 = 2(2) + 2 = 6 \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{a=2} \quad \frac{6}{2} \quad \frac{8}{2} \quad \frac{10}{2} \quad \frac{12}{2} \quad \dots \quad \frac{152}{2}$$

$$n=3 \Rightarrow t_3 = 2(3) + 2 = 8$$

$$n=4 \Rightarrow t_4 = 2(4) + 2 = 10$$

$$n=50 \Rightarrow t_{50} = 2(50) + 2 = 102$$

قلمچی: در شکل مقابل تعداد نقطه‌ها در طرح هفتم کدام است؟

$$1) 25$$

$$2) 26$$

$$(1)$$

$$(2)$$

$$(3)$$

$$\checkmark 3) 24$$

$$4) 27$$

شماره جمله	1	2	3	4
تعداد نقطه	4	6	8	10

$$\Rightarrow t_n = an + b \Rightarrow t_n = 2n + 2$$

$$\frac{n=1}{t_n=4} \Rightarrow 4 = 2(1) + b \Rightarrow b = 2 \Rightarrow t_n = 2n + 2$$

$$t_7 = 2(7) + 2 = 16 \Rightarrow t_7 = 16$$

قدم بی نبرای ساختن حرف α اللوزی زایر را داریم، با توجه به این اللوزی
 دو صورت شکل، دارای چند مربع است؟



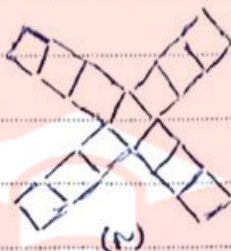
۱) ۲۹

۲) ۲۵

✓ ۳) ۲۱

۴) ۲۴

@Riazi_Mahmoodi



شماره پنجه	۱	۲	۳
تعداد نقاط	۵	۹	۱۳

$$\Rightarrow z_n = an + b$$

$$z_n = 4n + b \xrightarrow[n=1]{z_1=5} 5 = 4(1) + b \Rightarrow b = 1$$

$$z_n = 4n + 1 \Rightarrow z_{10} = 4(10) + 1 = 41 \Rightarrow z_{10} = 41$$

نتیجه: در یک اللوزی قطبی، اجزای u و v به ترتیب ۷ و ۱۵ است. اجزای
 بیستم کدام است؟

۱) ۲۵

✓ ۲) ۲۱

$$z_u = 7 \Rightarrow a(u) + b = 7 \Rightarrow 2a + b = 7$$

۳) ۲۲

۴) ۲۳

$$z_v = 15 \Rightarrow a(v) + b = 15 \Rightarrow 7a + b = 15$$

$$\begin{cases} 2a + b = 7 \\ 7a + b = 15 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 2$$

$$2a + b = 7$$

$$\Rightarrow z_{10} = 2(10) + 1 \Rightarrow$$

$$7a + b = 15$$

$$\Rightarrow 9 + b = 7$$

$$\Rightarrow z_{10} = 21$$

$$2a + b = 7$$

$$\Rightarrow b = 1$$

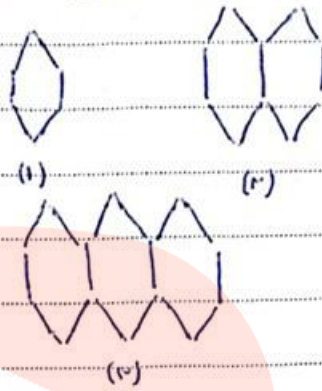
www.my-dars.ir

$$\begin{cases} 2a + b = 7 \\ -7a - b = -15 \end{cases}$$

$$-5a = -8 \Rightarrow a = 2$$

تاج: با توجه به الگوی مقابل در شکل دهاندهم چند پاره خط وجود دارد ؟

- ۱) ۴۹
- ۲) ۴۱
- ۳) ۴۰
- ۴) ۴۵



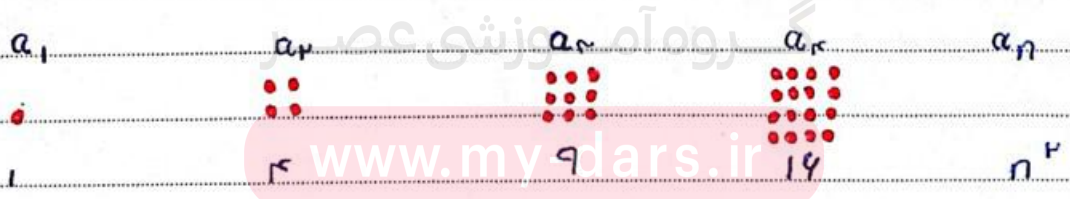
شماره جمله	۱	۲	۳
تعداد خط	۴	۱۱	۱۴

$$t_n = an + b \Rightarrow t_n = \Delta n + b \xrightarrow[n=4]{n=1} \begin{cases} 4 = \Delta(1) + b \\ 14 = \Delta(4) + b \end{cases} \Rightarrow b = 1 \Rightarrow t_n = \Delta n + 1$$

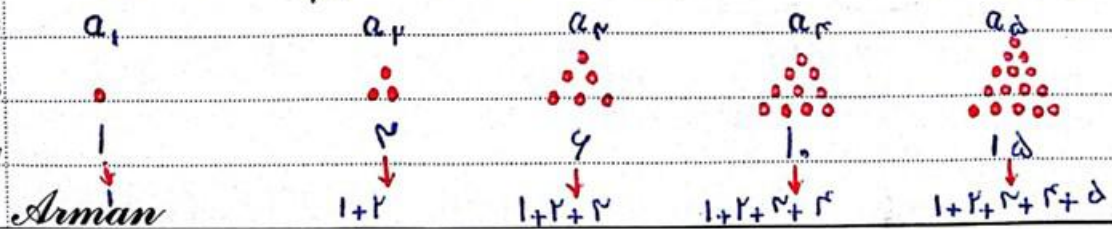
$$t_{12} = \Delta(12) + 1 \Rightarrow t_{12} = 41$$

الگوهای غیر خطی: الگوهای عمود دارند اما فاصله نیستند یعنی اختلاف هر دو جمله متوالی آن ها مقدار ثابتی نیست. معروف ترین این الگوها الگوهای مربعی مثلثی و الگوهای درجا دوم هستند.

الگوهای مربعی: الگوی است که جملات آن توان درج اول طبیعی هستند جمله عمومی آن ها به صورت $a_n = n^2$ می باشد.



الگوی مثلثی: جمله عمومی این الگوی مثلثی $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ می باشد.



Arman

نکته: جمله عمومی الگوی مثلثی برابر با مجموع اعداد طبیعی ا تا n است.

