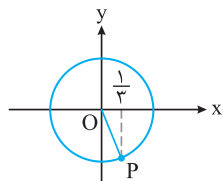


سؤالات امتحان درس: ریاضی	رشته: ریاضی و فیزیک - علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال دهم دوره دوم متوسطه	امتحان میان سال	آزمون شماره (۱)	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. (آ) اگر $A \subseteq B$ و $B$ مجموعه‌ای متناهی باشد، آن‌گاه $A$ مجموعه‌ای ..... است. (ب) اگر $\sin \alpha > 0$ و $\cos \alpha < 0$ ، آن‌گاه انتهای کمان $\alpha$ در ناحیه ..... قرار می‌گیرد. (پ) اگر $\sqrt[m]{4} = 2^{\frac{m}{n}}$ باشد، کم‌ترین مقدار $m+n$ برابر ..... می‌شود. ( $m, n \in \mathbb{N}$ ) (ت) رأس سهمی $y = x^2 - 4x + 1$ در ناحیه ..... قرار دارد.	۱
۲	کدام یک از عبارتهای زیر درست و کدام یک نادرست است؟ (آ) اگر $\mathbb{Z}$ مجموعه مرجع باشد، آن‌گاه $(\mathbb{Z} - \mathbb{W})' = \mathbb{N}$ (پ) اگر $a$ و $b$ دو عدد حقیقی مثبت باشند، آن‌گاه $\sqrt[4]{ab} = \sqrt[4]{a} \times \sqrt[4]{b}$ (ت) معادله $x^2 - (x+1)^2 = 4$ ، یک معادله درجه دوم است.	۱
۳	اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid  x-1  < 2\}$ و $B = [0, 4]$ باشد، مجموعه‌های $A \cup B$ و $A - B$ را با بازه‌ها نمایش دهید.	۱/۵
۴	۱۲۰ کارمند دارد. ۷۰ کارمند دارای مدرک دانشگاهی، ۴۰ کارمند دارای مدرک فنی و حرفه‌ای و ۲۰ نفر نیز دارای هر دو مدرک دانشگاهی و فنی و حرفه‌ای می‌باشند. (آ) چند کارمند این شرکت نه مدرک دانشگاهی و نه مدرک فنی و حرفه‌ای دارند؟ (ب) چند کارمند این شرکت فقط یکی از دو مدرک دانشگاهی یا فنی و حرفه‌ای را دارند؟	۱/۵
۵	در یک دنباله حسابی، مجموع جملات سوم و پنجم برابر ۴۰ و جمله هفتم، ۴۲ واحد بیش‌تر از جمله اول آن است. (آ) جمله عمومی دنباله را بنویسید. (ب) جمله دوازدهم دنباله را مشخص کنید.	۱/۵
۶	حاصل عبارت $\frac{2 \tan 45^\circ + 8 \sin^2 30^\circ}{\cot^2 30^\circ + 8 \cos 60^\circ}$ را به دست آورید.	۱
۷	طول دو ضلع مثلثی $2\sqrt{3}$ و ۴ و زاویه بین این دو ضلع $60^\circ$ است. مساحت این مثلث را به دست آورید.	۱
۸	نقطه $P$ به طول $\frac{1}{3}$ روی دایره مثلثاتی و در ناحیه چهارم مثلثاتی قرار دارد. اگر $\theta$ زاویه بین نیم‌خط $\overrightarrow{OP}$ با محور $\overrightarrow{Ox}$ باشد، حاصل $\cos \theta + \tan^2 \theta$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۹	درستی تساوی $\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = 2 \cos^2 \theta - 1$ را ثابت کنید.	۱/۲۵
۱۰	عبارت $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} \div \sqrt[2]{2\sqrt{4}}$ را ساده و مخرج کسر $\frac{1}{x + \sqrt{y}}$ را گویا کنید.	۱/۷۵
۱۱	(آ) حاصل عبارتهای $(2x-1)^3$ و $(2x+1)(4x^2 - 2x + 1)$ را به کمک اتحادها به دست آورید. (ب) عبارت $x^3 + y^3 + x^2y + xy^2$ را تجزیه کنید.	۱/۵
۱۲	عبارت $\frac{y^5 - y^3 - 12y}{8y^2 + 16y}$ را ساده کنید.	۱/۲۵
۱۳	معادله $x^2 - 6x + 1 = 0$ را به روش مربع کامل حل کنید.	۱/۲۵
۱۴	سهمی به معادله $y = -x^2 + 4x - 3$ را رسم کنید.	۱/۲۵
۱۵	نامعادله $\frac{x^2 - 4x}{x^2 + x + 1} \leq 0$ را حل کنید.	۱
۱۶	حدود $m$ را طوری مشخص کنید که عبارت $mx^2 + (m+1)x + m$ همواره منفی باشد.	۱
۲۰	جمع نمره	