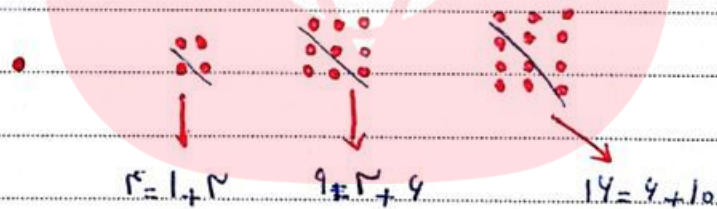
$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

مثال: جمله عمومی مستقیم یک دنباله مثلثی چند نقطه دارد؟

$$a_{17} = \frac{17 \times 18}{2} = 153$$

نکته: اگر الگوی مثلثی $\{a_n\}$ و الگوی مربعی $\{b_n\}$ نمایش دهیم، داریم:

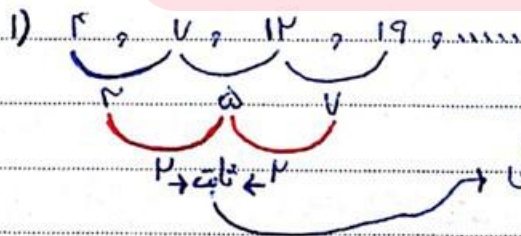
$$\begin{cases} b_1 = a_1 = 1 \\ b_n = a_n + a_{n+1} \quad (n \geq 2) \end{cases}$$



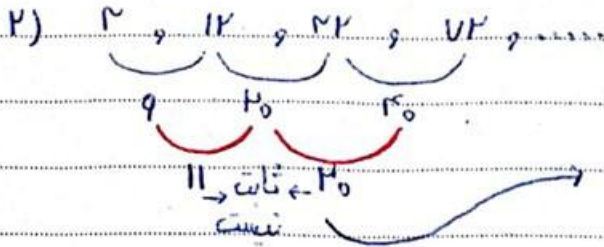
$$b_1 = a_1 + a_2 \quad b_2 = a_2 + a_3 \quad b_3 = a_3 + a_4$$

الگوی درجه دوم: الگوی هابی که جمله عمومی آن به شکل $t_n = an^2 + bn + c$ باشد را، الگوی درجه دوم می نامند در هر آنکه درجه دوم اختلاف جمله متوالی تشکیل یک الگوی خطی با ضریب ثابت $2a$ می دهند. ($A \neq 0$)

www.my-dars.ir

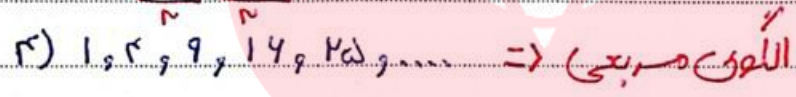
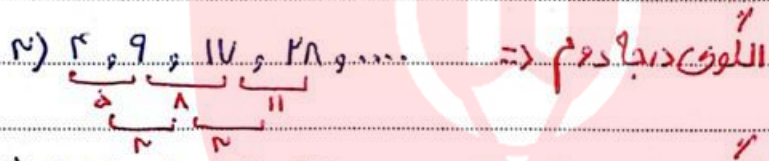
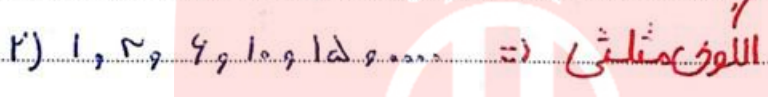
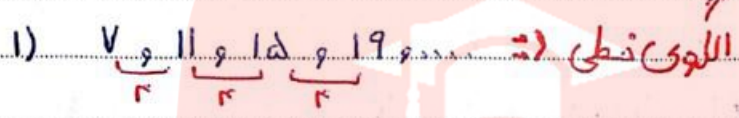


الگوی درجه دوم \Rightarrow الگوی خطی

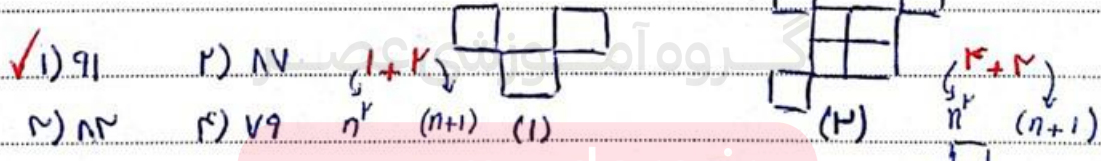


اللوئی درجه دوم نیست \Rightarrow اللوئی خطی

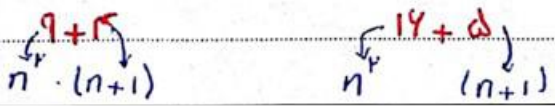
مثال: نوع اللوئی زیر، امشتمن کنید؟



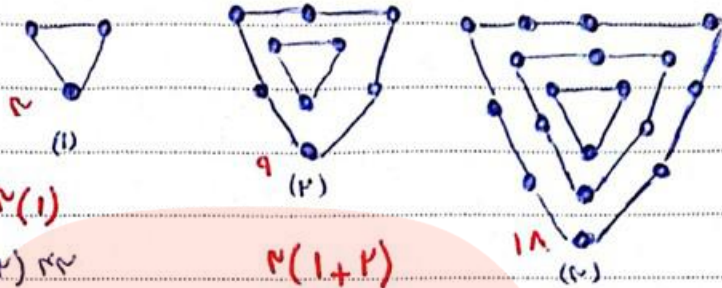
قلمچی: در اللو مقابل، شکل شماره ۹ چند مربع کوچک دارد؟



$a_n = n^2 + (n+1)$
 $a_9 = 9^2 + (9+1)$
 $\Rightarrow a_9 = 81 + 10 \Rightarrow 91$



قلمچی: با توجه به الگوی زیر و شکل ششم از چند نقطه تشکیل شده است.



n
 (1)
 $n(1)$
 1) ۳
 n ۲) ۶
 $n(1+2)$
 ۱) ۳
 $n(1+2)$
 ۲) ۶
 $n(1+2+3) \Rightarrow$
 ۱) ۳
 $n(1+2+3)$
 ۲) ۶
 ۳) ۹

$$(1, 2, 3, \dots, n) = \frac{n \times (n+1)}{2}$$

$$a_n = \frac{n \times (n+1)}{2} \Rightarrow a_4 = \frac{4 \times 7}{2} = 14$$

دنباله: هر تعداد عدد که پشت سر هم قرار می‌گیرند، ایک دنباله می‌نامند.
 این اعداد، جملات دنباله نامیده می‌شوند. دنباله‌ها، با شکل $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ نمایش می‌دهند که در آن a_1 جمله اول، a_2 جمله دوم و به همین ترتیب a_n جمله n یا جمله عمومی می‌شود.

مثال: مجموع جمله‌های اول، سوم و پنجم دنباله با جمله عمومی $a_n = n^2 + 1$

1) ۳۵ ۲) ۲۶
 ۳) ۲۷ ۴) ۲۸
 $a_1 = 1^2 + 1 = 2$
 $a_3 = 3^2 + 1 = 10$
 $a_5 = 5^2 + 1 = 26$

www.my-dars.ir

$$a_1 + a_3 + a_5 = 2 + 10 + 26 = 38$$

قلمچی: جمله عمومی دنباله این به صورت $a_n = bn^2 + cn$ است. اگر جمله اول و دوم این دنباله به ترتیب برابر ۲ و ۸ باشند، جمله دهم آن کدام است؟

$$1) 2 \quad 2) 10 \quad a_1 = 2 \Rightarrow b(1)^2 + c(1) = 2 \Rightarrow b + c = 2$$

$$3) 12 \quad 4) 140 \quad a_2 = 8 \Rightarrow b(2)^2 + c(2) = 8 \Rightarrow 4b + 2c = 8$$

$$x(-2) \begin{cases} b+c=2 \\ 4b+2c=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2b-2c=-4 \\ 4b+2c=8 \end{cases} \Rightarrow 2b=2 \Rightarrow b=1$$

$$b+c=2 \Rightarrow c=2 \Rightarrow a_n = n^2 + 2n \Rightarrow a_{10} = 10^2 + 2(10) = 120$$

$$1+c=2$$

قلمچی: اگر جمله عمومی یک دنباله به صورت $a_n = 2(-2)^{n+1}$ باشد، جمله پنجم این دنباله برابر ۱۲۸ است.

$$1) \text{ هفتم} \quad 2) \text{ پنجم} \quad 2(-2)^{n+1} = 128$$

$$3) \text{ چهارم} \quad 4) \text{ هشتم} \quad \Rightarrow (-2)^{n+1} = \frac{128}{2} = 64$$

$$\Rightarrow (-2)^{n+1} = (-2)^4 \Rightarrow n+1=4 \Rightarrow n=3$$

قلمچی: چند جمله از دنباله $a_n = 2n - 13$ منفی است؟

$$a_n < 0 \Rightarrow 2n - 13 < 0 \Rightarrow$$

$$2n < 13 \Rightarrow n < \frac{13}{2} \Rightarrow n < 6.5$$

1) سه جمله

2) چهار جمله

3) دو جمله

4) بی‌شمار

\Rightarrow چهار جمله اول منفی

1 قلمچی: اگر چند جمله‌ای اول یک دنباله به صورت $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$ باشد جمله‌ای عمومی آن به کدام صورت است؟

1) $a_n = \frac{2n-1}{n}$ 2) $a_n = \frac{2n+1}{2n}$

3) $a_n = \frac{2n+1}{2n}$ 4) $a_n = \frac{2n-1}{2n}$

8 گنج: اگر جمله $(3n-2)$ ام یک دنباله به صورت $\frac{2\sqrt{n+d}}{n^2+2}$ باشد جمله نخستین این دنباله کدام است؟

1) $\frac{\sqrt{n}}{12}$ 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 3) $a_{3n-2} = \frac{2\sqrt{n+d}}{n^2+2}$

4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 5) $\frac{\sqrt{2}}{12}$

$3n-2=1 \Rightarrow 3n=3 \Rightarrow n=1$

$n=1 \Rightarrow a_1 \Rightarrow \frac{2\sqrt{1+d}}{1^2+2} = \frac{2\sqrt{1}}{12} \Rightarrow$

$\frac{2\sqrt{1+d}}{12} \Rightarrow \frac{\sqrt{1+d}}{6}$

16 گنج: جمله‌های زوج دنباله $1, 1, 2, 1, 3, 2, 1, 4, 3, 2, 1, 5, 4, 3, 2, 1, \dots$ کدام است؟

1) 21 2) 24

3) 25 4) 26



$\Rightarrow T_n = T_{n-1} + T_{n-2}$

www.mahmoodi.ir

سراسری ۹۵: در یک دنباله اعداد $a_1 = 1$ برای $n > 2$ داریم $a_n = 2a_{n-1} + 1$
 جمله هفتم این دنباله کدام است؟

1) ۱۲۷

۲) ۱۵۹

$n=2 \Rightarrow a_2 = 2a_1 + 1$

۳) ۲۳۷

✓ ۴) ۲۵۵

$n=3 \Rightarrow a_3 = 2a_2 + 1$

هر جمله از حاصل ضرب جمله قبلی در عدد ۲ و ۱ علاوه
 یک ساخته می شود.

۱، ۳، ۷، ۱۵، ۳۱، ۶۳، ۱۲۷، ۲۵۵

مبتکران: با فرض $a_n = \frac{kn+v}{n-r}$ و $b_n = \frac{kn+d}{n-r}$ ازای کدام k تساوی $a_k = b_k$ برقرار است؟

۱) ۸

۲) ۹

$a_k = \frac{kn+v}{k-r}$

$b_k = \frac{kn+d}{k-r}$

۳) ۱۰

✓ ۴) ۱۱

$a_k = b_k \Rightarrow \frac{kn+v}{k-r} = \frac{kn+d}{k-r} \Rightarrow$

$(k-r)(kn+d) = (k-r)(kn+v) \Rightarrow$

$kn^2 - rd = kn^2 + vk - nk - rk \Rightarrow$

$-rd + rk = kn + vk - nk - rk \Rightarrow$

$-11 = -k \Rightarrow k = 11$

@Riazi_Mahmoodi

مبتکران: جمله $(2n-1)$ ام یک دنباله بر حسب n برابر است با $\frac{kn^r+1}{n+1}$ جمله
 عمومی a_n کدام است؟

✓ ۱) $\frac{n^r + 2n + 2}{n+2}$

۲) $\frac{n^r - 1}{n-2}$

$a_{2n-1} = \frac{kn^r+1}{n+1} \Rightarrow$

$(2n-1)^r + 2(2n-1) + 2$

$(2n-1) + 2$

۳) $\frac{kn^r - 1}{2n-1}$

۴) $\frac{n^r - 2n + 2}{n-2}$

$a_n = \frac{n^r + 2n + 2}{n+2}$

1. بفرض دو دنباله اعداد $a_1 = 1$ و $a_{n+1} = a_n + 2n + 1$ ، جمله بیست و دوم کدام

2. است؟ $n=1 \Rightarrow a_1 = a_1 + 2(1) + 1 = 4$

3. $1 + 2 + 1 = 4$

4. $n=2 \Rightarrow a_2 = a_1 + 2(2) + 1 = 4 + 4 + 1 = 9$

5. $1, 4, 9, \dots \Rightarrow$ الگوی مربعی

6. $a_{22} = (22)^2 = 484$

8. نشر الگو: جمله بیستم دنباله $a_n = (-1)^n \times \frac{n-1}{2n+4}$ برابر $-\frac{1}{4}$ است؟

10. $(-1)^n \times \frac{n-1}{2n+4} = -\frac{1}{4} \Rightarrow$

11. جمله بیستم (۱) جمله بیستم (۲) جمله بیستم (۳) جمله بیستم (۴)

12. $(-1)^n = -1$ فرض است

14. $\frac{n-1}{2n+4} = -\frac{1}{4} \Rightarrow$

@Riazi_Mahmoodi

16. $\frac{-n+1}{2n+4} = -\frac{1}{4} \Rightarrow -2n-4 = -4n+4$

17. $\Rightarrow 2n = 10 \Rightarrow n = 5$

19. نشر الگو: دو دنباله کدام است؟ $a_n = \frac{n-2}{2n-5}$ و $b_n = \frac{2n-4}{12n}$ جمله مشترک

21. $a_n = b_n \Rightarrow \frac{n-2}{2n-5} = \frac{2n-4}{12n} \Rightarrow$

23. $12n(n-1) = (2n-4)(2n-5) \Rightarrow$

25. $12n^2 - 12n = 4n^2 - 10n - 20n + 20$

26. $a_2 = \frac{2-2}{2-5} = \frac{0}{-3} = 0 \Leftarrow 10n = 20 \Rightarrow n = 2$

دنبالان حسابی: هرگاه یک سری از اعداد دنبال هم بیایند به طوری که فاصله‌ی بین جملات مقدار ثابتی باشند به آن دنباله‌ی حسابی گفته می‌شود و به آن مقدار ثابت قدر نسبت می‌گویند. جملات عمومی دنباله‌ی حسابی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

قدر نسبت d
جملات عمومی a_n
جمله اول a_1

نکته: جملات عمومی یک دنباله‌ی حسابی یک دنباله‌ی خطی است یعنی جملات عمومی آن به صورت $a_n = an + b$ است که در آن ضریب n قدر نسبت دنباله و جمله اول مجموع ضرایب یعنی $a+b$ است

مثال: در دنباله زیر جملات بیست و یکم را بدست آورید.