راهنمای تصحیح سوالات امتحان درس: ریاضی		رشته: ریاضی و فیزیک - علوم تجربی
سال دهم دوره دوم متوسطه	امتحان میان سال	آزمون شماره (۱)
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	<p>(آ) متناهی                      (ب) دوم                      (پ) یازده، زیرا:                      (ت) چهارم، زیرا:</p> $\sqrt[2]{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{9}} = 2^{\frac{m}{n}} \Rightarrow m+n=2+9=11$ $x = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow y = 4 - 8 + 1 = -3 \Rightarrow S(2, -3)$	۱
۲	<p>(آ) نادرست است، زیرا:  <math>Z - W = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} - \{0, 1, 2, \dots\} = \{\dots, -2, -1\} \Rightarrow (Z - W)' = \{0, 1, 2, \dots\} \neq \mathbb{N}</math>                      (ب) درست است، زیرا به ازای <math>\sin \theta = 1</math>، مقدار عبارت <math>2 \sin \theta + 3</math> برابر ۵ می شود.                      (پ) درست است.                      (ت) نادرست است، زیرا داریم:                      معادله <math>2x + 1 = 4</math>، یک معادله درجه اول است.</p> $(x+1)^2 - x^2 = (x^2 + 2x + 1) - x^2 = 2x + 1$	۱
۱/۵	$ x-1  < 2 \Rightarrow -2 < x-1 < 2 \Rightarrow -1 < x < 3 \Rightarrow A = (-1, 3)$ $A \cup B = (-1, 3) \cup [0, 4] = (-1, 4]$ ، $A - B = (-1, 3) - [0, 4] = (-1, 0)$	۱/۵
۱/۵	<p>B: کارمندان با مدرک فنی و حرفه‌ای، A: کارمندان با مدرک دانشگاهی، U: کارمندان شرکت  <math>n(U) = 120</math> ، <math>n(A) = 70</math> ، <math>n(B) = 40</math> ، <math>n(A \cap B) = 20</math>                      (آ) <math>n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B) = 120 - (70 + 40 - 20) = 30</math>                      (ب) <math>n(A - B) + n(B - A) = n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B) = 70 - 20 + 40 - 20 = 70</math></p>	۱/۵
۱/۵	$\begin{cases} t_1 + t_2 = 40 \\ t_2 - t_1 = 42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (t_1 + 2d) + (t_1 + 4d) = 40 \\ (t_1 + 6d) - t_1 = 42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2t_1 + 6d = 40 \\ 6d = 42 \Rightarrow d = 7 \end{cases} \xrightarrow{2t_1 + 6d = 40} 2t_1 + 42 = 40 \Rightarrow t_1 = -1$ $t_n = t_1 + (n-1)d = -1 + 7(n-1) = 7n - 8$ <p>(آ)                      (ب) <math>t_{12} = 7(12) - 8 = 84 - 8 = 76</math></p>	۱/۵
۱	$\frac{2 \tan 45^\circ + 8 \sin^2 30^\circ}{\cot^2 30^\circ + 8 \cos 60^\circ} = \frac{2(1) + 8(\frac{1}{2})^2}{(\sqrt{3})^2 + 8(\frac{1}{2})} = \frac{2+2}{3+4} = \frac{4}{7}$	۱
۱	$S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin A = \frac{1}{2} (2\sqrt{3})(4) \sin 60^\circ = 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6$	۱
۱/۲۵	<p><math>P(x, y)</math> ، <math>x = \frac{1}{3}</math> ، <math>y &lt; 0</math>  <math>x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{9} + y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow y = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}</math> ، <math>y &lt; 0 \Rightarrow y = -\frac{2\sqrt{2}}{3}</math>  <math>\Rightarrow \cos \theta = x = \frac{1}{3}</math> ، <math>\tan \theta = \frac{y}{x} = -2\sqrt{2} \Rightarrow \cos \theta + \tan^2 \theta = \frac{1}{3} + 8 = \frac{25}{3}</math></p> 	۱/۲۵
۱/۲۵	$\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1 - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}}{1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}} = \frac{\frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}}{\frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}} = \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta) = 2 \cos^2 \theta - 1$	۱/۲۵

راهنمای تصحیح سوالات امتحان درس: ریاضی	رشته: ریاضی و فیزیک - علوم تجربی
سال دهم دوره دوم متوسطه	امتحان میان سال
	آزمون شماره (۱)