قدر نسبت d
۲، ۱۰، ۱۷، ...
 $\Rightarrow d = 7$

$$a_{21} = (a_1) + 20d$$

$$\Rightarrow 2 + (20 \times 7) =$$

$$2 + 140 = 142$$

$$a + b = 2 \Rightarrow 7 + b = 2$$

$$\Rightarrow b = -5 \quad \bullet \quad a_n = 7n - 5$$

مثال: در دنباله‌ی زیر جملات چهل و هشتم را بدست آورید.

۱۱، ۹، ۷، ...
 $d = -2$

$$a_{48} = a_1 + 47d$$

$$\Rightarrow 11 + (47 \times -2) =$$

$$11 - 94 = -83$$

$$a + b = 11 \Rightarrow -2 + b = 11$$

$$\Rightarrow b = 13$$

$$a_n = -2n + 13$$

مثال: در دنباله‌ی زیر جملاتی هستند دو چهارم را بدست آورید.

۱۷، ۲۲، ۲۷، ...

$$d = 5$$

$$a_{10} = a_1 + 9d$$

$$= 17 + (9 \times 5)$$

$$= 17 + 45 = 62$$

★ قلم چی: در دنباله‌ی حسابی با جملاتی عمومی $a_n = (k-2)n^2 + (k+1)n + k^2$ جملاتی دهم و قدر نسبت دنباله‌ی به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) ۲، ۳ ۲) ۳، ۴ $\xrightarrow{\text{دنباله حسابی}} K-2=0 \Rightarrow K=2$

۳) ۲، ۳ ۴) ۳، ۴ $a_n = 2n + 4 \Rightarrow a_{10} = 2 \times 10 + 4 = 24$

قلم چی: در دنباله‌ی (۱-۲n) ام یک دنباله‌ی حسابی به صورت $an - 5$ باشد. قدر نسبت این دنباله کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳

۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$

$$a_{2n-1} = 2n - 5$$

$$n=1 \Rightarrow a_1 = 2(1) - 5 = -3$$

$$n=2 \Rightarrow a_2 = 2(2) - 5 = -1$$

@Riazi_Mahmoodi

$$11-2 = 9 \Rightarrow 9 \div 3 = 3$$

۳، ۶، ۹، ۱۲، ...

$$d = 3$$

قلم چی: در دنباله‌ی حسابی ۱۰۵، ۱۳۰، ۱۵۵، ۱۸۰، ۲۰۵، ۲۳۰، ۲۵۵، ۲۸۰، ۳۰۵، ۳۳۰، ۳۵۵، ۳۸۰، ۴۰۵ چند جمله وجود دارد؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۴

۳) ۱۵ ۴) ۱۷

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 105 = 7 + (n-1) \times 7$$

$$\Rightarrow 105 = 7 + 7n - 7$$

$$\Rightarrow 105 = 7n \Rightarrow n = \frac{105}{7} \Rightarrow n = 15$$

مثال: اگر جمله یک دنباله حسابی به صورت زیر باشد جمله دوازدهم را بدست آورید.

$$x, y, V, z, P, t, K, 4U, \dots$$

$$d = \frac{a_1 - a_2}{1 - 2} = \frac{4U - V}{1 - 2} = \frac{4U - V}{-1} = 4U - V$$

$$d = \frac{a_{12} - a_1}{12 - 1} \quad * \quad \frac{12 - a_{12} - 4U}{1} = \frac{a_{12} - 4U}{1}$$

$$a_{12} - 4U = 4U - 4U = 0 \Rightarrow a_{12} = 4U + 4U = 8U$$

تفاوت: اگر a_n, a_m دو جمله از جمله یک دنباله حسابی باشند، آنکاه داریم:

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$

@Riazi_Mahmoodi

مثال: در دنباله ای حسابی زیر جمله بیست و سوم را بدست آورید.

$$d = \frac{a_4 - a_2}{4 - 2} = \frac{27 - 9}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$d = \frac{a_m - a_4}{m - 4} \Rightarrow 9 = \frac{a_{23} - 27}{23 - 4} \Rightarrow a_{23} - 27 = 9 \times 19 \Rightarrow a_{23} = 171 + 27 = 198$$

$$\Rightarrow a_{23} = 198$$

www.my-dars.ir

مثال: در دنباله ای حسابی جمله هفتم و یازدهم به ترتیب ۱۳ و ۴۹ می باشد، جمله شانزدهم را بدست آورید.

$$d = \frac{a_7 - a_{11}}{7 - 11} = \frac{13 - 49}{-4} = \frac{-36}{-4} = 9$$

$$d = \frac{a_{14} - a_{11}}{14 - 11} \Rightarrow \frac{a_{14} - 49}{3} = 9 \Rightarrow a_{14} - 49 = 27 \Rightarrow a_{14} = 76$$

مثال: بین ۷ و ۴۷ چهار واسطه‌ای حسابی قرار دهید.

$$7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47$$

$$d = \frac{a_4 - a_1}{4-1} = \frac{47-7}{3} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$

مثال: بین ۴ و ۴۴ پنج واسطه‌ای حسابی قرار دهید.

$$4, 9, 14, 19, 24, 29, 34, 39, 44$$

$$d = \frac{a_5 - a_1}{5-1} = \frac{44-4}{4} = \frac{40}{4} = 10$$

مثال: بین ۱۲ و ۴۷ یک واسطه‌ای حسابی قرار دهید.

$$12, 20, 28, 36, 44$$

$$d = \frac{a_2 - a_1}{2-1} = \frac{20-12}{1} = 8$$

نکته: اگر x, y, z سه جمله‌ای متوالی از یک دنباله حسابی باشند، x و y واسطه‌ای حسابی گفته می‌شوند و داریم:

$$y = \frac{x+z}{2}$$

$$\frac{12+47}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

قلمچی: اعداد $2p+4$ ، $2p+4$ ، $2p+4$ و $5p-1$ سه جمله‌ای متوالی یک دنباله حسابی هستند.

قد نسبت این دنباله کدام است.

$$2p+4 = \frac{5p-1+2p+4}{2} \Rightarrow 4p+8 = 7p+2 \Rightarrow 4p-7p = 2-8 \Rightarrow -3p = -6 \Rightarrow p=2$$

$$4p-7p = 2-8 \Rightarrow -3p = -6 \Rightarrow p=2$$

میانگین

$$15, 22, 29 \Rightarrow d=7$$

قلمچی: در دنباله‌های حسابی ...
 ۱) 15 ۲) -15 $120, x, 240 \Rightarrow x = \frac{120+240}{2} = 180$

$$1) 15 \quad 2) -15$$

$$3) 40 \quad 4) 15$$

$$120, x, 240 \Rightarrow x = \frac{120+240}{2} = 180$$

$$15, 40, y \Rightarrow 40 = \frac{15+y}{2} \Rightarrow y = 65$$

$$y = -15$$

قلمچی: اگر ...
 هشتم این دنباله کدام است

$$1) -12$$

$$2) -4$$

$$3) 2$$

$$4) -\frac{21}{4}$$

$$\frac{2b+2a-2}{2} = \frac{a}{1} \Rightarrow \frac{a+b-a}{2} = \frac{2a-2}{1}$$

$$2b+2a-2=2a$$

$$\frac{b}{2} = \frac{2a-2}{1}$$

@Riazi_Mahmoodi

$$2b=2 \Rightarrow b=1$$

$$2a-1=b \Rightarrow 2a-1=2 \Rightarrow 2a=3 \Rightarrow a=\frac{3}{2} = \frac{d}{2}$$

$$a_n = 2b + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_1 = 2 + \frac{2-1}{2} \Rightarrow a_1 = \frac{5}{2}$$

$$a_1 = 2 + 2 \times \frac{d}{2} = 2 + d$$

$$2b, a, 2a-2, b-a, \dots$$

$$\frac{a}{1} = \frac{2b+2a-2}{2} \Rightarrow 2b+2a-2=2a \Rightarrow 2b=2 \Rightarrow b=1$$

$$2, a, 2a-2, 1-a, \dots$$

$$2a-2 = a + 1-a \Rightarrow 2a-2=1 \Rightarrow 2a=3 \Rightarrow a=\frac{3}{2}$$

$$2, \frac{3}{2}, 1, -\frac{1}{2}, \dots \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 2 + (n-1)(-\frac{1}{2}) \Rightarrow 2 - \frac{n-1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{4-n+1}{2} \Rightarrow \frac{5-n}{2}$$

1 قلمچی دیک ذنبالی مسابلی $t_8 - t_9 = 14$ است مقدار $t_8 - t_9$ کلام است

3) $t_8 - t_9 = 14 \Rightarrow t_1 + 7d - (t_1 + 8d) = 14$
 4) $\Rightarrow t_1 + 7d - t_1 - 8d = 14$
 5) $\Rightarrow -d = 14 \Rightarrow d = \frac{14}{-1} = -14$

7) $t_8 - t_1 = t_1 + 7d - t_1 = 7d \Rightarrow 7d = -14$

9 قلمچی: ذنبالی چندم از ذنبالی مسابلی اول و ۱۰، ۲۰، ۳۰ برابر ۳۲ کلام است

11) $2K - 1 = \frac{-2 + 11}{1} \Rightarrow 2K - 1 = 9 \Rightarrow 2K = 10 \Rightarrow K = 5$
 12) $2K = 10 \Rightarrow K = \frac{10}{2} = 5$
 13) $\frac{-2}{1} + \frac{2}{1} + \frac{11}{1} + \dots$

15) $a_n = 32 \Rightarrow a_1 + (n-1)d = 32$

@Riazi_Mahmoodi

16) $\Rightarrow -2 + (n-1)d = 32 \Rightarrow$

17) $-2 + dn - d = 32 \Rightarrow dn = 35 \Rightarrow \frac{35}{d} = n$

19 نلور: تفاضل جمله‌های دهم از جمله‌های دوازدهم یک مسابلی ۵ و مجموع
 20 ده جمله دهم و دوازدهم ۲۵ است، جمله بیست و نهم این دنباله کلام
 21 است

22) $a_{12} - a_9 = 5 \Rightarrow a_1 + 11d - (a_1 + 9d) = 5 \Rightarrow 2d = 5 \Rightarrow d = \frac{5}{2}$
 23) $a_1 + 11d - a_1 - 9d = 5 \Rightarrow 2d = 5 \Rightarrow d = \frac{5}{2}$

25) $a_1 + a_{12} = 25 \Rightarrow a_1 + 9d + a_1 + 11d = 25$

26) $2a_1 + 20d = 25 \Rightarrow 2a_1 + (20 \times \frac{5}{2}) = 25$

27) $2a_1 + 50 = 25 \Rightarrow a_1 = \frac{-25}{2}$

25) $a_{12} = a_1 + 11d \Rightarrow \frac{-25}{2} + (10 \times \frac{5}{2})$

26) $\Rightarrow \frac{-25}{2} + 25 = 25 \Rightarrow \frac{-25 + 50}{2} = \frac{25}{2} = 12.5$

کلمه: در یک دنباله حسابی، مجموع چهار جمله اول ۱۵ و مجموع پنج جمله بعدی آن ۴۰ می‌باشد، جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

$$1) 4, d \quad \checkmark 2) 1 \quad a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 15$$

$$3) 1, d \quad 4) 9 \quad a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d = 15$$

$$\Rightarrow 4a_1 + 4d = 15$$

$$a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 40$$

$$\Rightarrow a_1 + 2d + a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d + a_1 + 6d = 40$$

$$\Rightarrow 5a_1 + 20d = 40$$

$$\Rightarrow 5(a_1 + 4d) = 40 \Rightarrow a_1 + 4d = 8$$

$$\begin{cases} 4a_1 + 4d = 15 \\ a_1 + 4d = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a_1 + 4d = 15 \\ -a_1 - 4d = -8 \end{cases} \Rightarrow 3a_1 = 7 \Rightarrow a_1 = \frac{7}{3}$$

$$a_{11} = a_1 + 10d \Rightarrow a_{11} = \frac{7}{3} + (10 \times \frac{1}{4}) = \frac{7}{3} + \frac{5}{2} = \frac{14}{6} + \frac{15}{6} = \frac{29}{6}$$

$$a_1 + 4d = 8 \Rightarrow \frac{7}{3} + 4d = 8 \Rightarrow 4d = 8 - \frac{7}{3} = \frac{24}{3} - \frac{7}{3} = \frac{17}{3} \Rightarrow d = \frac{17}{12}$$

تلم چی: اگر در یک دنباله حسابی a_n و $a_{2n} = 40$ و $a_{3n} = 120$ باشد، جمله 91ام چند است؟

$$a_{2n} = 40 \Rightarrow a_1 + 2nd = 40 \quad (1)$$

$$a_{3n} - a_{2n} = 80 \Rightarrow (a_{3n} - a_{2n})(a_{3n} + a_{2n}) = 80 \Rightarrow$$

$$(a_1 + 3nd - a_1 + 2nd)(a_1 + 3nd + a_1 + 2nd) = 80 \Rightarrow$$

$$nd(5a_1 + 5nd) = 80 \Rightarrow nd(a_1 + nd) = 80 \quad (2)$$

$$nd \times 40 = 80 \Rightarrow d = \frac{80}{n \times 40} = \frac{1}{n}$$

$$a_1 + 2nd = 40 \Rightarrow a_1 + (2n \times \frac{1}{n}) = 40 \Rightarrow a_1 = 40 - \frac{2n}{n} = \frac{40n - 2n}{n} = \frac{38n}{n}$$

$$a_{3n} = a_1 + 3nd = \frac{38n}{n} + (3n \times \frac{1}{n}) = \frac{38n}{n} + \frac{3n}{n} = \frac{41n}{n} = 41$$

تلم چی: در یک دنباله حسابی، جمله اول 12-، جمله 91ام 91 است، این دنباله چند جمله مثبت دارد؟

- 1) 24 2) 22 3) 25 4) 27

$$a_1 = -12 \text{ و } a_{91} = 91 \text{ و } d = \frac{a_{91} - a_1}{91 - 1} \Rightarrow \frac{91 - (-12)}{90} = \frac{d}{90} = \frac{103}{90}$$

$$-12, -12 \times \frac{103}{90}, \dots, 91 \quad a_n > 0 \Rightarrow a_1 + (n-1)d > 0$$

$$-12 + 0,4n - 94 > 0 \Rightarrow 0,4n - 106 > 0 \Rightarrow 0,4n > 118,4$$

$$n > \frac{118,4}{0,4} \Rightarrow n > 296 \Rightarrow n > 296 \quad \text{تعداد جمله} = 91 \times 25 + 1 = 2276$$

قلمچی: اگر در یک دنباله حسابی با جمله اول عمومی t_n داشته باشیم $t_1 = 144$ و $t_2 = 150$ آنرا اولاً جمله عمومی این دنباله بنویسید.