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۱۰	$\sqrt[3]{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2^2} \times 2} = \sqrt[3]{2^3 \times \sqrt{2}} = \sqrt[3]{2\sqrt{2}} \quad (1)$ $\sqrt[3]{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2^2} \sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{(2^2)^2} \times 2}} = \sqrt[3]{2^2 \times \sqrt{2}} = \sqrt[3]{2\sqrt{2}} \quad (2)$ $(1), (2) \Rightarrow \text{حاصل} = \sqrt[3]{2\sqrt{2}} \div \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}} = \sqrt[3]{\frac{1}{1}} = 1$ $\frac{1}{x + \sqrt{y}} = \frac{1}{x + \sqrt{y}} \times \frac{x - \sqrt{y}}{x - \sqrt{y}} = \frac{x - \sqrt{y}}{x^2 - y}$	۱/۷۵												
۱۱	<p>(ا) <math>(2x - 1)^2 = (2x)^2 - 2(2x)(1) + 1^2 = 4x^2 - 4x + 1</math></p> <p>(ب) <math>(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) = (2x)^2 + 1^2 = 4x^2 + 1</math></p> <p><math>x^2 + y^2 + x^2y + xy^2 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) + xy(x + y) = (x + y)(x^2 - xy + y^2 + xy)</math>  <math>= (x + y)(x^2 + y^2)</math></p>	۱/۵												
۱۲	$y^5 - y^2 - 12y = y(y^4 - y^2 - 12) = y(y^2 - 4)(y^2 + 3) = y(y - 2)(y + 2)(y^2 + 3)$ $8y^2 + 16y = 8y(y + 2)$ $\Rightarrow \frac{y^5 - y^2 - 12y}{8y^2 + 16y} = \frac{y(y - 2)(y + 2)(y^2 + 3)}{8y(y + 2)} = \frac{(y - 2)(y^2 + 3)}{8}$	۱/۲۵												
۱۳	$x^2 - 6x = -1 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = -1 + 9 \Rightarrow (x - 3)^2 = 8 \Rightarrow x - 3 = \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 2\sqrt{2} \Rightarrow x = 3 + 2\sqrt{2} \\ x - 3 = -2\sqrt{2} \Rightarrow x = 3 - 2\sqrt{2} \end{cases}$	۱/۲۵												
۱۴	$x = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow y = -(2)^2 + 4(2) - 3 = 1 \Rightarrow S(2, 1)$ <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۰</td> </tr> </table>	x	۱	۲	۳	y	۰	۱	۰	۱/۲۵				
x	۱	۲	۳											
y	۰	۱	۰											
۱۵	$x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4$ <p>معادله ریشه ندارد. <math>\Delta = 1^2 - 4(1)(1) = -3 &lt; 0 \Rightarrow</math></p> $P \leq 0 \Rightarrow x \in [0, 4]$ <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>۰</td> <td>۴</td> </tr> <tr> <td><math>x^2 - 4x</math></td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td><math>x^2 + x + 1</math></td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>P = \frac{x^2 - 4x}{x^2 + x + 1}</math></td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> </table>	x	۰	۴	$x^2 - 4x$	+	-	$x^2 + x + 1$	+	+	$P = \frac{x^2 - 4x}{x^2 + x + 1}$	+	-	۱
x	۰	۴												
$x^2 - 4x$	+	-												
$x^2 + x + 1$	+	+												
$P = \frac{x^2 - 4x}{x^2 + x + 1}$	+	-												
۱۶	<p>در عبارت <math>ax^2 + bx + c</math>، اگر <math>a &lt; 0</math> و <math>\Delta &lt; 0</math>، آن‌گاه عبارت همواره منفی است:</p> <p><math>a = m &lt; 0</math> (۱)، <math>\Delta = (m + 1)^2 - 4m^2 = m^2 + 2m + 1 - 4m^2 = -3m^2 + 2m + 1 &lt; 0</math></p> <p><math>-3m^2 + 2m + 1 = 0 \Rightarrow m = 1, m = -\frac{1}{3}</math></p> <p><math>\Delta &lt; 0 \Rightarrow m \in (-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (1, +\infty)</math></p> <p>(۱)، (۲) <math>\Rightarrow m \in (-\infty, -\frac{1}{3})</math></p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>m</td> <td><math>-\frac{1}{3}</math></td> <td>۱</td> </tr> <tr> <td><math>\Delta</math></td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> </table>	m	$-\frac{1}{3}$	۱	$\Delta$	-	-	۱						
m	$-\frac{1}{3}$	۱												
$\Delta$	-	-												
۲۰	جمع نمره													

**گروه آموزشی عصر**

[ASR\\_Group@outlook.com](mailto:ASR_Group@outlook.com)

[@ASRschool2](https://www.instagram.com/ASRschool2)