$$1) -8 \quad 2) -4 \quad 3) -2 \quad 4) -1$$

@Riazi_Mahmoodi

راه حل در کلاس: $d = \frac{t_2 - t_1}{2 - 1} \Rightarrow t_2 = 14 + 144 \Rightarrow t_2 = 158$

$$t_n < 0 \Rightarrow t_1 + (n-1)d < 0 \Rightarrow n > \frac{190}{8}$$

$$\Rightarrow 158 - 8n + 8 < 0 \Rightarrow n > \frac{190}{8} \Rightarrow 158 - 8n + 8 < 0 \Rightarrow n > 24.75$$

$$\Rightarrow -8n + 190 < 0 \Rightarrow n > 23.75 \Rightarrow$$

$$t_{24} = t_1 + 23d = 144 + (23 \times -8) = 144 - 184 = -40$$

مای دارس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

گنج: در دنباله حسابی ...
 $208, 204, \dots$ کدام جمله صفر است؟

1) 22

2) 21

3) 24

4) 23 ✓

$208, 204, \dots$
 $d = -4$

$a_n = 0 \Rightarrow a_1 + (n-1)d \Rightarrow$

$208 + (n-1)(-4) \Rightarrow$

$208 - 4n + 4 = 0 \Rightarrow$

$-4n = -212 \Rightarrow n = \frac{-212}{-4} = 53$

گنج: کدام یک از دنباله‌های زیر، دنباله حسابی است؟

دوجه یک

1) $a_n = n + 1$ ✓

2) $a_n = n^2$

3) $a_n = \frac{1}{n}$

$a_n = \frac{\sqrt{n+1}}{2}$

گنج: اگر در یک دنباله حسابی جمله‌ای عمومی به صورت

باشد، قدر نسبت کدام است؟

1) $2, 5$ ✓

2) 2

3) $2, 5$

4) 5

$a_1 = \frac{\sqrt{1+1}}{2} = \frac{1}{2} = 2$

$a_2 = \frac{\sqrt{2+1}}{2} = \frac{1.5}{2} = 2.5$

$d = \frac{a_2 - a_1}{1} \Rightarrow \frac{2.5 - 2}{1} = 0.5$

گنج: جمله هشتم یک دنباله حسابی غیر ثابت دو برابر جمله سیزدهم آن است.

است. جمله دو آن جمله یازدهم جمله دهم آن است.

$a_8 = 2a_{13} \Rightarrow a_1 + 7d = 2(a_1 + 12d)$

$a_1 + 7d = 2a_1 + 24d \Rightarrow -17d = a_1$

$\frac{a_2}{a_{13}} \Rightarrow \frac{a_1 + d}{a_1 + 12d} \Rightarrow \frac{-17d + d}{-17d + 12d}$

$\frac{-16d}{-5d} = 2$

1) $1, 5$ برابر

2) $2, 5$ برابر

3) $2, 13$ برابر

4) 2 برابر ✓

1. $a_1 + a_9 = -2$ و $a_2 + a_4 = 2$ دنباله حسابی است
 2. حاصل $a_{17} + a_{15}$ چقدر است
 3. 1) $-\frac{d}{4}$ 2) $-\frac{27}{4}$ $a_2 + a_4 = 2 \Rightarrow a_1 + 2d + a_1 + 4d = 2$
 4. $\Rightarrow 2a_1 + 6d = 2$
 5. 3) $-\frac{d}{4}$ 4) $-\frac{27}{4}$ $a_1 + a_9 = -2 \Rightarrow a_1 + 8d + a_1 + 16d = -2$
 6. $\Rightarrow 2a_1 + 24d = -2$

$$a_{17} + a_{15} \Rightarrow a_1 + 16d + a_1 + 14d = 2a_1 + 30d$$

$$\begin{cases} 2a_1 + 6d = 2 \\ 2a_1 + 24d = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 6d = 2 \\ -2a_1 - 18d = 2 \end{cases} \Rightarrow -12d = 4 \Rightarrow d = -\frac{1}{3}$$

$$2a_1 + 6d = 2 \Rightarrow 2a_1 + \frac{-6d}{3} = 2 \Rightarrow 2a_1 = 2 + \frac{6d}{3} \Rightarrow 2a_1 = \frac{6 + 6d}{3}$$

$$a_1 = \frac{3 + 3d}{3}$$

$$2a_1 + 30d = \frac{6 + 6d}{3} + 30d = \frac{6 + 6d + 90d}{3} = \frac{6 + 96d}{3} = \frac{2 + 32d}{1}$$

تاج = در دنباله حسابی با جمله‌های اول و پنجم آن به ترتیب 2 و 19 باشند
 جمله پنجم ده است

1) 112 2) 112

3) 112 4) 112

@Riazi_Mahmoodi

$$a_1 = 2 \quad a_5 = 19 \Rightarrow d = \frac{a_5 - a_1}{5 - 1} = \frac{19 - 2}{4} = \frac{17}{4} = 4.25$$

$$a_n = 22 \Rightarrow a_1 + (n-1)d = 22 \Rightarrow 2 + (n-1) \left(\frac{17}{4}\right) = 22$$

$$\Rightarrow 2 + \frac{17n}{4} - \frac{17}{4} = 22 \Rightarrow \frac{17n}{4} = 22 - 2 + \frac{17}{4} = 20 + \frac{17}{4} = \frac{80 + 17}{4} = \frac{97}{4}$$

$$\Rightarrow n = \frac{97}{17} = 5.705$$

تایخ بین دو عدد $\sqrt{2} - \delta$ و $\delta + \sqrt{2}$ چند عدد می توانیم قرار داد که اعداد حاصل تشکیل دنباله ای حسابی با قدر نسبت ایدهند ؟

$$1) \delta \quad \sqrt{2} \quad 9 \quad \sqrt{2} - \delta \quad \dots \quad \delta + \sqrt{2}$$

$$2) 10 \quad 4) 11 \quad a_1 \quad a_n$$

$$d = 1 \Rightarrow d = \frac{a_n - a_1}{n - 1} \Rightarrow 1 = \frac{\delta + \sqrt{2} - \sqrt{2} - \delta}{n - 1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{10}{n - 1} \Rightarrow n - 1 = 10 \Rightarrow n = 11 \quad \text{تقریب جملات}$$

$$\text{تعداد جملات بین این دو عدد} = 11 - 1 = 9$$

تایخ مجموعه جملات اول و سوم یک دنباله ای حسابی ۸ و حاصل ضرب جملات دوم و چهارم ۲۰ است قدر نسبت دنباله قدر است ؟

$$1) 2 \quad \sqrt{2} \quad 2 \quad a_1 + a_3 = 8 \Rightarrow a_1 + a_1 + 2d = 8$$

$$2) 2 \quad 4) 5 \Rightarrow 2a_1 + 2d = 8 \Rightarrow 2(a_1 + d) = 8 \Rightarrow a_1 + d = 4$$

$$d = \frac{a_3 - a_1}{3 - 1} \Rightarrow$$

$$a_2 \times a_4 = 20 \Rightarrow 2 \times a_4 = 20$$

$$a_4 = 10$$

$$\frac{10 - 2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

نایب: در یک دنباله حسابی معکوفی با جمله اول a_1 و قدر نسبت r جمله پنجم حاصل جمع جمله اول تا جمله پنجم متوالی برابر $5a_1$ - و حاصل جمع هفتین جمله برابر $2a_1$ است. قدر نسبت دنباله را بدست آورید.

$$\text{جملات: } a_1 - rd, a_1 - d, a_1, a_1 + d, a_1 + rd$$

$$\text{حاصل ضرب: } a_1 - rd + a_1 - d + a_1 + a_1 + d + a_1 + rd = 5a_1 = 2a_1 \Rightarrow a_1 = r \Rightarrow$$

$$r - rd, r - d, r, r + d, r + rd \Rightarrow$$

$$\text{حاصل ضرب: } (r - rd)(r - d)(r)(r + d)(r + rd) = -240 \Rightarrow 4r - rd - 14d + d = -24$$

$$14 - rd$$

$$14 - rd$$

$$(14 - rd)(14 - d) = \frac{-240}{r} \Rightarrow r(r - d)(14 - d) = -120$$

$$\Rightarrow (r - d)(14 - d) = \frac{-120}{r} \Rightarrow (r - d)(14 - d) = 12$$

$$\Rightarrow d^2 - 10d + 99 = 0 \Rightarrow (d^2 - 11d + 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} d^2 - 11 = 0 \Rightarrow d = \sqrt{11} \\ d = -\sqrt{11} \end{cases}$$

$$\begin{cases} d^2 - 9 = 0 \Rightarrow d = 3 \\ d = -3 \end{cases}$$

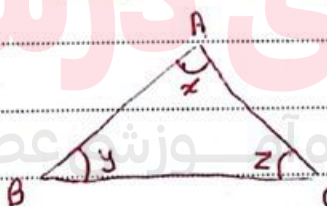
نایب: اگر زاویه های یک مثلث متساوی الساقین حسابی بدهند. یک زاویه ای این مثلث شعاعه برابر است با:

$$1) 30^\circ$$

$$2) 90^\circ$$

$$\sqrt{30} 40^\circ$$

$$3) 75^\circ$$



$$\Rightarrow x < y < z$$

$$\Rightarrow y = \frac{x+z}{2}$$

$$\Rightarrow 2y = x+z$$

$$x + y + z = 180$$

$$x + z + y = 180$$

$$\Rightarrow 2y + y = 180$$

$$\Rightarrow y = 60$$

تاج: در یک دنباله حسابی $a_7 + a_8 + a_{11} = 24$ می باشد، آنکاه حاصل $a_2 + a_{10}$ کدام است؟

$$\begin{aligned} 1) 18 & \quad 2) 24 & a_1 + 4d + a_1 + 7d + a_1 + 11d = 24 \\ \checkmark 3) 24 & \quad 4) 27 & \Rightarrow 3a_1 + 22d = 24 \Rightarrow 3(a_1 + 7d) = 24 \\ & & \Rightarrow a_1 + 7d = 8 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a_1 + 7d = 8$$

$$a_1 + 7d + a_1 + 14d = a_2 + a_{10}$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 21d = 2 \times 8 = 16$$

تاج: در یک دنباله حسابی $a_1 + a_3 + a_5 = 12$ می باشد، $a_7 + a_9 = 8$ باشد، کدام است.

$$1) 7 \quad 2) 4 \quad \checkmark 3) 5 \quad 4) 2$$

$$d = \frac{a_n - a_1}{n-1} = \frac{a_1 + 7d - a_1}{7} = \frac{7d}{7} \Rightarrow d = 1$$

$$a_1 = a_1 + (1-1)d = a_1 + 0 = 1 \quad a_7 = 1 + (7-1)d = 7$$

$$a_9 = 1 + 8d = 9$$

دنبالای هندسی: هرگاه یک سری اعداد دنبال هم بیایند به طوری که هر جمله از حاصل ضرب جمله قبل در مقدار ثابتی باشد یا آن دنباله هندسی گفته می شود و به آن مقدار ثابت قدرنسبت می گویند.

جمله عمومی دنباله های هندسی از رابطه زیر بدست می آید:

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

شماره جمله \rightarrow
جمله اول \rightarrow
جمله nام \rightarrow

مثال: در دنباله زیر، جمله یازدهم را بدست آورید.

$$3, 6, 12, 24, \dots$$

$$\frac{6}{3} = 2, \frac{12}{6} = 2, \frac{24}{12} = 2 \Rightarrow q = 2$$

$$a_{11} = a_1 \cdot q^{10} = 3 \cdot (2)^{10} = 3 \times 1024 = 3072$$

مثال: در دنباله زیر جمله هفتم را بدست آورید.

$$7, 21, 63, \dots$$

$$\frac{21}{7} = 3, \frac{63}{21} = 3 \Rightarrow q = 3$$

مثال: در دنباله هندسی صعودی، جمله‌های نهم، بیستم آورید.

$$g = \frac{a_m}{a_n} \quad (m, n)$$

نشان دهید: در دنباله هندسی صعودی، a_1, a_2, a_3, \dots

$$x, y, z, \dots \quad a_1, a_2, a_3, \dots \quad g^{(4,2)} = \frac{r_2}{r_1} = 11 \Rightarrow g^r = r^r$$

$$g = \pm r \Rightarrow g = r \Rightarrow g^{(9,4)} = \frac{a_9}{a_4} = r^5 \Rightarrow r^5 = \frac{a_9}{a_4} \Rightarrow r^5 = \frac{a_9}{r_4} \Rightarrow r^5 = \frac{a_9}{r_4}$$

$$a_9 = r^5 \times r_4 = 10935$$

@Riazi_Mahmoodi

مثال: بین ۷ و ۲۲۴ چهار واسطه هندسی قرار دهید.

$$7, r, 2r, 3r, 4r, 5r, 6r, 224$$

$$g^{(4,1)} = \frac{a_4}{a_1} = g^3 = \frac{224}{7} = g^3 = 32 \Rightarrow g = 2$$

مثال: بین ۸ و ۴۳۸ سه واسطه هندسی قرار دهید.

$$8, r, 2r, 3r, 4r, 438$$

$$g^{(3,1)} = \frac{a_3}{a_1} = g^2 = \frac{438}{8} = g^2 = 54.75 \Rightarrow g^2 = 54.75 \Rightarrow g = \pm 7.4$$

مثال: بین ۹ و ۴ یک واسطه هندسی قرار دهید
 آن را x, y, z نامید:

نکته: سه جمله اول متوالی از یک دنباله هندسی باشند، با y واسطه هندسی
 گفته می شود و داریم:

$$y^2 = x \cdot z$$

$$x = 9, z = 4, y^2 = 9 \times 4 = 36 \Rightarrow y = \pm 6$$

نکته: اگر a, b, c سه جمله اول متوالی یک دنباله هندسی باشند،
 آنگاه $a+b$ ندام است.

$$\begin{array}{l} 1) 10 \\ 2) 4 \\ 3) 14 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1) 10 \\ 2) 4 \\ 3) 14 \end{array} \quad (a-4)^2 = (a+4)(a-4)$$

$$a^2 + 4 - 8a = a^2 - 16 \Rightarrow$$

$$-8a = -20 \Rightarrow a = 10$$

جمله اول: $10+4, 10-4, 10-2, 2b-10 \Rightarrow 14, 6, 8, 2b-10$

$$g = \frac{1}{r} \Rightarrow 4 \times \frac{1}{r} = 2 \Rightarrow 2b-10 = 2 \Rightarrow b = 4$$

نکته: اگر A, B, C سه جمله اول متوالی یک دنباله هندسی تشکیل دهند
 آنگاه A ندام است.

$$\begin{array}{l} 1) \sqrt{5} \\ 2) 10 \\ 3) 20 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1) 10 \\ 2) 5 \\ 3) \frac{5}{r} \end{array} \quad (10)^2 = (20)(\frac{5}{r})$$

$$\Rightarrow 20 \cdot 10 = 20 \cdot 5 + 10 \cdot 20 - 10 \cdot 20 - 5$$

$$\Rightarrow 100 - 20 + 5 = 0 \Rightarrow (10-2)^2 = 0 \Rightarrow 10-2=0$$

$$\Rightarrow 10-2=0 \Rightarrow 10=2$$

$$p=2$$

جمله اول: $20, 10, 5, A = \frac{5}{r}$

نکته: اعداد 2^a , 2^b , $2^{\sqrt{2}}$ سه جمله متوالی از دنباله هندسی اند. واسطه ای حسابی بین a و b کدام است؟

- ✓ ۱) $2/d$ ۲) 2
 ۳) $1/d$ ۴) $\sqrt{2}$

$$(2^{\sqrt{2}})^2 = 2^a \times 2^b \Rightarrow 2^{2\sqrt{2}} = 2^{a+b}$$

$$\Rightarrow 2^d = 2^{a+b} \Rightarrow a+b = d$$

$$a, x, b \Rightarrow x = \frac{a+b}{2} = \frac{d}{2} = 2/d$$

نکته: اگر جمله n ام، n ششم، دوازدهم یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، قدرنسبت دنباله هندسی کدام است

- ۱) $\frac{r}{2}$ ۲) $\frac{r}{4}$
 ۳) 2 ۴) 4

حسابی: $a_6 = a_1 + 5d$

$a_4 = a_1 + 3d$

$a_{12} = a_1 + 11d$

هندسی: $a_1 + 2d, a_1 + 5d, a_1 + 11d$

واسطه حسابی
 $(a_1 + 5d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 11d) \Rightarrow a_1^2 + 10ad + 25d^2 = a_1^2 + 13ad + 22d^2$

$\Rightarrow -3ad + 3d^2 = 0$ $-3d = 0 \Rightarrow d = 0 \times$

$\Rightarrow -3d(a_1 + 2d) = 0 \Rightarrow a_1 + 2d = 0 \Rightarrow a_1 = -2d$

$g = \frac{a^r}{a^1} \Rightarrow g = \frac{2d}{d} = 2$

* اولی حاصل نسی: a_6, a_4, a_{12}
 $\frac{a_6}{a_4} = \frac{a_{12}}{a_6} \Rightarrow g = \frac{4}{2} = 2$

قلمچی: در یک دنباله حسابی، عملیات جمع، تفریق، ضرب، می توانند سه جمله ای متوالی از یک دنباله ای هندسی باشند، چندمین جمله ای این دنباله ای عددی، صفر است؟

۱) ۹ ۲) ۱۰
 ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

حسابی $\left\{ \begin{array}{l} a_4 = a_1 + 3d \\ a_7 = a_1 + 6d \\ a_{10} = a_1 + 9d \end{array} \right. \Rightarrow \text{هندسی} \Rightarrow a_1 + d, a_1 + 4d, a_1 + 9d$

$(a_1 + 4d)^2 = (a_1 + 3d)(a_1 + 9d) \Rightarrow a_1^2 + 8d a_1 + 12d^2 = a_1^2 + 10d a_1 + 9d^2$
 $\Rightarrow 2d^2 + 2a_1 d = 0 \Rightarrow 2d(10d + a_1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} d = 0 \times \\ 10d + a_1 = 0 \Rightarrow a_{11} = 0 \end{cases}$

قلمچی: جمله ای عمومی یک دنباله ای هندسی به صورت $t_n = \frac{r^{n-1}}{r}$ است. مجموع جمله ای اول، قدر نسبت این دنباله برابر است؟

۱) $\frac{7}{9}$ ۲) $\frac{7}{6}$
 ۳) $\frac{1}{9}$ ۴) $\frac{1}{6}$

$t_1 = \frac{r^{1-1}}{r} = \frac{r}{r}$
 $t_2 = \frac{r^{2-1}}{r} = \frac{1}{r} \Rightarrow q = g = \frac{1}{\frac{r}{r}} = \frac{1}{r}$

$t_1 + g = \frac{r}{r} + \frac{1}{r} = \frac{r+r}{r} = \frac{7}{6}$

قلمچی: جمله ای بیستم از دنباله ای حسابی $2, 5, 8, \dots$ با جمله ای پنجم از دنباله ای هندسی $2, 6, 18, \dots$ برابر است؟

۱) چهارم ۲) پنجم ۳) هفتم ۴) هشتم

دنباله ای حسابی $= a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow -2 + (19 \times 2) = -2 + 38 = 36$
 دنباله ای هندسی $= a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow 36 = 2 \cdot 3^{n-1} \Rightarrow 3^{n-1} = 18 \Rightarrow 3^{n-1} = 2 \cdot 3^2 \Rightarrow n-1 = 3 \Rightarrow n = 4$

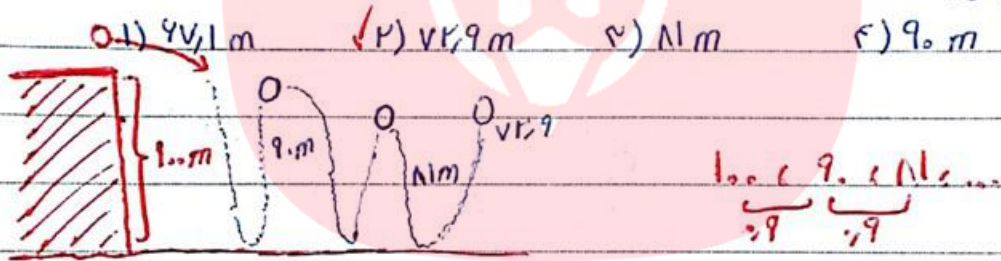
قلم پی: در یک دنباله‌ی هندسی حاصل $t_r = 1$ و $t_1 = 9$ کدام است؟
 $A = \frac{t_1 r + t_1 r^2 + t_1 r^3}{t_1 r + t_1 r^2 + t_1 r^3}$

- ۱) $(\frac{1}{9})^{19}$ ۲) $(\frac{1}{9})^{18}$ ۳) $(\frac{1}{9})^{-18}$ ۴) $(\frac{1}{9})^{-19}$

$$A = \frac{t_1 r + t_1 r^2 + t_1 r^3}{t_1 r + t_1 r^2 + t_1 r^3} = \frac{t_1 r (1 + r + r^2)}{t_1 r (1 + r + r^2)} = r^{-18} \Rightarrow (\frac{1}{9})^{-18}$$

$$g^{(k,1)} = \frac{t_r}{t_1} \Rightarrow \frac{1}{9}$$

قلم پی: توپ از ارتفاع صد متری یک ساختمان، خاکی بشود. این توپ هر بار تا با زمین برخورد می‌کند، با اندازوی ۹۰٪ ارتفاع قبلی با ایالاتی رود. این توپ سپس از برخورد سوم با زمین با چه ارتفاعی می‌رسد؟



$$a_4 = a_1 g^3 \Rightarrow 100 \times (0.9)^3 = 72.9 \text{ m}$$

کاج: حاصل ضرب بیست جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی ... ۳۶، ۱۲، ۴، کدام است؟

$$a_1 \times a_2 \times \dots \times a_{20} \Rightarrow a_1 \times a_1 r \times \dots \times a_1 r^{19} = a_1^{20} \times r^{190} \Rightarrow 36^{20} \times 190$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 19 = \frac{19 \times 20}{2} = 190$$